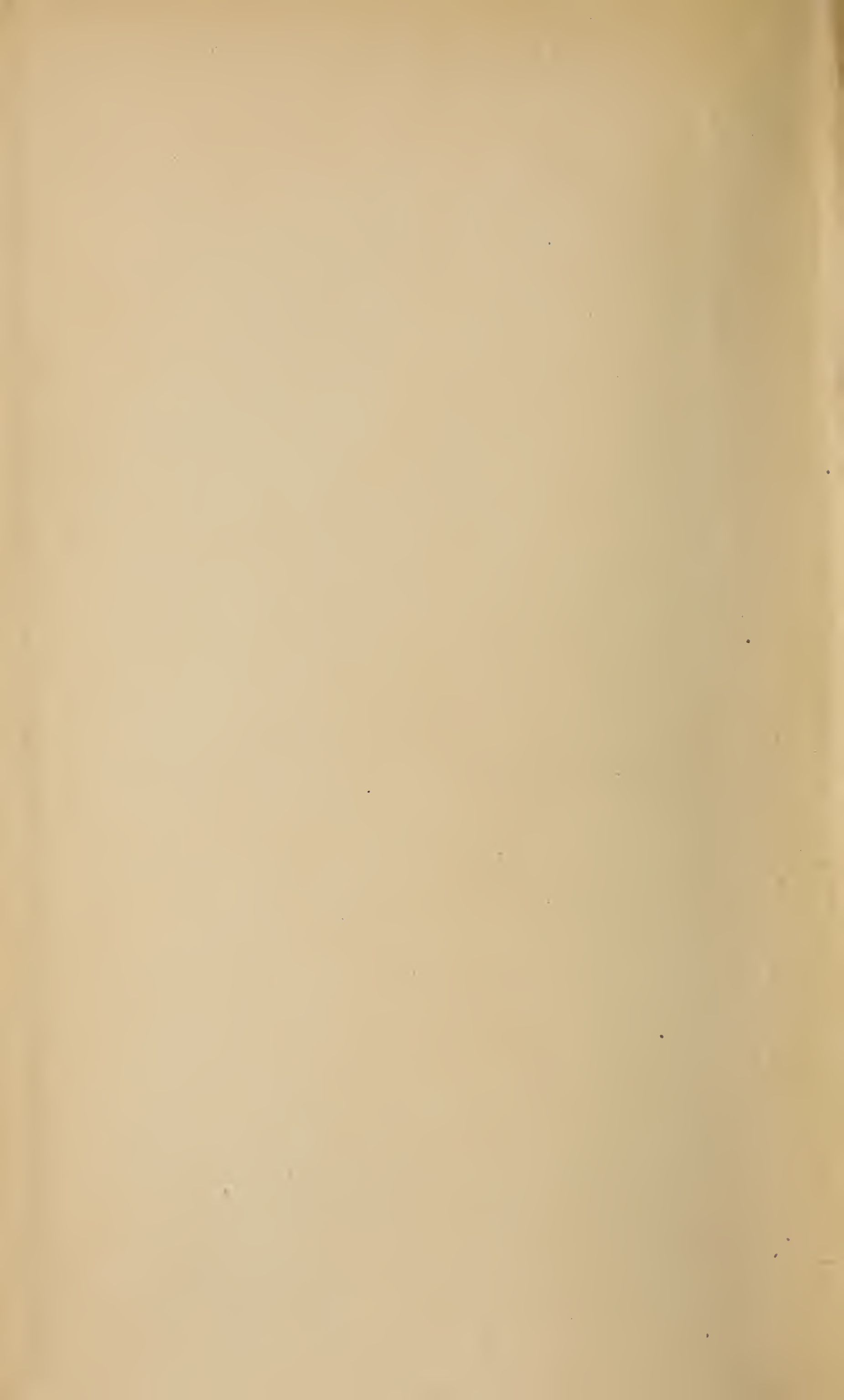
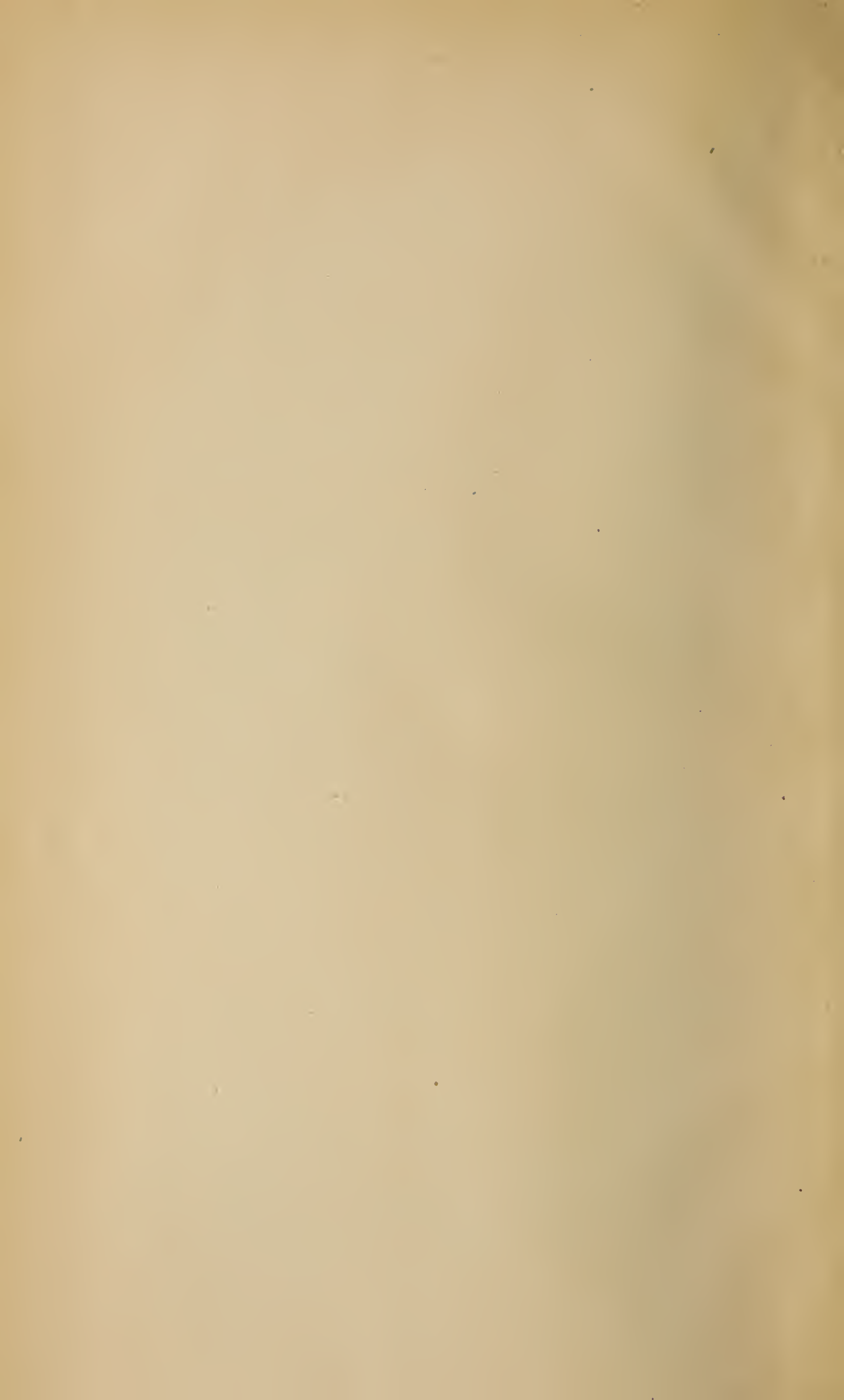
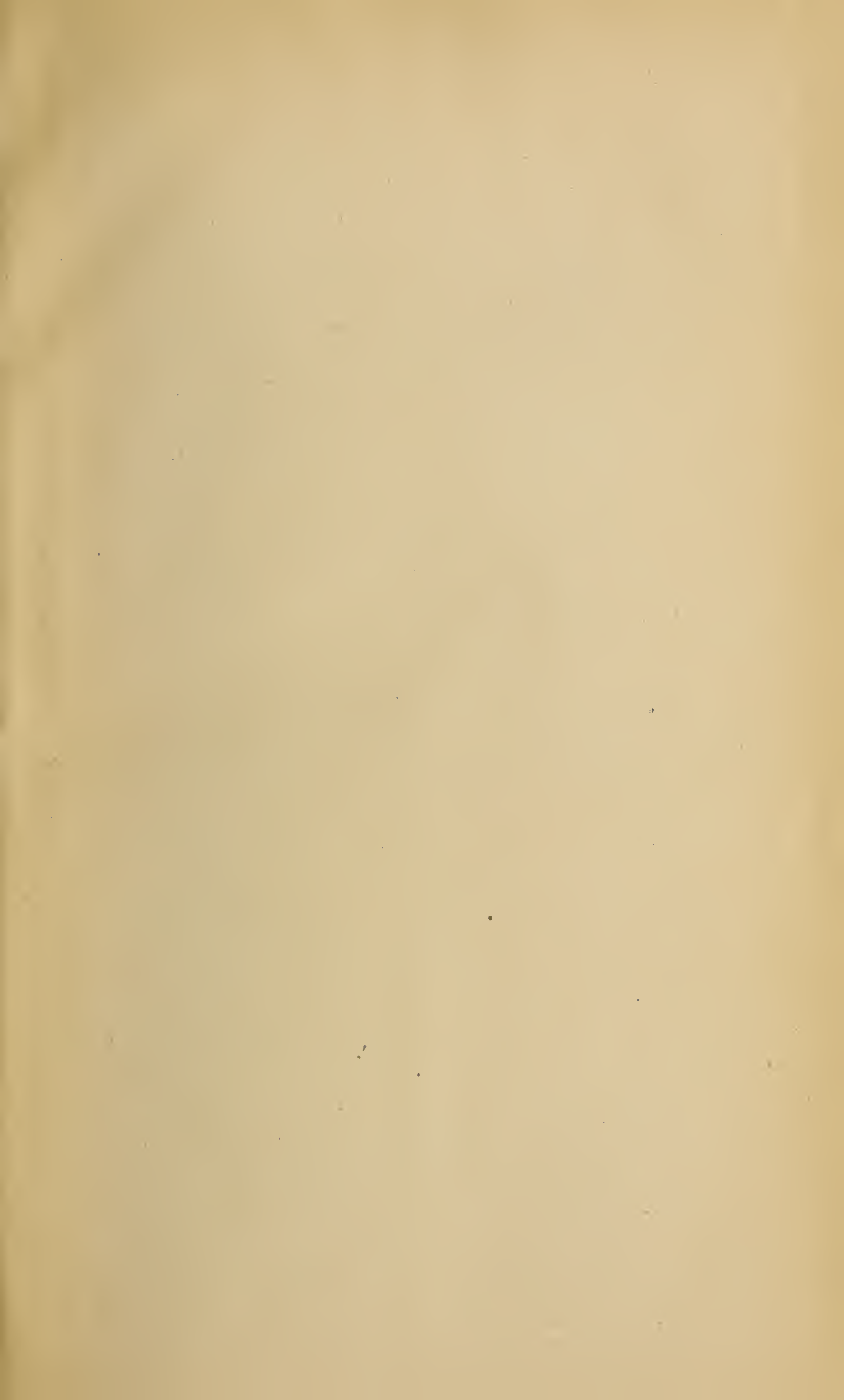

3 1761 09701723 0


UNIV.
OF TORONTO
LIBRARY











DIE

NATURGESETZE

UND IHR ZUSAMMENHANG MIT DEN

PRINZIPIEN

DER

ABSTRAKTEN WISSENSCHAFTEN.

FÜR

NATURFORSCHER, MATHEMATIKER, LOGIKER, PHILOSOPHEN
UND ALLE MATHEMATISCH GEBILDETEN DENKER.

VON

DR. HERMANN SCHEFFLER,
MITGLIED DER KAISERLICHEN SOZIETÄT DER NATURFORSCHER ZU MOSKAU,
KORRESPONDIRENDEM MITGLIED DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
ZU PADUA.

DRITTER THEIL.

DIE THEORIE DER ERKENNTNISS

ODER DIE

LOGISCHEN GESETZE.

MIT 12 FIGURENTAFELN.

LEIPZIG,
VERLAG VON FRIEDRICH FOERSTER.
1880.

DIE

THEORIE DER ERKENNTNISS

ODER DIE

LOGISCHEN GESETZE.

Enthaltend

die Gesetze

des Verstandes, des Gedächtnisses, des Willens, des Gemüthes und des Temperamentes.

VON

Dr. HERMANN SCHEFFLER,

MITGLIED DER KAISERLICHEN SOZIETÄT DER NATURFORSCHER ZU MOSKAU, KORRESPONDIRENDEM MITGLIED DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU PADUA.

Vol. 2

MIT 12 FIGURENTAFELN.

LEIPZIG,

VERLAG VON FRIEDRICH FOERSTER.

1880.

Inhalt.

Dritter Theil.

Die Theorie der Erkenntniss.

Abschnitt XVI.

Der Verstand.

Seite

§. 483. Denken und sein 1
§. 484. Begriff 7
§. 485. Quantität 14
§. 486. Die Grund- und Hauptstufen der Quantität 26
§. 487. Inhärenz 61
§. 488. Die Grund- und Hauptstufen der Inhärenz 71
§. 489. Relation 97
§. 490. Die Grund- und Hauptstufen der Relation 136
§. 491. Qualität 200
§. 492. Die Grund- und Hauptstufen der Qualität 204
§. 493. Modalität 228
§. 494. Die Grund- und Hauptstufen der Modalität 243
§. 495. Das logische Dreieck 275
§. 496. Die Grundoperationen 287
§. 497. Das Kardinalprinzip 297
§. 498. Die fünf Prinzipaloperationen und Apobasen 363
§. 499. Die Definition, als erste Apobase 376
§. 500. Ansichten über die Definition 402
§. 501. Das Unendliche, das Nichts und die Grenze 405
§. 502. Das Urtheil, als zweite Apobase 410
§. 503. Verständniss und mathematische Formulirung der Urtheile 423
§. 504. Zusammengesetztes Urtheil 464
§. 505. Ansichten über das Urtheil 480
§. 506. Die Wahrheit im Urtheile 483
§. 507. Mathematisches und logisches Urtheil 492
§. 508. Zergliederung der Urtheile 494
§. 509. Definition durch Urtheile 495
§. 510. Der Schluss, als dritte Apobase 498
§. 511. Formulirung des Schlusses 508
§. 512. Rückschluss 521
§. 513. Strenger und genereller Schluss 524
§. 514. Ansichten über den Schluss 525
§. 515. Zusammengesetzter und Kettenschluss 530
§. 516. Die Wahrheit im Schlusse und der Fehlschluss 537
§. 517. Die Insumtion, als vierte Apobase 540
§. 518. Die Hauptfälle der Insumtion 555
§. 519. Insumtion aus variabelen Prämissen 557

Seite
§. 520. Esumtion ... 564
§. 521. Klassifikation der Insumtion ... 567
§. 522. Die Allgemeinheit der Insumtionsurtheile ... 569
§. 523. Analogie ... 571
§. 524. Die Wahrheit in der Insumtion ... 576
§. 525. Pseudo-Induktion ... 577
§. 526. Die Involvenz, als fünfte Apobase ... 591
§. 527. Involvenz und Evolvenz bei verschiedenen Koordinatensystemen ... 604
§. 528. Kombination mehrerer Koordinatensysteme ... 612
§. 529. Rückblick auf die fünf Apobasen ... 614
§. 530. Die Wahrheit im logischen Prozesse ... 617
§. 531. Deduktion und Beweis ... 619
§. 532. Die Postulate ... 626
§. 533. Die Grundsätze ... 637
§. 534. Theorie der Induktion ... 650
§. 535. Erkenntniss der Quantität ... 662
§. 536. Erkenntniss der Inhärenz ... 665
§. 537. Erkenntniss der Relation ... 669
§. 538. Erkenntniss der Qualität ... 693
§. 539. Erkenntniss der Modalität ... 700

Nachtrag zu §§. 503 und 504.

Formulirung zusammengesetzter Urtheile. (Der Logikkalkul) ... 738

Abschnitt XVII.

Das Gedächtniss.

§. 540. Charakteristik des Gedächtnisses ... 743
§. 541. Kenntniss, als erste memoriale Grundeigenschaft ... 754
§. 542. Erinnerung, als zweite memoriale Grundeigenschaft ... 756
§. 543. Gedankenrichtung, als dritte memoriale Grundeigenschaft ... 763
§. 544. Qualität der Vorstellung, als vierte memoriale Grundeigenschaft ... 768
§. 545. Der Gedankengang, als fünfte memoriale Grundeigenschaft ... 770
§. 546. Die Apobasen des Gedächtnisses ... 775
§. 547. Grundforderungen und Grundsätze des Gedächtnisses ... 777
§. 548. Beziehung des Gedächtnisses zum Verstande ... 779

Abschnitt XVIII.

Der Wille.

§. 549. Charakteristik des Willens ... 785
§. 550. Macht, als erste Grundeigenschaft des Willens ... 794
§. 551. Thätigkeit, als zweite Grundeigenschaft des Willens ... 796
§. 552. Willenskraft, als dritte Grundeigenschaft des Willens ... 799
§. 553. Willensvermögen, als vierte Grundeigenschaft des Willens ... 805
§. 554. Plan, als fünfte Grundeigenschaft des Willens ... 809
§. 555. Die Grundoperationen des Willens ... 811
§. 556. Die Apobasen des Willens ... 815
§. 557. Kombination des Willens mit den Äusserungen anderer Vermögen ... 820
§. 558. Der Antheil der Mitwelt an der That des Einzelnen ... 822
§. 559. Recht und Gesetz ... 825
§. 560. Die Postulate und Grundsätze des Willens ... 829
§. 561. Juristische Induktion ... 831

Abschnitt XIX.

Das Gemüth.

Seite

§. 562. Charakteristik des Gemüthes 834
§. 563. Empfänglichkeit, als erste Grundeigenschaft des Gemüthes 841
§. 564. Innigkeit, als zweite Grundeigenschaft des Gemüthes 842
§. 565. Neigung, als dritte Grundeigenschaft des Gemüthes 853
§. 566. Bündniss, als vierte Grundeigenschaft des Gemüthes 858
§. 567. Charakter der Verbindung, als fünfte Grundeigenschaft des Gemüthes .. 858
§. 568. Die Grundthätigkeiten des Gemüthes oder die Gefühle 859
§. 569. Zusammenwirkung des Gemüthes mit anderen Vermögen 861

Abschnitt XX.

Das Temperament.

§. 570. Charakteristik des Temperamentes 864
§. 571. Die Grundeigenschaften und Grundthätigkeiten des Temperamentes..... 867

Abschnitt XXI.

Kritischer Rückblick auf die Grundeigenschaften.

§. 572. Verschiedene Ansichten über die Grundeigenschaften. — Idealismus, Realismus, Materialismus 874
§. 573. Naturgesetzliche Zusammengehörigkeit aller Grundeigenschaften in subjektiver und in objektiver Hinsicht 901
§. 574. Allgemeine Charakteristik des Naturgesetzes eines Objektes 923

Druckfehler.

Erster Theil.

S. 780 Z. 19 von oben statt Äquivalenten lies Äquivalente.
In Fig. 137 auf Taf. VI ergänze den Buchstaben f in der vorderen Linie af.

Supplement zum zweiten Theile.

S. 42 Z. 3 von unten hinter setzt lies näherungsweise.
S. 94 Z. 21 von oben statt Beziehung lies Näherungsformel.
Z. 24 von oben statt proportional lies nahezu proportional.
S. 95 Z. 6 von oben statt Wolle lies Wollte.
In Fig. 1024 auf Taf. XLI ergänze die Buchstaben d und f im äusseren Kreise edf.

Dritter Theil.

S. 44 Z. 1 von oben streiche Weise.
S. 45 Z. 12 von unten statt 3) lies 4).
S. 348 Z. 4 von oben streiche $> a$.
S. 774 Z. 24 von oben statt füre inen lies für einen.

§. 498.

Die fünf Prinzipaloperationen und Apobasen.

Jede physische Grösse (Erscheinung), jede mathematische Grösse (Anschauung), jede logische Grösse (Begriff) hat fünf Grundeigenschaften und erscheint demzufolge als das Resultat von fünf Grundgesetzen (Grundprozessen). So hat jede Raumgrösse einen bestimmten Inhalt (Ausdehnung), einen bestimmten Ort, eine bestimmte Richtung, eine bestimmte Dimensität und eine bestimmte Form und erscheint demnach als das Resultat einer bestimmten Erweiterung, eines bestimmten Fortschrittes, einer bestimmten Drehung, einer bestimmten Dimensionirung und einer bestimmten Krümmung. Von einem Begriffe sagen wir in unserer Terminologie, jeder Begriff habe fünf Kategoreme, nämlich eine Quantität, eine Inhärenz (Beschaffenheit), eine Relation, eine Qualität und eine Modalität und erscheine in Folge dessen als das Resultat von fünf Metabolien, nämlich einer Erweiterung (Einschliessung), einer Prädikation (Beeigenschaftung), einer Kausalität, einer Abstraktion (Qualifizirung), einer Konditionalität (gesetzlichen Abhängigkeit).

Die Grundeigenschaften einer Grösse können beliebige Werthe annehmen, unter Anderem auch den speziellen Werth null. Haben vier Grundeigenschaften den speziellen Werth null; so erscheint die fünfte Grundeigenschaft als der Gesammtwerth der zu bestimmenden Grösse. So kann man eine Vielheit als Grösse betrachten, indem man ihren Ort (die Entfernung ihres Anfangspunktes) in den Nullpunkt verlegt, also ihren Abstand gleich null setzt, ihre Richtung in die Grundaxe verlegt, also ihren Drehungs- oder Neigungswinkel gleich null setzt, ihre Dimensität oder Anzahl von Dimensionen gleich null nimmt, ihre Form als konstant (unveränderlich) voraussetzt, also die Grundgrösse oder independente Variabele, wovon das Formgesetz abhängt, gleich null setzt.

Der Werth jeder Grundeigenschaft einer Grösse, wenn derselbe auch in jedem speziellen Falle ein bestimmter ist, braucht doch nicht nothwendig ein primitiver oder absolut einfacher zu sein. Jede Grundeigenschaft erscheint vielmehr nach dem Kardinalprinzipe unter der Herrschaft von fünf Grundprinzipien in fünf Kardinaleigenschaften und diese wieder auf einer gewissen Anzahl von Hauptstufen oder in ebensoviel Haupteigenschaften (die erste Kardinaleigenschaft in einer, die zweite in zwei, die dritte in drei, die vierte in vier, die fünfte in fünf Haupteigenschaften). So macht sich an der Grundeigenschaft des Ortes oder an dem Abstande, gleichwie an dem Grundgesetze des Fort-

schrittes eine Stärke oder Grösse des Fortschrittes (Entfernung), eine Positivität und Negativität (Vorschritt und Rückschritt), eine Reellität, Imaginarität und Überimaginarität (Schritt nach vorn, nach der Seite und nach oben), eine Dimensität des Schrittes (Vielfachheit des Fortschrittes, gleichzeitiger Schritt nach keiner, einer, zwei und drei Seiten), eine Form des Fortschrittes (in gerader und krummer Linie von verschiedener Krümmung) geltend. Die verschiedenen Kardinal- und Haupteigenschaften können sich miteinander kombiniren, so kann z. B. gleichzeitig nach vorn und nach der Seite geschritten werden, um einen reellen und imaginären, d. h. einen komplexen Fortschritt zu ergeben, woraus die fünf Hauptklassen der Fortschrittsgrössen entspringen.

Diese unter der Herrschaft des pentarchischen Kardinalprinzipes stehenden prinzipiellen Eigenthümlichkeiten α, womit eine Grundeigenschaft a auftreten kann, tragen den Charakter von Kardinal- und Haupteigenschaften der Grösse A, also auch den entsprechenden systematischen Namen selbstverständlich nur so lange, als sie als Eigenschaften der Grösse A gedacht und unmittelbar auf diese Grösse bezogen werden. So ist z. B. ein imaginärer Fortschritt oder ein imaginärer Abstand der Grösse A, welcher eine Eigenartigkeit des Fortschrittes oder des Abstandes, nämlich die zweite Hauptstufe der Kontrarietät des Fortschrittes bezeichnet, eine Haupteigenschaft unter der ausdrücklichen, wennauch stillschweigenden Voraussetzung, dass es sich lediglich um die Eigenschaften der Grösse A handele.

Nun kann aber jede Eigenschaft der Grösse A, also auch jede Grundeigenschaft a derselben, in ihrem speziellen Werthe a' wie eine selbstständige Grösse angeschaut werden. Sobald Diess geschieht, hat man es unmittelbar nicht mit der Grösse A, sondern mit einer ganz anderen Grösse, nämlich mit der Grösse a' zu thun, und es leuchtet ein, dass jetzt alle Eigenthümlichkeiten von a als Eigenschaften der Grösse a' erscheinen. So kann man z. B. den imaginären Fortschritt $r\sqrt{-1}$, welchen die Grösse A erlitten hat und welcher eine Haupteigenschaft, eine Eigenthümlichkeit des Fortschrittes der Grösse A darstellt, als selbstständige Grösse auffassen. Alsdann aber ist $r\sqrt{-1}$ eine Grösse, welche durch die Drehung von 90^0 aus der reellen Richtung entstanden ist, also eine Richtungsgrösse: die Imaginarität des Fortschrittes der Grösse A erscheint also als ein bestimmter Drehungseffekt der Grösse r.

Auf diese Weise können die Haupteigenschaften einer Grösse A als Eigenschaften der Grundeigenschaften a aufgefasst werden: es ist jedoch wohl zu beachten, dass diese zweifache Auffassung keine Identität, sondern nur eine Korrespondenz der betreffenden Begriffe bedeutet, indem die Grundlagen oder Ausgangspunkte der geistigen Vorstellung für beide Fälle ganz andere sind, auch eine Verwandlung der vorzustellenden Objekte stattgefunden hat, indem es sich im ersten Falle um die allgemeine Charakteristik einer Eigenschaft a, im zweiten Falle dagegen um die spezielle Bestimmung einer Grösse a' handelt.

Indem wir eine Grundeigenschaft a einer Grösse A als Grösse auffassen oder jene Grundeigenschaft durch die Grösse a' messen, finden auf die letztere Grösse a' eben die nämlichen allgemeinen Gesetze

Anwendung, welche von Grössen überhaupt gelten. Die Grösse a', welche die Grundeigenschaft a vertritt, hat also ihrerseits wiederum fünf Grundeigenschaften und die Veränderungen dieser Letzteren unterliegen den allgemeinen Grundgesetzen. Immer aber muss man prinzipiell die Veränderungen der in Gestalt von Grössen a' gedachten Grundeigenschaften a der Grösse A von den Veränderungen der Grösse A selbst unterscheiden, indem ja die beiden Grössen a' und A ganz verschiedene sind, mithin ihre selbstständigen Veränderungen eine andere Bedeutung haben. Wäre beispielsweise in Fig. 1117 für den Nullpunkt O die gegebene Grösse die gerade Linie BC von der Länge c, der Richtung $XBC = \gamma$ und dem Abstande $OB = b$ die gegebene Grösse, welche den arithmetischen Werth

$$A = „b„ + c e^{\gamma \sqrt{-1}}$$

hat, für welche also der nach dem Endpunkte C führende Vektor

$$OC = b + c e^{\gamma \sqrt{-1}} = (b + c \cos\gamma) + c \sin\gamma \sqrt{-1}$$

ist; so erleidet diese Grösse A eine gewisse Fortschrittsänderung oder Verschiebung, wenn sie aus dem Orte BC in den Ort DE rückt. Ihr Abstand ist jetzt $OD = b\, c^{\beta \sqrt{-1}}$ und ihr Gesammtwerth $„b e^{\beta \sqrt{-1}}„ + c e^{\gamma \sqrt{-1}}$.

Eine der fünf Grundeigenschaften a der ursprünglichen Grösse A ist ihr Ort. Wird dieser Ort als Grösse a' gemessen; so ist es der Abstand $OB = b$ ihres Anfangspunktes vom Nullpunkte. Dieser Abstand hat, als selbstständige Grösse a', seine fünf Grundeigenschaften wie jede andere Grösse. Die Veränderung nun, welche der Abstand OB bei der soeben vorgenommenen Verschiebung der Grösse $A = BC$ erlitten hat, ist durchaus keine Verschiebung, sondern eine Drehung um den Winkel β, indem er von b in $b e^{\beta \sqrt{-1}}$ übergegangen ist.

Allerdings steht die Veränderung der Grösse BC bei der Verschiebung nach DE in einem gesetzlichen Zusammenhange oder in einer Korrespondenz mit der Veränderung, welche der Abstand OB bei der Drehung nach OD erleidet, indem die Differenz CE der Endpunkte C und E mit der Differenz BD der Endpunkte B und D der Abstände nach Länge, Richtung, Dimensität und Form übereinstimmt: dessungeachtet ist die Veränderung der Grösse A und ihres Abstandes a ein ganz anderer Prozess; die erstere ist ein Fortschritts-, die letztere ein Drehungsprozess; auch sind die eben gedachten Differenzen der Endpunkte durchaus nicht identisch, indem sie zwar nach Länge, Richtung, Dimensität und Form übereinstimmen, in Beziehung auf ihren Ort aber ganz und gar verschieden sind. Der Ort der beiden Verbindungslinien CE und BD unterscheidet sich nämlich durch den Abstand $BC = c e^{\gamma \sqrt{-1}}$.

Aus Vorstehendem ergiebt sich, dass die Veränderungen einer Grösse A, welche die Grundeigenschaften a hat, mit den Veränderungen der Grössen a', welche diese Grundeigenschaften a messen, durchaus nicht identisch sind, dass dieselben aber mit den letzteren Veränderungen in einem gesetzlichen Zusammenhange stehen, sodass unter Berücksichtigung dieses Zusammenhanges ein Schluss von den einen Veränderungen auf die anderen gemacht werden kann. Der generelle Zusammenhang dieser

Veränderungen trägt den Charakter von Grundsätzen und ist im ersten Theile dieses Werkes, §. 181, berührt. Es ist dort nämlich gezeigt, dass jede der fünf möglichen Grundveränderungen, welche die Grösse A erleiden kann, als jede andere Grundveränderung einer Grösse a' erscheinen kann, wobei diese Grösse a' einen mit der Grösse A nach dem Kardinalprinzipe zusammenhängenden Werth hat. So entspricht im vorstehenden Beispiele die Verschiebung der Grösse BC einer Drehung des Abstandes OB: sie entspricht aber auch einer Verschiebung der Grenze C der Grösse BC; sie entspricht auch einer Vergrösserung des Winkels XOC, durch welchen die Richtung des Vektors OC der Grösse BC gemessen wird; sie entspricht auch einer Dimensitätserhöhung oder Dimensionirung, indem die fortschreitende Linie BC eine Fläche $BCED$ beschreibt; und sie entspricht endlich einer Gestaltung, indem der Punkt C und überhaupt jeder Punkt der Grösse BC einen Kreisbogen durchläuft.

Für den systematischen Aufbau einer Wissenschaft und speziell der Logik ist es nun von Wichtigkeit, wie sich alsbald zeigen wird, die Veränderungen einer Grösse A auf die Veränderungen ihrer Grundeigenschaften a oder vielmehr auf die Veränderungen der diese Grundeigenschaften repräsentirenden Grössen a' unter zwei Gesichtspunkten zurückzuführen. Einmal, indem man jede einzelne Grundeigenschaft unter der Herrschaft des dieser Grundeigenschaft nach dem Kardinalprinzipe entsprechenden Grundgesetzes im Bereiche aller Kardinal- und Haupteigenschaften verändert, indem man also mit der Vielheit die Veränderungen nach dem Erweiterungsgesetze, mit dem Abstande die Veränderungen nach dem Fortschrittsgesetze, mit der Richtung die Veränderungen nach dem Drehungsgesetze, mit der Dimensität die Veränderungen nach dem Dimensitätsgesetze, mit der Form die Veränderungen nach dem Gestaltungsgesetze vornimmt. Diese Veränderungen korrespondiren offenbar mit den Veränderungen der Grösse A nach den fünf Grundgesetzen; sie finden also ihren Ausdruck in den fünf Grundoperationen, welche in der Arithmetik Numeration, Addition, Multiplikation, Potenzirung und Integration (Funktionirung) heissen und sich bei gehöriger Verallgemeinerung unter der Herrschaft des betreffenden Prinzipes zu einer erheblichen Anzahl von Spezialoperationen erweitern. So umfasst z. B. die Addition unter dem Primitivitätsprinzipe die Zusammenreihung absoluter Vielheiten, unter dem Kontrarietätsprinzipe die Anreihung und die Abtrennung (Subtraktion) oder die Anreihung positiver und negativer Werthe, unter dem Neutralitätsprinzipe die Addition und Subtraktion reeller, imaginärer und überimaginärer Werthe, unter dem Heterogenitätsprinzipe die Addition und Subtraktion reeller, imaginärer und überimaginärer Punkt-, Linien-, Flächen- und Körpergrössen und unter dem Alienitätsprinzipe die Addition und Subtraktion reeller, imaginärer und überimaginärer Punkt-, Linien-, Flächen- und Körpergrössen von den fünf Hauptformen, nämlich der konstanten, der einfach variabelen oder einförmigen (geraden), der gleichförmigen (kreisförmigen), der gleichmässig abweichenden (schraubenförmigen, torquirten) und der verhältnissmässig steigenden (steigend gestauchten) Grössen. Diese letzteren Hauptoperationen setzen sich ausserdem durch Kombination zu Hauptklassen, z. B. zur Addition komplexer

Grössen oder beliebig gegliederter Grössen oder beliebig geformter ebenen und räumlichen Grössen u. s. w. zusammen und kombiniren sich wieder untereinander in jeder möglichen Weise, um das vollständige System der allgemeinen Grundoperation der Addition herzustellen.

Die den mathematischen Grundoperationen völlig analogen logischen Grundoperationen, welche unmittelbar aus den fünf logischen Grundgesetzen oder Metabolien entspringen, haben wir bereits in §. 496 besprochen, sodass darüber hier Nichts weiter zu sagen ist. Es bleibt vielmehr jetzt nur der zweite Gesichtspunkt zu erörtern, unter welchem die oben erwähnten Veränderungen betrachtet werden können.

Bei dem zuerst erörterten Gesichtspunkte, welcher zu den Grundoperationen führt, fasst man immer eine bestimmte Grundeigenschaft als die zu verändernde Grösse oder als Operand ins Auge und gestattet dem Operator, jeden möglichen, dem betreffenden Grundgesetze entsprechenden, innerhalb aller in diesem Grundgesetze vorkommenden Kardinaleigenschaften liegenden Werth anzunehmen, um das Operat dieser Grundoperation zu erhalten. Die verschiedenen Fälle oder Operationen, welche sich hierdurch ergeben, entsprechen also der Voraussetzung, dass die Veränderung einer bestimmten Grundeigenschaft unter einem beliebigen Grundprinzipe betrachtet werde. Bei dem nunmehr zu erörternden zweiten Gesichtspunkte fasst man nicht eine bestimmte Grundeigenschaft unter einem beliebigen Grundprinzipe, sondern umgekehrt, ein bestimmtes Grundprinzip für jede beliebige Grundeigenschaft ins Auge, d. h. man untersucht die Veränderungen, welche unter einem bestimmten Grundprinzipe vor sich gehen, wenn demselben alle möglichen Grundeigenschaften unterworfen werden. Die erstere Auffassung liefert wesentlich Veränderungen unter einem bestimmten Grundgesetze, die letztere dagegen Veränderungen unter einem bestimmten Grundprinzipe. Während daher die ersteren Veränderungen Grundoperationen heissen, nennen wir die letzteren Prinzipaloperationen. Auch hier kommen, wie dort, ein zu veränderndes Objekt, ein veränderndes (die Veränderung bestimmendes) Objekt und ein resultirendes Objekt in Betracht, welche wir generell resp. den Prinzipaloperand, den Prinzipaloperator und das Prinzipaloperat oder Prinzipalresultat nennen wollen, indem wir jedoch dafür auch die Ausdrücke Operaud, Operator und Operat oder Resultat der betreffenden Prinzipaloperation gebrauchen.

Durch die letztere Darstellung ist das Wesen der fünf Prinzipaloperationen nur im Generellen charakterisirt: für die spezielle Ausführung derselben kömmt noch Einiges in Betracht. Die Grössen, welche die einzelnen Grundeigenschaften messen, welche also als Operanden den Prinzipaloperationen zu unterwerfen sind, haben wir, soweit es sich um mathematische Anschauungen handelt, im ersten Theile genügend gekennzeichnet und wir haben in §. 494 S. 256 wiederholt angeführt, dass

$$\begin{aligned} ((a)) &= {}_{,,}(b)_{,,} + \alpha e^{\varphi \sqrt{-1}} \lambda^m \, {}^n\mathfrak{F}(x) \\ &= {}_{,,}(b)_{,,} + \alpha e^{\varphi \sqrt{-1}} \lambda^m \; F(p, x) \end{aligned}$$

der vollständige Ausdruck der Grösse a nach allen fünf Grundeigenschaften ist. Hierin ist die Grösse, welche den Inhalt von a misst, eine

Grundgrösse a, welche unter den absoluten Vielheiten beliebig variiren kann. Die Grösse, welche den Ort von a misst ist ein Glied b, welches im Bereiche aller mit a gleichartigen Grössen variiren kann und den geometrischen Abstand der Grösse a vom Nullpunkte bedeutet. Die Grösse, welche die Richtung von a misst, ist der imaginäre Exponent $\varphi\sqrt{-1}$ einer Potenz der Basis der natürlichen Logarithmen, der den geometrischen Neigungswinkel vertritt. Die Grösse, welche die Dimensität von a misst, ist der Exponent m einer Potenz der Längeneinheit λ, welcher in der Reihe der absoluten Vielheiten variirt und die Anzahl der geometrischen Dimensionen bezeichnet. Die Grösse, welche die Form von a misst, ist der Funktionator n, wenn man die absolute Darstellung ${}^{n}\mathfrak{F}(x)$ wählt, oder der Parameter p, wenn man die speziellere Darstellung $F(p, x)$ wählt, indem n eine bestimmte Entwicklungsstufe des absoluten Formgesetzes und p einen bestimmten Werth des Krümmungshalbmessers oder einer ähnlichen Bestimmungsgrösse bezeichnet.

Bei der Prinzipalveränderung der fünf Grundeigenschaften Inhalt, Ort, Richtung, Dimensität, Form handelt es sich also um die Veränderungen der fünf Grössen a, b, φ, m, p, welche in dem arithmetischen Ausdrucke einer Grösse oder in der logischen Erkenntniss eines Objektes bestimmte, aber ganz verschiedene Geltung haben, da die erste als Vielheit, die zweite als Glied, die dritte als Exponent von e, die vierte als Exponent von λ, die fünfte als Parameter einer Funktion auftritt.

Eine bestimmte Prinzipaloperation umfasst durch ihre Spezialitäten die gesetzlichen Veränderungen, welche die einzelnen Grössen a, b, φ, m, p unter der Herrschaft oder in dem Geltungsbereiche einunddesselben Grundprinzipes erleiden. Demgemäss handelt es sich z. B. bei der zweiten Prinzipaloperation, wo das Kontrarietätsprinzip, also der prinzipielle Gegensatz von Positivität und Negativität herrscht, um Addition und Subtraktion von Quantitäten a oder von Abständen b oder von Neigungswinkeln φ oder von Dimensitätsgraden m oder von Krümmungsparametern p.

Die Form oder Formel einer Erkenntniss, welche sich als das Resultat einer Prinzipaloperation darstellt, verdient einen allgemeinen Namen; ich erlaube mir dafür das Wort Apobase zu gebrauchen. Unsere nächste Aufgabe wird also sein, die fünf logischen Apobasen nachzuweisen und zu erläutern. Der Übersichtlichkeit wegen setzen wir in die fünf Vertikalspalten I, II, III, IV, V der nachstehenden Tafel die fünf Grundprinzipien, nämlich I, die Primitivität, II, die Kontrarietät, III, die Neutralität, IV, die Heterogenität, V, die Alienität, ferner in die fünf Horizontalreihen 1, 2, 3, 4, 5 die fünf Grundeigenschaften oder Kategoreme, nämlich 1, die Quantität, 2, die Inhärenz, 3, die Relation, 4, die Qualität, 5, die Modalität, sodass jedes der aus der Durchdringung dieser fünf Prinzipien und Eigenschaften sich ergebenden 25 Felder durch die korrespondirende Doppelnummer irgend eine Eigenschaft unter der Herrschaft eines Prinzipes, z. B. das Feld III, 2 die Inhärenz (2) unter dem Neutralitätsprinzipe III darstellt.

		Grundprinzip					
		I Primitivität mit einer Hauptstufe	II Kontrarietät mit zwei Hauptstufen	III Neutralität mit drei Hauptstufen	IV Heterogenität mit vier Hauptstufen	V Alienität mit fünf Hauptstufen	
Grundeigenschaft	1. Quantität	I, 1	II, 1	III, 1	IV, 1	V, 1	Grundoperation 1
	2. Inhärenz	I, 2	II, 2	III, 2	IV, 2	V, 2	Grundoperation 2
	3. Relation	I, 3	II, 3	III, 3	IV, 3	V, 3	Grundoperation 3
	4. Qualität	I, 4	II, 4	III, 4	IV, 4	V, 4	Grundoperation 4
	5. Modalität	I, 5	II, 5	III, 5	IV, 5	V, 5	Grundoperation 5
		Prinzipaloperation I	Prinzipaloperation II	Prinzipaloperation III	Prinzipaloperation IV	Prinzipaloperation V	

Verfolgt man die Felder einer Horizontalreihe, z. B. die der zweiten Reihe; so zeigen dieselben die Veränderungen einunddderselben Grundeigenschaft 2 unter den verschiedenen Prinzipien, also die zweite Metabolie oder die zweite Grundoperation in ihrer verallgemeinerten Bedeutung. Verfolgt man dagegen die Felder einer Vertikalspalte, z. B. die der zweiten Spalte; so zeigen dieselben die Veränderungen, welche die verschiedenen Grundeigenschaften unter einunddemselben Grundprinzipe II erleiden, also das Wesen eines bestimmten Grundprinzipes in den verschiedenen Grundeigenschaften, sowie auch die Veränderungen der Grössen a, b, φ, m, p, welche die verschiedenen Grundeigenschaften vertreten, nach dem Grundgesetze 2, mithin die Prinzipaloperation II, welche die zweite Apobase liefert.

Beispielsweise bedeutet die Horizontalreihe 2 für die Geometrie Veränderung des Ortes oder Fortschritt, liefert also die der arithmetischen Addition entsprechende zweite Grundoperation, die Verschiebung, Verrückung oder den Fortschritt einer Grösse nach den verschiedenen Spezialitäten, welche für diese Grundoperation in Betracht kommen: insbesondere entspricht das erste Feld I, 2 dem primitiven Fortschritte oder der Vergrösserung der Entfernung, das zweite Feld II, 2 dem Fortschritte nach vorn und nach hinten oder dem positiven und dem negativen Fortschritte (der Addition und Subtraktion), das dritte Feld III, 2 entspricht dem reellen, dem imaginären und dem überimaginären Fortschritte oder dem Fortschritte in der Vorderrichtung, in der Seiten-

richtung und in der Höhenrichtung, das vierte Feld IV, 2 dem punktuellen, dem linearen, dem superfiziellen und dem kubischen Fortschritte oder dem Fortschritte nach keiner, nach einer, nach zwei und nach drei Seiten, das fünfte Feld V, 2 dem konstanten Stillstande, dem geraden (einförmigen), dem kreisförmigen (gleichförmigen), dem schraubenförmigen (gleichmässig abweichenden) und dem logarithmisch steigenden Fortschritte. Dagegen zeigen die Felder der zweiten Vertikalspalte als Spezialitäten der zweiten Prinzipaloperation die Veränderungen, welche die verschiedenen Grundeigenschaften einer Grösse unter dem zweiten Grundprinzipe, der Kontrarietät, erleiden, nämlich das Feld II, 1 die Vergrösserung und Verkleinerung der Quantität oder die Verlängerung und Verkürzung, das Feld II, 2 die Vergrösserung und Verkleinerung des Abstandes oder die Verschiebung nach vorn und nach hinten, das Feld II, 3 die Vergrösserung und Verkleinerung des Winkels oder die Drehung nach rechts und nach links, das Feld II, 4 die Vergrösserung und Verkleinerung der Zahl der Dimensionen oder die Expansion des Grenzelementes und die Kontraktion auf das Grenzelement, das Feld II, 5 die Vergrösserung und Verkleinerung des Krümmungshalbmessers oder die konvexe und die konkave Biegung.

In einer Horizontalreihe bleibt eine Grundoperation konstant, und es variirt nur bei dem Übergange von dem einen Felde zum anderen und in den jedem einzelnen Felde angehörigen Stufen ein Bestimmungsstück dieser Operation, welches den Operator ausmacht: so bleibt in der Horizontalreihe 2 der Fortschritt (die Addition) die konstante Grundoperation, und die einzelnen Felder und Stufen eines Feldes bezeichnen nur Fortschritte nach verschiedenen Fortschrittsoperatoren. In einer Vertikalspalte hingegen bleibt ein Grundprinzip konstant, und es variirt bei dem Übergange von dem einen Felde zum anderen und in den jedem einzelnen Felde angehörigen Stufen die Grundoperation: so geht in der Vertikalspalte II die Vergrösserung der Quantität erst in Vergrösserung des Abstandes, sodann in Vergrösserung des Winkels, darauf in Vergrösserung der Dimensität und endlich in Vergrösserung des Krümmungshalbmessers, also Vergrösserung (Numeration) erst in Fortschritt (Addition), dann in Drehung (Multiplikation), darauf in Dimensionirung (Potenzirung) und zuletzt in Krümmung (Integration oder Formbildung) über. Indem in einer Vertikalspalte oder bei einer Prinzipaloperation die Grundoperation variirt, das Grundprinzip aber konstant bleibt (welches für die Spalte II das Kontrarietätsprinzip, ein Prozess in zwei entgegengesetzten Richtungen, ein direkter und ein indirekter Prozess ist), besteht die Änderung, welche der Operator erleidet, darin, dass derselbe bei unverändertem Grössenwerthe eine andere Bedeutung, nämlich die Bedeutung eines Operators einer anderen Grundoperation annimmt. So verwandelt sich beim Herabsteigen in der Spalte II ein Operator, welcher erst ein Numerator ist, in einen Augend, sodann in einen Multiplikator, darauf in einen Exponenten und schliesslich in einen Integrator oder Funktionator (resp. in einen Parameter einer Funktion).

Hieraus ergiebt sich die generelle Bedeutung der Grundoperation und der Prinzipaloperation durch folgende Definition. Die Grundoperation stellt aus einem gegebenen Operand a, einem gegebenen Operator b

nach einer gegebenen Operation $\llcorner\!\!\urcorner$ das Operat c, als Resultat dar: die Prinzipaloperation dagegen stellt aus einem gegebenen Operand a, einem gegebenen Operator b und einem gegebenen Operate c die Operation $\llcorner\!\!\urcorner$ oder das Gesetz her, welches, wenn der Operator b als Maass für die Ausübung dieses Gesetzes genommen wird, aus a die Grösse c zu erzeugen vermag.

Das erste Verfahren ist die Ausübung eines gegebenen Gesetzes oder die Herstellung von Resultaten eines Gesetzes; das zweite Verfahren ist die Herstellung eines Gesetzes aus Resultaten. Während das erste Verfahren unter der Herrschaft eines Gesetzes steht, steht das zweite unter der Herrschaft eines Prinzipes, liefert also die Erkenntniss eines gesetzlichen Zusammenhanges zwischen gegebenen, als Resultate dieses Gesetzes betrachteten Daten oder Thatsachen unter einem bestimmten Prinzipe.

Die Apobase ist der Ausdruck, die Formel für die durch eine Prinzipaloperation erlangte Erkenntniss. Nach den fünf Grundprinzipien giebt es fünf Apobasen oder fünf Prinzipalformen der Erkenntniss von Gesetzen, welche wir in den nächsten Paragraphen näher untersuchen werden.

Während in einer Grundoperation, d. h. bei der Operation nach einem konstant bleibenden Grundgesetze der Operator beliebig und stetig variirt werden kann oder der Übergang von einem Operator zu einem anderen einen stetigen Verlauf hat, beruht in einer Prinzipaloperation der Übergang von der einen Stufe zur anderen auf einem bestimmten diskreten Sprunge, indem die stetigen Übergänge zwischen zwei Grundoperationen und Grundeigenschaften, sowie zwischen zwei Prinzipaloperationen und Grundprinzipien nur eine ideelle, keine der äusseren Wirklichkeit entsprechende Bedeutung haben. Wenn also neben dem Operand a und dem Operate c der Operator b fest gegeben ist, kann es nur eine bestimmte Operation $\llcorner\!\!\urcorner$ geben, durch welche c aus a und b hervorgeht. Im Allgemeinen würde also, wenn a, b, c beliebig gegeben sind, die gesuchte Operation an irgend eine Stelle eines jener diskreten Zwischenräume fallen, welche die Grund- und Prinzipaloperationen im Gesammtbereiche der Operationsgesetze voneinander trennen; die gesuchte Operation würde also im Allgemeinen nur eine ideelle, keine wirkliche Bedeutung haben. Ganz anders und für die äussere Wirklichkeit bedeutungsvoll gestaltet sich nun die Aufgabe der Prinzipaloperationen, wenn das Prinzip der Operation $\llcorner\!\!\urcorner$, also die Vertikalspalte I, II, III, IV oder V, in welcher operirt werden soll, sowie die Bedingung, dass unter diesem Prinzipe nur nach Grundgesetzen, also nur in den Feldern 1, 2, 3, 4 und 5 operirt werden soll, gegeben und demgemäss der Werth des Operators b für die einzelnen Felder 1, 2, 3, 4, 5 gesucht wird.

Hierdurch scheint sich die Prinzipaloperation auf eine indirekte Grundoperation zu reduziren, indem die Bestimmung des Operators b, welcher der Bedingung $a \llcorner\!\!\urcorner b = c$ genügt, durch einen Akt der umgekehrten Operation geschieht, wobei c der Operand und a der Operator ist. Die Sache gewinnt jedoch ein ganz verändertes Ansehen, sobald man die Voraussetzung macht, die Grösse c sei zwar gegeben, aber sie sei noch nicht bestimmt, d. h. sie sei als eine Thatsache, nicht aber als

ein bestimmtes Resultat bestimmter Grundoperationen gegeben. Denn in diesem Falle, wenn also die Grösse c noch nicht in das allgemeine Grössensystem eingereiht und als eine bestimmte Stufe der Grössenbildung nach Grundgesetzen erkannt ist, ist es unmöglich, dieselbe in Grundoperationen zu verflechten, mit ihr nach Grundgesetzen zu operiren, also die Gleichung $a \llcorner\!\!-\!\!\urcorner\, b = c$ für b aufzulösen.

Um dieser neuen Aufgabe zu genügen, muss mit der gegebenen Grösse c in einer geeigneten Weise und zwar dergestalt experimentirt werden, dass ihre Grundeigenschaften bekannt, resp. gemessen oder bestimmt werden. Dieses aber bedingt eine Behandlung nach Prinzipien, welche ein Gegenstand unserer späteren Untersuchungen sein wird (§. 534).

Unter dem Gesichtspunkte der eben erörterten Aufgabe ist der Fall von allgemeiner und prinzipieller Wichtigkeit, wo der Operand a als eine ein für alle Mal gegebene und bestimmte, resp. erkannte Grösse angesehen, wo insbesondere für a die Basis des betreffenden Grundgesetzes (also wenn es sich z. B. um mathematische Numeration handelt, die Einheit, wenn es sich um Fortschritt handelt, der Nullpunkt, wenn es sich um Drehung handelt, die Grundrichtung oder der Richtungskoeffizient $e^{0\sqrt{-1}} = +1$ u. s. w. angenommen wird). In diesem Falle wird der Operator b der Ausdruck für den Werth der betreffenden Grundeigenschaft der Grösse c, und die Prinzipaloperation gestaltet sich jetzt zu dem hochwichtigen Verfahren, die Grundeigenschaften b eines als Thatsache gegebenen Objektes c zu bestimmen oder zu erkennen.

Ist der Operand a nicht gerade die Basis eines Grundgesetzes, sondern ein gegebenes und bestimmtes Objekt; so lehrt die Prinzipaloperation die Beziehung des als Thatsache gegebenen Objektes c zu dem Objekte a kennen.

Die Apobase wird hiernach allgemein der Ausdruck für die Erkenntniss eines gegebenen Objektes.

Wenn in der Formel $a \llcorner\!\!-\!\!\urcorner\, b = c$ zwei von den drei Grössen a, b, c nicht bloss als Thatsachen, sondern als erkannte Thatsachen oder als Erkenntnisse gegeben sind; so lässt sich die dritte durch Grundoperationen bestimmen. Wenn also a und b die bestimmt gegebenen Grössen sind, findet sich durch direkte Prozesse die Grösse c als ein ebenfalls bestimmtes Resultat. Unter der Voraussetzung der bestimmten Erkenntniss der Grössen a und b liefert also die Apobase die Erkenntniss des Objektes c, welches durch die Grundeigenschaften der gegebenen Grössen a und b bestimmt ist. Nennen wir a und b die Prämissen der Prinzipaloperation; so findet sich bei der letzteren Voraussetzung durch die Prinzipaloperation das Resultat aus gegebenen Prämissen und die Apobase ist die Erkenntniss dieses Resultates aus gegebenen Prämissen. Wenn dagegen von den drei Grössen a, b, c nur die eine a bestimmt gegeben, eine andere c aber bloss als Thatsache gegeben ist; so liegt die generelle Aufgabe vor, zu einem thatsächlichen Resultate die Prämissen zu finden und, indem man für a die festen Basen der Grundgesetze annimmt, die spezielle Aufgabe, die Grundeigenschaften b eines als Thatsache gegebenen Objektes zu finden.

In den nächsten Paragraphen beschäftigen wir uns mit der ersten Aufgabe, nämlich der Herstellung von Erkenntnissen aus bestimmt ge-

gebenen Prämissen, einer Aufgabe, welche durch Grundoperationen direkt gelös't werden kann; erst nachdem Diess geschehen, gehen wir in §. 534 zu der zweiten Aufgabe, der Erkenntniss der Thatsachen oder der Herstellung der Prämissen zu thatsächlich gegebenen Dingen über. Vorläufig geben wir noch folgende allgemeine Charakteristik der Grund- und der Prinzipaloperationen.

Die Ausübung einer Grundoperation ist ein Herstellen, Darstellen, überhaupt ein Verändern nach Gesetzen, die Ausübung einer Prinzipaloperation ist ein Bestimmen, Konstatiren, Feststellen nach Prinzipien. Während der Operator b einer Grundoperation die mit dem Operand a vorzunehmende Veränderung bezeichnet, konstatirt der Operator b einer Prinzipaloperation das Vorhandensein eines Operators und die Apobase konstatirt das Ergebniss des Vorhandenseins des Prinzipaloperands a und des Prinzipaloperators b, welche wir die erste und die zweite Prämisse der Apobase nennen.

Jede Prinzipaloperation und demnach jede Apobase setzt zwischen den beiden Prämissen a und b eine gewisse Gemeinsamkeit oder Übereinstimmung oder Identität voraus. Das Wesen dieses Gemeinsamen zwischen a und b charakterisirt das Wesen der Apobase, nämlich das Grundprinzip, auf welchem sie beruht oder welches in der betreffenden Vertikalspalte der Tabelle auf S. 369 herrscht. Aus den fünf Grundprinzipien entspringen fünf Apobasen. Die Grundeigenschaft aber, auf welche eine Apobase angewandt wird und deren Werth das eigentlich Veränderliche in der Operation, also Dasjenige ist, mit welchem operirt wird, bestimmt in jeder Apobase eine Hauptklasse, die fünf Grundeigenschaften bedingen also eine Zerlegung jeder Apobase in fünf Klassen, welche den fünf Feldern der betreffenden Vertikalspalte der eben genannten Tabelle entsprechen. Selbstredend kann jede Klasse nach den unter der Oberherrschaft des Kardinalprinzipes bestehenden Modifikationen einer jeden Grundeigenschaft eine weitere Untereintheilung erleiden, welche ganz und gar den Stufen des Kardinalprinzipes folgt.

Die fünf Apobasen kennzeichnen sich nun nach dem in ihnen herrschenden Grundprinzipe oder nach dem Wesen der zwischen der ersten und der zweiten Prämisse bestehenden Gemeinsamkeit folgendermaassen.

Die erste Apobase konstatirt eine Übereinstimmung des Umfanges von a und b oder eine quantitative Übereinstimmung. Sie setzt voraus, dass zwei Objekte sich decken oder dass sie eine gemeinschaftliche Grenze haben oder dass die Grenze des einen auch die Grenze des anderen sei. Diess ist eine Übereinstimmung unter dem Primitivitätsprinzipe I oder eine Übereinstimmung in primitiven oder absoluten Werthen. Jenachdem die Deckung eine Quantität, einen Abstand, einen Winkel, eine Dimensität oder eine Form betrifft, erhält man die erste, zweite, dritte, vierte, fünfte Hauptklasse der ersten Apobase. Für die mathematische Anschauung des Raumes konstatirt also die erste Klasse dieser Apobase eine Übereinstimmung der Grösse des räumlichen Inhalts, z. B. einer Länge, die zweite Klasse eine Übereinstimmung der Grösse einer Entfernung, die dritte Klasse die Übereinstimmung der Grösse eines Winkels,

die vierte Klasse die Übereinstimmung der Zahl von Dimensionen, die fünfte Klasse die Übereinstimmung der Grösse eines Krümmungshalbmessers.

Die zweite Apobase konstatirt eine Übereinstimmung des Ortes von a und b oder eine Begegnung, ein Treffen (Zusammentreffen, Schneiden), eine Verbindung im gemeinschaftlichen Orte. Sie setzt voraus, dass zwei Objekte einen Ort oder einen Abstand miteinander gemein haben, dass also das Ende des einen der Anfang des anderen, auch, je nach der Richtung von a und b der Anfang des einen ein Anfang des anderen, allgemein aber ein Ort des einen ein Ort des anderen oder ein Zustand des einen ein Zustand des anderen sei. Diess ist eine Übereinstimmung unter dem Kontrarietätsprinzipe II, welches auf der Gemeinsamkeit des Nullpunktes für das Positive und Negative beruht. Jenachdem die Ortsgemeinschaft eine Quantität, einen Abstand, einen Winkel, eine Dimensität oder eine Form betrifft, erhält man die erste, zweite, dritte, vierte und fünfte Hauptklasse der zweiten Apobase. Für die Geometrie konstatirt also die erste Klasse dieser Apobase die Übereinstimmung eines Theiles von a mit einem Theile von b oder die Übereinstimmung zweier Quantitäten in einem gemeinschaftlichen Theile, die zweite Klasse die Übereinstimmung eines Ortes von a mit einem Orte von b oder die Übereinstimmung zweier Fortschrittsgrössen in einem gemeinschaftlichen Orte oder zweier Reihen in einem gemeinschaftlichen Fortschrittsstadium, die dritte Klasse die Übereinstimmung zweier Winkel oder Drehungen in einem gemeinschaftlichen Stadium oder in einer gemeinschaftlichen Richtung, sodass der zweite Schenkel des einen Winkels der erste Schenkel des anderen oder überhaupt ein Schenkel des einen ein Schenkel des anderen ist; die vierte Klasse konstatirt die Übereinstimmung zweier Dimensitäten in einer gemeinschaftlichen Stufe oder die Verschmelzung zweier Grade, die fünfte Klasse die Übereinstimmung zweier Krümmungen, als Resultate eines Biegungsprozesses, in einem gemeinschaftlichen Stadium oder der Verbindung der Längen zweier Krümmungshalbmesser.

Die dritte Apobase konstatirt eine Übereinstimmung der Wirkung oder Relation, nämlich eine Gemeinschaft in der Wirkung von a und in der Wirkung von b, also eine Übereinstimmung durch Vermittlung oder durch Begründung, indem die Gemeinschaftlichkeit in den Wirkungen von a und b eine Vermittlung für das in der Apobase konstatirte Resultat oder die Begründung dieses Resultates ist. Indem eine Wirkung x von a die Ursache von b ist, konstatirt diese Apobase die Relation von a und b durch Vermittlung des gemeinschaftlichen Kausalitätseffektes x; sie konstatirt also eine Kausalitätsgemeinschaft. Diese Apobase steht unter der Herrschaft des Neutralitätsprinzipes III, weil eben das Neutrale, als Seitenabweichung, der Vermittler im Kausalitätsgesetze (die rechtwinklige Abweichung der Vermittler bei der Drehung, das Imaginäre der Vermittler bei der Multiplikation mit Richtungskoeffizienten) ist, während zugleich die neutrale Drehungs- oder Kausalitätsaxe die Kausalität begründet. Jenachdem die Vermittlung sich auf Quantitäten, Örter, Richtungen, Dimensitäten und Formen bezieht, ergeben sich die fünf Hauptklassen dieser Apobase. So ergiebt sich für Raumgrössen aus der Thatsache, dass eine Linie a eine gewisse Länge x hat und aus der Thatsache, dass eine andere Linie b ebenfalls die Länge x hat, das

Resultat, dass die Linien a und b gleiche Längen haben, durch die Vermittlung der Grösse x als eine Apobase der ersten Klasse, nämlich als eine Quantitätsapobase. Wenn z. B. in Fig. 1118 C und D zwei Punkte der Linie $AB = x$ sind und man setzt $AD = a$, $DB = b$, $AC = c$, $CD = d$; so stellt $a + b = x$ die erste, $c + d = x$ die zweite Prämisse, $a + b = c + d$ aber das Resultat einer Quantitätsapobase, nämlich das durch die Übereinstimmung des Numerationseffektes $a + b$ mit dem Numerationseffekte $c + d$ vermittelte und begründete Resultat dar. Für Fortschrittsgrössen begründet die Hinführung des Weges von einem Punkte A nach einem anderen Punkte B über einen dritten Punkt C die Bestimmung des direkten Weges von A nach C, liefert also eine Apobase der zweiten Klasse. So führt z. B. in Fig. 1119 der Weg $AB = (a)$ von A nach B, vom Punkte B führt der Weg $BC = (b)$ nach C; demgemäss führt der direkte Weg $AC = (c)$ von A nach einem Punkte C, zu welchem man auch auf einem über den Punkt B führenden Wege oder durch Vermittlung des Punktes B gelangt, indem man also $(a) = x$ und $x + (b) = (c)$ hat, ergiebt sich als Apobase das Resultat $(c) \doteq (a) + (b)$, welches den Werth des direkten Weges AC durch den Umweg ABC über B begründet. Sobald an die Stelle der Summanden des ersten Beispiels oder an die Stelle der Glieder des zweiten Beispiels Faktoren (oder auch Richtungskoeffizienten) treten, ergiebt sich eine Apobase dritter Klasse. So begründet z. B. die Übereinstimmung des Faktors x in den beiden Verhältnissen $ax = b$ und $cx = d$ oder in $\frac{b}{a} = x$ und $\frac{d}{c} = x$ das Verhältniss $ad = bc$. Treten Exponenten oder Funktionatoren (z. B. Parameter, Krümmungshalbmesser) an die Stelle dieser Faktoren; so ergiebt sich resp. die vierte oder fünfte Klasse von Apobasen.

Die vierte Apobase konstatirt eine Qualitätsgemeinschaft, eine Erkenntniss, dass die Qualität des einen Objektes die Qualität des Grenzelementes oder des erzeugenden Elementes des anderen Objektes ist, sodass das zweite eine Gattung oder eine Gesammtheit oder überhaupt eine auf Qualitätsveränderung (Dimensionirung, Generalisation, Abstraktion) beruhende Qualitätsstufe des ersten ist. So steht z. B. eine Linie mit einer von ihr beschriebenen Fläche in der Qualitätsgemeinschaft ersten Grades und mit einem von ihr beschriebenen Körper in der Qualitätsgemeinschaft zweiten Grades. Die vierte Apobase wird vom Heterogenitätsprinzipe IV beherrscht, indem das Heterogene den Austritt aus der gegebenen Qualität in das Bereich einer anderen Qualität ermöglicht, also die Qualitätserhöhung bedingt. Indem die Qualitätsgemeinschaft auf den quantitativen Inhalt, den Ort, die Richtung, die Dimension oder die Form bezogen wird, erhält man die fünf Klassen dieser Apobase.

Die fünfte Apobase konstatirt eine Konditionalitätsgemeinschaft, indem sie zeigt, dass das erste Objekt eine Bedingung für das zweite ist oder dass das zweite von dem ersten abhängt, dass also das erste Objekt, welches eine Funktion oder eine Abhängigkeit von gewissen Bestimmungsstücken oder von gewissen Bedingungen a, b, c darstellt, zugleich ein Bestimmungsstück oder eine Bedingung für diejenige Funktion wird, welche das zweite Objekt darstellt. Diese Apobase steht unter der

Herrschaft des Alienitätsprinzipes V, indem das Aliene den Übergang von der einen Formstufe auf eine andere oder von der Konditionalität der einen Ordnung zu der Konditionalität einer anderen Ordnung bedingt. Jenachdem die Konditionalitätsgemeinschaft auf einen quantitativen Inhalt, auf einen Ort, eine Richtung, eine Dimensität oder eine Form bezogen wird, stellen sich die fünf Klassen dieser Apobase heraus.

Wir schliessen diese generelle Charakteristik mit der Bemerkung, dass die auf Grundgesetzen beruhenden Grundoperationen das spezifische Werkzeug der Mathematik, die auf Grundprinzipien beruhenden Prinzipaloperationen und Apobasen dagegen das spezifische Werkzeug der Logik sind.

§. 499.

Die Definition, als erste Apobase.

Die erste logische Apobase ist die Definition. Sie verlangt die Werthbestimmung eines Objektes unter dem Primitivitätsprinzipe oder die Feststellung seiner Bedeutung. Wenn wir uns eine mathematische Grösse $((a))$ durch den im vorgehenden Paragraphen gebrauchten Ausdruck

$$((a)) = {}_{,,}(b)_{,,} + \alpha e^{\varphi\sqrt{-1}} \lambda^m F(p, x)$$

dargestellt denken, worin α, b, φ, m, p als absolute Vielheiten vorausgesetzt werden; so kömmt es bei der Werthbestimmung des Objektes $((a))$ darauf an, die Werthe von α, b, φ, m, p zu messen, um dadurch den Inhalt oder die Quantität α, den Ort $_{,,}b_{,,}$, die Richtung $e^{\varphi\sqrt{-1}}$, die Qualität λ^m und die Form $F(p, x)$ zu bestimmen: die zu messenden Grössen sind ein Inhalt, ein Abstand, ein Winkel, eine Dimension und ein Parameter; es handelt sich aber stets um die Bestimmung absoluter Quantitäten, also arithmetisch um eine Messung und geometrisch um eine Begrenzung. Das Nämliche findet auch dann noch statt, wenn die Grössen wie b oder φ nicht mehr einfach sind, wenn z. B. b als eine komplexe Grösse $b' + b''\sqrt{-1}$ oder der Richtungskoeffizient in der Form $e^{\varphi'\sqrt{-1}} e^{\varphi''\sqrt{-1}}$ erscheint, indem alsdann b', b'', φ', φ'' die zu messenden absoluten Vielheitsgrössen sind. Auch wenn die Grösse $((a))$ als eine aus mehreren Grundprozessen zusammengesetzte auftritt, handelt es sich bei der Werthbestimmung der einzelnen Glieder oder Bestandtheile immer nur um die quantitative Messung von Vielheitsgrössen.

Die Konstatirung eines absoluten Werthes durch arithmetische Bestimmung oder Messung und geometrisch durch Begrenzung ist Deckung und dieser Ausdruck kann auch für die logische Bestimmung einer absoluten Begriffsweite oder einer Bedeutung gebraucht werden. Demzufolge ist Definition die Erkenntniss einer Übereinstimmung durch Deckung oder Grenzgemeinschaft; sie ist eine Erkenntniss unter dem Primitivitätsprinzipe.

Die Prämissen einer Definition sind die Merkmale. Bei der einfachen Definition ist die erste Prämisse, welche die Rolle eines Prinzipaloperands spielt, der der mathematischen Einheit entsprechende Begriff, also ein Etwas, eine Substanz, ein Ausgangsbegriff, welcher der Definition zur Basis dient; die zweite Prämisse, der eigentliche Prinzipaloperator,

ist ein einfaches Merkmal, welches diejenige Partikularität des Operands deckt, die durch die Definition festgestellt werden soll. Bei der zusammengesetzten Definition sind mehrere Merkmale gegeben; der zu definirende Begriff ist diejenige Substanz, welche durch die Merkmale gemeinschaftlich gedeckt wird.

Die Definition zerfällt, jenachdem es sich um die Feststellung der Bedeutung einer Begriffsweite, einer Beschaffenheit, einer Relation, einer Qualität oder einer Modalität handelt, in die fünf Hauptklassen, nämlich in Quantitäts-, Inhärenz-, Relations-, Qualitäts- und Modalitätsdefinitionen. Die hierzu dienenden Merkmale können ebenso, nämlich als Quantitäts-, Inhärenz- u. s. w. Merkmale bezeichnet werden. Der Definitionsprozess ist in allen Fällen prinzipiell derselbe, nämlich ein Deckungsprozess, welcher konstatirt, dass ein Objekt c der durch die Merkmale b gemeinschaftlich gedeckten Substanz kongruent sei, mag nun dieses Objekt eine Weite, eine Beschaffenheit, eine Relation oder ein anderes Kategorem darstellen. Die vollständige Definition eines Objektes umfasst alle fünf Hauptdefinitionen, sie erfordert die Definition aller fünf Grundeigenschaften dieses Objektes, also der Merkmale aller fünf Grundeigenschaften. So wird auch mathematisch eine Grösse, z. B. ein Kreisbogen vollständig dadurch definirt, dass seine Qualität durch die Dimensität 1, ferner seine Form durch die Länge seines Radius, ferner seine Quantität durch seine Länge, ferner sein Ort durch den Abstand seines Anfangspunktes und endlich seine Richtung oder Stellung durch die Richtung der Tangente seines Anfangspunktes bestimmt wird.

Für das Gebiet irgend einer Grundeigenschaft begrenzt ein Merkmal in einer universellen Gattung ein partikulares Bereich von Fällen, dem der gegebene Begriff angehört. Ein zweites Merkmal bezeichnet, indem es einen Theil des ersten begrenzt, eine Partikularität desselben. Ein drittes Merkmal grenzt von dieser Partikularität eine noch engere ab u. s. w. So erscheint in Fig. 1120 der Begriff bcd durch die vier Merkmale A, B, C, D definirt. Dieser Begriff stellt die quantitative Gemeinschaft dieser Merkmale dar.

Die Definition eines Begriffes erfordert die Angabe seiner wesentlichen Merkmale und zwar aller seiner wesentlichen Merkmale. Unwesentliche oder zufällige Merkmale reichen, wie wir weiter unten deutlicher zeigen werden, zu der vollständigen Definition eines Begriffes nicht aus. Wesentlich sind diejenigen Merkmale, welche in ihrer Gesammtheit den damit definirten Begriff von jedem anderen unterscheiden oder vielmehr, welche den Begriff als eine bestimmte Substanz im Gebiete des Seins abgrenzen. Ein einzelnes wesentliches Merkmal braucht darum dem Begriffe A nicht ausschliesslich zuzukommen: dasselbe kann sehr wohl auch ein wesentliches Merkmal eines anderen Begriffes sein. Wohl aber kann man behaupten, dass die Gesammtheit der wesentlichen Merkmale eines Begriffes diesem Begriffe ausschliesslich zukomme.

Wir haben schon früher (§. 484 und 485) hervorgehoben, dass das Wesentliche nichts absolut Bestimmtes ist, sondern seine Bedeutung je nach dem Standpunkte ändert, von welchem aus wir das Objekt betrachten. In der That, ändern sich mit dem Wechsel unseres Standpunktes der Nullpunkt, die Grundaxe und alle Basen des Begriffsgebietes,

in welchem wir einen Begriff zu definiren beabsichtigen, und diese Änderung ist mit der Änderung der wesentlichen Merkmale jedes Objektes gleichbedeutend. Ausserdem aber sind wir unbehindert, den gegebenen Begriff A auf beliebige andere gegebene Nebenbegriffe B zu beziehen, und diese Beziehungen, welche nun nicht von den absoluten Basen des Begriffssystems, sondern von gewissen anderen Objekten B abhängig werden, als wesentliche Merkmale von A aufzufassen, insofern diese Beziehungen eine ausschliessliche Bedeutung für A haben. Letzteres läuft offenbar darauf hinaus, die Nebenbegriffe B zu den wesentlichen Merkmalen von A zu zählen oder auch, gewissen Merkmalen von A die Bedeutung selbstständiger Objekte B zu ertheilen.

Ehe wir die bei der Definition zu vollführenden Operationen im Speziellen besprechen, haben wir hinsichtlich des sprachlichen Ausdruckes einer Definition zu bemerken, dass in der gewöhnlichen Sprache des Lebens beim Gebrauche eines einfachen Wortes oder Namens vorausgesetzt wird, die Definition des darunter verstandenen Begriffes sei bereits gegeben oder bekannt, oder dieser einfache Name enthalte selbst die Definition. Demzufolge involvirt jedes Wort, wenn das damit gemeinte Objekt als bekannt vorausgesetzt wird, seine Definition. Zu unmittelbarer Definition eines Begriffes können demnach als Merkmale nur bekannte Wörter, resp. bekannte oder bereits definirte Begriffe, nämlich nur solche zugelassen werden, deren Bedeutung bekannt ist.

Aus Vorstehendem geht hervor, dass es eine gewisse Menge absolut einfacher Begriffe geben muss, welche, indem sie völlig evident sind, keiner weiteren Definition bedürftig und fähig sind und insofern die Grundlagen aller Definitionen bilden. Diess sind die Grund- oder Stammbegriffe (Kategoreme). Wenngleich nun alle übrigen Begriffe eine Definition bedürfen und zulassen; so wird dieselbe doch in den meisten Fällen nicht ausgesprochen, sondern als bekannt vorausgesetzt, und hierin liegt der Grund, dass der Mensch in seiner Rede eine unzählige Menge von Wörtern für Begriffe gebraucht, von welchen er meint, dass ihre Bedeutung ihm und Anderen genau bekannt sei, oder dass eine Definition davon bereits bestehe und darum zu geben überflüssig sei. In dieser Meinung werden eine Menge von Wörtern gebraucht, ohne dass sich damit eine genaue, konstante, allgemein angenommene Vorstellung verknüpfte. So betrachten wir z. B. in einer Erzählung alle darin vorkommenden Wörter, wie etwa Baum, Pferd, Hoffnung, grün, schlafen u. s. w. als einfache Begriffe, deren Bedeutung entweder bekannt ist oder die sich durch sich selbst definiren.

Die Definition eines zusammengesetzten Begriffes vollzieht sich linguistisch durch die entsprechende Wortverbindung. Dieselbe entspricht genau dem mathematischen Ausdrucke (Formel), welcher eine Grösse darstellt. Für die Definition ist die spezielle Form der Wortverbindung oder des Satzes gleichgültig: es können sehr mannichfaltige Formen gebraucht werden, um dieselbe Definition auszudrücken. So enthalten die Worte Reitpferd, oder Pferd zum reiten, oder zum reiten dienendes Pferd, oder das Pferd, welches geritten wird, dieselbe Definition eines Objektes durch zwei Begriffe, nämlich Pferd und reiten. Der Sinn dieser Definition ist der, dass wenn in Fig. 1120 die Figur B das Sein des

Pferdes und die Figur C das Sein im reiten, nämlich den Inbegriff aller möglichen Fälle, welche resp. dem Merkmale des Pferdes und dem Merkmale des Seins im Zustande des Reitens, darstellt, das zu definirende Sein des Reitpferdes diejenige Partikularität $abcd$ von B ist, welche durch C begrenzt wird, oder auch derjenige Begriff $abcd$, welcher durch B und C gemeinschaftlich begrenzt ist oder diejenige Quantität $abcd$, worin die beiden Begriffe B und C identisch sind.

Bedeutet die Figur D das Sein im Alter; so ist durch die drei Merkmale B, C, D der Begriff bcd des alten Reitpferdes, als die von jenen drei Merkmalen gemeinschaftlich begrenzte Quantität definirt.

Häufig wird die Definition nicht direkt gegeben, sondern es wird ein Prozess angegeben, welcher die Definition implizirt, oder aus welcher dieselbe durch leichte Hülfsakte erkannt werden kann. Einer der gewöhnlichen Hülfsakte ist das Urtheil, z. B. das Pferd dient zum reiten, oder der Engländer ist ein Europäer, oder der Baum ist grün u. s. w. Urtheilen ist ein ganz anderer Prozess als definiren: wir werden denselben erst später erörtern; hier erwähnen wir desselben nur insoweit, als er ein Hülfsmittel zur Definition ist. Um indessen die prinzipielle Verschiedenheit beider Prozesse deutlicher zu machen, bemerken wir, dass ein definirtes und dadurch in seinem Verhältnisse zu allen übrigen Objekten festgestelltes Objekt in mancherlei Beziehungen zu gewissen gegebenen Objekten stehen kann, welche die besonderen Eigenschaften dieses Objektes ausmachen. Wenn wir eine geometrische Linie bestimmt haben, kann es sich finden, dass sie auf einer anderen gegebenen Linie senkrecht steht oder von einer anderen Linie geschnitten wird oder mit ihr parallel läuft u. s. w. Alle letzteren Eigenschaften bilden offenbar keinen Gegenstand der Werthbestimmung oder Messung jener Linie: es leuchtet aber ein, dass diese Werthbestimmung unter Umständen aus solchen Eigenschaften gefolgert werden kann. Bei der Beurtheilung eines definirten Objektes decken wir seine verschiedenen Eigenschaften auf und demzufolge können wir auch, umgekehrt, durch Urtheile über das Objekt seinen Werth bestimmen, seine Bedeutung feststellen oder dasselbe definiren, insofern wir seine wesentlichen Merkmale wie Eigenschaften behandeln und dieselben von ihm aussagen.

In allen Fällen liegt das Prinzip der Definition in der Quantitätsbestimmung oder in der Erkenntniss einer Identität unter dem Quantitätsgesetze. Nicht bloss die Weite, sondern auch die Inhärenz (Beschaffenheit), die Relation, die Qualität und die Modalität des zu definirenden Objektes werden quantitativ bestimmt, d. h. es werden diejenigen Begriffe begrenzt, welche die Weite, welche die Eigenschaft, welche die Relation, welche die Qualität und welche die Modalität bestimmen. Es wird also immer mit Quantitäten, nicht mit Beschaffenheiten oder Eigenschaften, nicht mit Relationen oder Kausalitäten und Wirkungen, nicht mit Qualitäten, nicht mit Modalitäten definirt; es wird immer die Quantität oder Bedeutung eines Begriffes festgestellt, mag sich dieser Begriff nun unmittelbar auf die Weite oder auf die Beschaffenheit oder auf die Relation oder auf die Qualität oder auf die Modalität des Objektes beziehen. Um z. B. den Menschen als einen Erdenbewohner zu definiren, können wir das Merkmal Geschöpf durch das Merkmal des Seins auf der Erde

partikularisiren und dadurch den Menschen als die gemeinschaftliche Quantität $abcd$ jener beiden Quantitätsmerkmale darstellen, was mit den Worten geschieht, der Mensch, als Erdenbewohner, oder auch der Mensch, welcher die Erde bewohnt. Drückten wir das Sein auf der Erde, welches ein Quantitätsmerkmal ist, durch die Worte aus, der die Erde bewohnende Mensch; so haben wir dem logischen Sinne nach das Quantitätsmerkmal in ein Inhärenzmerkmal verwandelt, wir haben von dem Menschen eine gewisse Eigenschaft prädizirt, was der geometrischen Vorstellung der Verschiebung des Objektes Mensch an einen bestimmten Ort oder in einen bestimmten Abstand entspricht. In diesem Ausspruche liegt aber keine eigentliche Definition, sondern eine Beurtheilung des Menschen: denn das Prädikat, die Erde bewohnend, sobald dasselbe als wirkliches Prädikat und nach der logischen Bedeutung eines Prädikates aufgefasst wird, führt uns eine Eigenschaft vor, welche dem Objekte inhärirt, weil es Mensch, also schon als Mensch definirt ist. Sobald man jenem Prädikate den Sinn der Definition beilegen will, hört es auf Prädikat oder Inhärenzmerkmal zu sein und wird Quantitätsmerkmal, partikularisirt also den generelleren Begriff Mensch.

Ebenso wenig können wir den Menschen durch eine Kausalität definiren, indem wir sagen, der Mensch bewohnt die Erde. Das Bewohnen der Erde ist in diesem Ausdrucke eine Wirkung des Menschen, welche ihm nach dem Kausalitätsgesetze zukömmt, wenn er das bereits richtig definirte Geschöpf ist. Sollte der Ausdruck nicht kausativ, sondern als Definition verstanden werden; so handelt es sich nicht mehr um ein Relationsmerkmal, sondern lediglich um ein Quantitätsmerkmal, indem dann der Zusatz „bewohnt die Erde“ die Bedeutung hat „ist ein Erdenbewohner“, wodurch der generelle Begriff Geschöpf partikularisirt wird.

Selbstredend kann und muss die Beschaffenheit, die Relation, die Qualität und die Modalität eines Begriffes ebensogut definirt werden, wie seine Weite (die Grössen b, φ, m, p bedürfen ebensogut ihrer Festsetzung wie die Grösse a); allein immer geschieht die Definition durch Quantitätsmerkmale (welche die Grössen b, φ, m, p in derselben Weise wie die Grösse a quantitativ messen). Bei der Definition einer Beschaffenheit wird also eine Eigenschaft, bei der Definition einer Relation wird die Kausalität durch Quantitätsmerkmale (welche sich resp. auf den Abstand b oder auf den Winkel φ beziehen) vollführt. Um also irgend eine Eigenschaft des Menschen, z. B. den Begriff vernünftig in dem Satze „der vernünftige Mensch“ zu definiren, wird diese Eigenschaft, nämlich die Vernünftigkeit, wie eine Quantität behandelt und gerade so definirt, wie jeder andere Quantitätsbegriff, Alles unter dem Vorbehalte, dass das Resultat der Definitionsoperationen schliesslich nicht auf den Begriff des Menschen schlechthin, sondern auf seine Eigenschaften b, nämlich auf einen Begriff bezogen werden sollen, welche nicht den Menschen selbst, sondern eine seiner Eigenschaften bedeutet.

Soll eine Relation des Menschen, z. B. die Fähigkeit der Sprache in dem Satze „der Mensch spricht“, oder seine Wirkung auf andere Objekte in dem Satze „der Mensch hofft auf ein Jenseits“ oder sein Verhältniss zu anderen Dingen in dem Satze „der Mensch, ein Freund

der Tugend" oder in dem obigen Satze „der Mensch bewohnt die Erde" definirt werden; so handelt es sich um die quantitative Feststellung (die Ermittlung der Bedeutung) der Sprache, der Hoffnung, der Freundschaft, des Bewohnens unter dem Vorbehalte, die Bedeutung dieser Begriffe schliesslich auf die Kausalität φ des Menschen zu übertragen. Die Objekte, auf welche sich die zu definirenden Kausalitäten beziehen, auf welche also das Subjekt wirkt, das Jenseits, die Tugend, die Erde, spielen jetzt die Rolle der vorhin erwähnten Nebenbegriffe, welche zur Definition des Hauptbegriffes wesentlich sind, weil sie mit diesem in einer unveränderlichen, ausschliesslichen Beziehung stehen.

Bei den Qualitätsdefinitionen handelt es sich lediglich um vier mögliche Fälle, nämlich darum, ob das Objekt einen Zustand, ein Individuum, eine Gattung oder eine Gesammtheit bedeute (ob $m = 0, 1, 2$ oder 3 sei). Bei der Messung des einen Objektes durch ein anderes stellt sich dann heraus, ob das eine Objekt mit dem anderen Objekte keine, eine, zwei oder drei Dimensionen gemein habe, resp. ob es eine geringere oder eine gleiche oder eine grössere Zahl von Dimensionen habe. Bei gleicher Dimensität sind die beiden Objekte zugleich wirklich oder zugleich möglich oder zugleich nothwendig. Bei ungleicher Dimensität ist das eine möglich, wenn das andere wirklich ist, oder es ist nothwendig, wenn das andere wirklich ist. Die Qualitätsdefinitionen betreffen daher im Wesentlichen die Möglichkeit, die Wirklichkeit oder die Nothwendigkeit der Existenz des Objektes.

Bei den Modalitätsdefinitionen ist eine Bedingung oder ein Abhängigkeitsgesetz festzustellen; es ist also (durch Messung des Parameters p) zu ermitteln, ob das Objekt konstant (z. B. ein konkreter Fall), ob es ein einförmiger variabeler Begriff (z. B. ein Individuum), ob es gleichförmig variabeler Begriff (z. B. eine sukzessiv auf verschiedene Objekte übergehende Thätigkeit) u. s. w. ist. Immer handelt es sich um die Feststellung der Bedeutung eines Begriffes durch Quantitätsmerkmale, welche schliesslich auf die Bestimmungsstücke eines Abhängigkeits- oder Modalitätsgesetzes übertragen werden. Ein Merkmal, welches von jeder Bedingung unabhängig ist, ist ein kategorisches.

Nach allem Diesen können wir uns bei den folgenden Betrachtungen über die Definitionen auf den Fall beschränken, wo eine Begriffsweite zu definiren ist. Bei dem Definitionsverfahren, welches immer auf Begrenzung hinausläuft, kann man zerlegend oder zusammensetzend zu Werke gehen, man kann partikularisiren oder generalisiren oder auch Beides thun. Die Definition wird sich dann in einer Reihe von Operationen darstellen, welche sich bald beschränken, bald erweitern: nach dem allgemeinen Vorgange ist jedoch die sukzessive Beschränkung der erst weiter gefassten Begriffe bis auf die beabsichtigten Grenzen der vorherrschende Charakter der Definitionen.

Der einfache Satz, Plato ist ein Mensch, verkündet zunächst, dass der zu definirende Begriff des Plato eine Partikularität des allgemeineren Begriffes Mensch ist, welcher in Fig. 1120 durch den Flächenraum A dargestellt sein möge. Indem wir jetzt weiter definiren, Plato ist ein Grieche, beschränken wir den Begriff auf die kleinere Fläche B. Der weitere Zusatz, Plato ist ein Weiser, stellt für diesen Begriff eine neue

Grenze C auf, wodurch der gemeinschaftliche Raum $abcd$ aller bisher gebildeten Grenzen sich als der Inbegriff der möglichen Fälle, worunter auch Plato sein kann, kennzeichnet. Wird jetzt noch hinzugefügt, dass Plato ein grosser Mensch, also in der Fläche D enthalten sei; so ergiebt sich, insofern der Begriff durch diese Definitionen erschöpft ist, der Raum bcd als der gesuchte Begriff.

Wenngleich die Einschränkung bei der quantitativen Definition vorherrscht; so ist sie doch keineswegs die einzig zulässige Form. So z. B. schliesst die Verneinung aus. Indem wir sagen, Plato ist kein grosser Mann; so verlegen wir seinen Begriff in den ausserhalb der Figur liegenden Raum, wodurch, wenn die übrigen Definitionen bestehen bleiben, die Figur bad als der Ort jenes Begriffes erscheint. Nach voraufgegangener Ausschliessung reihet sich eine Einschliessung mit den diesen Gegensatz ausdrückenden Partikeln „aber, jedoch, sondern" u. s. w. an, z. B. Plato war kein grosser, aber, jedoch, sondern ein weiser Mann, wodurch die Figur D ausgeschlossen, die Figur C dagegen eingeschlossen, der Begriff des Plato also in den Raum bda verlegt ist.

Man verfährt zusammensetzend, statt zerlegend, wenn man sagt, Plato ist ein Grieche und ein Weiser. Dieses Urtheil setzt voraus, dass die Begriffe Grieche B und Weiser C Etwas, nämlich die Figur $abcd$ gemein haben, worin der Begriff von Plato zu suchen ist. Hätten die Begriffe B und C Nichts miteinander gemein, wie z. B. Grieche und Römer; so involvirte die Forderung eine Unmöglichkeit. In einem solchen Falle ist aber das disjunktive Urtheil, Plato ist ein Grieche oder Römer, möglich, welches den in zwei getrennten Stücken gegebenen Raum als den Ort des Plato darstellt. Haben zwei Begriffe wie Grieche und Weiser Etwas (was nur in möglichen Fällen zu bestehen braucht) miteinander gemein, wie die Figuren B und C; so weis't das Urtheil, Plato ist entweder Grieche oder Weiser, worin der eine Fall den anderen ausschliesst, den gesuchten Begriff in den sich nicht deckenden Theil $aCcb$ und $aBcd$ der beiden Figuren.

Rekapitulirend sagen wir, ein einfacher Begriff bedingt eine einfache Definition, nämlich eine Definition durch ein einziges Merkmal, welches zugleich ein einfaches ist und dem zu definirenden Begriffe selbst entspricht. Jeder nicht weiter definirte Begriff kann vorläufig wie ein einfacher angesehen werden: man kann also z. B. dieses Individuum als einen Menschen definiren, wobei der Begriff Mensch die Rolle eines einfachen Merkmales spielt.

Ob ein Merkmal wirklich ein einfaches oder ein wahrhaft einfaches, also nicht weiter definirbares ist, und woran die absolute Einfachheit eines Merkmals zu erkennen sei, bleibt vorläufig auf sich beruhen. Das logische Prinzip der Definition geht von der Voraussetzung aus, dass die zur Definition benutzten Merkmale wirklich einfache seien oder doch momentan dafür gelten können.

Ein zusammengesetzter Begriff erfordert eine zusammengesetzte Definition. Das Verfahren der Znsammensetzung darf nicht mit dem Wesen der Definition verwechselt werden. Ersteres kann verschiedene Wege einschlagen; Letzteres befolgt bei jedem Schritte, wo es in Anwendung kömmt, das nämliche Prinzip der Abgrenzung. Vergegenwärtigen

wir uns die Definition eines Objektes durch zwei Merkmale A und B, welche die beiden in Fig. 1121 dargestellten Objekte darstellen. Wird die Definition so verstanden, dass jeder Fall des zu definirenden Begriffes alle Merkmale zugleich auf sich vereinigen oder jedem Merkmale simultan entsprechen soll; so stellt die Definition das in Fig. 1122 schraffirte Gemeinsame von A und B dar. Diess ist das gewöhnliche Verfahren, welches bei der Zusammensetzung der Definition befolgt wird, indem wir z. B. ein Objekt als ein arabisches Pferd definiren.

Werden die Merkmale alternativ verstanden, sodass das zu definirende Objekt dem einen oder dem anderen Merkmale, überhaupt irgend einem dieser Merkmale entsprechen soll; so ergiebt sich die schraffirte Fläche aus Fig. 1123. Ein Beispiel hierzu ist, Niederland besteht aus Holland und Belgien oder der Niederländer ist ein Holländer oder ein Belgier.

In beiden vorstehenden Fällen sind die Merkmale A und B einschliessend oder bejahend gebraucht. Wird das eine einschliessend, das andere ausschliessend gebraucht; so entsteht bei der Simultandefinition die schraffirte Fläche in Fig. 1124 oder Fig. 1125, jenachdem A das einschliessende und B das ausschliessende, oder B das einschliessende und A das ausschliessende Merkmal ist. Ein Beispiel hierzu ist ein Pferd, jedoch kein arabisches, oder ein nichtarabisches Pferd. Bei der Alternitätsdefinition dagegen entsteht die schraffirte Fläche in Fig. 1126 oder Fig. 1127, jenachdem A das einschliessende und B das ausschliessende, oder B das einschliessende und A das ausschliessende Merkmal ist. Ein Beispiel hierzu ist ein Pferd und jedes ungeflügelte Thier.

Werden endlich beide Merkmale ausschliessend oder verneinend gebraucht; so ergiebt sich bei der Simultandefinition die schraffirte Fläche in Fig. 1128, z. B. das aussergriechische Unschöne (dasjenige Unschöne, welches nicht aus Griechenland stammt oder Dasjenige, was weder schön, noch griechisch ist). Bei der Alternitätsdefinition erhält man die schraffirte Fläche in Fig. 1129 und als Beispiel, was entweder nicht schön oder nicht griechisch ist, d. h. was von dem schönen Griechischen ausgeschlossen ist.

Bei dem Fortschritte zu einer immer grösseren Zahl von Merkmalen können sich alle diese einzelnen Akte der Simultaneität und der Alternativität, der Einschliessung und der Ausschliessung in beliebiger Reihenfolge aneinanderschliessen. Der Schritt von Stufe zu Stufe wird also bald eine Partikularisirung, bald eine Generalisirung des zuletzt definirten Begriffes sein.

Hierbei kann es sich ereignen, dass Merkmale, welche für irgend eine Stufe wesentlich, namentlich zur Definition des betreffenden Partikularbegriffes erforderlich waren, für den Endbegriff, auf dessen Definition es ankömmt, unwesentlich sind, weil jene Partikularität durch die späteren Begrenzungen ganz ein- oder ausgeschlossen wird, also aus der Gesammtdefinition völlig verschwindet. In diesem Falle liegt in der Definition ein unnöthiger Schritt, welcher durch einen Rückschritt wieder aufgehoben wird. In einer Definition, welche nur das Nothwendige enthält, sind alle Merkmale wesentliche Merkmale des zu definirenden Begriffes.

Wenn man die Bejahung und Verneinung und ebenso die Simultanexistenz und die Alternativitätsexistenz als zu dem betreffenden Merkmale

gehörig oder als eine Eigenschaft desselben ansieht, beruht jeder Definitionsakt immer auf demselben Prinzipe der Begrenzung durch wesentliche Merkmale und zwar steigt die naturgemässe Definition immer vom Einfachen zum Zusammengesetzten auf, indem sie von einem einfachen Merkmale A ausgeht und durch die Hinzufügung von lauter einfachen Merkmalen B, C, D ... den zusammengesetzten Begriff erzeugt, gleichviel, ob damit eine sukzessive Einschränkung oder eine Erweiterung, eine Partikularisation oder eine Generalisation verbunden ist, d. h. gleichviel, ob der schliesslich zu definirende Begriff enger oder weiter ausfällt, als die einzelnen Merkmale A, B, C... Der Begriff in Fig. 1122, welcher enger ist als A oder eine Partikularität von A darstellt, erfordert ebenso gut zwei Merkmale zu seiner Definition, wie der Begriff in Fig. 1123, welcher weiter ist als A oder eine Generalisation von A darstellt.

Der Übergang vom Zusammengesetzten zum Einfachen ist nur unter der Voraussetzung möglich, dass das Zusammengesetzte bereits in seine einfachen Elemente aufgelös't, also bereits definirt sei, da dasselbe ohne diese Zerlegung nicht vollständig erkannt werden kann. Weil jener Ausgang vom Zusammengesetzten aber eine Definition postulirt, kann das Zusammengesetzte nicht als ein natürlicher und auch nicht als ein absoluter Ausgangspunkt für die Definition angesehen werden. Trotzdem können zusammengesetzte Begriffe zu Definitionen benutzt werden, da ja die Voraussetzung, dass jene Begriffe definirt oder definirbar seien, sehr wohl gemacht werden kann. Wenn wir sagen, Diess ist ein Mensch; so definiren wir dieses Individuum durch den Begriff Mensch wie durch ein einfaches Merkmal, indem wir die mögliche Zusammengesetztheit des Begriffes Mensch auf sich beruhen lassen, dasselbe also vorläufig für ein einfaches nehmen.

Wir erinnern daran, dass Allgemeinheit und Besonderheit quantitative Eigenschaften sind, welche mit Einfachheit und Zusammengesetztheit oder mit Modalität unmittelbar Nichts zu schaffen haben. Das Allgemeinere kann einfacher sein (einfachere Grenzen, weniger Merkmale haben), als das Besondere, und auch das Umgekehrte kann statt finden, d. h. das Besondere kann das Einfachere (von einfacheren Grenzen Umschlossene, mit weniger Merkmalen Definirte) sein. Auch geometrisch kann die grössere Fläche bald eine einfachere, bald eine komplizirtere Grenzfigur haben, als die kleinere Fläche.

Beispielsweise schreitet die naturgemässe Definition vom Mineral zur organischen Pflanze, von dieser zum belebten Thiere und von diesem zum Menschen mit fortgesetzter Vermehrung der Merkmale und gleichzeitiger Einengung des Begriffes vor. Andererseits geht die Definition ebenso natürlich vom Individuum zur Familie, von dieser zur Gemeinde, von dieser zum Staate und von diesem zum Staatenbunde ebenfalls unter fortwährender Vermehrung der Merkmale, jedoch mit gleichzeitiger Erweiterung des Begriffes über.

Die völlige Bestimmtheit einer logischen Definition hindert nicht, dass unendlich viel mögliche Fälle ihr entsprechen. So entspricht dem Begriffe Europäer jeder beliebige Europäer, dem Begriffe schön Alles, was schön ist, das mehr und minder Schöne, das Schöne am Menschen, am Thiere, an der Pflanze, in der Natur, das sichtbar Schöne, das

Schöne in der Musik u. s. w., dem Begriffe schlagen jede Art von schlagen, dem Begriffe Kind jedes mögliche Kind. Selbst jede Singularität ist niemals in jeder Hinsicht bestimmt, sondern lässt unendlich viel mögliche Fälle zu, indem man sich z. B. unter Archimedes diesen Menschen in jedem Orte, in jeder Stellung, in jeder Kleidung, in jedem Alter, bei jeder Beschäftigung u. s. w. denken kann. Ja sogar jeder singuläre Zustand einer Singularität entspricht unendlich viel Möglichkeiten, wie z. B. Archimedes bei der Konstruktion eines Brennspiegels zu Syrakus.

Ein Begriff, welcher nur einem einzigen möglichen entspräche, bedarf einer unendlichen Definition oder einer Definition durch unendlich viele Merkmale. Jeder einfache Begriff entspricht wie ein geometrischer Körper A in Fig. 1120 einem Inbegriffe von unendlich viel möglichen Fällen, welche durch die Punkte jenes Körpers veranschaulicht sind.

Dieser Inbegriff von unendlich vielen möglichen Fällen stellt einen endlichen wirklichen Begriff dar (§. 492). Durch eine endliche Menge ihrer Grösse, Lage und Form nach gegebener Merkmale A, B, C, D, welche ebenso viel wirkliche Begriffe oder Objekte vertreten, wird man also einen gemeinschaftlichen Begriff bcd von jeder beliebigen noch so geringen logischen Weite, auch von gar keiner Weite, d. h. ein Nichts definiren können, indem man durch jene Merkmale nachundnach jede Partikularität eines früher gegebenen wirklichen Objekts aufhebt: allein diesem resultirenden wirklichen Begriffe, selbst wenn er sich auf einen quantitätlosen logischen Ort (einen Punkt) reduzirt, würden immer unendlich viel mögliche Fälle entsprechen (gleichwie jedes nochso kleine Linienstück immer unendlich viel Punkte enthält und selbst in einem unendlich kleinen Linienelemente unendlich viel Punkte verdichtet werden können). Um nun einen Begriff auf einen einzigen möglichen Fall zu reduziren, wird immer eine unendliche Menge möglicher Fälle auszuschliessen, also eine unendliche Definition erforderlich sein.

Umgekehrt folgt, dass ein endlich definirter Begriff stets zwischen Grenzfällen liegt, welche eine unendliche Menge von möglichen Fällen zulassen.

Die Definition eines Begriffes ist nach allem Vorstehenden die Abgrenzung des diesem Begriffe vollständig und ausschliesslich entsprechenden Erkenntnissgebietes. Die hierzu dienenden Merkmale bilden das System der wesentlichen Merkmale des Begriffes. Dieses System deckt, wenn es vollständig ist, in seiner Gesammtheit alle Fälle des zu definirenden Begriffes und nur diese allein. Jedes einzelne zu diesem System gehörige Merkmal kann vielleicht ebenfalls alle Fälle des Begriffes decken, jedenfalls deckt dasselbe aber diese Fälle nicht allein, sondern zugleich auch Fälle, welche ausserhalb jenes Begriffes liegen.

Das erste Erforderniss eines wesentlichen Merkmals ist daher seine Allgemeingültigkeit für alle in dem zu definirenden Begriffe liegenden Fälle. So kann z. B. das Merkmal Arbeitsamkeit kein wesentliches Merkmal für den Sachsen sein, weil dasselbe kein allgemeines für alle Sachsen ist. Ebenso ist die Unterthanenschaft unter dem sächsischen König Georg kein wesentliches Merkmal für den Sachsen, weil dieses Merkmal nur den in dieser Zeit lebenden, nicht allen Sachsen zukömmt.

Die Allgemeingültigkeit fasst die Unveräusserlichkeit in sich. Ein

wesentliches Merkmal ist daher auch ein unveräusserliches, immer und unter allen Umständen gültiges, indem ein nur unter gewissen Umständen gültiges Merkmal nicht allen möglichen Fällen entsprechen könnte. Die Unveräusserlichkeit bedingt den Bestand des Objektes von seiner qualitativen Seite oder rücksichtlich seiner Qualität, da das Objekt durch die Aufhebung eines unveräusserlichen Merkmals unmöglich wird. So ist z. B. das Merkmal Mensch ein unveräusserliches für den Sachsen.

Bloss allgemeingültige und unveräusserliche Merkmale sind aber noch nicht ausreichend, um einen Begriff zu definiren: so könnte der Sachse nicht durch die Begriffe Geschöpf, Mensch, Deutscher definirt werden. Die Merkmale müssen, wie schon erwähnt, auch den Charakter der Ausschliesslichkeit haben, in Folge dessen sie eine Abgrenzung oder Unterscheidung bewirken, also bestimmend oder entscheidend sind. So ist z. B. der Wohnsitz oder die Zugehörigkeit zu einem besonderen Volksstamme ein unterscheidendes Merkmal für den Sachsen.

Damit ein unterscheidendes Merkmal eine bestimmte Substanz abzugrenzen vermag, muss es selbst bestimmt oder genau sein, darf also keinen beliebigen und zufälligen Schwankungen und Unsicherheiten unterliegen, d. h. seine bestimmenden oder entscheidenden Grenzen müssen auch bestimmt, sicher, genau sein. So ist z. B. die Tapferkeit dann ein bestimmtes Merkmal, wenn wir uns diese Eigenschaft als einen festen Inbegriff denken, der nicht etwa nach Zeit, Umständen, Ansichten, Volkscharakter Veränderungen erleide.

Eine Definition, welche den höchsten Grad von Präzision erreichen soll, verlangt auch, in nahem Anschlusse an die letztere allgemeine Bedingung der Bestimmtheit, dass ein Merkmal ein erschöpfendes sei, worunter wir verstehen, dass es jeden Fall des von ihm unmittelbar bezeichneten Begriffes zulasse und alle diese Fälle fordere, dass es also den vollen Inbegriff aller dieser möglichen Fälle darstelle oder, mathematisch gedacht, den ganzen von ihm abgegrenzten Raum bis an die Grenze vollständig ausfülle. Demnach ist das Merkmal schön, Pferd, roth erschöpfend, wenn wir darunter nicht ein gewisses Schöne, nicht eine besondere Pferderace, nicht ein spezielles Roth, sondern jedes mögliche Schöne, jedes mögliche Pferd, jedes mögliche Roth denken, ein erschöpfendes. Selbstredend kann man von der letzteren strengen Bedingung nach Belieben absehen und ausdrücklich gestatten, dass ein gegebenes Merkmal nicht erschöpfend, sondern generell in der Weise genommen werden soll, dass darunter nur eine gewisse Partikularität der darunter fallenden Fälle verstanden werde. Hiermit verliert das Merkmal nicht gerade seine Bestimmtheit, indem die zugelassene Partikularität eine bestimmte sein kann.

Ehe wir die Ausführung der Definition näher beleuchten, müssen wir der vorstehenden Charakteristik der Merkmale noch Folgendes hinzufügen. Für den unmittelbar damit bezeichneten Begriff ist jedes Merkmal wesentlich, ausschliesslich, unveräusserlich, bestimmend, bestimmt, genau und erschöpfend. So ist das Merkmal schön ein bestimmtes Merkmal für das Schöne, es ist für diesen Begriff wesentlich, unveräusserlich und entscheidend, es kömmt diesem Begriffe ausschliesslich zu und erschöpft denselben vollständig. Es handelt sich aber bei der vorstehenden

Charakteristik nicht um die Beziehung eines Merkmals zu dem unmittelbar darunter verstandenen, sondern zu einem ganz anderen Objekte, bei dessen Bestimmung jenes Merkmal nur mitwirken soll. Für diese Verwendung des Merkmals A als Mittel zur Definition des Objektes N bedeutet die Wesentlichkeit und die Unveräusserlichkeit, dass jenes Merkmal A wesentlich und unveräusserlich für das Objekt N sei. Hinsichtlich der Ausschliesslichkeit aber ist zu sagen, dass alle Merkmale A, B, C..., welche das Objekt N definiren, in ihrer gemeinschaftlichen Substanz für das Objekt N ausschliesslich gelten, während es sehr wohl möglich ist, dass jedes einzelne Merkmal A, B, C durchaus nicht ausschliesslich für das Objekt N gilt. Die Bestimmtheit oder Genauigkeit bleibt die nämliche Bedingung, gleichviel, welches Objekt N durch ein Merkmal definirt werden soll. Hinsichtlich der Erschöpfung endlich formuliren wir die Bedingung so, dass die Grenze des erschöpfenden Merkmales A die Grenze des Begriffes N auf eine gewisse Erstreckung decke, dass also jenes Merkmal Grenzfälle habe, welche mit Grenzfällen des zu definirenden Begriffes zusammentreffen.

Hiernach kann z. B. die Geburt im Königreiche Sachsen oder auf sächsischem Gebiete als ein erschöpfendes Merkmal des Sachsen gelten. Dieses Merkmal, welches nach der gemachten Festsetzung allen Sachsen zukömmt, gilt durchaus nicht ausschliesslich für dieselben: denn auf sächsischem Gebiete werden auch Pferde geboren. Das Maassgebende und Erschöpfende für dieses Merkmal liegt darin, dass gewisse Grenzfälle derselben gewisse Grenzfälle des Sachsen decken. Einen solchen Grenzfall bildet ein Mensch, welcher auf der Landesgrenze zwischen Sachsen und Preussen geboren ist: ein derartiger Mensch ist (nach der Meinung des Denkenden) mit voller Ausschliesslichkeit weder ein Sachse, noch ein Nichtsachse, sondern ein Individuum, welches auf der Grenzscheide des Begriffes von einem Sachsen steht. Dieses Individuum entspricht zugleich dem Grenzfalle des Merkmals, welches zur Definition des Sachsen gebraucht ist, indem die Geburtsstätte weder von dem sächsischen Gebiete unbedingt eingeschlossen, noch davon ausgeschlossen ist. Von dem Merkmale deutsch könnte man nicht dasselbe sagen. Ein Individuum, welches eben aufhört deutsch zu sein, welches etwa auf der Grenze des deutschen Gebietes geboren wäre, würde immer noch zu denen gehören, welche den Sachsen unter sich enthalten, da der Sachse, wenn er zu den Deutschen gehört, auch ebenso unbedingt zu derjenigen Menschenklasse gehört, welche die Deutschen und deren Grenzer umfasst.

Die eigentliche Bestimmung der Merkmale ist Definition, d. h. nach mathematischer Auffassung Begrenzung: da aber jedes Kategorem (mathematisch, jede Grundeigenschaft) also sowohl die Quantität, wie die Inhärenz, die Relation, die Qualität und die Modalität einer Definition bedarf; so nimmt das Merkmal dementsprechend eine besondere Bedeutung an, jenachdem es berufen ist, dieses oder jenes Kategorem zu begrenzen. Bei einem Quantitätsmerkmale geht die Begrenzung unmittelbar auf die Weite des Begriffes (die Anzahl der einbegriffenen Fälle); bei einem Inhärenzmerkmale wird eine Eigenschaft (geometrisch ein Abstand) begrenzt oder eine Beschaffenheit (geometrisch ein Ort) festgelegt; bei einem Relationsmerkmale wird eine Kausalität (geometrisch ein Winkel)

begrenzt oder eine Relation (geometrisch eine Richtung) bestimmt; bei einem Qualitätsmerkmale wird eine Qualität (geometrisch eine Dimensität) begrenzt; bei einem Modalitätsmerkmale wird eine Bedingung (geometrisch ein Krümmungshalbmesser) begrenzt (eine Krümmung bestimmt). Fast jedes Wort kann zur Definition jedes beliebigen Kategorems gebraucht werden; es ist Sache des Redenden, den Sinn seines Wortes nach den Regeln der Sprache deutlich erkennbar zu machen, und Sache des Hörenden, diesen Sinn richtig aufzufassen. So definirt z. B. das Wort Spanier, Neger, Gelehrter unmittelbar die Quantität einer gewissen Partikularität der Menschheit. Das Wort Mensch bezeichnet eine Gattung von Geschöpfen von unbestimmter, unendlicher Quantität; dasselbe definirt also unmittelbar das Attribut einer Gattung (den vertikalen Abstand einer Ebene oder mehrerer Grenzebenen über der Grundebene). Das Wort Plato definirt das Attribut eines Individuums in der Gattung der Menschen (einen Abstand vom Nullpunkte in der Grundebene normal zur Grundaxe des Seins). In dem Ausdrucke der schwarze Mensch oder der Neger dient das Wort schwarz oder Neger, welches sonst auch zur unmittelbaren Definition einer Anzahl von Fällen in der Gattung der Menschheit gebraucht wird, zur Definition des Attributes einer bestimmten Klasse von Individuen in der Gattung der Menschheit.

Da es in der Wirklichkeit keine absoluten Basen giebt; so ist es möglich, in jeder Beschaffenheit, in jeder Relation, in jeder Qualität und in jeder Modalität eines Begriffes eine Besonderheit seiner Quantität zu erblicken, das zur Definition irgend eines Kategorems dienende Merkmal also als ein Quantitätsmerkmal aufzufassen. Diess geschieht z. B. wenn man die Ausdrücke der schwarze Mensch (der Neger), Plato, der denkende Mensch, jeder Mensch, der Mensch in der Jugend, der Mensch zu Paris, der Mensch unter dem Schutze Gottes u. s. w. lediglich als quantitative Partikularitäten der Menschheit auffasst. Eine solche Auffassung ist keine natürliche, entspricht vielmehr einer Verwandlung des Wesens der verschiedenen Kategoreme in das Wesen der Quantität; sie zeigt den gegebenen Begriff nicht in seinem wahren Wesen, sondern in einem Spiegelbilde, welches mit jenem Begriffe in einer gewissen Beziehung steht. Vermöge dieser Beziehung wird es aber möglich, die generellen Regeln der Definition auf die Definition von Quantitäten zurückzuführen.

Nicht bloss mathematische, sondern auch logische Merkmale können die kurz vorher aufgestellten Bedingungen der Bestimmtheit und Erschöpfung vollkommen erfüllen: gleichwohl bleibt das logische Merkmal, gegenüber dem mathematischen, eine Vorstellung von höherer geistiger Dimension oder von höherer Freiheit, das im logischen Sinne Bestimmte ist immer im mathematischen Sinne unendlich vieldeutig, erscheint also, wenn es mathematisch angeschaut, konstruirt, berechnet werden soll, als eine unbestimmte Grösse, welche zwischen gewissen Grenzwerthen variiren kann. Die logische Definition kann hiernach wie eine mathematische Definition mit variabelen Merkmalen angesehen werden. Zu ihrer Ausführung repräsentiren wir durch eine Raumgestalt wie B in Fig. 1120 einen Begriff, ein Objekt, ein Merkmal, indem wir darunter einen durch die Peripherie dieser Gestalt abgegrenzten Inbegriff von Fällen (eine bestimmt begrenzte Substanz) verstehen, also zulassen, dass jeder be-

liebige in dieser Gestalt enthaltene Punkt einem Falle des fraglichen Begriffes entspreche. Der gemeinsame Raum bcd aller wesentlichen Merkmale ist dann ein Stück Substanz, welches bis an seine Grenze bcd heran von Punkten erfüllt ist, welche lauter zulässigen Fällen des definirten Begriffes entsprechen, sodass also das resultirende Objekt bcd den definirten Begriff erschöpft.

Wir fügen jetzt hinzu, dass diese erschöpfende Definition nicht der eigentliche Zweck der logischen Definition ist. Die Letztere verlangt vielmehr in der Regel nur, dass irgend eine beliebige Partikularität des Merkmals B in die gemeinsame Substanz bcd eintreten oder dass die logische Deckung nicht wie eine mathematische Kongruenz zwischen dem Deckenden und dem Gedeckten, sondern wie eine Überdeckung oder Umfassung aufgefasst werde. Unter solchen Umständen handelt es sich nicht um die Auffindung der gemeinschaftlichen Substanz bcd, in welcher die bestimmten Merkmale A, B, C, D sich decken, sondern um die Ermittlung derjenigen Substanz, in welcher die betreffenden Partikularitäten jener Merkmale sich decken. Die letztere Substanz oder das definirte Objekt wird aber offenbar eine Partikularität des durch die bestimmten und erschöpfenden Merkmale definirten Begriffes bcd sein. Durch diese Beziehung wird das logische Definitionsverfahren auf das mathematische zurückgeführt.

Nach Vortragung unserer Theorie des Urtheils in den späteren Paragraphen wird man sich überzeugen, dass das zuletzt erörterte logische Definitionsverfahren darauf hinausläuft, die Definition statt unmittelbar durch Merkmale, durch Urtheile zu bewirken. Denn wenn wir zur Definition des Begriffes Mensch das Merkmal Wesen in der Weise gebrauchen, dass wir dieses Merkmal nicht erschöpfend, sondern nur in einer gewissen Partikularität zur Bestimmung jenes Begriffes zulassen, wenn wir also nicht verlangen, dass die Begriffe Mensch und Wesen Grenzfälle miteinander gemein haben; so verwandeln wir die eigentliche Begrenzung in eine Vergleichung, welche in dem Urtheile, der Mensch ist ein Wesen, ihren Ausdruck findet.

Indem wir uns die weitere Aufklärung über diesen Gebrauch des Urtheils zur Definition vorbehalten, bemerken wir hier noch, dass eine systematische Ausführung der Definition eine Eintheilung der Merkmale nach ihren Haupteigenschaften, welche sie als Definitionsmittel besitzen, erfordert. Durch diese Klassifikation ergeben sich die Hauptmerkmale im Geiste unserer späteren Klassifikation der Urtheile (§. 503) folgendermaassen.

Wir nennen ein Merkmal A ein direkt umfassendes, welches alle von ihm gekennzeichneten Fälle S einschliesst oder für die Quantität dieser Fälle eine Maximalgrenze setzt (Fig. 1130). Handelt es sich um ein erschöpfendes Merkmal; so repräsentirt die ganze von ihm eingeschlossene Substanz den damit unmittelbar gekennzeichneten Begriff: handelt es sich um ein generelles Merkmal; so repräsentirt irgend ein Stück S dieser Substanz den fraglichen Begriff. So ist z. B. in dem Satze, der Künstler ist ein Mensch, der Begriff Mensch A ein direkt umfassendes generelles Merkmal für den Begriff Künstler S.

Indirekt umfassend oder direkt erweiternd nennen wir das Merk-

mal A, wenn es für die Quantität der von ihm gekennzeichneten Fälle eine Minimalgrenze setzt, wenn dasselbe also von dem unmittelbar gekennzeichneten Objekte S eingeschlossen wird (Fig. 1131). Handelt es sich um ein erschöpfendes Merkmal; so repräsentirt die ganze Substanz, welche weiter ist, als A und dabei stets das Objekt A enthält, das fragliche Objekt: handelt es sich um ein generelles Merkmal; so repräsentirt irgend ein weiterer Begriff wie S das Objekt. So ist z. B. in dem Satze, zum Künstler gehört der Maler, der Begriff Maler A ein indirekt umfassendes oder ein erweiterndes Merkmal für den Begriff Künstler S.

Beschränkend oder partikularisirend nennen wir ein Merkmal A (Fig. 1132), welches einen Theil der von ihm gekennzeichneten Fälle S ein-, den anderen Theil aber ausschliesst. Für das beschränkende Merkmal verliert die Unterscheidung zwischen erschöpfendem und generellem Merkmale ihre Bedeutung. Die unwesentlichen Merkmale gehören zu den beschränkenden, indem sie gewissen Fällen, Zuständen, Partikularitäten des betreffenden Objektes zukommen. Beispielsweise bildet in dem Satze, mancher Künstler ist ein Gelehrter, der Begriff Gelehrter, ferner in dem Satze, jeder Künstler ist zuweilen Mechaniker, der Begriff Mechaniker ein beschränkendes Merkmal des Künstlers. Wenngleich für das beschränkende Merkmal der Begriff der Erschöpfung keine rechte Bedeutung hat; so behält doch der Begriff der Bestimmtheit seine Bedeutung. Derselbe findet auf ein beschränkendes Merkmal Anwendung, wenn dessen eingeschlossene und ausgeschlossene Partikularität oder doch das Stück seiner Grenze, welches in dem Objekte S liegen soll, bestimmt ist.

Ausschliessend oder verneinend nennen wir das Merkmal A, welches mit den gekennzeichneten Fällen S keinen gemein hat (Fig. 1133). Das erschöpfende Merkmal A umfasst die ganze ausserhalb A liegende Substanz (Fig. 1134), das generelle ein Stück S derselben (Fig. 1133).

Neben diesen vier Hauptmerkmalen verdient noch das auf der Grenze zwischen dem direkt und indirekt umfassenden liegende Merkmal erwähnt zu werden, welches mit den gekennzeichneten Fällen identisch ist und demnach ein identisches Merkmal heissen mag. Ein solches Merkmal liegt in dem Satze, der Künstler ist ein Künstler.

Auch der Grenzfall zwischen dem dritten und vierten Hauptmerkmale verdient Erwähnung, wo das Merkmal A nur Grenzbegriffe mit den gekennzeichneten Fällen S gemein hat (Fig. 1135). Man könnte ein solches Merkmal A ein Grenzmerkmal nennen. So ist z. B. das Amphib ein Grenzmerkmal für den Begriff des Landbewohners, indem ein solches Thier ebenso gut ein Landbewohner, wie kein Landbewohner ist, in Wahrheit aber sich in dem Grenzzustande zwischen Landbewohner und Nichtlandbewohner befindet. Wenn man übrigens nicht die Fähigkeit, sondern die Gewohnheit, das Land zu bewohnen, in Betracht zieht, ist das Amphib ein Thier, welches zuweilen das Land bewohnt, zuweilen nicht, und stellt in dieser Beziehung ein beschränkendes Merkmal dar.

Die Definition durch mehr als ein Merkmal sucht denjenigen Theil der Substanz, welchen alle Merkmale mit einander gemein haben, oder worin sie sich decken. Bei der generellen logischen Definition wird nur verlangt, dass das gesuchte Objekt dieser gemeinsamen Substanz als

Partikularität angehöre. Um alle möglichen Kombinationen von zwei Hauptmerkmalen zu überblicken, bezeichnen wir nachstehend ein direkt umfassendes, ein indirekt umfassendes, ein beschränkendes und ein ausschliessendes Merkmal resp. mit dem Zeiger 1, 2, 3, 4, stellen geometrisch ein jedes Merkmal durch eine mit einer einfachen Linie begrenzte Figur und das durch zwei Merkmale generell definirte Objekt durch eine schraffirte Figur dar. Es giebt 40 verschiedene Kombinationen eines der vier Merkmale A_1, A_2, A_3, A_4 mit einem der vier Merkmale B_1, B_2, B_3, B_4. Hiervon stimmen jedoch die vier Kombinationen $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, $A_3 B_3$, $A_4 B_4$, bei welchen A ganz in B liegt, resp. mit denjenigen vier Kombinationen $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, $A_3 B_3$, $A_4 B_4$, bei welchen B ganz in A liegt, prinzipiell überein. Indem wir die letzten vier Kombinationen streichen, bleiben 36 wirklich verschiedene Kombinationen übrig, welche wir hier folgen lassen und mit kurz gefassten Beispielen begleiten.

Je nach der Lage, welche die beiden Merkmale A und B gegeneinander haben, ist die Kombination $A_1 B_1$ durch Fig. 1136, 1137 oder 1138 dargestellt. Fig. 1136 entspricht dem Beispiele Römer und Italiener, Fig. 1137 dem Beispiele Künstler und Gelehrter, Fig. 1138 ist ein unmöglicher Fall wie, Engländer und Spanier zugleich.

$A_1 B_2$ ist durch Fig. 1139, 1140, 1141 oder 1142 dargestellt. Fig. 1139 entspricht dem Beispiele nur wissenschaftlich, jedoch alles Grammatische umfassend; Fig. 1140 ist ein unmöglicher Fall wie, grammatisch und alles Wissenschaftliche umfassend; Fig. 1141 ist ebenfalls unmöglich wie, Gelehrter und alle Künstler umfassend; auch Fig. 1142 ist unmöglich wie, italienisch und alles Spanische umfassend.

$A_1 B_3$ zeigt Fig. 1143, 1144, 1145 oder 1146. Fig. 1143 entspricht dem Beispiele ganz wissenschaftlich, jedoch zum Theil der Logik angehörig; Fig. 1144 zeigt einen unmöglichen Fall wie, ganz der Logik, jedoch nur zum Theil der Wissenschaft angehörig, oder ganz römisch, jedoch nur theilweise italienisch; Fig. 1145 entspricht dem Beispiele gelehrt und zum Theil künstlerisch; Fig. 1146 ist unmöglich wie, nur schön, jedoch ein wenig gräulich, oder nur russisch, jedoch theilweise türkisch.

$A_1 B_4$ ist durch Fig. 1147, 1148, 1149 oder 1150 dargestellt. Fig. 1147 repräsentirt den Begriff Italiener, jedoch nicht Römer, Fig. 1148 den unmöglichen Fall Römer, jedoch nicht Italiener, Fig. 1149 das Beispiel gelehrt, jedoch nicht künstlerisch, Fig. 1150 das Beispiel italienisch, jedoch nicht spanisch.

$A_2 B_2$ ist durch Fig. 1151, 1152 oder 1153 dargestellt. Fig. 1151 entspricht einem Begriffe, welcher den Römer und den Italiener umfasst, Fig. 1152 dem Begriffe, welcher den Gelehrten und den Künstler umfasst, Fig. 1153 dem Begriffe, welcher den Russen und den Türken umfasst.

$A_2 B_3$ ist durch Fig. 1154, 1155, 1156 oder 1157 dargestellt. Fig. 1154 entspricht dem Begriffe, welcher den Römer ganz und den Italiener theilweise umfasst, Fig. 1155 dem unmöglichen Begriffe, welcher den Italiener ganz und den Römer theilweise enthält, Fig. 1156 dem Begriffe, welcher den Gelehrten ganz und den Künstler theilweise

umfasst, Fig. 1157 dem Begriffe, welcher den Italiener ganz und den Spanier theilweise enthält.

$A_2 B_4$ ist durch Fig. 1158, 1159, 1160 oder 1161 dargestellt. Fig. 1158 entspricht dem unmöglichen Begriffe, welcher alle Römer, aber keinen Italiener enthält, Fig. 1159 dem unmöglichen Begriffe, welcher alle Italiener, aber keinen Römer enthält, Fig. 1160 dem unmöglichen Begriffe, welcher alle Gelehrten, aber keinen Künstler enthält, Fig. 1161 dem Begriffe, welcher alle Italiener, aber keinen Spanier enthält.

$A_3 B_3$ ist durch Fig. 1162, 1163 oder 1164 dargestellt. Fig. 1162 entspricht dem Begriffe, welcher manche Römer und manche Italiener enthält, Fig. 1163 dem Begriffe, welcher manche Gelehrten und manche Künstler enthält, Fig. 1164 dem Begriffe, welcher manche Russen und manche Türken enthält.

$A_3 B_4$ ist durch Fig. 1165, 1166, 1167 oder 1168 dargestellt. Fig. 1165 entspricht dem unmöglichen Begriffe mancher Römer, aber kein Italiener, Fig. 1166 dem Begriffe mancher Italiener, aber kein Römer, Fig. 1167 dem Begriffe mancher Gelehrte, aber kein Künstler, Fig. 1168 dem Begriffe mancher Russe, jedoch kein Türke.

$A_4 B_4$ ist durch Fig. 1169, 1170 oder 1171 dargestellt. Fig. 1169 entspricht dem Begriffe kein Römer und kein Italiener, Fig. 1170 dem Begriffe kein Gelehrter und kein Künstler, Fig. 1171 dem Begriffe kein Russe und kein Türke.

Unter der vorstehenden Gesammtzahl von 36 verschiedenen Kombinationen von je zwei Hauptmerkmalen kommen 24 mögliche und 12 unmögliche vor.

Wenn es sich um die Kombination von mehr als zwei Merkmalen A, B, $C \ldots Z$ handelt, ist zunächst das Maximalobjekt AB darzustellen, welches das Resultat der Kombination der ersten beiden als erschöpfend anzusehenden Merkmale A und B darstellt. Dieses Objekt AB ist dann ebenso mit dem dritten Objekte C zu dem Maximalobjekte ABC zu verbinden. Bei der Kombination mit dem letzten Merkmale Z entspricht das Maximalobjekt dem erschöpfenden oder mathematischen, irgend eine Partikularität desselben aber dem generellen logischen Definitionsprozesse.

Man erkennt, dass im generellen logischen Prozesse durch lauter direkt umfassende Merkmale ein Begriff definirt wird, welcher ein gewisses Maximum von Substanz darstellt, dass dagegen durch lauter indirekt umfassende Merkmale ein Begriff definirt wird, welcher ein gewisses Minimum von Substanz darstellt. Soll also durch den generellen Prozess ein bestimmtes Stück Substanz, also ein zwischen einem gewissen Maximum und Minimum liegendes Stück definirt werden; so sind dazu durchaus direkt umfassende und indirekt umfassende Merkmale zugleich erforderlich (wenn wir die beschränkenden und die ausschliessenden Merkmale ausser Acht lassen). So kann z. B. durch eine Zahl von direkt umfassenden Merkmalen wie Mensch, weisse Hautfarbe, Bildung, Sittsamkeit der Begriff der Angehörigkeit zu einer gewissen Menschenklasse erzeugt werden: dieser Begriff ist nur nach aussen abgeschlossen, er bezeichnet ein gewisses Maximum von Substanz, jede Partikularität dieses Begriffes von noch so kleiner Weite entspricht der generellen

Bedeutung dieses Begriffes. Durch die Hinzufügung eines oder mehrerer indirekt umfassenden Merkmale, wie es z. B. durch die Forderung geschieht, dass jener Begriff alle Franzosen oder alle Franzosen und alle Engländer umfassen soll, wird derselbe auch nach innen abgeschlossen, er erhält eine untere Grenze, es ist jetzt auch ein Minimum von Substanz gekennzeichnet. Der definirte Begriff liegt jetzt zwischen einer unteren und einer oberen Grenze, kann also nicht mehr auf eine Weite von jeder beliebigen Kleinheit herabsinken.

Ausserdem erkennt man leicht, dass durch lauter umfassende oder durch lauter ausschliessende Merkmale nicht jedes Stück Substanz von gegebener Grenzform bestimmt werden kann, dass also im Allgemeinen zur Definition eines Objektes von gegebener Grenzform umfassende und ausschliessende Merkmale zugleich erforderlich sind, wie es z. B. in dem Satze, wilde Menschen, jedoch keine Polynesier, geschieht.

Die Anhäufung von lauter direkt umfassenden Merkmalen erhöht unausgesetzt den logischen Inhalt des damit definirten Begriffes und vermindert seine Weite oder engt ihn ein. Durch den entgegengesetzten Prozess der Aufhebung solcher Merkmale wird der logische Inhalt vermindert, die Weite aber vergrössert.

Eine nähere Bestimmung des definirten Begriffes behalten wir uns vor.

Jeder Komplex von Merkmalen, welcher sich in demselben Begriffe deckt, definirt diesen Begriff. So wird z. B. in Fig. 1172 der Begriff abc ebenso gut durch die beiden Merkmale ade und fgh, wie durch die drei Merkmale mde, ikl und fgh definirt.

Wenn man will, kann man hiernach die Merkmale in selbstständige und unselbstständige, auch in zulängliche, welche in ihrer Gesammtheit die Definition bewirken, und in entbehrliche, welche für den Fall der zulänglichen Definition entbehrlich sind, unterscheiden.

Die Abhängigkeit der Merkmale beruht auf ihrer Zusammensetzbarkeit aus einfacheren Merkmalen. Die absolut einfachen Merkmale sind auch absolut unabhängig oder selbstständig und lassen sich nicht durch andere vertreten. Mit einfachen Merkmalen ist ein Begriff nur auf einzige Weise definirbar und eine mehrfache Definition setzt zusammengesetzte Merkmale voraus.

So ist in Fig. 1172 das Merkmal ade entschieden nicht einfach, da die beiden geraden Grenzen ad und ae zwei verschiedenen einfachen Merkmalen angehören. In der Form fgh, d. h. in der Begrenzung durch eine gerade Linie fh und eine Kurve fgh, ist auch das Merkmal fgh nicht einfach. Dasselbe wird aber ein einfaches Merkmal, wenn man dafür die auf der linken Seite der unendlichen geraden Linie pq liegende Hälfte der unendlichen Ebene abc an die Stelle setzt. Hiernach bedarf das Dreieck abc mindestens drei einfache Merkmale zu seiner Definition, wird aber durch die geeigneten drei einfachen Merkmale vollständig definirt.

Wir bemerken hier nur noch, dass die obige Klassifikation der Merkmale nach denjenigen Eigenschaften geschehen ist, welche die Merkmale zu Definitionsmitteln befähigen. Im Übrigen kommen jedem Merkmale gleichwie jedem Objekte oder jedem Begriffe die allgemeinen Grundeigenschaften oder Kategoreme zu, welche seine Quantität, Inhärenz, Relation, Qualität und

Modalität bestimmen. Ohne auf diesen selbstverständlichen Gegenstand näher einzugehen, heben wir hinsichtlich der Modalität der Merkmale hervor, dass dieselben ebensowohl konstant, wie variabel, unabhängig wie abhängig sein können, und dass die abhängigen sowohl von absoluten Objekten wie auch von einander abhängig sein können. In Folge solcher Abhängigkeit von einander können gewisse Merkmale dieselbe Definition wie gewisse andere Merkmale bewirken und demzufolge ist die absolute Gesammtheit sämmtlicher Merkmale, welche denkbarer Weise von einem Begriffe aufgestellt werden können, zur Definition desselben nicht erforderlich. So sind z. B. die drei Seiten und die drei Winkel eines Dreieckes Merkmale desselben: allein, von den drei Seiten hängen die drei Winkel, von zwei Seiten und einem Winkel hängen die anderen beiden Winkel und die dritte Seite ab; es genügen also zur Definition des Dreieckes die ersten drei, auch die letzten drei Merkmale: ja das Dreieck kann auch durch andere Merkmale, z. B. durch seine drei Höhen, definirt werden. Merkmale sind für das Flächendreieck oder die Dreiecksfläche abc die drei Hälften der unendlichen Ebene, welche auf der linken Seite der unendlich verlängerten Linien ab, bc, ca liegen. Für das Liniendreieck oder die dreiseitige Linienfigur abc sind die drei Linien ab, bc, ca die Merkmale und zwar bildet hierfür jede dieser Linien ein partielles Merkmal, nämlich ein Merkmal für eine Dreiecksseite oder für einen Theil des Ganzen. Für die dreieckige Punktfigur abc sind die drei Punktörter a, b, c die Merkmale.

Das Beispiel des Liniendreieckes zeigt zugleich, dass man die Merkmale, indem man die Definition sukzessiv für die einzelnen Bestandtheile eines Ganzen ausführt, auch in partielle und in totale eintheilen kann. Die Merkmale, welche eine einzelne Grundeigenschaft des Objektes bestimmen, sind für das Gesammtobjekt immer nur partielle. Wenn man z. B. behuf Definition des Liniendreieckes abc, nachdem dessen Qualität als Liniengrösse oder seine Linearität festgesetzt ist, zunächst seine Form oder Figur definirt, geschieht Diess durch drei zu ab, bc, ca parallele Richtungslinien von unbegrenzter Länge. Sodann kann die Quantität oder Grösse des Dreieckes, die Länge seines Umfanges durch drei Längen ab, bc, ca oder auch durch die Gesammtlänge $ab + bc + ca$ definirt werden. Sodann ist der Ort des Dreieckes durch die Bestimmung des Ortes eines Eckpunktes a im Raume und schliesslich seine Stellung durch die Bestimmung der Richtung einer Seite ab und der Richtung seiner Ebene abc festzulegen. Man sieht, dass nachdem einige Grundeigenschaften einer Grösse definirt sind, die übrigen Grundeigenschaften zuweilen einer geringeren Zahl von Merkmalen bedürfen, als wenn sie selbstständig von vorn herein definirt werden sollen, weil nämlich gewisse Merkmale der einen Grundeigenschaft von gewissen Merkmalen einer anderen Grundeigenschaft sich abhängig erweisen. So ist z. B., nachdem die Form des Dreieckes abc bestimmt ist, seine Quantität oder Umfangslänge durch die Länge einer einzigen Seite hinreichend definirt, indem bei der gegebenen Form die Längen der übrigen Seiten von der Länge der ersten Seite abhängig sind.

Die kreisähnliche oder ellipsenartige Begrenzung, welche wir den geometrischen Repräsentanten der logischen Merkmale geben, ist selbst-

verständlich nur ein Symbol, welches jede spezielle Form zulässt; es ist jedoch nützlich, hierüber Einiges zu bemerken.

Solange wir Individuen durch Linien, Gattungen durch Flächen, Gesammtheiten durch Körper und Zustände von Individuen durch Punkte symbolisch darstellen, erscheint ein Merkmal, welches als eine Partikularität einer Gattung aufgefasst wird, als ein von Linien begrenztes Flächenstück. Die demselben angehörigen Individuen sind dann durch Linien und die Zustände dieser Individuen durch Punkte vertreten. Bei dieser Auffassung wird aber unvermeidlich die Gattung nicht als ein endlicher Inbegriff wirklicher oder gegebener Individuen, sondern als ein unendlicher Inbegriff aller möglichen oder aller denkbaren Individuen vorgestellt, sodass sie mit dem Individuum nicht gleichartig, nicht von gleicher Qualität, sondern von höherer Qualität ist.

Sobald wir indessen nicht einen unendlichen Inbegriff aller möglichen, sondern einen Inbegriff aller wirklichen Individuen ins Auge fassen, ist dieser Inbegriff kein eigentlicher Gattungs-, sondern nur ein endlicher Inbegriff, welcher mit den einzelnen Individuen gleichartig ist. Wird ein solcher Inbegriff als Fläche aufgefasst; so können die darunter liegenden Individuen als unendlich kleine Flächenelemente, welche sich auf Punkte in jener Fläche reduziren, dargestellt werden. Soll z. B. die Fläche A (Fig. 1130) den Begriff aller wirklichen Römer (nicht aller möglichen Römer) vertreten; so kann ein Punkt darin einen singulären Römer darstellen. Wollte man einen solchen singulären Römer in seinen verschiedenen möglichen Zuständen anschauen; so fielen diese Zustände sämmtlich in jenen einen Punkt: das geometrische Bild verlöre also seine Anschaulichkeit. Um in derselben Figur auch zugleich die Zustände geometrisch anschaulich zu machen, ist es unerlässlich, die Individuen als Linien darzustellen.

Unsere obige Darstellung der Inbegriffe fusst auf der Annahme, dass das Element eines Ganzen als Theil desselben gedacht, eine gleichzeitige Veranschaulichung der Theile jener Theile aber nicht verlangt werde. Unter dieser Voraussetzung kann eine Fläche wie A in Fig. 1130 der Inbegriff von Individuen sein, also eine Gattung vertreten; sie kann aber auch der Inbegriff von Zuständen sein, also ein Individuum vertreten; sie kann ferner der Inbegriff von Gattungen sein, also eine Gesammtheit vertreten.

Wird diese Fläche als Vertreter eines Merkmales gebraucht; so wird ein einfaches Merkmal jedenfalls durch eine stetig gekrümmte Linie begrenzt sein. Eine eckige Grenzlinie, welche arithmetisch nicht durch eine einzige Funktion dargestellt wird, sondern mindestens ebenso viel verschiedene Funktionen zu ihrer Darstellung erfordert, als sie Seiten hat, bezeichnet kein einfaches, sondern ein aus ebenso viel einfachen Merkmalen zusammengesetztes Merkmal.

Ein endliches Merkmal, d. h. ein Merkmal von endlicher Quantität (Weite) bildet eine geschlossene Figur. Eine offene Figur, wie z. B. die einer Parabelfläche, kann wohl ein einfaches, aber kein endliches, sondern nur ein unendliches Merkmal darstellen, insofern die logische Quantität nach dem geometrischen Flächeninhalte (nicht etwa bloss nach einer einzigen Dimension der Fläche) bemessen wird.

Ein durchaus einfaches Merkmal wird auch durch eine Figur von zusammenhängenden Theilen dargestellt. Gleichwohl ist dieser Zusammenhang ebenso wenig wie die stetige Krümmung der Grenzlinie eine Grundbedingung für das Merkmal überhaupt. Ein Merkmal, dessen Elemente nicht im Zusammenhange stehen, also ein aus getrennten Theilen bestehendes Merkmal ist ein disjunktives, wie etwa das durch die beiden umfassenden Merkmale A und B in Fig. 1173 dargestellte. Wird ein disjunktives Merkmal als das Merkmal eines gleichfalls disjunktiven Begriffes gebraucht, wird also verlangt, dass ein Theil dieses Begriffes durch das Merkmal A, ein anderer Theil aber durch das Merkmal B gekennzeichnet werde; so gelten diese Merkmale A und B alternativ wie in dem Beispiele Römer und Pariser. Wird dagegen bei der Anwendung eines disjunktiven Merkmals vorausgesetzt, dass der damit gekennzeichnete Begriff nicht disjunktiv, sondern zusammenhängend sei; so kann dieser Begriff nicht beiden Theilen A und B zugleich, sondern entweder nur dem einen oder nur dem anderen angehören, wie es in dem Beispiele entweder ein Römer oder ein Pariser der Fall ist.

Insofern disjunktive Begriffe nicht derselben Gattung oder derjenigen höheren Gemeinschaft angehören, unter welche man sie beide in Gedanken subsumirt; so heissen sie disparate Begriffe, wie z. B. Ross und Reiter, eine Unterscheidung von den disjunktiven Begriffen, welche ohne prinzipielle Bedeutung ist.

Die Definition bewerkstelligt sich durch eine Vereinigung oder Anhäufung von Merkmalen. Der rückläufige Prozess ist die Zerlegung eines zusammengesetzten Begriffes in seine Merkmale durch Aufhebung des einen nach dem anderen. Die Aufgabe besteht darin, aus einem gegebenen Begriffe N, welcher als durch zwei Merkmale A und B definirt gedacht wird, das eine Merkmal A zu finden, wenn das andere B gegeben ist.

Offenbar stellt sich aus dem durch A und B definirten Objekte N bei Aufhebung des Merkmals B das Merkmal A sicher her, wenn die Merkmale A und B als erschöpfende angesehen werden und wenn das Objekt N die gemeinsamen Fälle von A und B ebenfalls erschöpft, also jedenfalls, wenn es sich um mathematische Merkmale und Definitionen handelt. (Kommen in einer mathematischen Definition beschränkende Merkmale vor; so muss die Beschränkung vollkommen bestimmt sein). Bei generellen logischen Definitionen, wo das Objekt N die gemeinsamen Fälle von A und B nicht vollständig zu erschöpfen braucht (und die etwa vorkommenden beschränkenden Merkmale unbestimmt sind), führt dagegen die Aufhebung des einen Merkmals nicht nothwendig das andere Merkmal in seinem ganzen Umfange herbei.

Beispielsweise kann ein Held als ein tapferer Mensch angesehen, also durch die Tapferkeit und die Menschheit definirt werden. Wird nun der zusammengesetzte Begriff Held in seine Merkmale zerlegt und zu dem Zwecke das gegebene Merkmal der Tapferkeit aufgehoben; so bleibt bei erschöpfender Definition das Merkmal der Menschheit zurück; ein der Tapferkeit entkleideter Held, ein Held ohne Tapferkeit ist immer noch ein Mensch.

Wird das Merkmal der Menschheit aufgehoben; so bleibt das der Tapferkeit zurück; ein der Menschheit entkleideter Held ist immer noch etwas Tapferes. In beiden Fällen erscheint indessen das zweite Merkmal nur dann in seinem vollen Umfange, wenn die Merkmale und Definitionen erschöpfend vorausgesetzt werden, wenn man also unter dem Helden jeden Helden denkt. Würde der Begriff Held nicht erschöpfend genommen, sondern nur eine gewisse Partikularität oder Singularität der Helden darunter verstanden, meinte man damit etwa nur irgend einen gewissen Helden; so würde die Aufhebung des Merkmals der Tapferkeit nicht das Merkmal der Menschheit, sondern nur einen gewissen der Menschheit angehörigen Fall zurücklassen, gleichwie die Aufhebung des Merkmals der Menschheit nicht das Merkmal der Tapferkeit, sondern nur einen gewissen der Tapferkeit angehörigen Fall ergeben würde.

Es ist ungewöhnlich, direkt umfassende Merkmale eines Begriffes aufzuheben, weil hierdurch in der Regel Unmöglichkeiten ausgesprochen werden, da die umfassenden Merkmale gewöhnlich unveräusserliche Merkmale des gegebenen Begriffes sind. So erscheint z. B. ein Londoner, welcher kein Engländer ist, als eine Unmöglichkeit, wiewohl man darunter immer noch den Bewohner der Hauptstadt eines Landes verstehen könnte. Ebenso ungewöhnlich ist es, ausschliessende Merkmale aufzuheben, da dieselben schon von vorn herein nicht in dem gegebenen Begriffe liegen. In der Regel sind es also indirekt umfassende oder beschränkende Merkmale, welche aufgehoben werden, und diese Aufhebung geschieht vornehmlich unter Zuhülfenahme der Partikel jedoch, aber, indessen, übrigens, z. B. ein Engländer, jedoch kein Londoner; ein Deutscher, aber kein Protestant; ein Pferd, übrigens kein arabisches.

Nach diesen Grundzügen über das Wesen der Definition können wir die Aufstellung der wesentlichen Erfordernisse einer Definition dem Leser überlassen. An der Hand der mathematischen, namentlich der geometrischen Anschauung ergiebt sich alles Dahingehörige sehr leicht. Man erkennt sofort, dass eine Definition genau sein oder durch genaue Begriffe vermittelt werden muss, dass sie also weder zu eng, noch zu weit ausfallen darf und dass, wenn dieser Bedingung nicht genügt ist, unter einer zu weiten Definition Fälle möglich sind, welche dem gemeinten Objekte nicht entsprechen, während unter einer zu engen Definition Fälle ausgeschlossen werden, welche dem gemeinten Objekte sehr wohl entsprechen.

Eine Definition muss klar sein, also keinen Zweifel über die Bedeutung der Merkmale lassen. Eine Definition muss durch bekannte Merkmale und nicht etwa durch gleichbedeutende undefinirte oder unbekannte Wörter gegeben sein (indem der letztere Fall eine nichtssagende Tautologie erzeugt).

Eine Definition muss in allen Grundeigenschaften zutreffend, also auch in dieser Hinsicht vollständig sein, indem eine Definition, welche in gewissen Grundeigenschaften zutreffend, in anderen aber unzutreffend ist, eben diejenigen Beziehungen falsch darstellt, welche die letzteren Eigenschaften betreffen. So kann eine Thierklasse nach Quantität und Inhärenz, durch Partikularisation und Eigenschaftsbestimmung, etwa die Klasse der jungen muthigen Reitpferde genügend definirt sein. So

lange die Definition hinsichtlich der Relation fehlt oder unzulänglich ist, weiss man Nichts oder nur Unzulängliches über die Kausalität, d. h. über den Kausalzusammenhang dieser Klasse mit der übrigen Welt, z. B. über ihre Entstehung, ihren Gebrauch, ihre Thätigkeit u. s. w. Oder, solange die Merkmale eines konkreten Individuums, z. B. die von Napoleon I. nicht erschöpft sind, kann unter dem definirten Objekte noch mancher andere Mensch, als Napoleon gedacht werden. Wären aber diese Merkmale des konkreten Individuums, nicht aber die des konkreten Zustandes erschöpft; so würde die Definition den Napoleon in unendlich vielen verschiedenen Zuständen, nicht aber in einem bestimmten Zustande darstellen können. In Ermanglung einer genauen Definition des Abhängigkeitsgesetzes, welches einem Objekte sein Verhalten unter diesen und jenen Bedingungen vorschreibt, also bei ungenügender Modalitätsdefinition sind wir nicht im Stande, das Verhalten jenes Objektes unter gegebenen Umständen zu ermessen; Objekte, welche sich ganz anders verhalten, als das gemeinte Objekt sich verhalten wird, subsumiren sich unter jener Definition, während Objekte, deren Verhalten dem des Objektes vollkommen entspricht, durch jene Definition ausgeschlossen werden.

Dass die Hülfsbegriffe und überhaupt die in der Definition angegebenen Hülfsoperationen geeignet oder zweckentsprechend sein müssen, liegt ebenfalls auf der Hand. So muss z. B. ein Begriff, welcher zur Partikularisirung eines anderen dienen soll, mit demselben nicht bloss Qualitätsdimensionen, sondern auch Fälle gemein haben. Man kann den Begriff Mensch nicht durch den Begriff Baum partikularisiren, sobald darunter Gattungsbegriffe verstanden werden, welche verschiedene Gattungsattribute haben (verschiedenen mit der Grundebene $X Y$ parallel laufenden Ebenen angehören). Jedenfalls würde ein Individuum, welches Mensch und Baum sein sollte, nicht Beides zugleich, sondern nur das Eine oder das Andere sein können, und wenn man die Vielheit der Individuen als etwas Unwesentliches betrachtete, würde das Objekt jedenfalls nicht ein einzelnes, sondern ein zweifaches Individuum sein.

Wir lassen jetzt einige Sätze folgen, welche die Wahrheit der Definition, d. h. ihre Übereinstimmung mit dem äusseren oder gegebenen Objekte, welches durch sie festgestellt werden soll, betrachten. Natürlich verstehen wir hier unter Wahrheit nicht die absolute oder philosophische, sondern die logische Wahrheit oder die Richtigkeit.

Dass für eine gegebene Definition, d. h. für das dieser Definition entsprechende Objekt, selbst wenn die Definition völlig fingirt wäre, die darin liegenden Merkmale wesentliche sind, ist selbstverständlich.

Eine gegebene Definition entspricht einem ganz bestimmten Begriffe oder Objekte, wofür die gegebenen Merkmale wesentlich sind, ob sie aber einem g e g e b e n e n Begriffe oder Objekte (z. B. einem äusserlich existirenden Objekte) entspricht, ist fraglich. So bezeichnet „schönes grosses Reitpferd“ eine ganz bestimmte Klasse von Geschöpfen, für welche jedes der Merkmale schön, gross, reitbar, Pferd ein wesentliches ist. (Ein Geschöpf, welches auf der Grenze des Schönen steht, welches weder unbedingt schön noch unbedingt unschön ist, oder welches auf der Grenze des Grossen, der Reitbarkeit, der Pferdenatur steht, steht auch auf der

Grenze des vorgestellten Objektes, d. h. es ist mit voller Ausschliesslichkeit weder ein schönes grosses Reitpferd, noch ein solches Pferd nicht). Ob nun aber die gegebene Definition des schönen grossen Reitpferdes einem gegebenen Objekte entspricht, kann nicht durch die Definition entschieden werden.

Ein gegebener Begriff oder ein gegebenes Objekt erfordert eine ganz bestimmte Definition mit wesentlichen Merkmalen; ob aber jener gegebene Begriff oder jenes gegebene Objekt einer gegebenen Definition entspricht, ist fraglich. So kann die Klasse von Geschöpfen, welche wir mit dem Namen Mensch belegen, als ein gegebener Begriff oder ein gegebenes Objekt angesehen werden. Demselben kömmt dann eine ganz bestimmte Definition zu; ob dieselbe aber in einer gegebenen Definition, z. B. in der Definition, dass der Mensch ein lebendes, mit Vernunft begabtes animalisches Wesen sei, enthalten ist, bleibt fraglich.

Überhaupt bezeichnet eine Definition nur eine Abgrenzung in dem Erkenntnissgebiete des Denkenden, welches ein subjektives ist. Ob diese Definition mit dem zu definirenden Objekte übereinstimmt, ob sie also eine Wahrheit enthält (§. 498), geht aus der Definition selbst nicht hervor. Bei der Aufstellung der Definition wird die richtige Erkenntniss des Objektes vorausgesetzt. Bei unvollständiger und falscher Erkenntniss bildet sich eine unvollständige und falsche Definition. Eine vollständige Definition erfordert eine vollständige Erkenntniss des Objektes und es ist Sache der Erkenntniss, zu einem gegebenen Objekte die vollständige Definition zu finden, d. h. die richtige Definition eines gegebenen Objektes kann nicht von vorn herein, sondern nur nach Erkenntniss dieses Objektes gebildet werden, oder sie beruht auf einer Erkenntniss des Objektes, nicht auf fingirten, selbstgeschaffenen, unabhängig von jener Erkenntniss aufgestellten Merkmalen.

Die auf richtiger Erkenntniss des Objektes beruhende Wahrheit der Definition setzt hiernach die Richtigkeit aller Merkmale voraus, eine Forderung, welche zugleich die Bedingung einschliesst, dass diese Merkmale das Objekt richtig begrenzen oder einen mit dem gegebenen Objekte übereinstimmenden Inbegriff bilden, also von der allgemeinen Substanz in unserer Vorstellung ein Stück abscheiden, welches mit dem gegebenen Objekte übereinstimmt.

Im Allgemeinen ist eine vollständige Definition eines Begriffes, welche alle möglichen Fälle zur Erkenntniss bringt, unmöglich, d. h. nicht in endlichen Sätzen ausdrückbar, weil dazu unendlich viel Merkmale erforderlich sein würden. Der Mensch mit seinem unvollkommenen Begriffsvermögen sieht sich daher genöthigt, sich auf Definitionen zu beschränken, welche das Objekt nur approximativ treffen, indem sie von allen wesentlichen Merkmalen eine gewisse Anzahl herausheben, die der Denker für die hauptsächlichen hält. Damit eine Definition, selbst wenn sie unvollständig oder ungenau ist, doch zu logischer Behandlung geeignet bleibt, darf sie im Allgemeinen nicht zu eng sein, muss vielmehr zu weit bleiben, d. h. sie muss jeden dem Objekte entsprechenden Fall enthalten. Diese Forderung läuft darauf hinaus, dass von den wirklichen wesentlichen Merkmalen etliche fehlen können, dass aber keine wesentlichen Merkmale, welche in Wirklichkeit nicht vorhanden sind, geschaffen werden

dürfen. Eine Abweichung von dieser Regel ist nicht absolut unstatthaft; sie entspricht nur nicht dem gewöhnlichen Verfahren: bei gehöriger Berücksichtigung des Effektes ist jede Abweichung zulässig.

In allen Fällen gilt dem Denkenden die angenommene Definition augenblicklich als die vollständige und genaue.

Gleichviel, ob der Denkende die richtige oder vollständige Definition eines Objektes findet oder finden kann, gleichviel, ob er dieselbe ausspricht oder aussprechen kann: immer muss, wenn es sich um die Definition eines gegebenen Objektes handelt, vorausgesetzt werden, dass die zur Definition desselben gegebenen Merkmale richtige seien, d. h. dass sie den wirklichen Merkmalen des Objektes entsprechen und dass auch im umgekehrten Falle, wo durch die Definition ein unbekanntes Objekt bestimmt werden soll, die zur Definition dienenden Merkmale wirkliche Merkmale seien, welche eine richtige Definition, und demzufolge ein mit der Wirklichkeit übereinstimmendes Objekt zu liefern vermögen, dass es sich überhaupt, wenn ein wirkliches Objekt in Frage steht, auch immer um wirkliche Merkmale handelt, sodass, wenn ein Objekt oder ein Merkmal mit einem Namen belegt ist, es nicht auf die Erklärung willkürlicher Namen oder Fiktionen, sondern immer nur auf wirkliche Objekte und richtige (der Wirklichkeit entsprechende) Vorstellungen ankömmt.

Fingirte, auf selbstgeschaffene Namen gegründete Definitionen können nur einen subjektiven, formellen Werth haben, für die Anwendung der Logik auf die Welt oder auf jedes ausserhalb des reinen Verstandes liegende Grössengebiet, sind solche Definitionen werthlos.

Die Richtigkeit der Definition ist von der Qualität des Objektes ganz unabhängig. Richtig oder wahr muss eine Definition sein, gleichviel, ob es sich um ein wirkliches oder um ein mögliches oder um ein nothwendiges Objekt handelt, d. h. die Vorstellung eines möglichen Objektes muss mit den Bedingungen der Möglichkeit übereinstimmen, sie muss eine mögliche Definition sein, während ein nothwendiges Objekt nothwendige Merkmale, nämlich solche erfordert, welche den Bedingungen des nothwendigen Seins genügen.

Abgesehen von der Definirbarkeit eines Objektes in endlichen oder in unendlichen Sätzen, immer entspricht, wie schon erwähnt, einem bestimmten Objekte eine bestimmte Definition und zwar eine Definition, welche lediglich von den wesentlichen Merkmalen jenes Objektes abhängt. Eine solche Definition trägt den Charakter der Selbstständigkeit, indem sie von unwesentlichen Merkmalen, nämlich von allen Objekten, welche nicht unter den wesentlichen Merkmalen vorkommen, völlig unabhängig ist. So erfordert z. B. ein Kreis zu seiner Definition eine Ebene, einen Mittelpunkt und einen Radius als wesentliche Merkmale: alle übrigen, mit ihm zugleich bestehenden Figuren des Raumes, gleichviel, ob er damit in einer gegebenen Beziehung steht oder nicht, sind für jene Definition gleichgültig. Ebenso sind zur Definition des Griechen alle Thaten der Griechen, alle gleichzeitigen Ereignisse, die ganze Geschichte Griechenlands vollkommen irrelevant.

Dass gewisse Partikularitäten und Singularitäten eines durch seine wesentlichen Merkmale definirten Begriffes zu ihrer Definition Merkmale

bedürfen, welche für sie selbst wesentlich, für den generelleren Begriff aber unwesentlich sind, leuchtet ein.

Wir heben jetzt nochmals hervor, dass jedes Objekt, um vollständig erkannt zu sein, einer Definition nach allen fünf logischen Grundeigenschaften (Kategoremen) bedarf, also zunächst hinsichtlich der Quantität, wodurch seine Weite festgestellt wird, sodann hinsichtlich der Inhärenz, wodurch seine Beschaffenheit bestimmt wird, dann hinsichtlich der Relation, wodurch seine Kausalität (Ursächlichkeit und Wirksamkeit) bestimmt wird, ferner hinsichtlich der Qualität, wodurch seine Dimensität (seine Qualität als Zustand, Individuum, Gattung oder Gesammtheit, die Möglichkeit, Wirklichkeit oder Nothwendigkeit seines Seins) bestimmt wird, endlich hinsichtlich der Modalität, wodurch seine Abhängigkeit bestimmt wird. Es ist beachtenswerth, dass die meisten Merkmale, welche eine Quantität bezeichnen, auch die Inhärenz des betreffenden Begriffes feststellen, dass sie also geometrisch nicht einfach durch eine bestimmte Figur, sondern durch eine Figur repräsentirt werden, welche einen bestimmten Ort einnimmt. So bezeichnet das Merkmal Sachse nicht bloss einen Inbegriff von gewisser logischer Weite, worin alle konkreten Sachsen Platz finden, sondern zugleich einen Inbegriff von gewisser logischer Inhärenz oder Beschaffenheit, welcher z. B. innerhalb des Begriffes Deutscher und ausserhalb des Begriffes Hesse liegt. Wenn man nach der Qualität dieses Begriffes fragt; so ist sie die einer Gattung oder eines unendlichen Inbegriffes wirklicher Fälle, sobald wir das Sein eines konkreten Sachsen als das wirkliche Sein ansehen, dagegen die eines Individuums, sobald man diesen Begriff als einen unendlichen Inbegriff von Zuständen betrachtet. Die Relation des Begriffes Sachse zum absoluten Sein (seine Richtung oder sein Neigungswinkel) wird durch seine Kausalität oder Ursache bestimmt. Erblicken wir in dem Sachsen Nichts weiter als ein Sein, dessen Ort durch ein gegebenes Attribut bestimmt ist, also eine Parallele zur Grundaxe (resp. Grundebene); so reduzirt sich seine Kausalität auf den Nullwerth: die Relation bezeichnet ein Sein ohne besonderen Grund. Das Nämliche gilt von der Modalität, insofern der Sachse als ein einförmiges (dem Geraden oder Ebenen entsprechendes) Sein gedacht wird. Bei anderen Beispielen, z. B. bei dem Begriffe Regen tritt das Bedürfniss der Definition der Relation und der Modalität deutlicher hervor. Da wir unter allen Regen der Welt nicht ein einziges Individuum mit verschiedenen Zuständen, sondern eine Gattung von individuellen Naturerscheinungen, welche die verschiedenen Regenschauer darstellen, erblicken; so erscheint seine Qualität zunächst als eine Gattungsqualität. Seine Quantität und Inhärenz werden durch Merkmale wie Tropfenfall von Wasser in der Atmosphäre definirt. Zur Definition seiner Relation kann das Merkmal der Entstehung durch Kondensation des Wasserdampfes der Luft in Folge von Abkühlung dienen. Seine Modalität kann durch Bedingungen wie die folgende: wenn der atmosphärische Polarstrom in den Äquatorialstrom eindringt oder die feuchte Luft über Bergesgipfel hinweg treibt, definirt werden.

Der philosophische Zweck der Definition geht immer auf die Erkenntniss der Übereinstimmung unserer subjektiven Vorstellung mit einem

Objekte hin. Eine Definition erfordert also immer eine objektive Erkenntniss oder ist ein ganz bestimmter und selbstständiger Erkenntnissakt.

Die Einschliessung oder Begrenzung eines Begriffes durch Merkmale ist das Mittel, eine Definition herzustellen. Die in der Definition liegende Erkenntniss besteht aber darin, dass das zu definirende Objekt A in allen seinen möglichen Zuständen wirklich durch die Definition B gedeckt wird oder dass die Definition B der wirkliche Inbegriff aller möglichen Fälle des Objektes A ist. Die innere Berechtigung der Definition kann nicht schlechthin in dem Mittel ihrer Ausführung, sondern muss in der Zulänglichkeit dieses Mittels unter der Herrschaft einer grundsätzlich anzuerkennenden Operation gesucht werden. Was nun diese innere Berechtigung der Definition oder des Definirens überhaupt betrifft, welche uns die Überzeugung von der Zulänglichkeit dieser Operation zur Gewinnung der damit beabsichtigten Erkenntniss verschafft; so stützt sich jede Definition auf den Satz, dass einem Dinge alle seine Merkmale zukommen oder auch, dass dasselbe der Inbegriff der unter allen seinen Merkmalen möglichen Fälle sei oder auch, dass dasselbe von den allen Merkmalen entsprechenden Fällen gedeckt werde, einen Satz, welcher als ein logischer Grundsatz zu betrachten ist. Nur vermöge dieses Grundsatzes erkennen wir die in der Definition eines Menschen als „eines animalischen Wesens, welches mit Vernunft begabt ist“ liegende Identität zwischen der logischen Quantität des letzteren Wesens und dem „Menschen“, d. h. aller möglichen Fälle des Menschen als eine vollgültige Übereinstimmung an.

In dem Inbegriffe oder dem Einbegreifen, der Zusammenfassung oder Vereinigung der Fälle spricht sich der Quantitätsprozess in seiner Primitivität aus, und es leuchtet daher ein, dass nach der im vorhergehenden Paragraphen geführten Deduktion die Definition auch die Erkenntniss einer Übereinstimmung unter dem Primitivitätsprinzipe ist.

§. 500.

Ansichten über die Definition.

Dass es sich bei einer Definition um die Werthbestimmung eines Objektes und nicht um die Erklärung eines Namens handelt, ist so einleuchtend, dass die entgegengesetzte Meinung mancher Logiker, unter Anderem die von Stuart Mill (System der deduktiven und induktiven Logik, deutsch von Schiel, erstes Buch, Kap. VIII), und die zur Begründung dieser Meinung vorgetragenen Scheingründe das höchste Erstaunen erwecken müssen. Dieser Irrthum entspringt daraus, dass der Name der Vertreter des darunter verstandenen Objektes ist, dass also, wenn das Objekt durch Worte definirt werden soll, diese Definition die Form einer Namenserklärung annimmt, dass jedoch der Name nicht als ein selbstständiges Objekt, sondern lediglich als der Vertreter eines Objektes in Betracht kömmt, ohne dessen Benennung mit Worten wir uns eben Anderen nicht verständlich machen können.

Die Definition durch Namen ist eine Definition durch selbstgeschaffene, willkürliche, fingirte Merkmale. Eine solche Definition ist zwar ein reiner Denkakt, aber er ist kein Erkenntnissakt, kein Akt, welcher für

die Wirklichkeit oder für die praktische Anwendung eine Bedeutung hat, weil er die Übereinstimmung mit der Wirklichkeit als irrelevant bei Seite lässt.

Einen zweiten Irrthum zieht die Unklarheit der Vorstellung über das Objekt, dessen Vertreter jener Name ist, nach sich. Mill scheint zu glauben, dass das unter einem Namen verstandene Objekt nothwendig ein physisches Objekt sein müsse, welches gewöhnlich Ding oder Gegenstand genannt wird: denn nur bei dieser Auffassung wird es begreiflich, wie das Räsonnement in §. 6 des Kap. VIII über demonstrative Wahrheiten geführt werden kann. Hier wird die Existenz eines Kreises mit genau gleichen Halbmessern, ferner die Existenz einer Linie, als Länge ohne Breite, und überhaupt die Existenz der geometrischen Grundeigenschaften geleugnet, trotzdem aber die Wahrheit der demonstrativen geometrischen Lehren anerkannt, weil diese Lehren aus Definitionen von Namen folgen, also nicht auf der Existenz der definirten Objekte als wirklicher Dinge, sondern auf der Zulässigkeit der in diesen Definitionen liegenden Postulate oder postulirten Thatsachen, als rein geistiger Ideen beruhen sollen! Es wird hier zwischen physischen, der Sinneswelt angehörigen, auf rein sinnlicher Erkenntniss beruhenden Objekten, welche wir Erscheinungen nennen, und mathematischen, auf anschaulicher Erkenntniss beruhenden Objekten, welche wir Anschauungen nennen, sowie logischen, auf abstrakter Erkenntniss beruhenden Objekten, welche wir Begriffe nennen, nicht unterschieden. Bei dieser, durch alle logischen Systeme sich ziehenden Unvollständigkeit der Grundauffassungen muss man natürlich zu so merkwürdigen Demonstrationen kommen. Denn dass eine mathematische Linie kein physisches Objekt ist, liegt auf der Hand: die Assimilirung Beider würde eine contradictio in adjecto in sich schliessen. In der physischen, sinnesfälligen, äusseren Wirklichkeit giebt es allerdings keine Linien und Kreise, wohl aber in der mathematischen oder anschaulichen Wirklichkeit. Hier sind die Linien wirkliche Objekte, wie in der Begriffswelt abstrakte Begriffe wirkliche Objekte sind. Auch sind die mathematischen und die abstrakten Grundgrössen und Grundbegriffe durchaus keine willkürlichen Objekte, welche der Geist nach Belieben schaffen und deuten könnte, sondern es sind bestimmt gegebene Objekte, feste Grundlagen seiner selbst, die nicht auf Worten und Namen, sondern auf den Grundprinzipien des Geistes, resp. der Welt beruhen, die also auch nicht nach Namen konstruirt werden können, sondern welchen sich die Namen anzupassen haben.

Mathematische Grössen, Linien, Zeiten, Kräfte, Zahlen, sowie auch logische Begriffe sind so gut wirkliche Grössen wie die physischen Grössen; sie sind die wirklichen Grössen unseres Anschauungsvermögens, resp. Verstandes. Sie werden auch ebenso gut beobachtet, wie die physischen Grössen, natürlich nicht mit den Sinnen, weil es keine Sinnesgrössen sind, sondern mit dem Anschauungsvermögen und dem Verstande. Das Anschauungsvermögen ist zwar freier als das Sinnesvermögen und der Verstand freier als das Anschauungsvermögen, sodass Beide auch spontane Vorstellungen bilden können: immer aber müssen diese Vorstellungen wahr bleiben, d. h. sie müssen der mathematischen, resp. logischen Wirklichkeit entsprechen. Die von Haus aus gegebenen An-

schauungen und Begriffe, mit welchen unsere reinen und spontanen mathematischen und logischen Vorstellungen stets übereinstimmen müssen, um wahr zu sein, sind die mathematischen und logischen Grundeigenschaften und Grundsätze. Gegen diese darf auch die Definition eines selbstgeschaffenen Objektes nicht verstossen, wenn sie überhaupt eine vernünftige Definition bleiben soll. Die auf Dinge der Aussenwelt anwendbaren Definitionen müssen aber neben dieser Bedingung der Übereinstimmung mit den Grundlagen des Verstandes auch der Bedingung der Übereinstimmung mit dem äusseren Objekte entsprechen und die Definitionen rein mathematischer Grössen und rein logischer Begriffe müssen neben jener allgemeinen Bedingung auch der speziellen Bedingung der Übereinstimmung mit dem zu definirenden Objekte genügen.

Worterklärungen, welche lediglich die Bedeutung eines Namens definiren sollen, können lediglich einen linguistischen Zweck, nämlich den Zweck der auf reiner Willkür beruhenden Feststellung des Wörterbuches des Denkenden behuf Erleichterung des Gedankenaustausches haben. Insofern es sich aber um die Definition von wirklichen Objekten handelt, bezweckt die Definition die Erkenntniss eines solchen Objektes durch quantitative Werthbestimmung und hierbei ist es gleichgültig, ob die Definition mit Worten ausgesprochen oder als in einem einzigen Worte, dem Namen des Objektes liegend vorausgesetzt wird.

Die Schaffung von Namen und die Herstellung von Definitionen aus diesen Namen ist eine Fiktion, welche wohl die Bedeutung einer vollkommen logischen Operation hat, indem sie rein subjektive Erkenntnisse erzeugt, welche aber für gegebene Begriffe, d. h. für die selbstständig existirenden Objekte, also auch für alle physischen Dinge ohne alle Bedeutung ist. Die Objekte, welche solchen selbstgeschaffenen Definitionen entsprechen, sind ebenfalls nur selbstgeschaffene Objekte: die Übertragung derselben auf ein gegebenes Grössengebiet, z. B. auf die physische Welt, ist unzulässig, ungerechtfertigt, führt zu den grössten Irrthümern, ist das Verfahren der sogenannten Naturphilosophie, welchem Mill, ohne es zu wollen, thatsächlich die Wege bahnt; indem er den Schwerpunkt auf die Definition von Namen legt. Eine solche Übertragung ist nur statthaft, wenn die Übereinstimmung unserer abstrakten Vorstellung mit dem gegebenen oder wirklichen Objekte konstatirt ist, was die Erkenntniss eines gegebenen Objektes, nicht die Erkenntniss aus fingirten Vorstellungen voraussetzt.

So sind alle mathematischen Sätze wirkliche Wahrheiten, weil sie auf richtiger Erkenntniss wirklicher mathematischer Grössen beruhen. Die mathematischen Sätze sind aber nur Wahrheiten im mathematischen Erkenntnissgebiete oder im Anschauungsgebiete, d. h. die Objekte, mit welchen unsere Vorstellungen laut eines mathematischen Satzes übereinstimmen, sind anschauliche, dem Gesetze des Anschauungsgebietes entsprechende, nicht etwa physische oder faktische Grössen. Die mathematischen Sätze können nicht ohne Weiteres auf die physische oder Sinneswelt oder auf das Gebiet der Erscheinungen übertragen werden, bevor nicht die Übereinstimmung der betreffenden physischen Erscheinung mit der mathematischen Grösse erkannt ist. Es war falsch, die Theorie der Epizykeln auf die Bewegung der Planeten anzuwenden, obwohl diese

Theorie mathematisch vollkommen richtig war, weil nicht erkannt oder konstatirt war, dass sich die Planeten wirklich in Epizykeln bewegten. Ebenso trügerisch ist jede Übertragung einer mathematischen Formel auf logische Begriffe, wenn nicht zugleich die Übereinstimmung des anschaulichen und des abstrakten Objektes in der betreffenden Beziehung erkannt ist. Dieselben Fehler werden begangen, wenn logische Sätze ohne Prüfung der Übereinstimmung des Angenommenen mit dem Gegebenen auf das Gebiet der Mathematik oder auf das Gebiet der physischen Welt übertragen werden, überhaupt, wenn Das, was sein kann, als wirklich seiend betrachtet wird.

Bei solchen Übertragungen oder Anwendungen der Lehren einer Wissenschaft auf das Gebiet einer anderen Wissenschaft können selbstredend verschiedenartige Fehler begangen werden. Wenn die Bahn der Planeten auf Grund ungenauer Beobachtungen für eine epizyklische gehalten und demnach die richtige geometrische Theorie der Epizykeln darauf angewandt wird, liegt der Irrthum in der Definition der faktischen Bewegung, wozu unvollständige oder ungenaue Beobachtungen über diese Bewegung führen können. Wäre dagegen die epizyklische Bewegung das Resultat einer mechanischen Theorie, welche sich auf das Vorhandensein gewisser mechanischer Bedingungen stützte; so läge der Irrthum in der Erkenntniss und Definition der mechanischen Bedingungen, welchen die Planeten thatsächlich unterworfen sind: dieser Irrthum wäre zwar auch ein Beobachtungsfehler, derselbe beträfe aber die Beobachtung der mechanischen Eigenschaften der Planeten. Wäre endlich die epizyklische Bewegung das Ergebniss einer allgemeinen Theorie, welcher alle Körper, also auch die Planeten unterworfen sein müssten; so läge der Irrthum in den dieser Theorie zu Grunde gelegten Prinzipien, beruhte also auf einer falschen Erkenntniss und Definition der allgemeinen mechanischen Eigenschaften und wäre kein Beobachtungs-, sondern ein Fehler der mathematischen Theorie.

§. 501.

Das Unendliche, das Nichts und die Grenze.

Mathematische Unendlichkeit ist unbegrenzte Vielheit; ihr entspricht die logische Allheit, welche den unbegrenzten Inbegriff jedes möglichen Seins bedeutet. Wegen der Unbegrenztheit kann jede mathematische Vielheit vergrössert und jeder logische Inbegriff erweitert werden; es kann jeder Menge von Einheiten eine fernere Einheit hinzugezählt, jedem Begriffe durch Verallgemeinerung ein ferneres Etwas als Partikularität subsumirt werden.

Der Prozess (sein Wesen und sein Passus), durch welchen eine unendliche Grösse erzeugt wird, ist vollkommen bestimmt; er ist dieselbe Grundoperation, wodurch jede endliche Grösse entsteht. Die Unbestimmtheit des Unendlichen liegt nur in dem Resultate oder Endergebnisse jenes Prozesses, welches nur desshalb, weil dieser Prozess nie beendigt wird, einen unbestimmten oder vielmehr unbestimmbaren Werth annimmt. Die unendliche Grösse, ebenso wie der allumfassende Begriff, ist ein fortwährend im Entstehen, im Werden Begriffenes. Intelligibel oder dem

Verstande zugänglich, ist nur das Sein, die auf einem festen Zustande unserer selbst beruhende Erkenntniss: das Werden, als eine Funktion der Phantasie, als etwas auf dem Zustandswechsel Beruhendes, ist unmittelbar nicht intelligibel; wir erkennen das Zuverändernde, das Verändernde und das Veränderte, nicht die Veränderung oder den Veränderungsprozess selbst. Demzufolge ist das Unendliche nicht begreifbar: denn der Entstehungsprozess als solcher ist überhaupt kein Erkenntnissobjekt und das Resulat desselben kann keinen vollständigen oder erschöpfbaren Begriff ergeben, weil dazu ein unendlicher Denkprozess erforderlich sein würde, welchen der Mensch, der in endlicher Zeit nur eine endliche Menge von Begriffen zu bilden vermag, in seiner Lebenszeit nicht vollbringen kann.

Der reziproke Werth des mathematisch unendlich Grossen ist das unendlich Kleine, das auf unendlicher Theilung der Einheit Beruhende. In dem Verhältnisse zur Einheit oder zu einer endlichen Grösse hat das unendlich Kleine den Werth null, ebenso wie das Endliche im Verhältnisse zum unendlich Grossen gleich null ist. Betrachten wir auch in der Logik die Quantität eines Begriffes nur in seiner Relation zu einer endlichen Quantität; so entspricht das mathematisch unendlich Kleine oder der Nullwerth dem Nichts. Die vollständige Bestimmung einer Grösse verlangt aber nicht bloss die Feststellung ihrer Quantität, sondern auch die ihres Ortes: ein Nullwerth kann jeden beliebigen Ort im Grössensysteme einnehmen. Unter Mitberücksichtigung des logischen Ortes oder der Beschaffenheit ist nun ein Begriff von unendlich kleiner Quantität ein Begriffselement oder ein möglicher Fall oder ein Zustand eines individuellen Begriffes. Die Analogie des an einer bestimmten Stelle oder in einem bestimmten Abstande existirenden mathematischen Nullwerthes oder Punktes ist daher in der Logik ein bestimmter möglicher Fall oder möglicher Zustand.

Das Endliche entspringt mathematisch aus endlicher Vervielfältigung und endlicher Theilung einer gegebenen endlichen Grundgrösse. Das endliche Vielfache entspricht dem ersten, der endliche Theil dem zweiten Grundprozesse: durch unendliche Fortsetzung des ersten entsteht das unendlich Grosse, durch unendliche Fortsetzung des zweiten das unendlich Kleine; die Kombination dieser beiden Prozesse liefert das endliche Irrationale.

Ganz ebenso entsteht logisch aus einer endlichen Zahl von endlichen Merkmalen ein endlicher Begriff von kleinerer oder grösserer Weite, jenachdem der Prozess immer neue Merkmale hinzufügt oder gegebene aufhebt. Ein Begriff von unendlich geringer Weite erfordert hiernach eine unendliche Menge von endlichen Merkmalen, also eine unendliche Definition, und ein Begriff von unendlich grosser Weite erfordert ebenfalls eine unendliche Definition durch endliche Merkmale. Nur mit Hülfe unendlich weiter oder unendlich enger Merkmale kann ein endlicher Definitionsprozess zu einem unendlich weiten oder unendlich engen Begriffe führen.

Nun ist ein Begriff, welcher alle wirklichen Fälle eines gewissen Inbegriffes darstellt, ein endlicher, dagegen ein Begriff, welcher alle möglichen Fälle kennzeichnet, ein unendlicher (§. 486): ein Begriff der letzteren Art

erfordert also immer eine unendliche Definition, z. B. der Begriff, welcher alle möglichen Menschen kenntlich machen oder keinen möglichen Menschen unberücksichtigt lassen soll, indem hierzu offenbar die Aufzählung aller Merkmale gehören würde, welche möglicherweise irgend ein Mensch an sich tragen könnte. Ebenso ist ein Begriff, welcher eine noch so geringe, aber doch eine endliche Weite hat, welcher also alle dieser Weite angehörigen wirklichen Fälle umfasst, ein endlicher, dagegen ein Begriff, welcher nur einen einzigen möglichen Fall oder eine gewisse Menge möglicher Fälle umfasst, ein unendlich enger, und auch dieser erfordert eine unendliche Definition, welche in der Regel durch Ausschliessung unendlich vieler möglichen Merkmale geführt wird. So kann z. B. der Begriff, welcher den Newton als einzig mögliches Individuum der Gattung Mensch so sicher feststellt, dass darunter unmöglich ein anderer Mensch als Newton verstanden werden kann, nur durch unendlich viel Merkmale definirt werden.

Hiernach ist auch klar, dass das Nichts als wirkliches Nichts oder als Vernichtung des Wirklichen sehr wohl durch eine endliche Definition, z. B. durch Aufhebung der Bejahung mittelst einer Verneinung oder durch Kombination eines Begriffes mit seinem kontradiktorischen Gegensatze dargestellt werden kann: was Gelehrter und zugleich nicht Gelehrter sein soll, sowie das hässliche Schöne ist Nichts. Dagegen kann das Nichts als mögliches Nichts oder als Vernichtung des Möglichen, d. h. als derjenige Begriff, welcher nichts Mögliches, kein mögliches oder kein denkbares Objekt zulässt, welcher also die deutlich bewusste Erkenntniss liefert, dass darin nicht etwa wirklich Nichts enthalten sei, sondern dass darin unmöglich Etwas enthalten sein könne, nur durch eine unendliche Definition, welche sukzessive alles Mögliche ausschliesst, dargestellt werden.

Man erkennt, dass dieses Nichts, welches man das absolute Nichts nennen kann, ebenso undenkbar ist, wie die absolute Allheit: während die Letztere einen unerschöpflichen Akt von Einschliessungen erfordert, verlangt das Erstere einen unerschöpflichen Akt von Ausschliessungen.

Wie in der Mathematik der Werth der Null als unendlich kleiner Theil der Einheit oder als Vielheitsgrösse, als Nullwerth, aus welchem das Endliche nur durch unendliche Vervielfältigung entstehen kann, von dem Werthe der Null als Anfang einer Reihe oder als Fortschrittsgrösse, als Nullpunkt, aus welcher das Endliche durch endlichen Fortschritt entsteht, unterschieden werden muss, ebenso muss in der Logik die eben betrachtete Bedeutung des Nichts, als unendlich kleiner Inbegriff, aus welchem ein endlicher Begriff nur durch unendliche Zusammenfassung ähnlicher Fälle entstehen kann, von der Bedeutung des Nichts, als Eigenschaft, aus welcher ein endlicher Begriff durch Veränderung oder durch Verbindung mit einem endlichen Begriffe entsteht, unterschieden werden. Die letztere Bedeutung des Nichts ist der Anfang, und wenn es sich um die äusserste Grenze eines Begriffes handelt, das Ende. Anfang und Ende bilden die Grenzen des Begriffes und jeder mögliche Fall eines Begriffes, wenn er ein absolut einziger ist, bezeichnet eine Grenze für die betreffende Partikularität, und zwar eine absolute Grenze.

Solange unter der Grenze nur der Anfang oder das Ende eines

endlichen Begriffes vorgestellt wird, der letztere Begriff also das vorgestellte Objekt und die Grenze nur ein Bestimmungsstück jenes Begriffes ist, spielt das Unendliche dabei keine Rolle: wenn die Grenze aber als selbstständige Quantität gedacht, also definirt werden soll, erscheint sie als ein unendlich Kleines, als ein Nichts an bestimmter Stelle, nämlich als ein absolut einziger möglicher Fall des Begriffes, entsprechend einem Punkte als Längenelement, oder, allgemeiner, als eine Reihe möglicher Fälle. Hieraus und aus dem Vorhergehenden folgt, dass ein Grenzbegriff nur durch unendlich viel Merkmale zu definiren, also, streng genommen, undefinirbar ist und dass man sich demselben nur durch fortgesetzte Definition nähern kann.

Der tiefere Grund der Undefinirbarkeit einer Begriffsgrenze und demnach auch eines einzigen möglichen Zustandes und des absoluten Nichts liegt darin, dass der logische Begriff, wenn man ihn mit einer mathematischen Grösse vergleicht, nur als eine mathematische Grösse mit einer freien Grenze, welche unter der Herrschaft der Möglichkeit eine freie oder willkürliche Variation gestattet, betrachtet werden kann.

Um z. B. in dem Begriffe Pferd einen Fall zu bezeichnen, welcher sich als ein absolut einziger, also als ein solcher darstellt, welcher durchaus keine anderen möglichen Fälle enthält und welcher demnach als die absolute Grenze einer bestimmten Partikularität von Pferden angenommen werden kann, könnte man zunächst das Merkmal braun aufstellen: das braune Pferd enthält die erste Beschränkung des universellen Begriffes Pferd, lässt aber noch unendlich viel mögliche Fälle zu. Durch das fernere Merkmal „zum reiten“ tritt eine weitere Beschränkung ein: das braune Reitpferd umfasst weniger, aber immer noch unendlich viel Fälle. Das braune Reitpferd im Alter von zehn Jahren mit dem Sattel auf der Promenade zu Braunschweig im Sprunge zeigt durch die Anhäufung von Merkmalen die unausgesetzte Beschränkung der möglichen Fälle oder die Annäherung an einen einzig möglichen, aber durch die Definition nicht zu erschöpfenden Grenzfall.

Ebenso ist, wenn man unter Grenze den letzten oder äussersten Grenzfall, das Ende oder auch den Anfang des Begriffes versteht, dieselbe quantitativ nicht definirbar. Wann ein Wesen anfängt oder aufhört Pferd zu sein, wo das Schöne beginnt und endigt, welche Erscheinung den Anfang und das Ende des Eindruckes grün ausmacht, ist nur durch eine unendliche Definition zu sagen. So genügt es z. B. nicht, die Grenzen des Grün an bestimmte Schwingungszahlen des Lichtstrahles oder Stellen des Sonnenspektrums zu knüpfen. Es handelt sich um das Sehen, um den Eindruck, den das Auge empfindet: dieser aber verlangt eine bestimmte Minimalzahl von aufeinander folgenden Schwingungen, keine zu grosse Unregelmässigkeit derselben, bestimmte Grenzen der Intensität; der Gesichtseindruck wird bedingt durch das Verhalten des leuchtenden Körpers, durch das Licht, welches ihn bestrahlt, durch das Medium, welches zwischen ihm und dem Auge liegt; derselbe wird bedingt durch die Beschaffenheit des Sehorgans, welches ein Komplex von unzähligen Elementen ist, welches bei jedem Subjekte anders ist, sich fortwährend theils durch den individuellen Lebensprozess, theils durch innere Erregungen, theils durch äussere Veranlassungen ändert, also einer endlosen

Definition der subjektiven Zustände, in welchen der Eindruck empfangen werden soll, bedarf.

Selbst das mathematisch Feste und vollkommen Begrenzte erfordert, wenn es nur diese mathematische Grösse darstellen, also jede andere Vorstellung ausschliessen, keine andere Vorstellung als möglichen Fall zulassen soll, eine unerschöpfliche Grenzdefinition. So ist z. B. die Zahl sechs zwar ein vollkommen bestimmter mathematischer, aber kein fest begrenzter logischer Begriff. Die Unbestimmtheit der Einheit gestattet, jede beliebige Vorstellung mit dieser Einheit zu verbinden, also sich darunter sechs Kugeln, sechs Bäume, sechs Thaler zu denken. Bestimmt man die Kugel zur Einheit; so ist damit ihr Begriff nur erst beschränkt, noch nicht absolut fest begrenzt; man kann hölzerne, eiserne, steinerne Kugeln denken. Die sechs hölzernen Kugeln können roth, blau, bunt sein. Die sechs rothen Holzkugeln können hart oder weich sein. Die sechs harten rothen Holzkugeln können auf dem Tische ruhen oder fallen oder geworfen werden, und man erkennt, dass eine unendliche Aufzählung von Merkmalen nöthig sein würde, um die Vorstellung in absolut feste Grenzen dergestalt einzuschliessen, dass nur ein einziger möglicher Fall übrig bliebe.

Wir heben noch hervor, dass der einzig mögliche Fall, welcher das Wesen der absoluten Grenze eines Begriffes ausmacht, wenn dieser Begriff ein Individuum ist, einen Zustand bezeichnet, gleichwie die Grenze der Linie ein Punkt ist. Wenn der Begriff eine Gattung darstellt, ist die Grenze ein Individuum oder, allgemeiner, ein Inbegriff von Zuständen, gleichwie die Grenze der Fläche eine Linie ist, welche nicht nothwendig gerade zu sein braucht, selbst wenn die Fläche eben und als Ort von lauter geraden Linien gegeben ist. Wenn der Begriff eine Totalität bezeichnet, ist die Grenze eine Gattung oder, allgemeiner, ein Inbegriff von Gattungszuständen. Beispielsweise ist die Grenze für eine Partikularität eines bestimmten Menschen ein Zustand desselben. Die Grenze einer Partikularität des Menschengeschlechtes, z. B. des Europäers oder des Mongolen ist ein Inbegriff von menschlichen Zuständen, welche nicht nothwendig einem einzelnen Individuum anzugehören brauchen, sondern Grenzzustände verschiedener Individuen sein können. Die Grenze einer Partikularität des Thierreiches, z. B. die Grenze der Säugethiere, ist ein Gattungsbegriff, welcher nicht nothwendig eine bestimmte Thiergattung darzustellen braucht, sondern die Grenzzustände bestimmter Gattungen, welche selbst wieder Inbegriffe von Individualgrenzen sind, umfasst.

Wenngleich nun nach allem Vorstehenden der Grenzfall nur durch unendliche Definition festzustellen, also faktisch nicht definirbar ist; so ist er doch darum objektiv kein unmöglicher, sondern ein sehr wohl möglicher und bestimmter Fall. Dieser objektiven Möglichkeit und Bestimmtheit entspricht nicht bloss der bestimmte Name des Grenzfalles, ein Name, welcher natürlich die vollständige Definition nicht enthält, vielmehr nur als Vertreter dieser Definition erscheint, sondern auch eine ganz bestimmte Vorstellung der Phantasie, mit welcher sich zwar keine vollständige Erkenntniss des Verstandes verbindet, welche aber das subjektive Zeugniss für die Existenz eines ebenso bestimmten Objektes

und zugleich die Forderung an den Verstand enthält, die vollständige Erkenntniss dieses Objektes zu bilden.

Ausser dem Quantitäts- und Relationswerthe, welchen das unendlich Kleine im Vergleich zum Endlichen hat (ein Werth, welcher sich auf null reduzirt), ausser dem Inhärenzwerthe, welchen dasselbe als Grenzwerth einer Grösse hat, und ausser dem Qualitätswerthe, welchen es als Entstehungszustand einer endlichen Grösse hat, kömmt noch der Modalitätswerth in Betracht, welchen dasselbe als Element einer gesetzlich gebildeten Grösse besitzt. Dieser Werth ist durchaus kein bestimmter, sondern ein variabeler, ein dem Nullwerthe sich unausgesetzt bis auf jeden beliebigen Grad der Kleinheit nähernder, ein Werth, welcher dem mathematischen Differentiale und dem Quotienten $\frac{1}{n}$ entspricht, worin der Zähler n eine unendlich grosse, also ebenfalls variabele Zahl bezeichnet. Die logische Bedeutung dieses unendlich kleinen Elementes ist das Verschwindende, das unmerkbar Unbedeutende, welches dem Nichts unaufhaltsam zuschreitet.

§. 502.

Das Urtheil, als zweite Apobase.

Während es sich bei der ersten Apobase, der Definition, um eine Gemeinschaft der Quantität, um eine Deckung handelte, handelt es sich bei der zweiten Apobase, dem Urtheile, um eine Gemeinschaft der Inhärenz oder der Beschaffenheit, oder auch um die Gemeinschaft eines logischen Ortes, also um ein Treffen, Zusammentreffen, um eine Begegnung oder Verbindung zweier Objekte. Die Begriffe, zwischen welchen das Urtheil ausgesprochen wird, kommen prinzipiell als Inhärenzen in Betracht, und indem der eine durch den anderen beurtheilt wird, spricht man aus, dass der zweite eine Eigenschaft des ersten sei oder dass er sich mit dem ersten verbinde (sei es in einem gemeinschaftlichen Endpunkte, sei es in einem gemeinschaftlichen Zwischenpunkte). So sagt das Urtheil, der Vogel ist befiedert oder der Vogel hat ein Gefieder, in welchem der Vogel in seiner Beschaffenheit durch den Begriff des Gefieders beurtheilt, ihm ein logischer Ort angewiesen wird, dass das Gefieder eine Eigenschaft des Vogels sei, dass also zwischen dem Begriffe Vogel und dem Begriffe Gefieder eine Gemeinschaft der Inhärenz, nicht etwa der Quantität bestehe: man definirt nicht durch jenes Urtheil den Vogel (man begrenzt nicht die Zahl der möglichen Fälle), sondern man beurtheilt ihn, indem man allen möglichen im Begriffe des Vogels enthaltenen Fällen, ohne Beschränkung auf irgend welche Partikularitäten, die Eigenschaft des Gefieders prädizirt, also allen diesen Fällen einen durch das Prädikat Gefieder bestimmten logischen Ort anweis't.

Das Urtheil kann sich auf die Weite, auf die Eigenschaft, auf die Relation, auf die Qualität und auf die Modalität erstrecken: immer wird die zu beurtheilende Grundeigenschaft (oder vielmehr der sie bestimmende Begriff, welcher den Grössen a, b, φ, m, p in §. 498 entspricht) als ein nach dem Inhärenzgesetze gebildeter Begriff angesehen und es wird seine Beschaffenheit durch die Beschaffenheit eines anderen Begriffes bestimmt.

Das dem Inhärenzgesetze analoge mathematische Grundgesetz ist der Fortschritt, und der logischen Beschaffenheit entspricht der mathematische Ort, welcher durch den Abstand gemessen wird. Logische Gemeinschaft der Beschaffenheit ist daher mathematische Gleichheit des Ortes. Das logische Urtheil ein A ist ein B sagt hiernach Dasselbe wie die mathematische Anschauung, dass die beiden Grössen A und B einen Ort miteinander gemein haben, also sich an einem gewissen Orte treffen, schneiden. Setzt man voraus, die Gemeinschaft des Ortes finde in dem Endpunkte der beiden Grössen A und B statt; und diese Grössen seien absolute und einfache Quantitäten, welche auch den Anfangspunkt miteinander gemein haben; so würde jenes Urtheil die Gleichheit oder Deckung jener beiden Grössen A und B nach sich ziehen: allgemein handelt es sich aber weder um absolute Quantitäten, noch um einfach gebildete (geradlinige, einförmige) Grössen, noch um Grössen mit gemeinschaftlichem Anfangspunkte, sondern um Objekte von beliebigem Werthe; auch handelt es sich nicht ausschliesslich um das Zusammentreffen im Endpunkte, sondern in einem beliebigen Punkte. Für solche Objekte bedeutet nun das Zusammentreffen keineswegs Gleichheit schlechthin oder Gleichheit der Objekte, sondern nur Gleichheit eines Vektors, welcher vom Nullpunkte nach dem gemeinschaftlichen Orte beider Objekte führt (d. h. Gleichheit des Endresultates der Fortschrittsoperation, welche die gegebenen Grössen erzeugt). Die Übereinstimmung der Vektoren (nicht die Übereinstimmung der Grössen selbst) ist diejenige Voraussetzung, welche die Mathematik bei der Aufstellung einer Gleichung macht. (Es ist $6 + 5\sqrt{-1} = 9\sqrt{-1} - 2 - 4\sqrt{-1} + 8$, obwohl beide Grössen ganz verschiedene Linienzüge darstellen, lediglich wegen der Gleichheit der Vektoren oder Endresultate; ebenso ist $e^{\alpha\sqrt{-1}} = e^{(\alpha + 2n\pi)\sqrt{-1}}$, obgleich beide Grössen ganz verschiedene Drehungsbögen haben, lediglich wegen der Übereinstimmung der Vektoren; auch ist $e^{\alpha\sqrt{-1}} = \cos\alpha + \sin\alpha\sqrt{-1}$, obgleich die erste Grösse einen geraden Weg in schräger Richtung, die zweite aber einen gebrochenen Weg darstellt, lediglich wegen der Gleichheit der Vektoren). Hieraus geht hervor, dass das logische Urtheil, A ist ein B, seine Analogie in einer mathematischen Gleichung findet, dass jedoch, da es sich nicht um Dekung der Objekte A und B, sondern um eine Ortsgemeinschaft handelt, die korrespondirende Gleichung nicht $A = B$ sein kann, sondern demjenigen Ausdrucke entsprechen muss, welcher die Gleichheit der Eigenschaften, die A und B miteinander gemein haben, darstellt.

Das logische Urtheilen oder die Beurtheilung entspricht der mathematischen und logischen Vergleichung. Die Vergleichung gestaltet sich zur zweiten Prinzipaloperation, wenn sie die Veränderungen zur Erkenntniss bringt, welche durch sukzessive Ortsveränderung, Fortschritt des Operands oder logisch durch sukzessive Änderung der Eigenschaften des in dem grammatischen Subjekte dargestellten Objektes vor sich gehen.

Das Urtheil zwischen diesem Subjekte A und dem Prädikate B spricht eine solche Veränderung des Subjektes A aus, indem dasselbe der Vorstellung Ausdruck giebt, dass der Anfangspunkt des als Subjekt auftretenden Objektes A in den Endpunkt des als Prädikat erscheinenden

Objektes B verlegt, oder dass das Subjekt A um den Werth des Prädikates B verschoben, fortgeschritten, verändert sei. Allgemeiner ist übrigens die Vorstellung, dass nicht gerade der Anfangspunkt, sondern irgend ein Punkt des Objektes A verschoben werde und dass diese Verschiebung nicht gerade bis zum Endpunkte, sondern bis zu irgend einem Punkte des Prädikates B erfolge.

Wie es sich logisch um die Veränderung eines Objektes nach seinen fünf Grundeigenschaften (Kategoremen) handelt, wodurch sich die Quantitäts-, Inhärenz-, Relations-, Qualitäts- und Modalitätsurtheile ergeben, handelt es sich in der Mathematik um fünf Grundgleichungen, welche sich resp. auf den Inhalt, den Ort, die Richtung, die Dimensität und die Form beziehen, welche also durch eine Numerations-, eine Additions-, eine Multiplikations-, eine Potenz- und eine Funktionsformel, also resp. durch $N(b) = c$, $a + b = c$, $a \times b = c$, $(\lambda^a)^b = \lambda^c$, $F((a + b), x) = F(c, x)$ (oder ${}^{a+b}\mathfrak{F}(x) = {}^{c}\mathfrak{F}(x)$) vertreten werden. Alle diese Gleichungen reduziren sich im wahren Sinne der Vergleichung auf eine Additionsformel, indem die Vergleichung, resp. Ausgleichung unmittelbar mit denjenigen Grössen vorgenommen wird, welche die betreffende Grundeigenschaft direkt messen. So verwandelt sich, indem man $a = e^\alpha$, $b = e^\beta$, $c = e^\gamma$ setzt, die Multiplikationsformel $a \times b = c$ in die Additionsformel $\alpha + \beta = \gamma$ oder $\log a + \log b = \log c$, ferner die Potenzformel $(\lambda^a)^b = \lambda^c$ in die Additionsformel $\alpha + \beta = \gamma$ und die Formationsformel $F((a + b), x) = F(c, x)$ oder ${}^{a+b}\mathfrak{F}(x) = {}^{c}\mathfrak{F}(x)$ in die Additionsformel $a + b = c$. Ganz ebenso kömmt jedes Urtheil auf ein Inhärenzurtheil zurück. Dasselbe kann aber auch immer in ein Quantitätsurtheil verwandelt werden, welches auf einer Vergleichung von Quantitätswerthen beruht.

Die Vergleichung zweier Begriffe ist das Mittel, ein Urtheil über diese Begriffe auszusprechen: die innere Berechtigung des Urtheils, welche uns die Überzeugung von der darin liegenden Identität der Inhärenz verschafft, fliesst aus dem logischen Grundsatze, dass jedes Objekt der Besitzer (Inhaber) seiner Eigenschaften sei. Vermöge dieses Grundsatzes kann man mit Überzeugung urtheilen, dass der Vogel ein Gefieder hat, nachdem man die Befiederung als eine Eigenschaft des Vogels erkannt hat.

Die in das einfache Urtheil eintretenden beiden Begriffe, das Subjekt A, welchem das Prädikat B als Eigenschaft beigelegt wird, müssen, um ein richtiges Urtheil zu liefern, definirt sein oder als definirt vorausgesetzt werden. Hiernach, kann man sagen, bilde sich das Urtheil aus zwei Definitionen A und B, welche in Inhärenzbeziehung treten oder miteinander verglichen werden, vermöge ihrer Begegnung an gemeinschaftlichem Orte (vermöge gemeinschaftlicher Eigenschaften).

Dem Inhärenzgebiete gehört auch der Grundsatz an, dass kein Objekt der Besitzer von Eigenschaften sein kann, welche das Gegentheil seiner Eigenschaften sind, dass also die Prädizirung der kontradiktorisch entgegengesetzten Eigenschaften das Subjekt vernichtet oder vielmehr ihm seine Eigenschaften raubt. Die mathematische Analogie dieses Satzes stellt sich, wenn die gegebene Gleichung $A = B$ ist, in der annullirten Gleichung $A - B = 0$ dar. Entspräche die erstere dem Urtheile, jeder Vogel ist befiedert; so würde die letztere dem Urtheile, ein unbefiederter Vogel existirt nicht oder, kein Vogel ist unbefiedert, entsprechen. Unter

diesem Gesichtspunkte erscheint das Urtheil wie die annullirte mathematische Gleichung als eine Erkenntniss der gegenseitigen Aufhebung durch kontradiktorische Gegensätze.

Indem wir jetzt an der Hand des Kardinalprinzipes die fünf Grundurtheile charakterisiren und spezialisiren, ergiebt sich Folgendes.

1) Quantitätsurtheile drücken aus, dass gewisse Fälle des Subjektes mit gewissen Fällen des Prädikates zusammentreffen, sich begegnen, sich decken oder dass Subjekt und Prädikat gewisse Fälle miteinander gemein haben. Dieses Zusammentreffen in gewissen Fällen beruht auf der partiellen Deckung der Merkmale des Subjektes und des Prädikates. Die Grundbedeutung des quantitativen Urtheils liegt aber nicht in der Auffassung dieser Gemeinschaft als einer Deckung, sondern in der Auffassung des deckenden Merkmals als einer Eigenschaft des dadurch gedeckten Objektes, gleichwie die mathematische Gleichung nicht auf dem Numerations-, sondern auf dem Fortschritts- oder Anreihungsgesetze beruht. Dieser Zusammenhang zwischen Numeration und Addition oder zwischen Quantität und Ort (Abstand) oder zwischen Merkmal und Eigenschaft enthält den Erklärungsgrund für die schon in §. 499 erwähnte Thatsache, dass eine Quantität durch ein Urtheil bestimmt oder definirt oder dass ein Urtheil als Definitionsmittel gebraucht werden kann. Beispiele von einfachen Quantitätsurtheilen sind, der Engländer ist ein Europäer, der Hund ist ein Thier, dieser Gelehrte ist Kant.

Wenn man die Quantitätsurtheile nach den fünf Grundprinzipien und zwar nach den einzelnen Hauptstufen dieser Prinzipien klassifizirt; so stellen sämmtliche Urtheile unter dem Primitivitätsprinzipe zunächst eine einzige Klasse dar, indem primitiv ein jedes solches Urtheil eine quantitative Übereinstimmung oder eine Deckung von Objekten vermöge ihrer Quantität bekundet.

Nach dem Kontrarietätsprinzipe zerfallen die Urtheile in zwei Klassen, die ein- und die ausschliessenden oder die bejahenden und die verneinenden Urtheile, wenn die Bejahung und Verneinung im Sinne der quantitativen Ein- und Ausschliessung gebraucht wird. So enthält z. B. der Satz „der Mensch ist ein Wesen" ein einschliessendes oder bejahendes Urtheil, indem der Begriff des Menschen von dem des Wesens eingeschlossen ist, während der Satz „der Mensch ist kein Baum" ein ausschliessendes und zugleich ein verneinendes Urtheil enthält. Die Kombination eines vollständig einschliessenden mit einem vollständig ausschliessenden Urtheile ergiebt die beschränkenden Urtheile als eine Unterabtheilung, z. B. das Urtheil, mancher Europäer ist ein Gelehrter (mancher nicht).

Unter dem Neutralitätsprinzipe ergeben sich die drei Hauptstufen als singuläre Urtheile wie, Alexander war ein Feldherr, als partikuläre Urtheile wie, der Engländer ist ein Europäer (d. h. die Engländer bilden eine Partikularität der Europäer) oder mancher Engländer ist ein Schiffer, und als universelle Urtheile, alle Menschen sind Wesen oder alle Engländer sind Europäer.

Das Heterogenitätsprinzip liefert die endlichen und unendlichen Urtheile und zwar auf vier Hauptstufen, jenachdem ein endliches oder ein unendliches Verhältniss ersten, zweiten, dritten Grades prädizirt ist. So ist das Urtheil, Joseph II. war ein Habsburg-Lothringer, sowie das

Urtheil, der Engländer ist ein Europäer, ein endliches, dagegen das Urtheil, diese Erscheinung ist Plato, sowie Plato ist ein Mensch, sowie der Mensch ist ein Wesen, ein unendliches Urtheil ersten Grades, ferner das Urtheil, diese Erscheinung ist ein Mensch, sowie Plato ist ein Wesen, ein unendliches Urtheil zweiten Grades, endlich das Urtheil, diese Erscheinung ist ein Wesen, ein unendliches Urtheil dritten Grades, weil diese Erscheinung ein möglicher Zustand, Plato ein mögliches Individuum, der Mensch (d. h. jeder mögliche Mensch) eine Gattung und das Wesen (d. h. jedes mögliche Wesen) eine Gesammtheit darstellt. Die Qualität dieser Urtheile wird deutlicher durch die Ausdrucksweise markirt: Joseph II. war einer der möglichen Habsburg-Lothringer, diese Erscheinung ist ein möglicher Fall des Plato, Plato ist ein möglicher Mensch u. s. w.

Das Alienitätsprinzip führt zu den bedingten Urtheilen (welche auch die bestimmten und unbestimmten enthalten) und zwar zu fünf Hauptstufen, welche durch das Abhängigkeitsverhältniss zwischen dem Subjekte und Prädikate bestimmt sind. Die erste Stufe bilden die konstanten Urtheile, wie z. B., Joseph II. war ein Habsburg-Lothringer. Die zweite Stufe nehmen die einförmig bedingten Urtheile an, wie z. B. jeder beliebige Engländer ist ein Europäer. Die dritte, vierte und fünfte Stufe wird durch die gleichförmige, gleichmässig abweichende und steigende Variabilität bedingt. In den meisten Urtheilen sind mehrere solcher Hauptstufen vergesellschaftet, wie z. B. in den Urtheilen, der Mensch ist zu Pferde ein Reiter oder, mancher Mensch ist in der Schlacht ein Held, d. h. das Subjekt ist unter gewissen Bedingungen das Prädikat, oder diejenige Partikularität des Subjektes, welche der fraglichen Bedingung entspricht, ist das Prädikat.

Selbstredend gehört jedes Urtheil einer der unter dem Primitivitätsprinzipe, sowie einer der unter dem Kontrarietätsprinzipe, sowie einer der unter dem Neutralitätsprinzipe, sowie einer der unter dem Heterogenitätsprinzipe, sowie einer der unter dem Alienitätsprinzipe gebildeten Klassen zugleich an. So ist das Urtheil, der Mensch ist ein Wesen, zugleich ein primitives, ein bejahendes, ein universelles (indem es bedeutet, alle Menschen sind Wesen), ein unendliches (indem der Mensch hier die Gattung der Menschen bedeutet, das Wesen aber als Gesammtheit unendlich viel Gattungen enthält, jenes Urtheil also auch so viel bedeutet wie, der Mensch ist ein mögliches Wesen) und ein einförmig bedingtes (indem es zugleich bedeutet, jeder beliebige Mensch ist ein Wesen).

Es ist nützlich, darauf aufmerksam zu machen, dass sowohl die universellen, als auch die unendlichen und die unbestimmten Urtheile allgemeine Urtheile sind, dass jedoch die Allgemeinheit bei jedem eine andere Bedeutung hat. Das universelle Urtheil gilt für jeden Fall, welcher in einem gegebenen, als fest begrenzt gedachten Begriffe enthalten ist. Das unendliche Urtheil gilt für jeden Fall, welcher nach dem aufgestellten Begriffe möglich ist. Das unbestimmte Urtheil (jeder beliebige Mensch ist ein Wesen, jede beliebige Gesellschaft von Menschen gehört der Menschheit an) lässt jede mögliche Veränderung, Erweiterung, Einschränkung des Subjektes zu.

2) Inhärenzurtheile prädiziren unmittelbar Eigenschaften (Akzidentien und Attribute) oder drücken eine Inhärenz aus, indem sie der Erkenntniss Ausdruck verleihen, dass zwei Begriffe gewisse Eigenschaften oder Zustände miteinander gemein haben. In dem Urtheile, der Mensch ist sterblich, der Mensch hat Verstand, erklären wir, dass gewisse Zustände, welche das Sein des Menschen enthält, mit gewissen Zuständen, welche das Wesen der Sterblichkeit oder des Verstandes ausmachen, sich decken.

Die Inhärenzurtheile lassen sich wie die Quantitätsurtheile klassifiziren. Unter dem Gesichtspunkte des Primitivitätsprinzipes ergiebt sich nur eine einzige Klasse, indem jedes Inhärenzurtheil eine Deckung gewisser Eigenschaften bekundet.

Das Kontrarietätsprinzip liefert zwei Klassen von Urtheilen, solche, welche einen Besitz und solche, welche einen Mangel, sowie auch solche, welche die Begabung mit einer direkten, und solche, welche die Begabung mit der entgegengesetzten Eigenschaft anzeigen, welche man also positive und negative Urtheile nennen kann, z. B. dieser Mensch hat Beine, jener Mensch hat keine Beine (ist ohne Beine), sowie auch bei Zugrundelegung des kontradiktorischen Gegensatzes, dieser Mensch ist gut, jener Mensch ist böse; dieser Mensch hat Reichthum, jener Mensch ist arm.

Das Neutralitätsprinzip liefert reelle, imaginäre und überimaginäre Urtheile. Das reelle Urtheil sagt eine reelle, d. h. eine solche Eigenschaft aus, welche die verschiedenen Zustände des Subjektes oder seine akzidentiellen Eigenschaften charakterisirt, z. B. dieser Mensch ist gross oder ist sterblich oder hat Verstand. Das imaginäre Urtheil prädizirt eine imaginäre, d. h. eine solche Eigenschaft, welche die verschiedenen Subjekte innerhalb der Gattung, welcher sie alle angehören, charakterisirt, also eine Eigenschaft, welche nicht dem gegebenen, sondern einem anderen Subjekte angehört, z. B. dieser Mensch ist ein Anderer oder hat den Geburtstag eines Anderen oder Aristoteles ist Plato. Das überimaginäre Urtheil prädizirt eine Eigenschaft, welche die verschiedenen Gattungen von Subjekten charakterisirt, z. B. dieser Mensch ist ein Stein.

Die den imaginären Urtheilen anhaftende Unmöglichkeit oder Inreellität geht in Reellität über, sobald die imaginäre Eigenschaft nicht einem von vorn herein bestimmten, sondern demjenigen Subjekte beigelegt wird, welchem sie als unterscheidendes Merkmal, als attributive Eigenschaft zukömmt. Diess geschieht in dem Satze: dieser Mensch ist Plato oder hat Plato's Geist.

Das Heterogenitätsprinzip bildet Urtheile, welche endliche und unendliche Eigenschaften prädiziren. Ein Urtheil der letzteren Art ist z. B. Friedrich besitzt alle Tugenden.

Eine Gattung ist ein unendlicher Inbegriff von Individuen, die Gattungseigenschaften sind also auch unendliche Inbegriffe von Individualeigenschaften: wird aber die Gattung und ihre Eigenschaft durch eine Gattungseinheit gemessen; so bildet sie einen endlichen Begriff. So wird in dem Urtheile, die Menschheit ist vernünftig, durch das Wort „vernünftig“ eine Eigenschaft von Gattungsqualität oder von zwei logischen Dimensionen prädizirt. Dieselbe ist eine endliche Gattungseigenschaft, aber ein unendlicher Inbegriff von den Individualeigenschaften einzelner Menschen.

Das Alienitätsprinzip erzeugt Urtheile, welche bestimmte und unbestimmte, im Allgemeinen bedingte Eigenschaften prädiziren, z. B. diese Saite hat irgend einen Ton, oder der Ton, welchen diese Saite hat, hängt von ihrer Spannung ab.

3) Relationsurtheile drücken die Übereinstimmung einer Relation oder einer kausalen Thätigkeit aus, lassen also die Thätigkeit eines Objektes (auch die auf irgend Etwas gerichtete Thätigkeit eines Objektes) als Wirkung eines anderen erscheinen, indem sie die ihnen beiden gemeinsame Relation zur Deckung bringen. Beispiele hierzu sind: die Sonne erwärmt; die Sonne erwärmt die Erde; die Erde wird durch die Sonne erwärmt; der Mensch denkt Begriffe; Liebe thut Wunder; jedes Wesen altert; die Sonne dehnt die Körper durch Erwärmung aus. Das Urtheil, die Sonne erwärmt, hat die Bedeutung, die Thätigkeit der Sonne ist eine erwärmende Thätigkeit, oder die Thätigkeit der Sonne deckt (ganz oder partiell) die Thätigkeit des Erwärmens. Der wahre Sinn der Relationsurtheile verlangt, dass das Subjekt, von welchem die Thätigkeit ausgeht, selbst als die Wirkung der Thätigkeit einer Grundursache (des Seins) aufgefasst werde, sodass die gegebene Thätigkeit des Subjektes als eine erweiterte Wirkung derselben Grundursache erscheint. Hierdurch zeigt sich das in einer Relation oder Wirkung begriffene Subjekt als eine Partikularität der in dem Urtheile ausgesprochenen Gesammtwirkung oder jede Ursache einer Kausalität erscheint als eine Partikularität der von dieser Ursache ausgehenden Gesammtwirkung. So kann z. B. in dem Urtheile, die Wärme dehnt aus, die Wärme als eine Wirkung des Seins aufgefasst werden und diese Wirkung, welche die Ursache der Ausdehnung ist, bildet eine Partikularität der Gesammtwirkung des Seins, welche Ausdehnung genannt ist (der Winkel α, welcher der Erwärmung $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ entspricht, liegt ganz oder partiell in dem Winkel $\alpha+\beta$, welcher der Ausdehnung als eine Wirkung der Wärme vermöge der Multiplikationsformel $e^{\alpha\sqrt{-1}}e^{\beta\sqrt{-1}}=e^{(\alpha+\beta)\sqrt{-1}}$ entspricht).

Die Klassifikation dieser Urtheile ergiebt sich nach dem Vorstehenden leicht. Die primitiven Relationsurtheile betreffen die Weite der kausalen Thätigkeit. Das Kontrarietätsprinzip liefert aktive und passive Urtheile (die Sonne erwärmt; die Erde wird erwärmt; das ist der Vater; das ist der Sohn). Das Neutralitätsprinzip führt zu reellen (primären), sekundären und tertiären Urtheilen. Ein sekundäres Relationsurtheil ist ein Indifferenz- oder Neutralitätsurtheil wie, der Mensch lässt sich leiten, oder auch, dieser Mensch verhält sich indifferent gegen die Leitung. In diesem Beispiele handelt es sich um die Indifferenz einer effizirenden Thätigkeit und überhaupt um ein reelles Kausalitätsverhältniss von neutralem Betrage. Die Neutralität der Kausalität stiftet unmögliche Relationen, d. h. solche Relationen, welche das Subjekt nicht mit Objekten der Grundgattung, sondern nur mit anderen Objekten zu verbinden vermag. Das Heterogenitätsprinzip ruft die Urtheile über die Relationen von Zuständen, Individuen, Gattungen und Gesammtheiten hervor. Das Alienitätsprinzip erzeugt Urtheile mit bedingter Relation.

4) Qualitätsurtheile betreffen die Qualität der Erkenntniss, also entweder eine Möglichkeit, oder eine Wirklichkeit (Gewissheit), oder

eine Nothwendigkeit. Das Qualitätsurtheil ist daher im Allgemeinen der Ausdruck für die Gemeinsamkeit des Grades des Seins zweier Begriffe oder ihres Realitätsgrades. Ein konkretes und zugleich auf faktischem Sein beruhendes Urtheil ist z. B., jener Mensch athmet, d. h. er athmet wirklich (gewiss) und thatsächlich. Das Qualitative oder der Realitätsgrad dieses Urtheils ist die Wirklichkeit, welche jenem Menschen und dem Athmen zukömmt. Ein abstraktes Urtheil ist, der Mensch denkt, oder Heuchelei ist ein Laster; ein mögliches Urtheil ist, jener Stein kann fallen, fällt vielleicht, es ist möglich, dass jener Stein fällt; ein gewisses Urtheil ist, jener Stein fällt oder jener Stein fällt wirklich; ein nothwendiges Urtheil ist, jener Stein muss fallen oder jener Stein fällt noth wendigerweise, unbedingt. Das Qualitative oder der Realitätsgrad dieser Urtheile liegt in den Worten vielleicht, möglicherweise, gewiss, thatsächlich, nothwendig u. s. w.

Das abstrakte Urtheil, welches für die Gattung ein reales oder gewisses ist, involvirt für jeden in der Gattung enthaltenen individuellen Fall ein apodiktisches oder nothwendiges Urtheil: so zieht das reale abstrakte Urtheil, der Mensch denkt, d. h. die Menschheit ist eine Gattung denkender Wesen, das apodiktische konkrete Urtheil, Hannibal denkt nothwendig, oder Hannibal muss denken, d. h. Hannibal, als konkreter Mensch, ist nothwendig ein denkendes Wesen, nach sich. Ebenso bedingt ein reales ideelles Urtheil ein apodiktisches abstraktes und konkretes Urtheil. Beispielsweise zieht der Satz, Alles ist veränderlich, den apodiktischen Satz, die Menschheit ist durchaus veränderlich, und auch den Satz, jener Mensch ist durchaus veränderlich, nach sich. Umgekehrt, bedingt ein reales konkretes Urtheil nur ein mögliches abstraktes Urtheil, indem aus dem Urtheile, Hannibal kämpft, nur das problematische abstrakte Urtheil, möglicherweise kämpft die Menschheit, gezogen werden kann. Ebenso enthält ein reales abstraktes Urtheil nur ein problematisches ideelles Urtheil, indem der Satz, der Mensch denkt, nur das ideelle Urtheil, die ganze Welt denkt vielleicht, einschliesst.

Man kann hiernach sagen, was von jedem möglichen a gilt, gilt von einem konkreten a nothwendig und was von einem konkreten a gilt, gilt von allen möglichen a vielleicht.

Wenn man die in §. 492 und an anderen Orten erläuterten Beziehungen zwischen den absoluten Qualitäten eines konkreten, abstrakten und ideellen Begriffes und den auf relativen Quantitätsverhältnissen beruhenden Begriffen des möglichen, wirklichen und nothwendigen Seins beachtet, ergiebt sich leicht, dass die Qualität eines Urtheils, sofern die Qualitätsstufe ins Auge gefasst wird, auf welcher das Urtheil steht, durch die übereinstimmende Qualität des Subjektes und Prädikates bestimmt wird. Auf einer jeden Qualitätsstufe können aber quantitative Inbegriffe von unendlich vielen Elementen gebildet werden (man kann sogut konkrete Pferde, wie abstrakte Hoffnungen zu unendlichen Inbegriffen oder Gattungsbegriffen vereinigen); es können also die Qualitätsgrade der Quantität, welche ein mögliches, wirkliches und nothwendiges Sein ausdrücken, mit jenen reinen Qualitätsstufen kombinirt werden. Diese letztere quantitative Qualifikation wird durch geeignete Zusätze, welche

das Sein als ein mögliches, wirkliches oder nothwendiges charakterisiren, ausgedrückt.

In allen vorstehenden Beispielen sind die Urtheile bejahend. Bei der Verneinung bedient sich jede Sprache eigenthümlicher Formen. Ein mögliches und ein gewisses Urtheil wird in unserer Sprache durch gewöhnliche Verneinung aus dem bejahenden gebildet: so lautet das verneinende problematische Urtheil, dieser Mensch denkt vielleicht nicht, ist möglicherweise kein Denker, mag wohl eben nicht denken. Ebenso lautet das verneinende gewisse Urtheil, dieser Mensch denkt nicht, ist kein Denker. Das verneinende apodiktische Urtheil dagegen tritt uns in Formen entgegen wie, dieser Mensch ist unmöglich ein Stein, kann unmöglich von Stein sein, ist nothwendig etwas Anderes als ein Stein.

5) Modalitätsurtheile drücken die Form oder Weise der Erkenntniss, also die Bedingung des Seins oder das Abhängigkeitsgesetz des Seins aus, wie z. B. der Stein fällt, wenn ihm die Unterlage entzogen wird, der Stein fällt bei mangelnder Unterstützung, ich würde bei schönem Wetter spazieren gehen. Der grammatische Konditionalis liefert, wenn er im Sinne der Möglichkeit genommen wird, Qualitätsurtheile, wenn er im Sinne der Eventualität in einem gewissen Falle, unter einer gewissen Bedingung gedacht wird, Modalitätsurtheile, und wenn er im Sinne der Annäherung, der leichten Erfüllbarkeit gedeutet wird, Quantitäts- oder, allgemeiner, Näherungsurtheile. So kann man den Worten „jener Stein möchte fallen" sowohl die Bedeutung, „es ist möglich, dass jener Stein fällt" als auch die Bedeutung „jener Stein fällt, wenn sich Diess oder Das ereignet" als auch die Bedeutung „jener Stein ist nahe am Fallen" unterlegen.

Ein unbedingtes (von Bedingungen nicht abhängiges) Urtheil ist ein kategorisches, wie z. B. der Mensch denkt.

Nach dieser Klassifikation der Urtheile kehren wir zu dem Wesen des Urtheils zurück. Wir haben gezeigt, dass es sich im Urtheile um eine Identität von Eigenschaften handelt und dass demzufolge die mathematische Gleichung die Analogie zum logischen Urtheile ist, dass es aber schwere Irrthümer herbeiführen würde, wenn man das Urtheil a ist ein b in die Gleichung $a = b$ übersetzen wollte. Jenem Urtheile entspricht allerdings eine Gleichung, aber nicht diese. Subjekt und Prädikat brauchen sich nicht zu decken, das eine kann grösser oder kleiner oder in anderer Weise davon verschieden sein; es wird nur erwartet, dass ein Stück des einen mit einem Stücke des anderen zusammenfalle. So hat z. B. in dem Urtheile „der Sachse ist ein Deutscher" das Subjekt Sachse eine engere logische Quantität, als das Prädikat Deutscher, da es von letzterem ganz eingeschlossen ist.

Wie weit die Übereinstimmung zwischen Subjekt und Prädikat reicht oder in welchem Theile Beide sich decken, Diess zu erkennen, ist Sache des Urtheilsvermögens, wenn der Urtheilende es nicht ausdrücklich hervorhebt. Da aber jedenfalls keine Übereinstimmung zwischen den vollen Werthen beider Begriffe herrscht; so ist es unmöglich, das logische Urtheil, welches von dem Subjekte a das Prädikat b aussagt, durch die mathematische Formel $a = b$ darzustellen. Umgekehrt, müsste man, wenn man ein logisches Urtheil symbolisch bloss durch das Subjekt a

und das Prädikat b darstellen wollte, statt des mathematischen Gleichheitszeichens $=$ ein anderes Zeichen, etwa das Zeichen $\asymp$ wählen, also $a \asymp b$ schreiben. Dieses Urtheil sagt, dass die beiden Begriffe a und b ein gewisses Etwas c miteinander gemein haben. Die äquivalente Gleichung ist also diejenige, welche die Identität des dem Subjekte und dem Prädikate Gemeinsamen c ausdrückt. Wir werden diese Gleichung alsbald näher besprechen; zuvor machen wir jedoch über die Erkenntniss des Gemeinsamen c zwischen Subjekt und Prädikat, welches für die Logik, insbesondere für die Verwebung der Urtheile in Schlüsse von ganz besonderer Wichtigkeit ist, folgende Bemerkungen.

Nach dem Sprachidiome aller zivilisirten Völker ist es als selbstverständlich anzusehen, dass in einem Urtheile, welches ohne Vorbehalt ausgesprochen wird, das Subjekt die engere und das Prädikat die weitere Quantität hat und dass die erstere in der letzteren vollständig enthalten ist, wofern beide nicht ganz gleich sind, dass also das Gemeinsame c zwischen dem Subjekte a und b die Quantität des Subjektes a deckt, sodass aus dem Urtheile $a \asymp b$ die Gleichung $c = a$ folgt.

Beispielsweise ist in dem Urtheile, der Sachse ist ein Deutscher, der Begriff des Sachsen in dem des Deutschen vollständig enthalten, d. h. jeder Sachse ist ein Deutscher, aber es giebt noch Deutsche, welche keine Sachsen sind. Aus dem Urtheile, Friedrich ist ein Mensch, geht hervor, dass der Begriff von Friedrich in dem des Menschen enthalten ist, dass es aber noch andere Menschen als Friedrich giebt. Das Urtheil, der Mensch ist ein Wesen, sagt aus, dass jeder Mensch ein Wesen ist, dass es aber noch andere Wesen, als Menschen giebt. Aus dem Urtheile, der Mensch ist sterblich, folgt, dass jeder Mensch sterblich ist, dass aber die Sterblichkeit auch noch anderen Wesen zukömmt. In dem Urtheile, der Mensch denkt, liegt, dass jeder Mensch denkt (Denkvermögen hat), dass jedoch das Denken eine auch von anderen Geschöpfen geübte Funktion ist.

Die Verschiedenheit der Quantität zwischen Subjekt und Prädikat gestattet denn auch nicht die wörtliche Umkehrung des Urtheils, d. h. die Vertauschung des Subjektes mit dem Prädikate. So kann man aus dem Urtheile, der Mensch ist ein Geschöpf, nicht das Urtheil, das Geschöpf ist ein Mensch folgern, ebenso wenig ergiebt sich aus dem Urtheile, der Mensch denkt, das Urtheil, der Denker ist ein Mensch.

Wenngleich nun nach dem allgemeinen Sprachidiome nicht die auf der Vertauschung des Subjektes mit dem Prädikate beruhende wörtliche Umkehrung des Urtheils statthaft ist; so ist doch eine sachliche oder logische Umkehrung desselben jederzeit möglich; dieselbe verlangt nur eine dem Gedanken entsprechende Einschränkung der Quantität des zum Subjekte gemachten Prädikates oder eine entsprechende Erweiterung der Quantität des zum Prädikate gemachten Subjektes. So kehrt sich das Urtheil, der Mensch ist ein Geschöpf, in das Urtheil um, manches Geschöpf ist ein Mensch, oder auch gewisse Geschöpfe sind Menschen, oder auch, dieses Geschöpf ist möglicherweise (vielleicht) ein Mensch, oder auch, das Geschöpf ist ein Mensch mit veränderten Qualitäten (worunter man beliebige Dinge verstehen kann). Ebenso kann man aus

dem Urtheile, der Mensch denkt, das umgekehrte, mancher Denker ist ein Mensch, folgern.

Wir wiederholen, dass in dem richtig und ohne Vorbehalt ausgedrückten Urtheile das Subjekt nicht bloss der engere Begriff ist, sondern auch, dass seine Quantität von der des Prädikates ganz eingeschlossen ist, sodass zwischen Beiden eine Deckung in dem ganzen Umfange des Subjektes stattfindet. Wenn zwei Vorstellungen, welche diesen Bedingungen nicht ganz gewiss entsprechen, durch ein Urtheil verbunden werden sollen, muss jenen Bedingungen durch entsprechende Einschränkungen oder Erweiterungen genügt werden. Geschieht Diess nicht; so ist das Urtheil trügerisch, wonicht geradezu ungültig oder falsch. Mögen z. B. die Begriffe Deutscher und Protestant gleiche oder ungleiche Quantität haben, in allen Fällen ist der eine nicht vollständig in dem anderen enthalten, nicht jeder Deutsche ist Protestant und nicht jeder Protestant ist ein Deutscher; beide Begriffe vermögen sich daher nur theilweise zu decken oder das beiden Gemeinsame c ist sowohl eine Partikularität des einen a, als auch des anderen b. Das Urtheil, welches diese Gemeinsamkeit ausdrückt lautet daher, mancher Deutsche ist Protestant, oder umgekehrt, mancher Protestant ist deutsch. Dasselbe Urtheil in anderer Form ist, es giebt Protestanten unter den Deutschen.

Zuweilen wird durch die Form des Urtheils das zwischen Subjekt und Prädikat bestehende Gemeinsame ausdrücklich hervorgehoben. Diess geschieht in den Beispielen, Voltaire war ein Zeitgenosse Friedrichs des Grossen, indem hier die Zeitgemeinschaft zwischen jenen beiden Männern ausdrücklich als das Gemeinsame genannt ist. In dem Urtheile, Friedrich der Grosse und Voltaire waren Zeitgenossen, ist Dasselbe, nur in anderer Form gesagt. Dieser Form entspricht auch das Urtheil, man kann Deutscher und Protestant zugleich sein.

Derselbe Begriff kann nach dem Willen des Denkenden bald enger, bald weiter, bald als ein spezieller, bald als ein allgemeiner, bald als ein konkreter, bald als ein abstrakter gedacht werden. Der Sinn der Rede erfordert daher unter linguistisch gleichen Verhältnissen doch logisch oftmals Modifikationen. Verstehe ich z. B. unter denken das allgemeine Denkvermögen; so gilt das generelle Urtheil, der Mensch denkt: verstehe ich jedoch darunter die faktische, konkrete Ausübung der Denkthätigkeit; so hat jenes Urtheil keine allgemeine Gültigkeit mehr, da nicht jeder Mensch unausgesetzt denkt. Bei dieser Auffassung erfordert aber die spezielle Gültigkeit für einen konkreten Fall eine entsprechende Ausdrucksweise, wie z. B. dieser Mensch denkt oder Plato denkt. Soll die faktische Thätigkeit des Denkens noch weiter, z. B. auf einen bestimmten Ort, Zeitmoment, Gegenstand u. s. w. eingeschränkt werden; so geschieht Diess durch angemessene Formen, wie z. B. Archimedes dachte zu Syrakus über ein geometrisches Gesetz nach, als er von einem Soldaten getödtet wurde. In diesem Urtheile ist das Prädikat des faktischen Denkens mit dem Subjekte Archimedes in der Weise verknüpft, dass die Gemeinsamkeit nur besteht am Orte Syrakus, im Zeitpunkte der Tödtung durch einen Soldaten und bei dem Nachdenken über einen geometrischen Gegenstand.

Die Partikularisation des Subjektes und des Prädikates zu dem Zwecke, dass die Grundbedingung für ein richtiges Urtheil erfüllt wird,

findet selbstredend immer statt, gleichviel, ob das Urtheil ein Quantitäts-, Inhärenz-, Relations-, Qualitäts- oder Modalitätsurtheil ist, wiewohl die Einschränkungen eine der Klasse, zu welcher das Urtheil gehört, entsprechende Form annehmen. So gehört die Ausdrucksweise, mancher Deutscher ist Protestant, wesentlich den Quantitätsurtheilen an. Die Ausdrucksweise, ein schöner Mensch ist eine angenehme Erscheinung, entspricht wesentlich den Inhärenzurtheilen. Das Urtheil, der Vater liebt den Sohn, worin durch die Begriffe Vater und Sohn eine Einschränkung ausgeübt ist, gehört in die Klasse der Relationsurtheile.

Die Substitution eines Begriffes, welcher enger als das Subjekt und ganz darin enthalten ist, für das Subjekt erzeugt offenbar wiederum ein gültiges Urtheil, nämlich ein solches, welches in dem gegebenen selbst enthalten ist. In dem Urtheile, der Mensch ist sterblich, ist auch das Urtheil, der Europäer ist sterblich, der Gelehrte ist sterblich, der Sultan ist sterblich u. s. w. enthalten. In dem Urtheile, der Mensch denkt, ist auch das Urtheil, der Europäer denkt, enthalten.

Ebenso kann man für den Begriff des Prädikates einen weiteren setzen, welcher das Prädikat ganz umschliesst, ohne die Richtigkeit des Urtheils zu beeinträchtigen. So zieht z. B. das Urtheil, der Mensch ist sterblich, das Urtheil, der Mensch ist vergänglich, nach sich. Ebenso ergiebt sich aus dem Urtheile, der Sachse ist ein Deutscher, das Urtheil, der Sachse ist ein Europäer, und aus dem Urtheile, der Mensch denkt, das Urtheil, der Mensch funktionirt.

Während die Einengung des Subjektes und die Erweiterung des Prädikates unbegrenzt fortgesetzt werden kann, ohne die Richtigkeit des Urtheils aufzuheben, hat die Erweiterung des Subjektes und die Einengung des Prädikates eine Grenze, deren Überschreitung zu einem ungültigen Urtheile führen würde. Diese Grenze bezeichnet die grösstmögliche Gemeinschaft, welche zwischen dem Subjekte und Prädikate bestehen kann und sie entspricht der völligen Übereinstimmung Beider, also dem Falle, wo das Urtheil $a \asymp b$ in die Gleichheit $a = b$ übergeht oder wo das Gemeinsame c zwischen a und b, welches allgemein $= a$ ist, auch $= b$ wird, wo man also das Urtheil auch wörtlich umkehren oder Subjekt und Prädikat verwechseln kann. So erweitert sich z. B. das Urtheil, der Mongole ist ein farbiger Mensch, welches nicht wörtlich umgekehrt werden kann, da nicht jeder Farbige ein Mongole ist, bis zu dem Identitätsurtheile, der Nichtkaukasier ist ein farbiger Mensch, welches wörtlich umgekehrt werden kann, da jeder Farbige ein Nichtkaukasier ist. In diesem Beispiele ist das Subjekt bei konstantem Prädikate bis auf die Maximalquantität erweitert; durch Einengung des Prädikates bei konstantem Subjekte bis auf die Minimalquantität ergiebt sich das Urtheil, der Mongole ist ein gelbbrauner Mensch, welches wiederum umgekehrt werden kann, da jeder Gelbbraune ein Mongole ist. Selbstredend bildet in diesen Beispielen die anthropologische Theorie die Grundlage und die Farbigkeit wird als eine Raceneigenschaft, nicht als eine Singularität, Zufälligkeit, Kunstfärbung und dergl. angesehen; überhaupt müssen die Aussprüche stets in dem vom Redenden beabsichtigten Sinne genommen werden, eine Bedingung, deren sich der Logiker immer und immer bewusst bleiben muss, da es ohne dieselbe gar keine Begriffsbestimmung,

gar keine Logik, vielmehr nur Wortspiel und dialektischen Trug geben würde.

Wir haben schon erwähnt, dass jedes Urtheil, wennauch keine wörtliche, doch stets eine logische Umkehrung gestattet. Diese Umkehrung, welche eine Auflösung der zwischen dem Subjekte a und dem Prädikate b gegebenen Beziehung für das Prädikat b, also eine Vertauschung Beider verlangt, ergiebt sich leicht aus dem wahren Sinne des Urtheils (vergl. den nachstehenden Paragraphen).

In dem Quantitätsurtheile, wie z. B., der Engländer ist ein Europäer, oder jeder Engländer ist ein Europäer, hat das Subjekt den kleineren und das Prädikat den grösseren Umfang. Dasselbe entspricht also der mathematischen Formel $a < b$ oder $a + x = b$ und lautet vollständiger, der Begriff des Engländers ist in dem Begriffe des Europäers enthalten. Die logische Umkehrung, welche das Generelle an die Stelle des Speziellen setzt und der Formel $b > a$ entspricht, lautet, der Begriff des Europäers enthält den Begriff des Engländers, oder mancher Europäer ist ein Engländer.

Das Inhärenzurtheil, der Sonnenstrahl ist warm oder der Sonnenstrahl hat Wärme, bedeutet, dass jeder Sonnenstrahl die Eigenschaft der Wärme hat oder dass in dem Sonnenstrahle ein Theil der allgemeinen Weltwärme wohnt, dass aber der übrige Theil dieser Wärme nicht dem Sonnenstrahle, sondern anderen Objekten innewohnt. Die logische Umkehrung, welche das Prädikat zum Subjekte macht, lautet daher, Wärme ist eine Eigenschaft des Sonnenstrahles oder ein gewisser Theil der Weltwärme wohnt im Sonnenstrahle.

Das Relationsurtheil, der Mensch denkt, sagt, dass jeder Mensch denkt, lässt aber das Denken nicht als eine ausschliessliche Funktion der Menschen, sondern auch anderer Geschöpfe erscheinen. Demnach ist der wahre Sinn dieses Urtheils durch die Worte, der Mensch denkt Etwas, und das umgekehrte Urtheil durch die Worte, Etwas wird von dem Menschen gedacht, ausgedrückt, indem dabei zugelassen wird, dass Manches auch von anderen Geschöpfen gedacht wird.

Das unter ausdrücklicher Hinzufügung eines Objektes sich ergebende Relationsurtheil, der Gebildete liebt die Kunst, welches ausdrückt, dass zwischen der Kunst und dem Gebildeten die Relation der Liebe besteht, kehrt sich, indem die Wirkung zur Ursache gemacht wird, logisch zu dem Urtheile, die Kunst wird vom Gebildeten geliebt, um. Hinsichtlich der Begriffsweite des Subjektes und des Objektes ist jedoch zu bemerken, dass unter dem Subjekte stets jedes dem betreffenden Begriffe angehörige Individuum, also jeder Gebildete verstanden wird, falls nicht das Gegentheil ausdrücklich hervorgehoben ist, wie z. B. in dem Urtheile, mancher Gebildete liebt die Kunst oder kein Tauber hört den Schall. Das Objekt kann der Wille des Urtheilenden entweder ebenso allgemein fassen wie das Subjekt, in welchem Falle in dem umgekehrten Urtheile, die Kunst wird von dem Gebildeten geliebt, unter der Kunst jede Kunst verstanden wird. Meint der Urtheilende aber, dass der Gebildete irgend eine Kunst, nicht sämmtliche Künste liebe; so muss die Umkehrung lauten, irgend eine Kunst wird von jedem Gebildeten geliebt. Die letztere Einschränkung gilt ohne Weiteres in dem Urtheile, der Frierende

sucht die Wärme, welches so viel heissen soll, als, jeder Frierende sucht nicht alle, sondern einen angemessenen Theil der Weltwärme. Die Umkehrung ergiebt daher das Urtheil, die Wärme, d. h. eine gewisse Wärmemenge wird von dem Frierenden gesucht. Die erstere Uneingeschränktheit gilt dagegen in den unverkennbar identischen Urtheilen wie, der Vater erzeugt den Sohn, welches sich in das ebenso allgemeine Urtheil, der Sohn wird vom Vater erzeugt, umkehrt. Ebenso kehrt sich das Urtheil, Alexander ist der Sohn Philipp's, in das Urtheil, Philipp ist der Vater Alexander's, um.

Das Qualitätsurtheil, Alexander ist ein Mensch, bedeutet, das Alexander genannte Individuum ist ein mögliches Element oder ein konkreter Fall der Mensch genannten Gattung. Dasselbe kehrt sich, indem das Abstrakte mit dem Konkreten vertauscht wird, zu dem Urtheile um, die Gattung des Menschen ist eine Abstraktion jenes Individuums, enthält mithin nothwendig den Menschen Alexander. Wir können also sagen, die Menschheit enthält nothwendig den Alexander, aber auch, dieser Mensch hier ist möglicherweise Alexander. Das apodiktische Urtheil, die Billardkugel ist nothwendig eine Kugel, kehrt sich in das problematische Urtheil um, die Kugel ist möglicherweise eine Billardkugel. Die Umkehrung des realen Urtheils bleibt ein reales Urtheil, so kehrt sich z. B. das reale Urtheil, die Eiche ist ein Baum, in das gleichfalls reale Urtheil um, mancher Baum ist eine Eiche. Die Umkehrung des problematischen Urtheils liefert ein apodiktisches Urtheil, indem sich z. B. das Urtheil, jene Erscheinung ist vielleicht (möglicherweise) ein Hirsch (kann ein Hirsch sein), in das apodiktische Urtheil umkehrt, der Hirsch erscheint nothwendig in sichtbaren Zuständen.

Das Modalitätsurtheil, ich freue mich, wenn Du mich besuchst, welches so viel bedeutet wie, Dein Besuch bedingt meine Freude, kehrt sich durch Vertauschung des Abhängigen mit dem Bedingten in das Urtheil, meine Freude ist von Deinem Besuche abhängig, um.

Die in mancher, z. B. in der deutschen Sprache zulässige grammatische Inversion, welche nur die Wortstellung, nicht aber das Subjekt und Prädikat ändert, hat nur eine rhetorische, keine logische Bedeutung. So liefert die Inversion des Satzes, die Sonne ist warm, das gleichbedeutende, nur die Wärme stärker betonende Urtheil, warm ist die Sonne: ebenso ergiebt sich durch Inversion des Satzes, der Engländer ist ein Europäer, der gleichbedeutende Satz, ein Europäer ist der Engländer. Grammatische Inversion ist also keine logische Konversion.

§. 503.

Verständniss und mathematische Formulirung der Urtheile.

1) Quantitätsurtheile. In Beziehung auf das Verständniss der Urtheile nach deutschem Sprachidiome haben wir noch Folgendes zu erwähnen.

Die einfache Form des bejahenden Quantitätsurtheils ist zugleich die Form des realen Qualitätsurtheils. Wenn wir sagen, Plato ist ein Grieche; so meinen wir damit zugleich, Plato ist wirklich, gewiss, faktisch, in der That ein Grieche, nicht etwa, Plato ist nothwendig ein Grieche, muss durchaus ein Grieche sein, kann nur ein Grieche sein.

Die Nothwendigkeit eines Seins erfordert da, wo sie als vorhanden gedacht werden soll, im Allgemeinen eine ausdrückliche Hervorhebung. Nur unter gewissen Umständen ist sie selbstverständlich und bedarf keiner besonderen Betonung. Diess ist der Fall, wenn die Gattung, welcher ein individueller Begriff als Element nothwendig angehört, aus dem Sinne der Rede leicht hervorgeht. Denken wir z. B. den Edelstein als den speziellen Fall der Gattung Stein, welcher jeder konkrete Stein und so auch alle Edelsteine angehören; so liegt in dem Urtheile, der Edelstein ist ein Stein, nicht bloss ein wirkliches, sondern das apodiktische Urtheil, der Edelstein ist nothwendig ein Stein, muss durchaus ein Stein sein. Würde der Edelstein mit Namen genannt, z. B. als Achat; so liegt kein unmittelbarer Hinweis auf die Gattung Stein vor: in dem Satze, der Achat ist ein Stein, wird der Achat nicht mehr als Element und der Stein als Gattung, sondern es wird der Achat als Partikularität und der Stein als Universalität gedacht, und dieses Urtheil kann jetzt nur als eine Definition aufgefasst werden, welche auf Wirklichkeit, nicht auf Nothwendigkeit beruht.

Das Urtheil, Plato ist ein Grieche, hat, wie schon erwähnt, bei gewöhnlicher Auffassung die Qualität der einfachen Wirklichkeit, nämlich die Bedeutung, dass Plato wirklich ein Grieche sei. Das Urtheil, Plato ist ein Mensch hat dagegen die Qualität der Nothwendigkeit, weil wir gewohnt sind, unter den Eigennamen Menschen zu verstehen. Ganz unfraglich wohnt die Apodiktion dem Urtheile, Plato ist Etwas, ist ein Wesen, inne.

Die mit der Qualität der Möglichkeit behafteten, also die problematischen Urtheile werden durch geeignete Sprachformen kenntlich gemacht, z. B. in den Sätzen, der Grieche ist möglicherweise, vielleicht Plato, kann Plato sein, oder Plato ist möglicherweise jene menschliche Erscheinung, scheint jener Mensch zu sein.

Eine besondere Beachtung hinsichtlich ihres Verständnisses nehmen die verneinenden Urtheile in Anspruch. Wenn wir sagen, Thorwaldsen ist kein Grieche; so wollen wir durch die Negation nur die Partikularität des Griechenthums ausschliessen, also nur eine quantitative Verneinung aussprechen, wir wollen aber nicht die Gattungsgemeinschaft des Menschen ausschliessen, also nicht eine qualitative Verneinung aussprechen: immer bleibt nach diesem Urtheile Thorwaldsen ein Mensch; jene Verneinung hat denselben Sinn wie der Satz, Thorwaldsen ist kein griechischer Mensch.

Um eine Gattung auszuschliessen, muss der Begriff, auf welchen sich die Verneinung bezieht, durch ein Wort ausgedrückt sein, welches nach gemeiner Auffassung eine Gattung, nicht eine Partikularität bezeichnet. Wir würden niemals sagen, der Quarz ist kein Grieche, wohl aber der Quarz ist kein Mensch, um die Gattung der vernünftigen Wesen auszuschliessen.

Die Ausschliessung beseitigt also immer nur die dem verneinten Begriffe entsprechende nächste Grenze, ohne die höhere oder allgemeinere Begriffsstufe zu verändern.

Durch die Verneinung der Singularität in dem Satze, Diess ist nicht Brutus, bleibt die Partikularität des Römers als Bejahung bestehen. Durch die Verneinung, Diess ist kein Römer, ist nicht die Universalität

des Menschen ausgeschlossen. Durch die Verneinung, Diess ist kein Mensch, ist nicht die Totalität der Wesen ausgeschlossen.

Durch eine spezielle Verneinung wird hiernach niemals die Gesammtheit ausgeschlossen. Das Urtheil, A ist nicht B, lässt immer die Bejahung A ist Etwas fortbestehen. Die Gesammtheit kann nur durch die generelle Verneinung, A ist Nichts, ausgeschlossen werden.

Das Vorstehende gilt nicht bloss von den quantitativen, sondern auch von prädikativen Urtheilen, wie z. B. jener Baum hat keine gezackten Blätter, jener Baum ist nicht grün u. s. w., wodurch gewisse Partikularitäten von Eigenschaften, durchaus nicht der generelle Besitz solcher Eigenschaften ausgeschlossen ist: der fragliche Baum kann immer noch spitze oder runde Blätter haben oder eine andere Farbe besitzen.

Auch auf die relativen Urtheile finden die obigen Bemerkungen Anwendung. Das Urtheil, Heinrich glaubt nicht an den Teufel, verneint lediglich die Relation des Glaubens zwischen Heinrich und dem Teufel, nicht aber jede beliebige Beziehung zwischen Beiden; sie lässt vielmehr den Heinrich als logisches Subjekt und den Teufel als logisches Objekt fortbestehen.

Dass auch die qualitativen Urtheile von diesen Bemerkungen getroffen werden, indem eine Verneinung einer speziellen Qualität nicht die höheren Qualitätsstufen mit betrifft, leuchtet ebenfalls ein.

Ebenso bezieht sich in den verneinenden Modalitätsurtheilen die Verneinung nur auf die betreffende Modalitätsstufe, nicht auf das generelle Abhängigkeitsverhältniss.

In Beziehung auf die zwischen dem Subjekte und dem Prädikate laut des Urtheils $a \asymp b$ herrschende Gemeinsamkeit bemerken wir noch, dass der Letzteren eine zweifache logische Bedeutung gegeben werden kann. Einmal kann man dieselbe als eine Deckung des Subjektes $AB = a$ durch einen Theil des Prädikates $CABD = b$, also als ein Ineinandersein der Merkmale Beider in dem zwischen den Grenzen A und B liegenden Begriffstheile, sodann kann man dieselbe aber auch als eine Ergänzung des Prädikates durch das Subjekt an der Stelle AB, als einen Ersatz, eine Vertauschung des einen durch das Andere, also als ein Nebeneinandersein der Merkmale Beider ansehen. Die erste Auffassung stützt sich auf das Prinzip der Definition nach dem Inhalte, welche eine Vermehrung und Verminderung, eine Verdichtung und Verdünnung der Merkmale ohne Grenzerweiterung gestattet; die zweite liegt im Wesen der Definition nach dem Umfange, welche Grenzerweiterung ohne Inhaltsveränderung verlangt. Indem die beiden Objekte a und b nach dem ersten Prinzipe zusammenexistirend gedacht werden, besteht in dem Inbegriffe beider das gemeinsame Stück a doppelt: indem dieselben aber nach dem zweiten Prinzipe koexistirend gedacht werden, besteht in ihrem Inbegriffe das gemeinsame Stück a einfach und kann sowohl als Theil des Einen, wie auch als Theil des Anderen vorgestellt werden.

Indem wir jetzt, zur Erhöhung des Verständnisses der Urtheile, nochmals zu der Analogie zwischen dem logischen Urtheile und der mathematischen Gleichung zurückkehren, stellen wir folgende Betrachtung an. Wenn von zwei Elementen AB und CD der Linie XY (Fig. 1174)

oder der Fläche XY (Fig. 1175), welche keinen Theil miteinander gemein haben, das eine CD sich allmählich erweitert; so wird dasselbe endlich das andere schneiden und schliesslich wird es das letztere ganz überdecken. Zieht sich das zweite Objekt in der Lage EC von C gegen E hin zusammen; so kann es auch von dem ersten ganz überdeckt werden. In den Quantitätsverhältnissen zweier Objekte a und b, welche derselben Gattung angehören, markiren sich also vier Fälle: im ersten Falle haben a und b wie AB und CD keinen Theil miteinander gemein oder das Gemeinsame c hat die logische Quantität des Nichts oder die mathematische Quantität null; es ist $c = 0$. Im zweiten Falle haben a und b wie AB und CE einen Theil miteinander gemein: das Gemeinsame c ist also eine Partikularität von a und auch eine Partikularität von b; es ist im mathematischen Sinne $< a$ und $< b$, jedoch > 0. Im dritten Falle schliesst das zweite Objekt b das erste a ganz ein, wie CF das AB: das Gemeinsame c ist dem ersten Objekte a gleich. Der vierte Fall ist der, wo das Gemeinsame c dem zweiten Objekte b gleich ist.

Machen wir jetzt die Voraussetzung, die Grössen a, b, c, x, y seien sämmtlich positiv, c sei das Gemeinsame von a und b, die beiden Grössen a und x, sowie die beiden Grössen b und y haben aber nichts Gemeinsames; so entspricht der dritte Fall, wo das Objekt b das Objekt a ganz einschliesst, wo also a eine Partikularität von b oder b eine Erweiterung von a ist, wo man mithin $a + x = b$ und $c = a$ hat, dem Urtheile, jeder a ist ein b. Die Umkehrung, unter dem b sind alle a, entspricht der transponirten Gleichung $b - x = a$. Dieses Urtheil involvirt übrigens auch das Urtheil, kein x ist ein a, und die Formel $b - a = x$ sagt, mancher b ist ein x, also mancher b ist kein a. So bedingen sich z. B. die Urtheile, jeder Protestant ist ein Christ, unter den Christen finden sich alle Protestanten, mancher Christ ist kein Protestant.

Der vierte Fall, wo das Objekt b eine Partikularität von a, wo also $a = b + y$ und $c = b$ ist, hat den Sinn, mancher a ist jeder b oder unter den a sind alle b, mit der Umkehrung, jeder b ist ein a. Z. B. unter den Pflanzen finden sich alle Bäume und jeder Baum ist eine Pflanze.

Der zweite Fall, wo das Objekt b das Objekt a theilweise deckt, wo man also $a + x = b + y$ hat, während das Gemeinsame $c = a - y = b - x$ ist, entspricht wegen der Formel $c + x = b$ dem Urtheile, jeder c ist ein b, also weil jeder c mancher a ist, mancher a ist ein b und wegen der Formel $c + y = a$ dem Urtheile, mancher b ist ein a. Unmittelbar enthält die Formel $a - y = b - x$ das Urtheil, eine gewisse Partikularität von a ist eine Partikularität von b, also mancher a ist ein gewisser b.

Der erste Fall, wo die Objekte a und b sich ganz ausschliessen, wo man also $c = 0$ hat, indem kein gemeinsamer Theil existirt, entspricht den Urtheilen, ein a ist kein b, d. h. jeder a ist kein b oder kein a ist ein b oder kein b ist ein a.

Alle diese vier Fälle liegen in der allgemeinen Formel

$$a + x = b + y$$

oder vielmehr in der Doppelgleichung

$$a - y = b - x = c$$

worin c das Gemeinsame von a und b ausdrückt. Sie unterscheiden sich nur durch die vier Bedingungen

$$c = a \qquad c = b \qquad c \begin{array}{l} < a \\ < b \\ > 0 \end{array} \qquad c = 0$$

Zwischen zwei nach Grösse, Ort, Richtung, Dimensität und Form, also vollkommen bestimmt gegebenen mathematischen Grössen a und b kann eine Gleichung von der Form $a + x = b + y$ mit unendlich verschiedenen Werthen für x und y aufgestellt werden. Damit aber diese Gleichung zugleich der Ausdruck des logischen Urtheils werde, haben die Grössen x und y die fernere Bedingung zu erfüllen, dass die Grösse $c = a - y = b - x$ alle den beiden Grössen a und b gemeinsamen Theile enthalte oder das Maximum dieser Gemeinsamkeit sei. Ohne diese letztere Bedingung würde jene Gleichung unbestimmt sein und die Grössen $a - y$ und $b - x$ würden nur nach Quantität, nicht aber nach Ort und Form einander gleich sein; sie würden also nicht die sich deckenden Theile von a und b darstellen. So wäre z. B. nach Fig. 1177, wo $a - y$ die nach links und $b - x$ die nach rechts schraffirte Fläche bezeichnet, c zu gross, nach Fig. 1178 aber zu klein, während diese Grösse nach Fig. 1176 den richtigen Werth hat. Wenn $a - y$ und $b - x$ nicht das Gemeinsame von a und b enthält, besteht die Gleichung $a - y = b - x$ nur in quantitativer Beziehung, nicht mit voller Übereinstimmung aller Eigenschaften, d. h. $a - y$ hat zwar gleiche Grösse wie $b - x$, ist aber nicht damit identisch, nämlich nicht gleich nach Ort, Richtung, Form.

Indem wir nun unter c das Gemeinsame von a und b verstehen, sind vermöge der Doppelgleichung

$$a - y = b - x = c$$

welche sich auch als das System der Gleichungen

$$\begin{array}{ccc} & a + x = b + y & \\ c + y = a & & c + x = b \end{array}$$

darstellen lässt, die drei Grössen x, y, c vollkommen bestimmt, und diese Gleichungen bedingen nicht bloss das eine logische Urtheil, mancher a ist ein b, mit seiner Umkehrung, mancher b ist ein a, sondern zugleich die Urtheile, jeder c ist ein a und auch ein b, jeder y ist ein a, jeder x ist ein b. Ausserdem ziehen diese bejahenden Urtheile vermöge der Formeln $a - y = c$ und $b - x = c$ die beiden verneinenden Urtheile, kein y und kein x ist ein c, und vermöge der Formeln $a - c = y$ und $b - c = x$ die beiden verneinenden Urtheile, kein c ist ein y oder ein x, nach sich. Durch Transposition ergeben sich aus den Formeln $c = a - y = b - x$ und $y = a - c$, $x = b - c$ die verneinenden Urtheile, ein c ist kein y und auch kein x, sowie, ein y oder ein x ist kein c. Da c ein a und ein b zugleich ist; so involviren diese verneinenden Urtheile auch die Urtheile, mancher a ist kein b und mancher b kein a. Schliesslich

hat man wegen $a - y = b - x$ die wichtigen verneinenden Urtheile, ein a ist kein x, ein b ist kein y, kein x ist ein a, kein y ist ein b.

Wir heben noch hervor, dass in der das logische Urtheil vertretenden Gleichung von der Form $a + x = b + y$ sowohl die linke, als die rechte Seite alle Fälle von a und b zusammen und keinen mehr umfasst. Durch Addition einer Grösse z, welche mit keiner der Grössen a, b, x, y Etwas gemein hat, auf beiden Seiten wird die Gleichung nicht falsch, aber das durch sie repräsentirte Urtheil wird unbestimmt, indem jetzt $a + z$ die Stelle des Subjektes und $b + z$ die des Prädikates einnimmt.

Beispielsweise liefern die Begriffe a = Sänger und b = Spieler, welche einundderselben Gattung, den Menschen, angehören, die bejahenden Urtheile, mancher Sänger ist ein Spieler und mancher Spieler ist ein Sänger, sowie die verneinenden Urtheile, mancher Sänger ist kein Spieler und mancher Spieler ist kein Sänger. Die mathematische Anschauung auf Grund der obigen Formeln ergänzt die Erkenntniss dieser Quantitätsverhältnisse, indem sie z. B. zeigt, dass das Gemeinsame c beider Begriffe der spielende Sänger oder der singende Spieler ist, dass mancher Sänger ein spielender Sänger oder ein singender Spieler, dass aber kein spielender Sänger ein nicht singender Spieler oder ein nicht spielender Sänger ist, u. s. w.

Wenn das Gemeinsame c dem Objekte a gleich, also $y = 0$ wird, hat man die bejahenden Urtheile, jeder a ist ein b und jeder x ist ein b, sowie die verneinenden Urtheile, kein x ist ein a, kein a ist ein x, ein a ist kein x, ein x ist kein a. Wird c dem Objekte b gleich, also $x = 0$; so ist jeder b ein a und jeder y ein a, kein y ein b, kein b ein y.

Wenn das Gemeinsame c von a und b gleich null ist, wenn man also $a = y$, $b = x$ hat, liegt nur das ausschliessende oder verneinende Urtheil vor, kein a ist ein b und kein b ist ein a.

Auf der Grenze zwischen dem ersten und dem zweiten Falle liegt der spezielle Fall, wo $a = b$ ist, also der Fall der Identität zwischen Subjekt und Prädikat. Hierfür ist $x = y = 0$ und das Gemeinsame c von a und b sogut $= a$, wie $= b$. Dieses Urtheil, wie z. B. der Mensch ist ein Mensch oder der Mohr ist ein von Natur schwarzer Mensch, gestattet die wörtliche Umkehrung.

Von den die vier Hauptfälle charakterisirenden Bedingungen können mehrere zugleich bestehen. Besteht gleichzeitig die erste und zweite, ist also $c = a$ und $c = b$ oder gilt zwischen a und b zugleich das direkte und das indirekte umfassende Urtheil; so ist das Subjekt a mit dem Prädikate identisch.

Besteht gleichzeitig die erste und vierte Bedingung $c = a$ und $c = 0$, also das direkte umfassende und das ausschliessende Urtheil; so existirt das Subjekt a nicht. Besteht zugleich die zweite und vierte Bedingung $c = b$ und $c = 0$, also das indirekte umfassende und das ausschliessende Urtheil; so existirt das Prädikat nicht. Bestehen gleichzeitig die erste, zweite und vierte Bedingung $c = a$, $c = b$, $c = 0$; so existirt weder das Subjekt, noch das Prädikat.

Hat man zugleich $c = a$ und $x = \infty$; so liegt das direkte umfassende Urtheil $a + \infty = b$, jeder a ist ein b vor; das Prädikat b hat aber die Bedeutung des absoluten Alles. Ist zugleich $c = b$ und $y = \infty$; so liegt

das indirekte umfassende Urtheil $a = b + \infty$, a enthält jeden b, vor; das Subjekt a aber umfasst Alles.

Aus Vorstehendem erhellt, dass, um über die beiden Objekte a und b ein Quantitätsurtheil auszusprechen, es sich um die Aufstellung der Gleichungen $c = a - y = b - x$, aus welchen auch die Gleichung $a + x = b + y$ folgt, unter der ausdrücklichen Bedingung handelt, dass x, y, c positive Grössen seien, wovon je zwei keinen Theil miteinander gemein haben und wovon c alle gemeinsamen Theile von a und b umfasst, sodass also auch a und x, sowie b und y keinen Theil miteinander gemein haben. Hiernach hat die Grösse c die Bedeutung eines Maximums der von a und b gemeinsam eingeschlossenen Fälle, während die Grössen x und y die Bedeutung von Minimen der von a oder b ausgeschlossenen Fälle hat. Diese Gleichungen berechtigen, jenachdem $c = a$, oder $= b$, oder $< a$ und $< b$, oder $= 0$ ist, zu den obigen Urtheilen.

Die Grundlage des bestimmten umfassenden bejahenden Urtheils, jeder a ist ein b, bildet die Gleichung $a + x = b$, worin die beiden Grössen a und x keinen Theil miteinander gemein haben. In der Form $b - x = a$ lautet dieses Urtheil, mancher b ist jeder a oder unter den b befindet sich jeder a. Die Formeln $c = a - y = b - x$ enthalten immer zwei Gleichungen $c + y = a$ und $c + x = b$, welche der Bedingung eines umfassenden Urtheils genügen; sie liefern die Urtheile, jeder c ist ein b, jeder c ist ein a. Die Formel $a + x = b + y$ für sich allein enthält noch kein solches umfassendes Urtheil: nur, wenn $c = a$, also $y = 0$ ist, liegt in ihr das Urtheil, jeder a ist ein b. Wenn dagegen $c < a$, > 0 ist; so liegt in ihr das beschränkende Urtheil, mancher a ist ein b (womit nach Vorstehendem die Urtheile, mancher b ist ein a, mancher a ist kein b, mancher b ist kein a, nothwendig verbunden sind). Wenn $c = 0$, also $0 + y = a$ und $0 + x = b$ ist, hat man das ausschliessende Urtheil, kein a ist ein b und kein b ist ein a, welches hier den Ausdruck des Urtheils, alles Gemeinsame von a und b ist null, oder, a und b haben nichts Gemeinsames, bildet.

Da das ausschliessende Urtheil die Bedingung $c = 0$, also die beiden Bedingungen $y = a$ und $x = b$ erfordert; so entspricht ihm die Gleichung $a + b = b + a$. Wenn A die Gesammtheit aller möglichen Fälle der Klasse, welcher a und b angehören, bezeichnet; so ergiebt eine Subtraktion der eben niedergeschriebenen Gleichung von der Gleichung $A = A$ die neue Gleichung $A - a - b = A - b - a$. Die Grösse $A - a$ hat die logische Bedeutung kein a oder jeder Nicht-a, die Grösse $A - b$ hat die Bedeutung kein b oder jeder Nicht-b: die letzte Gleichung entspricht also dem verneinenden Urtheile, mancher Nicht-a ist mancher Nicht-b.

Setzt man das von a und b zusammen Ausgeschlossene gleich A', also $A - a - b = A'$; so kann man die Gleichung, auf welcher das ausschliessende Urtheil beruht, auch $A - a - b = A'$ oder auch so $a + b + A' = A$ schreiben. Wäre $A' = 0$ oder $a + b = A$, füllten also a und b zusammen die ganze Klasse A aus; so entspräche das ausschliessende Urtheil vermöge der Gleichung $A - a = b$ dem Satze, jeder Nicht-a ist ein b, vermöge $b = A - a$ dem Satze, jeder b ist ein Nicht-a, vermöge $A - b = a$ dem Satze, jeder Nicht-b ist ein a und vermöge $a = A - b$ dem Satze, jeder a ist ein Nicht-b.

Das singuläre Urtheil, dieser konkrete Fall a ist ein b, gehört dem umfassenden Urtheile $a+x=b$ an.

Der Fall, wo $c=b$, also $x=0$ ist, kann in die Worte gekleidet werden, unter den a befindet sich jeder b. Dasselbe stimmt mit dem umgekehrten Urtheile, jeder b ist ein a, überein. Dieser Fall enthält wie der Fall $c=a$, $y=0$ ein umfassendes Urtheil, stellt jedoch das umgekehrte Verhältniss zwischen Subjekt und Prädikat dar.

Indem das umfassende Urtheil durch die Gleichung $a+x=b$ dargestellt wird, sagt dasselbe generell, b ist eine Erweiterung von a. Das umgekehrte Urtheil sagt in der Form $b-x=a$, a ist eine Einschränkung von b. So liegt in dem Urtheile, der Deutsche ist ein Europäer, der Ausspruch, der Europäer ist eine Erweiterung des Deutschen; in dem umgekehrten Urtheile mancher Europäer ist ein Deutscher, dagegen der Ausspruch, der Deutsche ist eine Einschränkung des Europäers.

Das allgemeinere Urtheil $a+x=b+y$ lässt in der Auflösung für das Prädikat $b=a+x-y$ oder $=a-y+x$ erkennen, dass b eine Einschränkung einer Erweiterung des Begriffes a oder auch eine Erweiterung einer Einschränkung dieses Begriffes sei. Die Umkehrung, welche $a=b-x+y$ oder $=b+y-x$ ergiebt, sagt aus, dass a eine Erweiterung einer Einschränkung des Begriffes b oder auch eine Einschränkung einer Erweiterung dieses Begriffes sei.

Die soeben erörterten vier Fälle kann man, indem man die beiden Fälle $y=0$ und $x=0$ (den dritten und den vierten) als umfassende Urtheile ansieht, umfassende, beschränkende und ausschliessende Quantitätsurtheile nennen. Von den beiden umfassenden Urtheilen bezeichnen wir das Urtheil, jeder a ist ein b, als das direkte, dagegen das Urtheil, a enthält jeden b, als das indirekte.

Zur weiteren Charakteristik dieser Hauptfälle führen wir noch an, dass das beschränkende Urtheil, mancher a ist ein b und mancher b ist ein a, die beiden Gleichungen $a-y=b-x=c$ erfordert, worin $c<a$ und $<b$ ist, dass dagegen das umfassende Urtheil, jeder a ist ein b und unter den b befinden sich alle a, indem jetzt $c=a$ und $y=0$ ist, die eine Gleichung $b-x=a$ erfordert, und dass das ausschliessende Urtheil, kein a ist ein b und kein b ist ein a, indem dafür $c=0$, also $y=a$ und $x=b$ ist, keine Gleichung zwischen a und b erfordert, dass sich vielmehr die obigen beiden Gleichungen auf die beiden Identitätsgleichungen $a-a=b-b=0$ reduziren.

Die Logiker unterscheiden ebenfalls vier Arten oder Klassen von Urtheilen, jedoch nach einer anderen Eintheilung (cfr. System der Logik und Geschichte der logischen Lehren von Ueberweg, §. 71), welcher ich mich nicht anzuschliessen vermag. Ihre erste Klasse ist das allgemeine oder kategorisch bejahende Urtheil (jeder a ist ein b), welches mit unserem direkten umfassenden Urtheile übereinstimmt. Ihre vierte Klasse ist das allgemein oder kategorisch verneinende Urtheil (kein a ist ein b), welches mit unserem ausschliessenden Urtheil übereinstimmt. Unser indirektes umfassendes Urtheil (a enthält jeden b) kömmt in den Lehrbüchern der Logik unter den kategorischen Urtheilen nicht vor, obgleich es doch unverkennbar ein solches ist und zwar eines, welches zwischen Subjekt und Prädikat ein wesentlich anderes Verhältniss postulirt,

als das sogenannte allgemein bejahende Urtheil, auch der Umstand, dass seine Umkehrung, nämlich die Vertauschung zwischen Subjekt und Prädikat, ein allgemein bejahendes Urtheil ergiebt, kein Grund sein kann, dasselbe mit letzterem zu identifiziren, vielmehr ein gewichtiges Motiv enthält, dasselbe davon zu unterscheiden.

Statt unseres einen beschränkenden Urtheils werden aber zwei Klassen, das partikulär bejahende Urtheil (mancher a ist ein b) und das partikulär verneinende Urtheil (mancher a ist kein b) aufgeführt. Meines Erachtens giebt es keine zwei verschiedenen Klassen von selbstständigen partikulären Urtheilen: das partikulär verneinende Urtheil ist, wie wir vorhin gezeigt haben, mit dem partikulär bejahenden gleichbedeutend, oder involvirt das letztere, wenn beide in voller Selbstständigkeit oder Reinheit aufgefasst werden. Wenn nämlich mancher a kein b ist; so ist zugleich mancher a ein b: denn, wäre Diess nicht der Fall, wäre also kein a ein b; so entspräche das Verhältniss zwischen Subjekt und Prädikat dem allgemein verneinenden Urtheile; das partikulär verneinende Urtheil ist daher kein selbstständiges, sondern ist in dem partikulär bejahenden enthalten. Umgekehrt, involvirt das partikulär bejahende Urtheil das partikulär verneinende: wenn mancher a ein b ist; so ist auch mancher a kein b. Denn fände Letzteres nicht statt; so wäre jeder a ein b, es länge also ein allgemein bejahendes Urtheil vor. Nach allem Diesen ist dasjenige Verhältniss zwischen Subjekt und Prädikat, welches nicht durch das umfassende und das ausschliessende Urtheil getroffen wird, in einer einzigen Urtheilsform enthalten, und diese giebt unser beschränkendes Urtheil.

Allerdings wird in den Lehrbüchern der Logik dem partikulär bejahenden und verneinenden Urtheile nicht der Sinn unseres beschränkenden Urtheils, nämlich nicht der Sinn, mancher a ist ein b und mancher a ist kein b, mancher b ist ein a, mancher b ist kein a, sondern es wird dem partikulär bejahenden Urtheile der Sinn, mindestens ein Theil von a ist ein b, und dem partikulär verneinenden Urtheile der Sinn, mindestens ein Theil von a ist kein b, untergelegt (cfr. Ueberweg, §. 71 und 104). Mit dieser Auffassung ist eine Präzision im Urtheilen unvereinbar; sie ist, wie wir bei der Theorie des Schlusses zeigen werden, lediglich zu scholastischen Zwecken, behuf Aufrichtung eines äusserlichen Formalismus erfunden, im Übrigen aber dazu geeignet, die charakteristischen Unterschiede der verschiedenen Urtheilsformen zu verwischen. Denn das partikulär bejahende Urtheil, mindestens ein Theil von a ist ein b, oder, mancher a ist ein b (ohne den Zusatz, mancher a ist kein b und mancher b ist kein a) lässt drei verschiedene Urtheilsformen zu, nämlich unsere beiden umfassenden und unser beschränkendes Urtheil (es kann nämlich jeder a ein b sein, es kann a jedes b enthalten und es kann mancher a ein b sein). Ebenso lässt das partikulär verneinende Urtheil, mindestens ein Theil von a ist nicht b, oder, mancher a ist kein b (ohne den Zusatz, mancher a ist ein b und mancher b ist kein a) drei verschiedene Urtheilsformen zu, nämlich das ausschliessende Urtheil, das beschränkende Urtheil und das indirekte umfassende Urtheil (es ist nämlich möglich, dass kein a ein b ist, dass mancher a ein b ist und dass a alle b enthält).

Zu dieser Unbestimmtheit des partikulär bejahenden und verneinenden scholastischen Urtheils kömmt noch, dass von allen vier in der Logik angenommenen Urtheilen kein einziges unserem beschränkenden Urtheile, mancher a ist ein b, mancher nicht, mancher b ist ein a, mancher nicht, entspricht. Diess ist ein grosser Übelstand, da unser beschränkendes Urtheil ein durchaus einfaches, kein zusammengesetztes ist (dass in diesem Urtheile mehrere Erkenntnisse liegen, deren Darstellung einen zusammengesetzten Redesatz erfordern, ist kein Zeichen für die logische Zusammengesetztheit des Quantitätsverhältnisses zwischen dem Subjekte a und dem Prädikate b: auch in dem kategorischen Urtheile, jeder a ist ein b, liegen mehrere derartige Erkenntnisse, z. B. mancher b ist kein a). Eine Klassifikation aber, welche den einfachsten Formen keinen Platz einräumt, dieselben vielmehr unter die zusammengesetzten subsumirt, kann auf eine rationelle Begründung umsoweniger Anspruch machen, wenn die aufgestellten Grundformen unbestimmt sind und sich zum Theil selbst einschliessen.

Der charakteristische Unterschied zwischen dem partikulär bejahenden und verneinenden scholastischen Urtheile ist, dass ersteres das Vorhandensein einer Gemeinsamkeit zwischen a und b, letzteres dagegen das Vorhandensein einer Verschiedenheit zwischen a und b behauptet. Demzufolge bildet das partikulär verneinende Urtheil eine Verneinung des kategorischen bejahenden Urtheils: denn, mancher a ist kein b, sagt Dasselbe wie, nicht jeder a ist ein b. Ebenso bildet das partikulär bejahende Urtheil eine Verneinung des kategorisch verneinenden Urtheils: denn, mancher a ist ein b, hat dieselbe Bedeutung wie die Verneinung des Urtheils: kein a ist ein b oder des Urtheils, ein von a Ausgeschlossenes ist ein b, indem diese Verneinung so lautet: ein von a Eingeschlossenes ist ein b. Wir bemerken noch, dass das partikulär verneinende Urtheil, mindestens einige a sind keine b, auch so ausgedrückt werden kann, nicht jeder a ist ein b.

Unsere mathematische Formel für das Urtheil ist von jeder Klassifikation unabhängig, also auch auf die soeben besprochenen scholastischen Formen ohne Weiteres anwendbar. Die Bedingung für das partikulär bejahende Urtheil, mancher a ist ein b, ist

$$c > 0$$

Diese Bedingung schliesst die drei Bedingungen $c = a$, $c = b$, $c < a$ und $< b$ alternativ in sich, während sie die Bedingung $c = 0$ ausschliesst. Sie kann auch auf die beiden simultanen Bedingungen $x < b$ und $y < a$ zurückgeführt werden. Die Bedingung für das partikulär verneinende Urtheil, mancher a ist kein b, ist

$$c < a$$

Diese Bedingung schliesst die drei Bedingungen $c = b$, $c < a$ und $< b$, $c = 0$ alternativ in sich, während sie die Bedingung $c = a$ ausschliesst. Sie kann auch auf die beiden simultanen Bedingungen $y > 0$ und $x > b - a$ zurückgeführt werden.

Diese scholastischen Urtheile sprechen allgemeinere Urtheile aus, als die unsrigen, überhaupt aber ist ihr Inhalt insofern unbestimmter

als sie zugleich mehrere der bestimmten einfachen Urtheile zulassen. Für manche Zwecke, wo zu einem spezielleren Urtheile nicht Erkenntnissmaterial genug vorliegt, mögen jene Urtheile behuf Abkürzung des Ausdruckes dienlich sein. Für derartige Zwecke rechtfertigt es sich aber, noch einen Schritt weiterzugehen und auch dasjenige Urtheil zu berücksichtigen, welches nicht bloss drei, sondern alle vier obige Bedingungen zugleich erfüllt. Dieses allgemeinste Urtheil zwischen a und b lässt das Gemeinsame c zwischen Subjekt und Prädikat völlig willkürlich, lautet also: zwischen a und b besteht kein einzwängendes oder begrenztes Quantitätsverhältniss oder, das Gemeinsame zwischen a und b kann jeden beliebigen, auch den Nullwerth haben. Dass dieses Urtheil, obgleich es den Sinn hat, dass es zwischen a und b kein begrenztes Urtheil gebe, doch eine bestimmte logische Bedeutung hat, ist unverkennbar, da dasselbe eine Thatsache feststellt, welche sich von der Thatsache, dass a zu b in einem bestimmten Quantitätsverhältnisse stehe, wesentlich unterscheidet.

Kehren wir jetzt zu unseren Untersuchungen über das Wesen der Urtheile zurück. In allen bisher erörterten Fällen gilt die Voraussetzung, dass die beiden Objekte a und b Partikularitäten einundderselben Gattung seien, und demzufolge bewegen sich alle darauf bezüglichen bejahenden oder verneinenden Urtheile auf dem Gebiete der Wirklichkeit oder Gewissheit. Sobald diese Voraussetzung fallen gelassen wird, machen sich die Qualitätsbeziehungen geltend. Stellt z. B. b die ganze Gattung dar, welcher a angehört, oder erscheint das Objekt b gegenüber dem Objekte a als ein Begriff höherer Qualität, welchem a als Element angehört; so liegt das apodiktische Urtheil vor, jeder a muss ein b sein, jedes Individuum muss seiner Gattung, jede Gattung der Gesammtheit angehören. So gehört Hannibal, wenn er als Mensch gedacht wird, nothwendig der Menschheit an. Wenn in dem letzten der obigen Fälle die beiden Objekte a und b etwa wie die Theile zweier parallelen Ebenen zu verschiedenen Gattungen gehören, welche Nichts miteinander gemein haben; so ist das Urtheil kein einfach verneinendes, sondern ein die Unmöglichkeit ausdrückendes, wie, a kann nicht b sein oder a ist unmöglich ein b. So ist z. B., wenn die Gattungsverschiedenheit berücksichtigt wird, ein Vogel unmöglich ein Stein.

Die Verschiedenheit der Gattungen, welche ein solches apodiktisch verneinendes Urtheil begründet, setzt natürlich Verschiedenheit in allen möglichen Fällen oder Gemeinsamkeit in keinem möglichen Falle voraus. Im Allgemeinen können verschiedene Gattungen gewisse Elemente und Singularitäten miteinander gemein haben, indem sich verschiedene Flächen in singulären Linien und verschiedene Linien in singulären Punkten schneiden können. Derartige Fälle bilden Singularitäten und Spezialitäten im Bereiche des zweiten der obigen Fälle. So wird man das allgemeine Urtheil fällen, der Hund ist kein Tänzer, indem der Tänzer als eine Partikularität des Menschen aufgefasst wird. Bei Erweiterung des Begriffes des Tänzers können aber alle mit Beinen begabten Geschöpfe, also auch der Hund darin eintreten, und bei dieser Auffassung kann man wohl sagen, der Hund kann unter Umständen ein Tänzer sein, ohne darunter zu verstehen, dass der Hund eine Partikularität des

Tänzers sei, als vielmehr, dass er einmal tanzen, also mit dem Tänzer nicht den Gattungsbegriff, sondern eine spezielle konkrete Handlung gemein haben könne.

Über das Verfahren, welches einzuschlagen ist, um logisch zu einem Urtheile zwischen zwei Objekten und mathematisch zu der entsprechenden Formel zu gelangen, bemerken wir noch, dass das logische Verfahren nach dem dem Urtheile zu Grunde liegendem Prinzipe die Erkenntniss des Gemeinsamen c erfordert, in welchem die beiden Objekte a und b sich decken, sowie die Erkenntniss der Partikularitäten x und y, in welchen sie sich nicht decken. Das Gemeinsame c ist einmal diejenige Partikularität von a, welche auf b fällt, und sodann diejenige Partikularität von b, welche auf a fällt: die erste Partikularität ist $a - y$, die zweite $b - x$: in der Identität Beider, also in der Formel $a - y = b - x = c$ besteht also das Urtheil über a und b.

Für die mathematische Behandlung ist folgender Weg der direkteste, einfachste und allgemeinste. Man stellt jede der beiden Grössen a und b als einen Inbegriff der gemeinsamen und der nicht gemeinsamen Partikularität dar. Diess giebt die beiden Gleichungen

$$a = y + c \qquad\qquad b = x + c$$

Aus jeder dieser Gleichungen entwickelt man den Werth des Gemeinsamen c und setzt beide Werthe einander gleich, wodurch sich das Urtheil in der Gestalt

$$a - y = b - x = c$$

ergiebt. Sowohl das erste, wie das zweite System von Gleichungen kann das Urtheil vertreten. Für die logische Erkenntniss ist der spezielle Werth oder der Umfang des Gemeinsamen c oft gleichgültig, und unter dieser Voraussetzung erscheint das Urtheil in der Gestalt einer einzigen Gleichung $a - y = b - x$ oder auch

$$a + x = b + y$$

Die Analogie zwischen der mathematischen Gleichung und dem logischen Urtheile mit Bezug auf die Spezialitäten und Hauptfälle kann durch folgende kurz gefasste Sätze ausgedrückt werden.

Die mathematische Grösse a vertritt den logischen Begriff jeder a, d. h. jeder mögliche Fall von a; $a - y$ heisst mancher a; $a + x$ heisst jeder a und mancher Andere; $z - a$ bedeutet kein a von den z oder jeder z ausser a. Wenn A die gesammte Klasse der in Betracht kommenden möglichen Fälle oder die Allheit vertritt, heisst $A - a$ kein a oder jeder ausser a oder jeder Nicht-a. Die Summe $a + b$ bedeutet jeder a und jeder b, die Differenz $a - b$ jeder a, mit Ausnahme aller b. Haben a und b Nichts miteinander gemein; so hat $a + b$ zugleich die Bedeutung entweder ein a oder ein b (da jeder dem $a + b$ angehörige Fall nur in a oder in b liegen kann). Soll das Entweder-Oder den Sinn haben, nur ein Fall des Einen, nicht aber ein Fall des Anderen; so involvirt dasselbe zwei einander entgegengesetzte Voraussetzungen, nämlich die Voraussetzung $a - b$ und die Voraussetzung $b - a = -(a - b)$, welche zwar in der einen Formel $\pm(a - b)$ geschrieben werden können, aber doch zwei besondere, sich gegenseitig

ausschliessende Urtheile bedingen, welche für sich in Erwägung zu ziehen sind.

Hierdurch spezialisiren sich die Hauptfälle des Urtheils bei Zugrundelegung unserer Eintheilung leicht. Die Gleichung $a - y = b - x$, worin $y < a$ und $x < b$ ist, entspricht dem Urtheile, mancher a ist mancher b: durch Transposition nimmt dieselbe Gleichung die Form $a + x = b + y$ und das Urtheil den Ausdruck jeder a und mancher Andere ist ein b und mancher Andere: in der Form $a = b - x + y$ bedeutet sie, jeder a ist mancher b und mancher Andere. Alle diese Bedeutungen liegen zugleich in der gegebenen Formel und dienen zur Vervollständigung des Urtheils.

Wenn $x = 0$ ist, hat man die Gleichung $a = b + y$, jeder a ist ein b und mancher Andere, oder die gleichbedeutende Gleichung $a - y = b$, mancher a ist jeder b oder unter den a findet sich jeder b und mancher Andere. Durch Transposition liefert diese Gleichung $b = a - y$, jeder b ist ein a ausser manchem Anderen oder jeder b ist mancher a, was man kurz mit den Worten ausdrückt, jeder b ist ein a. Wenn $y = 0$ ist, ergiebt sich die Gleichung $a + x = b$, jeder a und mancher Andere ist ein b, oder die gleichbedeutende Gleichung $a = b - x$, jeder a ist ein b (ist mancher b).

Wenn $x = 0$ und $y = 0$, hat man $a = b$, jeder a ist jeder b, oder a ist mit b identisch.

Wenn x den Werth b erreicht, hat man die Gleichung $a = y$, jeder a ist ein y, oder die gleichwerthige Gleichung $a - y = 0$, ein a, welcher nicht zugleich ein y ist, existirt nicht. Für $y = a$ ergiebt sich die ähnliche Gleichung $x = b$, jeder x ist ein b, oder die gleichwerthige Gleichung $0 = b - x$, keiner ist ein b, wenn davon die x ausgeschlossen werden.

Wenn $x = b$ und $y = a$, besteht die Gleichung $0 = 0$, welche gar kein Urtheil über a und b enthält, welche also sagt, dass über das Quantitätsverhältniss von a und b Nichts bekannt ist oder vielmehr, dass dieses Verhältniss jedes beliebige sein kann.

Das verneinende Urtheil kann durch die Gleichung $a + b + A' = A$ oder auch $a + A' = A - b$ dargestellt werden. Dasselbe lautet in der letzteren Form, jeder a und mancher Andere ist kein b (nämlich ist ein A, von welchem die b ausgeschlossen sind, Fig. 1179). Die gegebene Gleichung $a + A' = A - b$ lässt sich auch in die Form $A - a = b + A'$ bringen und bedeutet dann, kein a ist ein b und mancher Andere. Ist $A' = 0$; so sagt die Gleichung $a + b = A$ oder $a = A - b$, jeder a ist kein b (oder ein A mit Ausschluss der b). In der Form $A - a = b + A'$ lautet das verneinende Urtheil, kein a ist ein b und mancher Andere, und für $A' = 0$ hat man $A - a = b$, kein a ist ein b.

Für das partikulär bejahende scholastische Urtheil ist das Kriterium $a - y = b - x > 0$ oder $x < b$ und zugleich $y < a$, für das partikulär verneinende Urtheil $a - y = b - x < a$ oder $y > 0$ und zugleich $x > b - a$.

Jedes Urtheil gestattet eine Umkehrung (Konversion), d. h. aus jedem Urtheile kann ein anderes abgeleitet werden, in welchem das

Prädikat zum Subjekte und das Subjekt zum Prädikate geworden ist. Dieses umgekehrte Urtheil ergiebt sich sofort durch Transposition oder vielmehr durch Umstellung, d. h. durch Transposition mit Zeichenwechsel der mathematischen Gleichung: dasselbe entspricht aber keiner wörtlichen Umstellung des logischen Urtheils, d. h. das Prädikat steht zum Subjekte nicht in demselben Quantitätsverhältnisse wie das Subjekt zum Prädikate, was sehr einleuchtend ist; das umgekehrte Urtheil hat vielmehr den Sinn der transponirten Gleichung. Nur in gewissen Fällen hat das umgekehrte Urtheil den Wortlaut des gegebenen: es sind Diess die Fälle, wo die transponirte Gleichung dieselbe Form hat wie die gegebene. Für unsere Eintheilung der Urtheile ergiebt sich folgende Detaillirung.

Die allgemeine Gleichung $a + x = b + y$ oder $a - y = b - x$ transponirt sich in eine nach Form übereinstimmende Gleichung $b + y = a + x$ oder $b - x = a - y$. Demnach kehrt sich das Urtheil, mancher a ist mancher b, in das gleichlautende Urtheil, mancher b ist mancher a um. Die Umkehrung eines beschränkenden Urtheils liefert also wieder ein beschränkendes Urtheil.

Die Gleichung $a = b + y$ oder $a - y = b$ transponirt sich in die Gleichung $b = a - y$ oder $b + y = a$, also in eine Gleichung von anderer Form. Dementsprechend kehrt sich das Urtheil, jeder a ist ein b und mancher Andere, oder, unter den a befindet sich jeder b, in das nicht gleichlautende Urtheil, jeder b ist ein a, um. Übrigens ist das gegebene Urtheil gleichwie das umgekehrte ein umfassendes.

Die Gleichung $a + x = b$ oder $a = b - x$ transponirt sich in die anders geformte Gleichung $b - x = a$ oder $b = a + x$. Demnach giebt die Umkehrung des Urtheils, jeder a ist ein b, das anders lautende Urtheil, mancher b ist jeder a oder unter den b befindet sich jeder a. Beide Urtheile sind übrigens umfassende, und man sieht, dass die Umkehrung eines direkten umfassenden Urtheils wiederum ein umfassendes, aber ein indirektes liefert.

Das indirekte umfassende Urtheil, a enthält jeden b, kehrt sich in das direkt umfassende Urtheil, jeder b ist ein a, um.

Allgemein, kehrt sich also das direkt umfassende Urtheil in ein indirektes und das indirekte in ein direktes um.

Die Gleichung $a = b$ transponirt sich in die übereinstimmende Form $b = a$. Ebenso liefert das Urtheil, a ist mit b identisch, die gleichlautende Umkehrung, b ist mit a identisch. Die Umkehrung eines identischen Urtheils liefert also wiederum ein identisches Urtheil.

Die Gleichung $a + A' = A - b$ transponirt sich in die anders geformte Gleichung $A - b = a + A'$. Demnach ergiebt sich die Umkehrung des Urtheils, ein a ist kein b, in dem anders lautenden Urtheile, kein b ist ein a. Die gegebene Gleichung $a + A' = A - b$ lässt sich aber noch in eine andere Gleichung von übereinstimmender Form, nämlich in die Gleichung $b + A' = A - a$ transformiren, und demnach lässt das verneinende Urtheil, ein a ist kein b, auch das umgekehrte gleichlautende Urtheil, ein b ist kein a, zu. Diese doppelte Umkehrung des verneinenden Urtheils ist die Folge des vorhin hervorgehobenen doppelten Sinnes des

gegebenen Urtheils selbst. Das ausschliessende Urtheil kehrt sich hiernach in ein ausschliessendes um.

Ausserdem ergiebt die Umkehrung eines verneinenden Urtheils wiederum ein verneinendes Urtheil, während ein bejahendes Urtheil sich stets in ein bejahendes umkehrt.

Für die Umkehrung der scholastischen partikulär bejahenden und verneinenden Urtheile lässt sich die Regel nicht so kurz aussprechen. Das partikulär bejahende Urtheil kehrt sich allerdings in ein partikulär bejahendes um (wenn mindestens ein Theil von a ein b ist; so ist auch mindestens ein Theil von b ein a). Denn wenn für $a - y = b - x$ die Bedingung $x < b$, $y < a$ erfüllt ist; so ist für das umgekehrte Urtheil $b - x = a - y$ die Bedingung $y < a$, $x < b$ erfüllt. Allein für die Umkehrung des partikulär verneinenden Urtheils, mindestens einige a sind keine b, oder nicht jeder a ist ein b, giebt es keinen scholastischen Ausdruck. Denn wenn für das Urtheil $a - y = b - x$ die Bedingung $y > 0$ und $x > b - a$ erfüllt ist; so charakterisirt diese Bedingung für das umgekehrte Urtheil $b - x = a - y$ weder ein partikulär bejahendes, noch ein partikulär verneinendes, noch ein kategorisch bejahendes oder verneinendes Urtheil. Gleichwohl ist die Umkehrung des partikulär verneinenden Urtheils durch die einfachen Worte ausgesprochen, b enthält nicht alle a.

Ebenso findet die Umkehrung des kategorisch bejahenden Urtheils keine scholastische Formel, da die logische Umkehrung, b enthält alle a, keine scholastische Urtheilsform ist. Die letzteren Resultate liefern einen ferneren Beleg zu der Unzulänglichkeit der scholastischen Auffassungs- und Bezeichnungsweise.

Die mathematische Transposition erzeugt äquipollente (gleichwerthige) Quantitätsurtheile. Ein richtig umgekehrtes Urtheil ist dem gegebenen äquipollent, so ist z. B. das Urtheil, jeder Europäer ist ein Mensch, dem umgekehrten Urtheile, nur ein Mensch ist ein Europäer, äquipollent (auch die mathematische Gleichung $a = b$ kehrt sich durch Transposition in die Gleichung $b = a$ um).

Allgemein, beruht die Äquipollenz der Urtheile auf einer Verknüpfung des gegebenen Urtheils $S = P$ mit einer Identität $c = c$, also auf einem Identitätsakte, welcher an dem Subjekte und Prädikate vollzogen wird, gleichviel, ob diese Verknüpfung auf dem ersten, zweiten, dritten, vierten oder fünften Grundgesetze (mathematisch auf Numeration, Addition, Multiplikation, Potenzirung oder Funktionirung) beruht. So ist z. B. die Gleichung $S = P$ mit der Gleichung $S + c = P + c$, mit $S - c = P - c$, mit $c - S = c - P$, mit $cS = cP$ u. s. w. gleichbedeutend. Ganz analog ist das Urtheil, der Baum ist eine Pflanze (d. h. jeder Baum ist eine Pflanze) dem Urtheile, der Waldbaum ist eine Waldpflanze, der schöne Baum ist eine schöne Pflanze, das Treiben des Baumes ist das Treiben einer Pflanze, ferner das Urtheil, der Mensch ist sterblich, dem Urtheile, der Mensch in Europa ist in Europa sterblich, die Arbeit eines Menschen ist die Arbeit eines Sterblichen, äquipollent.

Die wahre Äquipollenz der Urtheile kann immer mathematisch geprüft werden, da das äquipollente Urtheil aus dem richtig formulirten Urtheile $a + x = b + y$ durch einen Identitätsakt auf beiden Seiten der

Gleichung hervorgeht, was z. B. die Gleichung $a+x+z=b+y+z$ oder $a+x-z=b+y-z$ erzeugt.

Durch Subtraktion der Gleichung $S=P$ von der Gleichung $A=A$, worin A die Gesammtheit aller Fälle in der Klasse der Subjekte und Prädikate bezeichnet, verwandelt sich ein bejahendes Urtheil in ein äquipollentes verneinendes, oder umgekehrt. So ergiebt sich allgemein aus $a+x=b+y$ die Formel $(A-a)-x=(A-b)-y$ oder auch $(A-a)+y=(A-b)+x$, d. h. aus dem Urtheile, mancher a ist mancher b, folgt auch, mancher Nicht-a ist mancher Nicht-b oder mancher Nicht-a ist kein b.

Das (mathematisch aus der Subtraktion von der Gleichung $A=A$ hervorgehende) entgegengesetzte Urtheil darf nicht mit dem umgekehrten Urtheile verwechselt werden. Ersteres ist dem gegebenen Urtheile ebenfalls äquipollent, sein Subjekt ist aber nicht das Prädikat des gegebenen Urtheils, sondern das verneinte Subjekt desselben.

Eine besondere Beachtung verdienen die Umgestaltungen der Urtheile durch welche ein Begriff aus dem Subjekte oder aus dem Prädikate ganz verschwindet, z. B. indem die Gleichung $a+x=b+y$ in $a-b+x=y$ transponirt wird. Das Wesen dieser Veränderung tritt am meisten bei der Transposition der ganzen rechten Seite der Gleichung $S=P$ hervor, wodurch sich die annullirte Gleichung $S-P=0$ ergiebt. Die logische Analogie ist die gänzliche Aufhebung des Prädikates dadurch, dass dem Subjekte die entgegengesetzte Eigenschaft verliehen wird. Durch eine solche Vereinigung zweier Gegensätze in dem Subjekte wird dasselbe auf Nichts reduzirt, indem sich solche Gegensätze vernichten.

Beispielsweise liefert das Urtheil, der Mensch ist sterblich, das auf zwei Gegensätzen beruhende äquipollente Urtheil, der unsterbliche Mensch ist nicht (es giebt keinen unsterblichen Menschen) oder das Urtheil, der Baum ist eine Pflanze, das Urtheil, der Baum, welcher keine Pflanze ist, existirt nicht.

Die Aufhebung, welche zwei Gegensätze bewirken, führt prinzipiell nicht auf das Nichts, sondern auf die Basis des betreffenden Grundgesetzes. Diese Basis ist nur für das Inhärenzgesetz oder für kontradiktorische Gegensätze des Nichts. Wenn dagegen die Aufhebung rein quantitativer Natur ist, der Gegensatz also nicht kontradiktorisch, sondern ausschliessend ist; so ist das Resultat, wie wir aus dem Früheren wissen, die Grenze zwischen dem Ein- und dem Ausgeschlossenen. Eine Zahl, die nicht grösser und nicht kleiner als sechs ist, oder die grösser und kleiner als sechs ist, ist nicht die Zahl null, sondern die Zahl sechs. Nehmen wir den Begriff Pflanze nicht als eine inhärirende Eigenschaft des Baumes, sondern als ein Quantitätsmerkmal, welcher die Begriffsweite des Baumes mitbestimmt; so ist der Baum, welcher keine Pflanze ist, dasjenige Objekt, welches auf der Grenze der Bedingungen steht, die einen Baum definiren.

Aus Vorstehendem geht hervor, dass man jedes Urtheil, ohne die Stellung und die Bedeutung des Subjektes und Prädikates zu ändern, in verschiedenen äquipollenten Formen darstellen kann, und dass alle diese Formen denjenigen Formen entsprechen, in welche die Gleichung $a+x=b+y$ durch Transposition der Grössen x und y gebracht

werden kann. Die mit Zeichenwechseln von a und b verbundenen Formverwandlungen entsprechen den entgegengesetzten Urtheilen, welche mit dem gegebenen ebenfalls äquipollent sind. Die aus der Transposition des Subjektes und Prädikates a und b entspringenden äquipollenten Urtheile sind die umgekehrten Urtheile.

Jede Formverwandlung der Gleichung $a+x=b+y$ hat eine ganz bestimmte logische Bedeutung, welche aus dem Vorhergehenden deutlich zu erkennen ist, und man kann diese Formen leicht nach gewissen Gesichtspunkten gruppiren. Will man z. B. die Beurtheilung nur auf Erweiterungsprozesse gründen; so dürfen in der Gleichung nur positive Numerationen (oder auch Additionen) vorkommen. Will man die Beurtheilung auf Beschränkungsprozesse (Partikularisationen) gründen; so dürfen nur Denumerationen (oder auch Subtraktionen) vorkommen. Soll das Subjekt rein, d. h. weder als Partikularität eines weiteren Begriffes, noch als Erweiterung eines Partikularbegriffes erscheinen; so darf die linke Seite der Gleichung nur a enthalten. Soll das Prädikat rein erscheinen; so darf die rechte Seite nur b enthalten. Hierdurch stellen sich die vier Grundarten von Urtheilen in folgenden Formen dar.

Urtheil	durch Erweiterung	durch Beschränkung	reines Subjekt	reines Prädikat
direkt umfassend	$a+x=b$	$a=b-x$	$a=b-x$	$a+x=b$
indirekt umfassend	$a=b+y$	$a-y=b$	$a=b+y$	$a-y=b$
beschränkend	$a+x=b+y$	$a-y=b-x$	$a=b+y-x$	$a+x-y=b$
ausschliessend	$a+b=b+a$	$a-a=b-b$	$a=b+a-a$	$a+b-a=b$

Aus diesen Formen ergeben sich die äquipollenten entgegengesetzten durch Subtraktion von der identischen Gleichung $A=A$ und die umgekehrten Urtheile durch Umstellung.

2) Inhärenzurtheile. Alles unter Nr. 1 Gesagte betrifft die Quantitätsurtheile. Für die Inhärenzurtheile ergeben sich die entsprechenden Sätze leicht durch die Erwägung, dass es sich jetzt nicht um Vereinigung, sondern um Verbindung von Begriffen handelt, dass also nunmehr die Formel $a+x$ nicht als Numerationsformel, in welcher der Theil a um den Theil x erweitert wird, sondern als Additionsformel zu nehmen ist, wodurch das Glied a mit dem Gliede x verknüpft wird, sodass geometrisch eine Verrückung des Gliedes x um den Weg a stattfindet.

Will man die Bedeutung des Inhärenzbegriffes in der Formel $a+x$ nach der im Situationskalkul angewandten Bezeichnungsweise markiren; so schreibt man „a“ $+x$, worin a die Eigenschaft desjenigen Objektes ist, welches ohne diese Eigenschaft den Werth x oder „0“ $+x$ hat. Das letztere Objekt ist schon in §. 487 das ursprüngliche oder Anfangs- oder Grundobjekt genannt, und wir heben hervor, dass bei der geometrischen Anschauung das x in der Formel „a“ $+x$ zwar den Quantitätswerth des ursprünglichen Objektes hat, dass es aber vermöge des Gliedes „a“ nicht mehr das ursprüngliche Objekt selbst, sondern das in den Abstand a verrückte Objekt x darstellt.

Um auszudrücken, dass jedem in dem Begriffe a enthaltenen Objekte die akzidentielle Eigenschaft b zukomme, kann man sich das Objekt a als eine Linie vorstellen, von welcher ein bestimmter Punkt A' die Abszisse $OA' = a'$ hat (Fig. 1180), indem man ausbedingt, dieser Punkt A' liege zwischen zwei Grenzen B' und B'', welche die Entfernung $B'B'' = b$ voneinander und die Abszissen $OB' = b'$, $OB'' = b''$ haben, sodass $b'' - b' = b$ ist. Bezeichnet man $A'B''$ mit x' und $B'A'$ mit y', welche beiden Grössen keinen Theil miteinander gemein haben; so hat man, wenn man nur die Beziehungen des Punktes A' zu den beiden Punkten B', B'' betrachtet, die Gleichung

$$y' + x' = b$$

wenn man aber die Beziehungen zu dem Nullpunkte O mit betrachtet, die beiden Gleichungen

$$a' + x' = b''$$
$$b' + y' = a'$$

worin auch a' und x', sowie b' und y' keinen Theil miteinander gemein haben. Die Gleichung $a' + x' = b''$ involvirt, wenn man die Grössen a', x', b'' quantitativ nimmt, das Quantitätsurtheil, jeder a' ist ein b'', gleichwie die Gleichung $b' + y' = a'$ das Urtheil, b' ist ein a', involvirt.

Kömmt dem gegebenen Objekte die fragliche Eigenschaft stets und unter allen Umständen zu; so hat man unter A' jeden beliebigen Punkt jenes Objektes zu verstehen. Kömmt ihm jene Eigenschaft nur unter gewissen Umständen zu; so ist A' nur ein Punkt aus der Reihe derjenigen Punkte des Seins jenes Objektes, welche überhaupt in Betracht kommen, also ein Punkt einer Linie wie $A'A'' = a$, welche ein Bestandtheil von $B'B'' = b$ ist. Jetzt erscheinen die Grössen a', x', y' als Variabele, indem a' von einem unteren Grenzwerthe $OA' = a'$ bis zu einem oberen $OA'' = a'' = a' + a$ variiren kann. Neben den beiden Gleichungen $a' + x' = b''$ und $b' + y' = a'$ hat man also immer die Gleichung $a + x = b$, worin $x = B'A' + A''B''$ ist. Diese letzte Gleichung enthält zugleich das Quantitätsurtheil, jeder a ist ein b. Das vollständige System von Gleichungen und Urtheilen, welches die vollständige Erkenntniss aller einzelnen Partikularitäten und Eigenschaften erfordert, stellt sich selbstredend in einer grösseren oder kleineren Zahl von Formeln dar, welche durch die Form der Grössen a und b bedingt sind. Bei der in Fig. 1180 beispielsweise angenommenen geradlinigen Begrenzung der Figuren a und b kann man folgende Gleichungen und Urtheile aufstellen.

$$b' + b = b''$$
$$b' + (a' - b') + a + (b'' - a'') = b''$$
$$b' + (a' - b') + a = a''$$
$$b' + (a' - b') = a'$$
$$a' + a + (b'' - a'') = b''$$
$$a' + a = a''$$
$$a'' + (b'' - a'') = b''$$
$$a + (a' - b') + (b'' - a'') = b$$

Diese Urtheile, von welchen das letzte z. B. sagt, jeder a ist ein b, jeder $a' - b' = B'A'$ ist ein b, jeder $b'' - a'' = A''B''$ ist ein b, zeigen den

Weg, auf welchem logisch die Inhärenzurtheile in Quantitätsurtheile übersetzt werden können, gleichwie sich mathematisch die Aggregate in Numerate und die Glieder in Theile verwandeln lassen.

Wenn man das Urtheil ausspricht, der Fisch lebt im Wasser, um damit zu behaupten, jeder Fisch befinde sich stets im Wasser (wobei die Übereinstimmung des Urtheils mit der Wirklichkeit auf sich beruhen bleibt und der Begriff leben nur als einfaches Sein aufgefasst wird); so umfasst $a = A'A''$ das Sein des Fisches oder aller Fische und erscheint als eine Partikularität des allgemeinen Seins im Wasser, welches durch $b = B'B''$ vertreten wird.

Sobald einer der beiden Punkte A', A'' über die Grenzen B', B'' hinausfällt, besteht zwischen a und b die Beziehung $a + x = b + y$, welche das Urtheil enthält, mancher a ist ein b. Dieser Fall entspricht dem Beispiele, mancher Fisch lebt im Wasser, und auch dem Beispiele, jeder Fisch lebt zuweilen im Wasser, wie auch dem Beispiele, mancher Fisch lebt zuweilen im Wasser. Die arithmetischen und geometrischen Analogien zu den letzten drei Fällen ergeben sich leicht, wenn man das Sein der Fische $A'A'' = a$ nochmals in zwei Theile zerlegt, von welchen der eine Theil die Anfänge aller Fischexistenzen enthält.

Wenn von einer Linie $A'A''$, welche das Sein eines bestimmten Fisches darstellt, ein bestimmter Punkt, welcher einen bestimmten Zustand, z. B. ein bestimmtes Alter dieses Fisches bezeichnet, in der Linie $B'B''$ liegt, welche dem Aufenthalte in einem bestimmten Gewässer entspricht, hat man das singuläre Inhärenzurtheil, dieser Karpfen befindet sich in diesem Augenblicke in jenem Teiche. Der Zustand von $B'B''$, womit der Zustand von $A'A''$ zusammentrifft, kann ebenfalls als ein singulärer bezeichnet werden, wie es z. B. in dem Urtheile geschieht, der Kaiser hält sich jetzt in seinem Palaste zu Berlin auf. Man kann in diesem Beispiele den Zustand des Kaisers als einen speziellen Fall des Aufenthaltes in Berlin und man kann auch den Aufenthalt in Berlin als eine Erweiterung des augenblicklichen Zustandes des Kaisers ansehen.

Liegen beide Punkte A', A'' ausserhalb der Grenzen B', B''; so hat man ein verneinendes Inhärenzurtheil, z. B. kein Fisch lebt in der Luft, oder der Fisch lebt niemals in den Wolken.

Auf der gemeinschaftlichen Grenze der ersten beiden Hauptfälle liegt der Fall der Identität zwischen Subjekt und Prädikat, z. B. das Urtheil, der Mensch ist ein menschliches Wesen oder hat menschliche Eigenschaften.

Wenn man die akzidentielle Eigenschaft mit einer attributiven vertauscht, wodurch die Individuen einundderselben Gattung voneinander unterschieden werden, während die akzidentielle Eigenschaft die Zustände einunddesselben Individuums unterscheidet; so tritt in Fig. 1180 die sekundäre Axe OY an die Stelle der primären OX und die obigen reellen Grössen a, b, a', b', x, y u. s. w. verwandeln sich in imaginäre Grössen $a_1\sqrt{-1}$, $b_1\sqrt{-1}$, $a_1'\sqrt{-1}$, $b_1'\sqrt{-1}$, $x_1\sqrt{-1}$, $y_1\sqrt{-1}$ u. s. w. So kann der Punkt A_1' die Ordinate eines Vogels $D'D''$ sein, welcher die Fähigkeit zu singen hat. Diese Fähigkeit ist eine imaginäre Eigenschaft des Vogels $A'A''$; sie ist durch die Linie $OA_1' = a_1'\sqrt{-1}$ dargestellt. Die Linie $A_1'A_1'' = a_1\sqrt{-1}$ kann die bestehende Eigen-

schaft aller Vögel, welche diese Eigenschaft haben, also das Attribut aller Singvögel vertreten. Indem die Linie $B_1' B_1'' = b_1 \sqrt{-1}$ das Attribut aller Geschöpfe ist, welche eine Stimme haben, drückt die Gleichung $a_1 \sqrt{-1} + x_1 \sqrt{-1} = b_1 \sqrt{-1}$ das Urtheil aus, jeder Singvogel hat eine Stimme.

Läge einer der beiden Punkte A_1', A_1'' jenseit der Grenzen B_1', B_1''; so enthielte die Gleichung $a_1 \sqrt{-1} + x_1 \sqrt{-1} = b_1 \sqrt{-1} + y_1 \sqrt{-1}$ beispielsweise das Urtheil, mancher Singvogel ist ein Zugvogel. Lägen beide Punkte A_1', A_1'' ausserhalb B_1', B_1''; so hätte man ein verneinendes Urtheil, wie z. B., kein Rabe ist ein Singvogel.

Durch Kombination der akzidenziellen mit den attributiven Eigenschaften ergeben sich die den komplexen Grössen $OD' = a + a_1 \sqrt{-1}$ entsprechenden Eigenschaften, welche z. B. einen sich in der Luft aufhaltenden Singvogel $D'D''$ bezeichnen können. Die allgemeine Formel, welche die dem Raume $D'D''D_1''$ entsprechenden Individuen charakterisirt, und welche die allgemeine Gestalt

$$a + a_1 \sqrt{-1} + x + x_1 \sqrt{-1} = b + b_1 \sqrt{-1} + b + y_1 \sqrt{-1}$$

hat, zerfällt mathematisch wie logisch in die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} a + x &= b + y \\ a_1 + x_1 &= b_1 + y_1 \end{aligned}$$

und kann je nach der Lage der Punkte A', A'' gegen $B'B''$ und der Punkte A_1', A_1'' gegen $B_1' B_1''$ mannichfaltige, leichtverständliche Urtheile involviren. Bei der in der Figur angenommenen Lage, wo $y = 0$, $y_1 = 0$ ist, repräsentirt jene Formel z. B. das Urtheil, jeder Singvogel lebt nicht nur in der Luft, sondern hat auch Stimme, und man erkennt sofort, dass dieses logische Urtheil gleich der komplexen mathematischen Gleichung in die beiden Urtheile, jeder Vogel lebt in der Luft, und jeder Singvogel hat Stimme, zerfällt.

Durch Hinzuziehung der attributiven Eigenschaften der Gattungen, welche den auf der dritten Axe OZ gemessenen tertiären Grössen $a_2 \sqrt{-1} \sqrt{\div 1}$ entsprechen, ergiebt sich das vollständige Inhärenzurtheil

$$\begin{aligned} a + a_1 \sqrt{-1} + a_2 \sqrt{-1} \sqrt{\div 1} + x + x_1 \sqrt{-1} + x_2 \sqrt{-1} \sqrt{\div 1} \\ = b + b_1 \sqrt{-1} + b_2 \sqrt{-1} \sqrt{\div 1} + y + y_1 \sqrt{-1} + y_2 \sqrt{-1} \sqrt{\div 1} \end{aligned}$$

welches sich mathematisch wie logisch in die drei Urtheile

$$\begin{aligned} a + x &= b + y \\ a_1 + x_1 &= b_1 + y_1 \\ a_2 + x_2 &= b_2 + y_2 \end{aligned}$$

auflös't, wovon das erste ein Urtheil über Akzidentien von Individuen oder über Attributive von Zuständen, das zweite ein Urtheil über Attributive von Individuen und das dritte ein Urtheil über Attributive von Gattungen ist.

So involvirt das Wort Vogel unvermerkt das Attribut einer Gattung, also aller Individuen, welche gewissen mit der Grundebene OXY parallel laufenden Ebenen angehören, welche also auf der tertiären Axe

OZ die Ordinate $a_2 \sqrt{-1} \sqrt{\div 1}$ haben. Es sind Diess die mit dem Namen Vogel belegten Geschöpfe oder die Individuen der Vogelgattung, die gefiederten Geschöpfe. Indem man diese Gattung als eine Partikularität der animalischen Gattung von Geschöpfen oder der Thiere ansieht, kann man sagen, jeder Singvogel lebt nicht nur in der Luft, sondern hat auch Stimme und ist jedenfalls ein Thier. Dieses überkomplexe Urtheil zerlegt sich in die drei: jeder Vogel lebt (vermöge der ihm als Individuum zukommenden Zustände) in der Luft; jeder Singvogel hat (vermöge des ihm als gesangfähigen Individuums zukommenden Attributes) eine Stimme; jeder Vogel gehört (vermöge des seiner Gattung zukommenden Gattungsattributes) dem Thierreiche an.

Die verschiedenen Werthe von x, x_1, x_2, y, y_1, y_2 können einem solchen überkomplexen Urtheile mannichfaltige Spezialbedeutungen verleihen, welche sich leicht darlegen lassen.

Das richtige Verständniss eines Inhärenzurtheiles liefert auch die richtige Umkehrung desselben. Während das direkte Inhärenzurtheil einen Besitz von Eigenschaften ausdrückt, spricht das umgekehrte Inhärenzurtheil eine Angehörigkeit oder Pertinenz aus. So kehrt sich das Urtheil, der Mensch hat (besitzt) einen Körper, in das Urtheil um, der Körper gehört dem Menschen an. Genauer, nämlich unter Mitberücksichtigung der in Betracht kommenden Quantitätsverhältnisse, sagt das Urtheil, der Mensch hat einen Körper, aus, dass jeder Mensch einen Körper hat, dass also die Körperlichkeit ein weiterer Begriff ist, als die Menschlichkeit, indem auch andere Geschöpfe, als die Menschen, Körper besitzen. Hieraus folgt, dass die Umkehrung dieses Urtheils in die Worte gekleidet werden kann, mancher Körper kömmt dem Menschen zu oder gewisse Körper sind menschliche Eigenschaften. Wollte man kurz sagen, der Körper ist eine menschliche Eigenschaft; so darf man den Begriff Körper nicht allgemein denken, sondern nur den menschlichen Körper darunter verstehen.

Das Urtheil, nur der Mensch hat Vernunft, kehrt sich in das Urtheil um, die Vernunft ist ausschliesslich eine Eigenschaft des Menschen.

Das Urtheil, der Mensch hat Hände, setzt stillschweigend, wenn man darunter jeden Menschen denken wollte, einen gewissen Normalzustand voraus. Allgemein, kann man nur behaupten, mancher Mensch hat Hände (es giebt auch Menschen ohne Hände). Unter den Händen sind ebenfalls nicht alle möglichen Hände verstanden, z. B. nicht die Hände der Affen. Das vollständige Urtheil sagt also, manche Menschen haben gewisse Hände, und dieses Urtheil kehrt sich um in das Urtheil, gewisse Hände kommen manchen Menschen zu.

Das Grundprinzip in jedem Urtheile ist das Zusammentreffen, die Begegnung zweier Erkenntnisse. Beim Quantitätsurtheile handelt es sich um die Deckung gewisser Fälle, wodurch der eine Begriff, das Prädikat, als eine Partikularität des anderen Begriffes, des Subjektes erscheint, Beim Inhärenzurtheile handelt es sich um das Zusammentreffen in gewissen Örtern vermöge gewisser Eigenschaften. Jenes Urtheil stützt sich auf die mathematische Anschauung des Theiles und der Vereinigung von Theilen: dieses Urtheil auf die Anschauung des Gliedes und der An-

einanderreihung von Gliedern. Veranschaulichen wir die zu kombinirenden Begriffe x und a vorläufig durch geometrische Linien $AB = x$ und $BC = a$; so ist in Fig. 1181 die gebrochene Figur ABC, welche durch das zweigliedrige Aggregat $x + a$ oder nach der Bezeichnung des Situationskalkuls deutlicher durch $,,x,, + a$ dargestellt wird, geometrisch das Resultat des Fortschrittes der Linie $AD = a$ längs der Linie $AB = x$, wodurch sie in die Lage BC gelangt. AD ist der Operand in seiner ursprünglichen Lage, das Subjekt ohne die Eigenschaft x, welches wir schon früher das Grundsubjekt genannt haben. BC ist das Subjekt nach der Verschiebung, nach der Operation, das mit der Eigenschaft x versehene Subjekt. Wenn a und x nicht gerade reelle, sondern Linien von beliebiger Richtung (Kausalität) sind, haben wir Diess im Situationskalkul dadurch kenntlich gemacht, dass wir die Buchstaben a und x mit Klammern umgaben, also die gebrochene Figur $ABC = ,,(x),, + (a)$ setzten. Dass eine Grösse wie BC nicht bloss nach Quantität und Richtung, sondern auch nach ihrem Orte (Abstande) aufgefasst sei, haben wir im Situationskalkul (§. 5) endlich durch doppelte Klammern angedeutet. Die um den Abstand (x) verschobene Linie (a), also die Linie $BC = ((a))$ würde danach durch die Gleichung

$$((a)) = ,,(x),, + (a)$$

dargestellt. Diese Gleichung nun ist die getreue mathematische Formel für das einfache Inhärenzurtheil. Ein solches Urtheil hat den Wortlaut, $((a))$ hat die Eigenschaft (x), z. B. der Vogel hat ein Gefieder. Wenn die Eigenschaft x adjektivisch bezeichnet wird, lautet das einfache Inhärenzurtheil, der Vogel ist gefiedert, dasselbe hat die sprachliche Form eines Quantitätsurtheils, ist aber dem Wesen nach ein Inhärenzurtheil.

Bei dieser einfachsten Form des Inhärenzurtheils wird unter dem Subjekte die Grösse $BC = ((a))$, also das mit der Eigenschaft x versehene Objekt a verstanden. Geometrisch und arithmetisch ist der gebrochene Linienzug $x + a$ dem Vektor $AC = (r)$ äquivalent. Wenn man nun diesen logischen Gesammtbegriff r, welcher der Kombination der beiden Begriffe x und a gleich ist, zum Subjekte eines Inhärenzurtheils nimmt; so wird das Prädikat der gegliederte Ausdruck $ABC = x + a$. Das Urtheil ist jetzt, seiner Bedeutung nach, immer noch das einfache Inhärenzurtheil, erscheint jedoch nicht in so einfacher Form wie vorhin. Dasselbe ist durch die Gleichung

$$(r) = (x) + (a)$$

vertreten und hat den Wortlaut, r ist ein mit der Eigenschaft x versehener a, z. B., wenn a die Tugend, x das Schöne und r die Wohlthätigkeit darstellt, die Wohlthätigkeit ist eine schöne Tugend. Wollte man die Übereinstimmung der Inhärenz zwischen Subjekt und Prädikat in der letzteren Weise denken, aber mit dem Wortlaute des vorher definirten absolut einfachen Urtheils aussprechen, also sagen, die Wohlthätigkeit ist schön; so hätte man seinen Gedanken unvollständig ausgesprochen, indem der Bestandtheil a des Prädikates, das Grundobjekt desselben, unterdrückt worden wäre. Wenn a das Thier, x das Gefieder und r den Vogel bedeutet, heisst das Urtheil, welches der Form $r = x + a$

entspricht, der Vogel ist ein gefiedertes Thier. Wenn der Zusammenhang in dieser Weise gedacht, aber mit den Worten, der Vogel ist gefiedert, ausgesprochen wird, ist das Urtheil unvollständig.

Die letztere Gleichung, welche arithmetisch und geometrisch ausdrückt, dass der Vektor r in denselben Ort führt, wie das Aggregat „x„ $+ a$ ist der wahre Repräsentant des logischen Inhärenzurtheiles, welches sagt, dass der Begriff r in denselben logischen Ort führt, wie die Begriffskombination $x + a$.

Zuweilen wird das Subjekt r, welches den Gesammtbegriff der Kombination von x und a darstellt, nicht mit Worten genannt, vielleicht fehlt es auch der Sprache an einem passenden Worte. Eine Form dieser Art ist z. B. der Ausdruck, Diess ist ein gefiedertes Thier, worin a das Thier, x das Gefieder und r den durch das Pronom Diess vertretenen Gesammtbegriff bedeutet. An die Stelle des einfachen Gesammtbegriffes r kann eine Begriffskombination $y + b$ treten, d. h. man kann mit dem Urtheile $r = x + a$ das ähnlich gebildete Urtheil $s = y + b$ verbinden. Ist $r = s$; so erhält man

$$x + a = y + b$$

Dieses Urtheil ist kein einfaches Inhärenzurtheil, dasselbe ist die Analogie des in Fig. 1182 dargestellten geometrischen und arithmetischen Satzes, wonach die beiden Linienzüge $ABC = x + a$ und $ADC = y + b$, welche in denselben Ort C führen, gleichen Entfernungswerth haben. So kann durch diese Formel das Urtheil, dieses gefiederte (x) Thier (a) ist ein lieblicher (y) Sänger (b), vertreten werden.

Um die Hauptfälle des einfachen Inhärenzurtheiles $(r) =$ „(x)„ $+ (a)$ zu bestimmen, ist es erforderlich, der höheren geistigen Freiheit, welche die logischen Begriffe vor den mathematischen Anschauungen haben, dadurch Rechnung zu tragen, dass die Begriffe a und b, welche die Kombination $a + b$ bilden, in Flächen, statt in Linien dargestellt werden. Diess ist in Fig. 1183 geschehen. Die beiden zu kombinirenden Begriffe sind $ABB_2A_2 = a$ und $B_3C_3C_1B_1 = b$. Die Aneinanderreihung beider in der gezeichneten Weise ergiebt die Grösse „a„ $+ b$, nämlich die Kombination derjenigen Fälle der Grösse b mit denjenigen Fällen der Grösse a, welche überhaupt miteinander in Verbindung treten. Diese Kombination findet zwischen B_3 und B_2 in der Linie BB_1 statt: die der Fläche $A_1B_1B_2A_2 = y$ angehörigen a treten mit den der Fläche BCC_3B_3 angehörigen b nicht in Verbindung; nur die der Fläche $ABB_1A_1 = a - y$ angehörigen a verbinden sich mit den der Fläche $BCC_1B_1 = b - x$ angehörigen b. Das Resultat dieser Verbindung ist die gebrochene Fläche $ABCC_1B_1A_1 =$ „$(a - y)$„ $+ (b - x)$. Dieselbe ist der Vektorfläche $ACC_1A_1 = (r)$ gleich; man hat also die Gleichung

$$(r) = „(a - y)„ + (b - x)$$

Diese Gleichung ist die mathematische Analogie des einfachen Inhärenzurtheils in seiner allgemeinsten Form. Dasselbe zerfällt, wie das Quantitätsurtheil in vier Hauptfälle, welche wir ebenso benennen, nämlich: Erstens, das direkt umfassende Urtheil, welches lautet, jeder b hat die Eigenschaft a: dasselbe ist durch Fig. 1184 dargestellt; man hat dafür

$x = 0$, $y > 0$, $< a$. Zweitens, das indirekt umfassende Urtheil, welches lautet, die b sind die Besitzer aller Eigenschaften a oder, konvertirt, jede Eigenschaft a gehört einem b an: dasselbe ist durch Fig. 1185 dargestellt; man hat dafür $y = 0$, $x > 0$, $< b$. Drittens, das beschränkende Urtheil, welches lautet, mancher b hat manche Eigenschaft a: dasselbe ist durch Fig. 1183 dargestellt, man hat dafür $x > 0$, $< b$, $y > 0$, $< a$. Viertens, das ausschliessende Urtheil, welches lautet, kein b hat die Eigenschaft a oder jeder a entbehrt die Eigenschaft a: dasselbe ist durch Fig. 1186 dargestellt; man hat dafür $x = b$, $y = a$, kann dasselbe also nicht bloss in der Form $(r) = 0$, sondern auch in der Form $(r) = a - a + b - b$ oder $r = (a + b) - (a + b)$ schreiben. Als Spezialfall (entsprechend dem identischen Quantitätsurtheile) erwähnen wir noch des durch Fig. 1187 dargestellten Urtheils, welches lautet, jeder b hat die Eigenschaft a und jede Eigenschaft a kömmt einem b zu (es existirt keiner ohne den Anderen): man hat hierfür $x = 0$, $y = 0$.

Jedes Inhärenzurtheil lässt sich in ein gleichnamiges Quantitätsurtheil übersetzen. Dieses äquipollente Quantitätsurtheil ergiebt sich aus der Figur 1183, wenn man nach Fig. 1188 im ersten Gliede (a) vom Punkte B_3 aus die Linie $B_3 A_3$ zieht, um durch das Stück $A B B_3 A_3 = x'$ ein erstes Glied $A_3 B_3 B_2 A_3$ zu schaffen, welches auch Eigenschaften enthält, welche den Objekten $B C C_3 B_3 = x$ entsprechen, sodass in dem ersten Gliede Eigenschaften $A_1 B_1 B_3 A_3 = b'$ liegen, welche allen Objekten des zweiten Gliedes b entsprechen. Ebenso kann man auch das zweite Glied b vermittelst der Linie $B_2 C_2$ durch Objekte y' ergänzen, welche die Eigenschaften y haben, sodass das zweite Glied Objekte a' enthält, welche sämmtlichen Eigenschaften a entsprechen. Aus dem Inhärenzurtheile

$$r = a - y + b - x$$

ergiebt sich also vermöge des ersten Gliedes, oder wenn man die Eigenschaften zu Grunde legt, das äquivalente Quantitätsurtheil

$$a - y = b' - x'$$

und vermöge des zweiten Gliedes, oder wenn man die Subjekte zu Grunde legt,

$$b - x = a' - y'$$

In dem ersten dieser beiden Quantitätsurtheile bezeichnet $a - y$ das Gemeinsame der beiden Begriffe a und b', welches wir $= c$ setzen. In dem zweiten Quantitätsurtheile bezeichnet $b - x$ das Gemeinsame der beiden Begriffe a' und b, welches wir $= c'$ setzen. Mit Hülfe der beiden Begriffe c und c' kann das Inhärenzurtheil auch so geschrieben werden

$$r = c + c'$$

oder deutlicher

$$(r) = „(c)“ + (c')$$

Wäre z. B. das Inhärenzurtheil gegeben, mancher Mensch hat Muth, mancher Muth kömmt jedoch auch anderen Wesen zu; so verwandelt sich dasselbe, wenn man die Eigenschaften zu Grunde legt, in

das Quantitätsurtheil, manches Menschliche ist Muthvolles, manches jedoch nicht, und wenn man die Subjekte zu Grunde legt, manche Menschen sind Muthige, manche jedoch nicht.

Es ist leicht, die vorstehenden Prinzipien auf zusammengesetzte Inhärenzurtheile auszudehnen. Es kömmt in allen Fällen darauf an, die Übereinstimmung des logischen Ortes für diejenigen Fälle des Subjektes und des Prädikates darzustellen, welche sich in diesem Orte wirklich vereinigen. So stellt z. B. Fig. 1189 das Urtheil

$$(a - y_1) + (b - y_2) + (c - y_3) = (d - x_1) + (e - x_2)$$

dar, welches etwa die Erkenntniss vertritt, ein kräftiger junger Baum ist eine angenehme Erscheinung oder auch, dieser Baum (c), welcher eine angenehme (d) Erscheinung (e) ist, hat Kraft (a) und Jugend (b).

Wenn der Zusammenhang der Figur an irgend einer Stelle unterbrochen ist, wenn also die Figur nicht geschlossen ist, indem z. B. die Eigenschaft b mit keinem Falle der Eigenschaft a in Verbindung tritt, entsteht immer ein Karenzurtheil. Wären z. B. in dem letzten Beispiele Kraft und Jugend zwei unvereinbare Eigenschaften; so könnte es keinen kräftigen jungen Baum geben. Das eigentliche Karenzurtheil setzt die Trennung zwischen dem Subjekts- und dem Prädikatsbegriffe voraus, wie es z. B. in dem Urtheile, ein kräftiger junger Baum ist keine abschreckende Erscheinung, der Fall ist.

Hinsichtlich des ausschliessenden Inhärenzurtheils, welches ausspricht, dass das Subjekt eine gewisse Eigenschaft entbehrt, bemerken wir noch, dass sich an der Stelle der Diskontinuität der Begriffe eine Lücke von beliebiger Weite und Form befinden kann; gleichwohl wird in vielen Fällen stillschweigend vorausgesetzt, dass dieser Unterschied zwischen den getrennten Gliedern kein ganz willkürlicher, sondern gewissen Bedingungen unterworfen sei. So setzt man bei einem Urtheile über faktische Zustände voraus, dass die verneinte Eigenschaft eine mögliche, keine unmögliche Eigenschaft des Subjektes sei, dass dieselbe also gewissen Individuen aus der Gattung der Subjekte zukomme oder in einer bestimmten Fläche liege, insbesondere, dass Subjekt und Prädikat beide reell seien. So nehmen wir bei dem Urtheile, dieser Mensch hat keine Hände, stillschweigend an, dass der Mangel der Hände kein nothwendiger, sondern ein zufälliger sei, dass dieser Mensch also möglicherweise Hände haben könnte. Wenn das Prädikat nothwendig einem anderen Objekte angehört, also dem Subjekte unmöglich zukommen kann, erscheint sein Werth, gegenüber dem Subjekte, als ein imaginärer oder komplexer, und selbstredend wird dann auch die Differenz zwischen Beiden eine imaginäre oder komplexe. Ein Beispiel hierzu ist das Urtheil, Alexander von Mazedonien hatte keine christliche Religion, wenn wir dabei das Dasein Alexanders vor Christus voraussetzen: das Urtheil würde logischer durch die Worte ausgedrückt sein, Alexander konnte keine christliche Religion haben. Wenn das Prädikat nothwendig einer anderen Gattung angehört, wird dasselbe und die Differenz gegen das Subjekt sogar überimaginär, wie in dem Beispiele, Alexander hatte keine Hörner oder die Griechen hatten keine Hörner, weil der Besitz von Hörnern überhaupt keinem Menschen, sondern nur gewissen Thiergattungen zukömmt. Der geeignetere

Ausdruck für ein solches Urtheil würde sein, Alexander konnte unmöglich Hörner haben.

Manche Wörter der menschlichen Sprache bezeichnen Objekte, deren logischen Ort oder deren Inhärenz im allgemeinen Begriffsgebiete nach Belieben zu verändern man sich vorbehält, also Objekte mit unbestimmter Inhärenz; manche Wörter dagegen bezeichnen Objekte mit fester, unveränderlicher Inhärenz. In Fig. 1181 ist AD als ein Objekt der ersteren Art gedacht, welches mit jeder beliebigen Eigenschaft AB behaftet, also in den Ort BC transportirt werden kann. In diesem Sinne gebraucht man z. B. das Wort Mensch, wenn dasselbe das Anfangs- oder Grundobjekt der Menschengattung bezeichnen soll. Indem man diesem Objekte die Attribute des Solon, des Kato, des Newton beilegt, verrückt man dasselbe in verschiedene logische Örter, indem man ihm die Attribute eines Negers beilegt, verlegt man es zwischen zwei Ortsgrenzen. Wenn dagegen ein Wort den betreffenden Begriff nach allen Grundeigenschaften, also auch nach seiner Inhärenz bezeichnen soll, ist dasselbe im Begriffsgebiete unverrückbar. Diess würde in Fig. 1181 mit der Linie BC der Fall sein, wenn sie als ein in diesem Orte fest gegebenes Objekt gedacht werden soll. Zu solchen Objekten gehören unter Anderem die mit Eigennamen belegten Begriffe, wie z. B. Solon, Kato, Newton, der Montblanc, England, die Irmensäule.

Ob in dem Inhärenzurtheile oder in Fig. 1189 gewisse Glieder wie a, b, c, d, e verrückbar oder unverrückbar sind, d. h. ob sie Objekte darstellen, welche mit beliebigen Eigenschaften behaftet werden können oder solche, welche mit allen ihren Eigenschaften fest gegeben sind, ist für die Bedeutung und Formulirung der Urtheile gleichgültig.

Ebenso ist es irrelevant, ob ein Glied wie a oder b die gezeichnete Fläche ganz oder nur theilweise ausfüllt, oder in deren Verlängerung liegt. Es kömmt auch nicht darauf an, dass diese Glieder geradlinig begrenzt seien oder als Flächen von beliebiger Form erscheinen. Endlich können diese Glieder einander zu zweien, zu dreien, zu vieren u. s. w. sich gegenseitig partiell überdecken. Es kömmt immer darauf an, die schraffirte Figur zu ermitteln, welche diejenigen Linien enthält, welche aus sämmtlichen Gliedern miteinander in Verbindung zu treten vermögen. So stellt z. B. Fig. 1190 die Kombination zweier Begriffe a und b dar; diese Begriffe $EF = a$ und $GH = b$ sind zwei Theile der allgemeineren Begriffe $AB = A$ und $CD = B$, von welchen die schraffirten Linien, obwohl dieselben nur in ihren Verlängerungen, d. h. in den logischen Erweiterungen ihres Seins sich treffen, an diesen Durchschneidungsstellen miteinander in Verbindung treten. Eine gehörige Berücksichtigung aller dieser Verhältnisse führt zu der mathematischen Formel, welche das betreffende Inhärenzurtheil wiedergiebt.

Während der Quantitätsgegensatz die Verneinung oder Ausschliessung ist, so ist der Inhärenzgegensatz das Gegentheil oder die Kontradiktion. Demnach bilden sich die echten entgegengesetzten Inhärenzurtheile durch die Kontradiktion. Dem logischen Gegentheile entspricht arithmetisch das entgegengesetzte Zeichen und geometrisch die entgegengesetzte Richtung. Demzufolge liefert das Inhärenzurtheil $r = (a - y) + (b - x)$ das entgegengesetzte Urtheil $-r = (-a + y) + (-b + x)$, worin $-a + y$

und $-b+x$ die kontradiktorischen Gegensätze von $a-y$ und $b-x$ darstellen. So liefert z. B. das Urtheil, Wohlthätigkeit ist eine schöne Tugend, das entgegengesetzte Urtheil, Übelthun ist ein hässliches Laster. Bei der geometrischen Darstellung ist sorgfältig zu beachten, ob ein Begriff als ein beliebig verrückbarer oder als ein auch nach seinem Orte unveränderlicher oder als ein mit festen Attributen versehener gegeben ist. Bei der Kontradiktion des ersten Begriffes kehrt sich nur seine Richtung um; bei der Kontradiktion des zweiten Begriffes kehrt sich jedoch ausser seiner Richtung auch seine Ortslage oder sein Abstand vom Nullpunkte um. Da aber bei der Umkehrung des ganzen Urtheils oder der ganzen Gleichung sich alle Subjekte und Prädikate umkehren; so wird das entgegengesetzte Urtheil in allen Fällen durch die entgegengesetzte Figur dargestellt. So liefert das Urtheil aus Fig. 1183 die Fig. 1191, deren Anfang bei A liegt.

Durch Verbindung zweier entgegengesetzten Objekte ergiebt sich das Urtheil von der allgemeinen Form $0 = „A„ - A$ oder $= -„A„ + A$. Dasselbe ist ein ausschliessendes Inhärenzurtheil, welches sagt, das Objekt A ohne seine Eigenschaften ist Nichts oder, das Objekt A besteht nicht ohne seine Eigenschaften.

Wenngleich der logische Sinn eines entgegengesetzten Inhärenzurtheils stets klar ist; so hat doch die Sprache nicht für jeden Gegensatz einen besonderen Namen; so giebt es z. B. kein Wort, welches das Gegentheil eines Vogels oder Plato's darstellte. Wie der Quantitätsgegensatz im Allgemeinen nur durch die Verneinung des ursprünglichen Begriffes, ebenso kann auch der Inhärenzgegensatz im Allgemeinen nur durch ein Wort wie Gegentheil, Gegensatz, Widerspruch ausgedrückt werden. Demzufolge kann das Urtheil, der Vogel hat Gefieder, nur durch die Worte, der Gegensatz des Vogels hat Organe, welche den Gegensatz des Gefieders bilden, ausgedrückt werden.

Wichtiger als das entgegengesetzte Urtheil ist zuweilen dasjenige Urtheil, in welchem nur die vom Subjekte prädizirte Eigenschaft, nicht aber das Grundwesen des Subjektes (das Grund- oder Anfangssubjekt) in das Gegentheil verwandelt wird.

Diese Verwandlung entspricht dem Übergange von der Figur ABC (Fig. 1192) zu der Figur $AB'C'$, worin nur AB, nicht aber die Richtung von BC umgekehrt ist, also, wenn man den Vektor AC' mit r' bezeichnet, dem Übergange von dem allgemeinen Urtheile

$$r = (a - y) + (b - x)$$

zu dem Urtheile

$$r' = (-a + y) + (b - x)$$

Die letzte Gleichung ergiebt sich aus der ersten durch Subtraktion der identischen Gleichung $2(a - y) = 2(a - y)$ und man hat $AC' = r' = r - 2(a - y)$.

Die Subtraktion der Gleichung $a - y = a - y$ liefert das Urtheil

$$r'' = b - x$$

worin $AD = r'' = r - (a - y)$ ist. Dieses Objekt r'' ist also das von der Eigenschaft AB befreite Subjekt, und da $r' = r'' - (a - y)$ ist; so

erscheint r' als das mit dem Gegentheile der Eigenschaft $a - y$ bekleidete Objekt r''.

Wenn beispielsweise das gegebene Urtheil heisst, der Vogel r ist ein Thier $b - x$ mit Gefieder $a - y$; so ergiebt sich, wenn dem Vogel die Eigenschaft des Gefieders entzogen wird, das Urtheil, der des Gefieders beraubte (der entfiederte) Vogel, d. h. der Vogel, welchem das Attribut des Gefieders entzogen ist, ist ein Thier r''. Indem dem letzteren Thiere r'' die dem Attribute $a - y$ entgegengesetzte Eigenschaft verliehen ist, erhält man das Urtheil, das Geschöpf r' (das in unserer Sprache keinen besonderen Namen trägt) ist ein Thier mit Organen, welche dem Gefieder entgegengesetzt sind. Das Urtheil, der Neger r ist ein schwarzer Mensch, führt durch Aufhebung des Attributes schwarz zu dem Urtheile, der entschwärzte Neger ist ein Mensch r'', nämlich ein Wesen, welchem ein Farbenattribut überall nicht beigelegt ist, welches also weder als schwarz, noch als weiss erkannt ist. Eine nochmalige Hinzufügung des dem Schwarz entgegengesetzten Attributes weiss giebt das Urtheil, ein weisser Mensch ist ein Europäer r'. Ein Beispiel mit akzidentiellen Eigenschaften ist das Urtheil, Diess (r) ist Napoleon auf Elba. Durch Aufhebung des Zustandes, auf Elba, ergiebt sich das Urtheil, Jenes (r'') ist der von Elba zurückgekehrte Napoleon. Durch Beilegung eines Zustandes, welcher dem Aufenthalte in Elba entgegengesetzt ist, würde sich ergeben, Das (r') ist Napoleon in einer Lage, welche dem Aufenthalte in Elba entgegengesetzt ist.

Andere Beispiele hierzu sind folgende. Aus dem Urtheile, der Mensch, welcher sich der Heilkunde gewidmet hat, ist ein Arzt, folgt, der Arzt, welcher seinen Heilberuf aufgegeben hat, ist ein Mensch (über dessen Beruf Nichts ausgesagt ist). Auf ähnliche Weise ergiebt sich das Urtheil, ein schönes Mädchen, welches verblüht ist, ist ein Mädchen (über dessen Schönheit nicht geurtheilt wird), sowie das Urtheil, der von Paris zurückgekehrte (d. h. der nach Paris gegangene und darauf zurückgegangene) Reisende ist ein Reisender (über dessen Reiseziel Nichts bekannt ist).

Das entgegengesetzte Urtheil ist etwas Anderes, als das umgekehrte Urtheil: bei jenem verwandeln sich Subjekt und Prädikat in ihr Gegentheil, bei diesem vertauschen Subjekt und Prädikat ihre Stelle. Die Konversion des Urtheils $r = „(a - y)“ + (b - x)$ in das äquipollente Urtheil $r = „(b - x)“ + (a - y)$ entspricht arithmetisch der Verwechslung der Glieder des Binoms auf der rechten Seite und geometrisch dem Übergange von der Figur ABC zu der kongruenten Figur ADC (Fig. 1193). Auf diese Weise verwandelt sich ein Urtheil, welches einen Besitz anzeigt, in ein Urtheil, welches eine Angehörigkeit ausdrückt, et vice versa. Das beschränkende Inhärenzurtheil, welches einen Mitbesitz und eine Mitangehörigkeit anzeigt, behält bei der Umkehrung diesen Charakter. Ebenso giebt ein ausschliessendes Inhärenzurtheil, welches eine Entbehrung ausdrückt, wiederum ein solches.

Hiernach konvertirt sich das Urtheil, jeder b hat die Eigenschaft a, in das Urtheil, die Eigenschaft a gehört allen b an, ferner das Urtheil, die b sind die Besitzer aller a, in das Urtheil, jeder a hat die Eigenschaft b, oder alle a sind im Besitze der b, ferner das Urtheil, mancher

b hat manche Eigenschaft a, in das Urtheil, manche Eigenschaft a gehört manchem b an, endlich das Urtheil, kein b hat die Eigenschaft a, in das Urtheil, keine Eigenschaft a gehört einem b an.

3) Relationsurtheile. Wenn das Relationsurtheil, der Mensch denkt, so verstanden werden soll, dass jeder Mensch denkt oder ein Denker ist; so sagt dasselbe aus, dass die Thätigkeit des Menschen OA (Fig. 1194) oder seine durch die schräge Linie OB dargestellte Wirkung in dem Raume des Winkels $COD = \beta$ liegt, welcher dem Denken entspricht, indem der Neigungswinkel $AOC = \varphi$ die untere und der Winkel $AOD = \varphi + \beta$ die obere Grenze der allgemeinen Denkthätigkeit bezeichnet. Liegt, allgemein, die Thätigkeit des Menschen in dem Winkel $B'OB'' = \alpha$, welcher ein Theil des Winkels $COD = \beta$ ist, indem man $COB' = \xi'$, $B''OD = \xi''$ und $\xi' + \xi'' = \xi$ hat, sodass $\varphi + \xi'$ die untere und $\varphi + \xi' + \alpha$ die obere Grenze aller menschlichen Thätigkeit bezeichnet; so hat man $\alpha + \xi = \beta$ und auch $\varphi + \alpha + \xi = \varphi + \beta$ oder

$$e^{(\varphi + \alpha)\sqrt{-1}} \cdot e^{\xi\sqrt{-1}} = e^{(\varphi + \beta)\sqrt{-1}}$$

Wenn man den Faktor $e^{\xi\sqrt{-1}} = x$ setzt, sagt diese Gleichung

$$a \cdot x = b$$

Vermittelst der Exponenten α, β, ξ wird das Relationsurtheil in ein Quantitätsurtheil verwandelt, indem durch die Summenformel $\alpha + \xi = \beta$ die menschliche Thätigkeit als eine Partikularität der Denkthätigkeit dargestellt wird. Die Grössen a, b, x stellen jedoch in der Multiplikationsformel $ax = b$ die Relation zwischen jenen Thätigkeiten unmittelbar dar. In dieser Formel ist x als ein entschieden positiver Richtungskoeffizient aufzufassen, welcher im geometrischen Sinne eine positive Drehung oder eine Vergrösserung des Neigungswinkels, im logischen Sinne also eine Verstärkung der Wirkung oder eine Fortwirkung bedeutet. Demzufolge ist der Sinn des obigen Relationsurtheils, dass das allgemeine Denken eine Fortwirkung oder Verstärkung der Ursache sei, welche das menschliche Denken hervorbringt, oder dass das menschliche Denken aus dem allgemeinen Denken durch Rückkehr von der Wirkung zur Ursache oder durch Abschwächung der Ursache entstehe.

Das Urtheil, der Mensch denkt, ist also so zu verstehen, dass einiges Denken menschliche Thätigkeit ist oder dass Einiges von Menschen, Anderes jedoch von anderen Wesen gedacht wird oder dass die menschliche Thätigkeit eine Partikularität der allgemeinen Denkthätigkeit ist.

Allgemein, entspricht die Thätigkeit des Menschen einer Winkelfläche $B'''OB'$, welche die Winkelfläche COD der allgemeinen Denkthätigkeit nur theilweise, nämlich in der Winkelfläche COB', oder ganz in der Fläche COD, oder gar nicht deckt. Bei theilweiser Deckung besteht das Urtheil, mancher Mensch denkt, mancher nicht, manches Denken geschieht von anderen Wesen. Wenn die Figur des Denkens die der menschlichen Thätigkeit ganz einschliesst, besteht das Urtheil, jeder Mensch denkt. Wenn die letztere Figur die erstere ganz einschliesst, lautet das Urtheil, alles Denken geschieht von Menschen oder nur der Mensch denkt. Wenn sich beide Figuren ganz ausschliessen, heisst das Urtheil, kein Mensch denkt.

Setzt man jetzt für die menschliche Thätigkeit den Winkel $B''' O B' = \alpha$, für die allgemeine Denkthätigkeit den Winkel $COD = \beta$, ferner $B' O D = \xi$ und $B''' O C = \eta$; so hat man

$$e^{\alpha\sqrt{-1}} e^{\xi\sqrt{-1}} = e^{\beta\sqrt{-1}} e^{\eta\sqrt{-1}}$$

oder $a.x = b.y$.

Die Exponenten liefern das Quantitätsurtheil

$$\alpha + \xi = \beta + \eta$$

dessen Bedeutung aus dem Früheren erhellt, indem dasselbe sagt, manche menschliche Thätigkeit ist eine Denkthätigkeit, manche nicht, oder, manche Partikularität des Denkens ist menschliche Thätigkeit, manche nicht. Die Multiplikationsformel $ax = by$, worin x sowohl als y die Bedeutung eines positiven Richtungskoeffizienten hat, zeigt die Relation oder das Kausalverhältniss unmittelbar, indem sie sagt, dass die Verstärkung der Ursache, welche manche menschliche Thätigkeit erzeugt, dieselbe Wirkung hervorbringt, wie die Verstärkung der Ursache, welche manches Denken erzeugt.

Die ursprüngliche Form des direkten Relationsurtheils ist die Aktivform oder die Relation der Ursache zur Wirkung, die des umgekehrten Relationsurtheils dagegen die Passivform oder die Relation der Wirkung zur Ursache. So kehrt sich das Urtheil, der Mensch denkt, (wenn dasselbe bedeutet, jeder Mensch denkt oder jeder Mensch äussert eine der Denkthätigkeit angehörige Wirkung) zu dem Urtheile um, Einiges wird von Menschen gedacht oder manches Denken geschieht von Menschen, ist die Wirkung von Menschen. Das Urtheil, der Stein fällt, liefert die Umkehrung, der Fall ist eine Wirkung des Steines.

Der allgemeinen Form des Relationsurtheils

$$e^{\alpha\sqrt{-1}} e^{\xi\sqrt{-1}} = e^{\beta\sqrt{-1}} e^{\eta\sqrt{-1}}$$

entspricht das Quantitätsurtheil

$$\alpha + \xi = \beta + \eta$$

oder genauer, das durch die beiden Gleichungen

$$\alpha - \eta = \beta - \xi = \gamma$$

dargestellte Quantitätsurtheil. Hierin bezeichnet γ den gemeinschaftlichen Winkelraum, in welchem die Thätigkeit α des Subjektes mit der Wirkung β sich deckt oder die Gemeinsamkeit, welche zwischen der Kausalität α des Subjektes und der kausalen Thätigkeit β besteht. In der eigentlichen Formel für das Relationsurtheil tritt diese Gemeinsamkeit deutlicher hervor, wenn man beiderseits mit $e^{\xi\sqrt{-1}} e^{\eta\sqrt{-1}} = xy$ dividirt; hierdurch ergiebt sich

$$\frac{e^{\alpha\sqrt{-1}}}{e^{\eta\sqrt{-1}}} = \frac{e^{\beta\sqrt{-1}}}{e^{\xi\sqrt{-1}}} = e^{\gamma\sqrt{-1}}$$

Der einfachste und direkteste Weg, dieses Relationsurtheil herzustellen, besteht darin, dass man mit Hülfe des gemeinschaftlichen Winkelraumes γ sowohl die Thätigkeit des Subjektes, als auch die des Prädikates in Formeln von der Form

$$e^{\alpha\sqrt{-1}} = e^{(\eta+\gamma)\sqrt{-1}}$$
$$e^{\beta\sqrt{-1}} = e^{(\xi+\gamma)\sqrt{-1}}$$

herstellt und aus beiden die dem Subjekte und Prädikate gemeinschaftliche Wirkung $e^{\gamma\sqrt{-1}}$ entwickelt, um die beiden erhaltenen Werthe einander gleich zu setzen.

Die vier Hauptfälle charakterisiren sich durch die drei Werthe

$$\gamma = \alpha \qquad \gamma = \beta \qquad \gamma < \alpha \qquad \gamma = 0$$
$$< \beta$$

Der erste Fall entspricht dem Urtheile, jeder a ist die Ursache eines b, mit der Umkehrung, unter den b finden sich die Wirkungen aller a (z. B. jede Wärme dehnt aus, unter den Ausdehnungen befinden sich die Wirkungen jeder Wärme). Der zweite Fall entspricht dem Urtheile, unter den a finden sich alle Ursachen von b, mit der Umkehrung, jeder b ist die Wirkung eines a (z. B. unter den menschlichen Thätigkeiten oder Fähigkeiten befinden sich alle Ursachen der Sprache, jede Sprache ist die Wirkung einer menschlichen Thätigkeit, oder, alles Sprechen geschieht von Menschen). Der dritte Fall entspricht dem Urtheile, mancher a ist die Ursache manches b, mit der Umkehrung, mancher b ist die Wirkung manches a (z. B. mancher Mensch singt, mancher Gesang stammt von Menschen). Der vierte Fall entspricht dem Urtheile, kein a ist die Ursache eines b, mit der Umkehrung, kein b ist die Wirkung eines a (z. B. keine Blume spricht, keine Sprache geht von Blumen aus). Die Form des letzten, nämlich des ausschliessenden Relationsurtheils ist $e^{\alpha\sqrt{-1}}e^{\beta\sqrt{-1}} = e^{\beta\sqrt{-1}}e^{\alpha\sqrt{-1}}$, welche der des ausschliessenden Quantitätsurtheils $\alpha+\beta=\beta+\alpha$ völlig analog ist. Auf der Grenze des ersten oder zweiten und des dritten Falles liegt der der Identität zwischen der kausalen Thätigkeit des Subjektes und der behaupteten Wirkung, ein Fall, welcher die wörtliche Umkehrung gestattet. Die allgemein mit Namen belegten Relationen bezeichnen solche Identitäten, indem diese Namen nur den Zweck haben, in kurzer Sprachform die Ursache oder Wirkung einer kausalen Thätigkeit auszudrücken. So ist Kind identisch mit der Wirkung des Vaters (als Erzeugendem), Vormund ist identisch mit der Ursache des Versorgens (in Beziehung auf Erziehung), Kauf ist identisch mit dem zwischen Käufer und Verkäufer abgeschlossenen Vertrage. Demnach kehrt sich das Urtheil, der Vater hat ein Kind, womit gesagt ist, jeder Vater hat ein Kind, ohne Weiteres in das Urtheil um, jedes Kind hat einen Vater, ebenso das Urtheil, der Käufer kauft das Kaufobjekt, welches den Sinn hat, jeder Käufer kauft ein Kaufobjekt, in das Urtheil um, jedes Kaufobjekt ist von einem Käufer gekauft.

In den vorstehenden Beispielen haben wir das Subjekt OA als eine Grösse von mathematisch festem Werthe behandelt. Ein logischer Begriff hat keinen solchen festen Werth, sondern liegt immer zwischen Grenzen: das Subjekt kann also allgemeiner als ein Linienstück $A'A''$ aufgefasst werden, welches bei seiner Drehung um O eine Ringfläche beschreibt.

Ferner dient es zur Verallgemeinerung der Formeln, wenn man der Thätigkeit α des Subjektes, sowie auch der Thätigkeit β nicht in der

Grundaxe OX, sondern in beliebigen Winkelabständen ihren Anfangspunkt ertheilt.

Wenn sich zu der Thätigkeit des Subjektes noch ein Objekt gesellt, auf welches sich jene Thätigkeit bezieht, wie es in den Urtheilen, der Mensch denkt an seinen Tod, der Mensch denkt Vernünftiges, geschieht; so hat man es nicht mehr mit einem einfachen Relationsurtheile, sondern mit der gemeinschaftlichen Deckung von drei Objekten, nämlich der Thätigkeit des Subjektes $e^{\alpha\sqrt{-1}}$, der prädikativen Thätigkeit $e^{\beta\sqrt{-1}}$ und dem Objekte zu thun, welches als eine Grösse von der Form $d' + d''\sqrt{-1}$ erscheint. In dem Urtheile, der Mensch denkt Vernünftiges, liegt einmal das einfache Relationsurtheil, dass der Mensch denkt, und sodann, dass das von ihm Gedachte und das Vernünftige zusammentreffen oder gemeinschaftliche Fälle haben. Geometrisch veranschaulicht sich dieser Vorgang dadurch, dass die in der Winkelfläche $B'''OB'$ liegenden Richtungen, welche den verschiedenen Gedanken des Menschen OA entsprechen, in den Raum eines Flächenstreifens eintreten, dessen zu OX parallel laufenden Linien die verschiedenen Fälle des Vernünftigen darstellen.

In Fig. 1195 bezeichnen die Längen OA' und OA'' die Grenzen der Quantität des Seins, welches als Subjekt a erscheint, welches also die in dem letzten Beispiele erwähnten Menschen in allen möglichen Zuständen des Denkens oder welches den Inbegriff aller Zustände des Denkens darstellt. Die Richtungen OB' und OB'' bezeichnen die Grenzen der menschlichen Denkthätigkeit, sodass die in den Winkel $B'OB''$ eingezeichnete elliptische Figur, welche innerhalb der mit den Radien OA' und OA'' beschriebenen Bögen liegt, den Ort für die Wirkung jeder menschlichen Denkthätigkeit OB vertreten kann. (Diese Figur, sowie die Winkelfläche $B'OB''$ ist selbst das Resultat der partiellen Deckung der beiden vorstehend beschriebenen Winkelflächen, von welchen die eine das Denken, die andere die menschliche Thätigkeit darstellt). Die Abstände OC' und OC'' sind die Grenzen der Gattung von Objekten, welche von der menschlichen Denkthätigkeit getroffen oder welche gedacht werden können, ferner die Abstände AD' und AD'' die Grenzen der Zustände, in welchen diese Objekte gedacht werden können, sodass BC ein gedachtes Objekt, z. B. das Vernünftige, darstellen kann. Der Punkt B bezeichnet die Koinzidenz der Wirkung mit dem davon betroffenen Objekte. Der Punkt C dagegen stellt irgend einen anderen Zustand dar, welcher dem Sein dieses Objektes angehört und dessen Quantität durch $BC = b$ gemessen wird.

Der vollständige Sinn des zuletzt betrachteten Urtheils ist, mancher Mensch denkt manches Vernünftige, jedoch auch manches Andere; manches Vernünftige wird von dem Menschen, manches von anderen Geschöpfen gedacht; mancher Mensch setzt sich durch Denken, mancher Mensch auf andere Weise mit dem Vernünftigen in Kausalverbindung. Im Wesentlichen handelt es sich also um die Erkenntniss des Gemeinsamen der drei sich partiell überdeckenden geometrischen Figuren, von welchen die eine durch zwei konzentrische Kreise, die andere durch zwei Richtungslinien und die dritte durch rechtwinklige Koordinaten begrenzt ist.

Wenn eine dieser Figuren ganz in der anderen liegt, wird das

Urtheil in Beziehung auf diese beiden Figuren ein umfassendes, also ein partiell umfassendes. Diess ist der Fall in dem Urtheile, jeder Mensch denkt das Vernünftige, auch in dem Urtheile, das Vernünftige wird nur von Menschen gedacht, auch in dem Urtheile, das Denken des Vernünftigen ist ausschliesslich menschliche Thätigkeit.

Wenn eine jener drei Figuren ganz ausserhalb einer anderen liegt, wird das Urtheil ein partiell ausschliessendes, wie in dem Beispiele, kein Thier denkt Vernünftiges, oder das Thier denkt nichts Vernünftiges, oder das Denken des Vernünftigen ist keine thierische Funktion.

Überhaupt erkennt man, dass auch das mit einem Objekte verknüpfte Relationsurtheil auf ein Quantitätsurtheil zurückgeführt werden kann, dass jedoch dieses Urtheil kein einfaches, sondern ein zusammengesetztes ist, indem es sich nicht um die Deckung von zwei, sondern um die Deckung von drei Hauptfiguren handelt, von welchen die erste das Denken, die zweite die menschliche Thätigkeit und die dritte das gedachte Objekt darstellt.

In der Multiplikationsformel $ax = b$, welche das Relationsurtheil, jeder a bewirkt ein b, vertritt, haben die Grössen a, b, x die Bedeutung von Richtungskoeffizienten. Vermöge der Exponenten α, β, ξ verwandelt sich dieses Relationsurtheil durch die Summenformel $\alpha + \xi = \beta$ in das Quantitätsurtheil, welches sagt, jeder Fall von α ist ein Fall von β. Wenn in der Multiplikationsformel die Grössen a, b, x die Bedeutung von Vielfachen annehmen, wird die Formel $ax = b$ der Ausdruck eines Quantitätsurtheils, welches sich jedoch nicht auf den Umfang, sondern auf den Inhalt, also nicht auf die Zahl der möglichen Fälle, sondern auf die Zahl der möglichen Merkmale bezieht, sodass man dasselbe ein Intensitätsurtheil nennen kann.

Indem wir z. B. die Schwäche a als ein Merkmal des Alters b auffassen, können wir das auf den logischen Inhalt bezogene Intensitätsurtheil, die Schwäche ist ein Zeichen des Alters, durch die Formel $ax = b$ darstellen, worin der Faktor x einen Werth grösser als die Einheit hat.

Dieses Urtheil sagt, dass der Inhalt des Begriffes des Alters $b = ABFE$ (Fig. 1196) aus Merkmalen zusammengesetzt oder eine x-fache Anhäufung von Merkmalen sei, unter denen sich das Merkmal der Schwäche $a = ABDC$ befindet, sodass der Inhalt des Alters als eine Intensitätserhöhung des Inhaltes der Schwäche oder als ein Etwas erscheint, welches aus dem Inhalte a geworden ist. Dieses Urtheil lässt zu, dass Schwäche nicht ausschliesslich ein Merkmal des Alters, sondern auch das Merkmal anderer Dinge, z. B. der Krankheit, der Feigheit u. s. w. sei. Der vollständige Ausdruck dieses Urtheils ist daher $ax = b + z$, wodurch dargestellt ist, dass die x-malige Anhäufung von Merkmalen, worunter sich die Schwäche $a = ABDC$ (Fig. 1197) befindet, den Inhalt $ABFE$ liefert, dessen eine Partikularität $AGHE$ das Alter b und dessen andere Partikularität z die Krankheit, die Feigheit u. s. w. ist. Wenn man statt der Grössen a, b, z, von denen eine jede einen logischen Inhalt, also ein Produkt (resp. die Fläche $ABDC$, $AGHE$, $GBFH$) darstellt, ihren quantitativen Umfang $AB = \alpha$, $AG = \beta$, $GB = \zeta$ substituirt, ergiebt sich das reine Quantitätsurtheil $\beta + \zeta = \alpha$, welches lautet, jeder Alte β ist ein Schwacher α. Diese Quantitätsformel

unterscheidet sich von der Intensitätsformel $ax = b$ sehr wesentlich dadurch, dass hier der Alte β als der engere Begriff, in dem Intensitätsurtheile dagegen das Alter b als der dichtere Begriff erscheint, wie es dem Verhältnisse von logischem Umfange und Inhalte vollkommen entspricht. Übrigens darf man das Quantitätsurtheil $\beta + \zeta = \alpha$, welches sich an das Intensitätsurtheil $ax = b + z$ anschliesst, nicht mit dem Urtheile $a + u = b$ verwechseln, welches das Urtheil $ax = b$, worin $x > 1$ ist, nothwendig nach sich zieht. Dieses Urtheil $a + u = b$ sagt in Form eines Quantitätsurtheils, dass die Schwäche a eine Partikularität der Merkmale des Alters b sei, während die Formel $ax = b$ sagt, dass die Schwäche a eine Komponente der Merkmale des Alters b sei.

Der Gedanke, dass gewisse Schwächen, nicht alle Schwächen ein Merkmal des Alters seien, würde sich unmittelbar durch die Gleichung $(a - z)x = b$ formuliren, welche in der Gestalt $ax = b + xz$ die Grundform der zuletzt aufgestellten Gleichung $ax = b + z$ zeigt, welche ausdrückt, dass die Schwäche ein Merkmal des Alters und gewisser anderer Begriffe sei.

Das einschliessende Quantitätsurtheil, der Engländer β ist ein Europäer α, welches der Summenformel $\beta + \zeta = \alpha$ entspricht, führt zu dem Intensitätsurtheile $ax = b$, welches lautet, das Wesen des Europäers ist ein Merkmal des Engländers, oder die Merkmale b des Engländers fassen die Merkmale a des Europäers in sich. Allgemeiner, ergiebt sich das Urtheil $ax = b + z$, welches aussagt, das Wesen des Europäers ist ein Merkmal des Engländers und anderer Menschen, oder die Merkmale des Engländers und anderer Menschen fassen die Merkmale des Europäers in sich.

Wer, umgekehrt, behauptete, das Wesen des Engländers sei ein Merkmal des Europäers, oder die Merkmale a des Europäers fassen die Merkmale b des Engländers in sich, wie es der Formel $bx = a$ entspräche, würde den Begriff des Engländers für den weiteren und den des Europäers nach der Formel $\alpha + \zeta = \beta$ für den engeren halten, also zu dem unrichtigen Urtheile, der Europäer ist ein Engländer, gelangen.

Das Intensitätsurtheil, die Schwäche a ist ein Merkmal des Alters b, entspricht der Multiplikationsformel $ax = b$, worin $x > 1$ ist, oder der Additionsformel $\beta + \zeta = \alpha$. Statt der Multiplikationsformel $ax = b$, welche sagt, dass der Inhalt des Alters aus Merkmalen zusammengesetzt sei, unter denen sich auch die Schwäche befindet, kann man auch die Divisionsformel $\frac{b}{x} = a$ gebrauchen, welche, da $x > 1$ ist, sagt, dass sich durch Zerlegung der Merkmale des Alters b auch das Merkmal der Schwäche ergebe. Dieser Divisionsformel tritt, um das äquivalente Quantitätsurtheil zu bezeichnen, die Subtraktionsformel $\alpha - \zeta = \beta$ zur Seite, welche sagt, dass sich durch Ausschliessung gewisser dem Begriffe des Schwachen angehörigen Fälle diejenigen Fälle ergeben, welche dem Alten angehören (indem jeder Alte nach dem aufgestellten Urtheile ein Schwacher ist).

Das eben gebrauchte Beispiel entspricht dem Gedanken, dass die Schwäche ein einfaches Merkmal des Alters, dass aber das Alter noch andere Merkmale, als die Schwäche habe. Soll das Intensitätsurtheil

dem Gedanken Raum geben, dass die Schwäche a selbst eine Anhäufung von Merkmalen sei, deren Zerlegung zu dem einfachen Merkmale $\frac{a}{y}$ führe, welches sich unter den Merkmalen des Alters befinde; so hat man die Formel

$$\frac{a}{y} = \frac{b}{x} \text{ oder } ax = by$$

worin x und $y > 1$ sind. Diese Formel drückt aus, dass sich unter den Merkmalen des Alters auch Merkmale der Schwäche befinden. Fig. 1198 stellt Diess geometrisch dar. Soll das Urtheil dahin lauten, dass nur gewisse Schwächen, also die Partikularität $a - u$ der Schwächen Merkmale $\frac{a-u}{y}$ haben, welche zugleich Merkmale manches Alters $b - z$, also gleich $\frac{b-z}{x}$ sind; so hat man allgemeiner nach Fig. 1199 $\frac{a-u}{y} = \frac{b-z}{x}$ oder $ax - ux = by - zy$, eine Formel, welche das Urtheil darstellt, Augenschwäche kömmt dem hohen Alter zu. Wenn man die Inhalte oder Produkte ax, by, yz, xu durch ihre quantitativen Umfänge α, β, η, ζ ersetzt, ergiebt sich das reine Quantitätsurtheil $\alpha - \zeta = \beta - \eta$ oder $\alpha + \eta = \beta + \zeta$, welches sagt, dass mancher Alte schwach, mancher Schwache alt, mancher Alte jedoch nicht schwach und mancher Schwache nicht alt sei.

In der letzten Intensitätsgleichung ist u eine Partikularität von a und z eine solche von b. Ist u' eine Erweiterung von a und z' eine Erweiterung von b; so erhält man das Urtheil nach Fig. 1200 in der Gestalt

$$\frac{a + u'}{y} = \frac{b + z'}{x} \text{ oder } ax + u'x = by + z'y$$

welche dieselbe Grundform hat wie die vorhergehende, jedoch mit derselben nach der logischen Bedeutung nicht identisch ist. Ein Beispiel zu der letzten Formel ist, Schwäche und manche andere Eigenschaft kömmt dem Alter und manchen anderen Zuständen zu, oder auch, dem erweiterten Begriffe des Alters gehört der erweiterte Begriff von Schwäche als Merkmal an.

Nach den früheren Untersuchungen bezeichnet in der letzten Quantitätsformel die Grössc $\alpha - \zeta$ oder $\beta - \eta$ den Maximalinbegriff γ aller gemeinsamen Theile der beiden Begriffe α und β und die drei Grössen α, β, γ haben keinen Theil miteinander gemein. Analog bezeichnet in der äquivalenten Intensitätsformel die Grösse $\frac{a}{y}$ oder $\frac{b}{x}$ die grösste gemeinschaftliche Komponente oder den Maximalinbegriff der Merkmale der beiden Begriffe a und b, sodass x und y die kleinstmöglichen Divisoren sind, durch welche der Inhalt der Begriffe b und a zerlegt werden kann, um noch übereinstimmende Merkmale zu ergeben.

Das Urtheil, der Jüngling a wird zum Greise b, ist ein Intensitätsurtheil, wenn man sich die Merkmale des Greises als eine Resultante

denkt, unter deren Komponenten Merkmale des Jünglings vorkommen, sodass $\frac{a}{y} = \frac{b}{x}$ ist (Fig. 1198). Will man ausdrücken, dass mancher Jüngling zum Greise wird; so hat man $\frac{a-u}{y} = \frac{b}{x}$ oder $ax - ux = by$, und das korrespondirende Quantitätsurtheil $\alpha - \zeta = \beta$ sagt, dass jeder Greis ein Jüngling war (oder aus einem Jünglinge wurde), dass jedoch nicht jeder Jüngling zum Greise wird (Fig. 1201). Sobald man dieses Urtheil in die Formel $\frac{a}{y} = \frac{b+z}{x}$ oder $ax = by + yz$ kleidet, welcher das Quantitätsurtheil $\alpha = \beta + \zeta$ entspricht, hat dasselbe den Sinn, dass aus den Jünglingen sämmtliche Greise und manche andere Individuen werden. Das Urtheil $\frac{a+u}{y} = \frac{b}{x}$ oder $ax + ux = by$, welches dem Quantitätsurtheile $\alpha + \eta = \beta$ entspricht, würde nach Fig. 1202 sagen, dass jeder Jüngling ein Greis wird, aber mancher Greis kein Jüngling gewesen ist, ein Gedanke, dessen Widerspruch mit der physischen Wirklichkeit seinen Werth als rein logisches Urtheil nicht beeinträchtigt. Das Urtheil, jedes dieser Häuser wird ein Asyl, manches Asyl hat jedoch einen anderen Ursprung, hat dieselbe logische Bedeutung wie das vorstehende, ohne der Wirklichkeit zuwiderzulaufen. Wenn man das letzte Urtheil in die Formel $\frac{a}{y} = \frac{b-z}{x}$ oder $ax = by - yz$ kleidet, welcher das Quantitätsurtheil $\alpha = \beta - \eta$ entspricht; so ist sein Sinn, unter den Ursprüngen der Asyle befinden sich alle diese Häuser, ausserdem aber noch andere. Das Urtheil $\frac{a-u}{y} = \frac{b-z}{x}$ oder $xa - ux = by - zy$ mit dem korrespondirenden Quantitätsurtheile $\alpha - \zeta = \beta - \eta$ sagt nach Fig. 1199, mancher Jüngling wird zu manchem Greise, manches Haus wird zu einem gewissen Asyle. In der Form $\frac{a+u'}{y} = \frac{b+z'}{x}$ oder $ax + u'x = by + z'y$ mit dem Quantitätsurtheile $\alpha + \eta = \beta + \zeta$ sagt dasselbe nach Fig. 1200, die Jünglinge und andere Individuen liefern die Greise und andere Individuen, die Häuser und andere Objekte werden zu Asylen und anderen Stätten.

Wenn nach Fig. 1203 sowohl das Objekt $a = a' + a''$, als auch das Objekt $b = b' + b''$ in zwei voneinander getrennten Theilen erscheint, ergiebt sich die Formel $\frac{a+u'-u}{y} = \frac{b+z'-z}{x}$ oder $ax + u'x - ux = by + z'y - zy$, welcher das Quantitätsurtheil $\alpha + \zeta' - \zeta = \beta + \eta' - \eta$ entspricht, und welche sagt, gewisse a haben Merkmale, welche unter gewissen Umständen mit Merkmalen gewisser b übereinstimmen. Dass man dieses Urtheil von vorn herein auch in der Form $\frac{a+u'+z''}{y} = \frac{b+z'+u''}{x}$ oder $ax + u'x + z''x = by + z'y + u''y$ darstellen konnte, leuchtet ein. Endlich aber ist klar, dass sich die genauere Präzisirung der besonderen Umstände, unter welchen die Merkmale von a mit den Merkmalen von b übereinstimmen, aus einer Zerlegung der vorstehenden Formel in die

Partialformeln ergiebt, welche den Partikularitäten a' und b', sowie a'' und b'' entsprechen, und welche die Form

$$\frac{a' - u}{y} = \frac{b' - v}{x} \text{ und } \frac{a'' - w}{y} = \frac{b'' - z}{x}$$

haben.

4) Qualitätsurtheile. Da die logische Qualität nur vier fest bestimmte Grade kennt, von welchen je drei aufeinander folgende in dem Verhältnisse von Möglichkeit, Wirklichkeit und Nothwendigkeit stehen; so kann der Qualitätsgrad eines Urtheils nicht die willkürliche Veränderlichkeit wie die Quantität, die Inhärenz und die Relation haben. Zwei Objekte, welche nach ihrer Qualität miteinander verglichen werden sollen, können entweder nur um eine oder um zwei oder um drei Qualitätsstufen voneinander entfernt sein. (Zwei Raumgrössen können sich nur um eine oder um zwei oder um drei Dimensionen voneinander unterscheiden).

Bezeichnet λ die Qualitätseinheit der Grössen von einer Dimension, welche in der Logik den Individuen oder den konkreten Begriffen, oder dem Sein einer einfachen Reihe von Zuständen entsprechen; so werden zwei Objekte A und B immer durch die Formel $A = B\lambda^x$ dargestellt werden können, worin x entweder $= 0$ oder $= 1$ oder $= 2$ oder $= 3$ ist.

Hat $A = a\lambda^m$ die Qualität λ^m und $B = b\lambda^n$ die Qualität λ^n; so wird die vorstehende Gleichung, wenn man die sukzessiven Potenzen von λ durch Multiplikation mit λ hervorgebracht denkt, $a\lambda^m\lambda^x = a\lambda^{m+x} = b\lambda^n$. Jetzt muss $\lambda^{m+x} = \lambda^n$ oder $m + x = n$ sein. Durch diese Formel $m + x = n$ wird die Exponentialformel unmittelbar auf eine Summenformel gebracht und ebenso wird das Qualitätsurtheil auf ein Quantitätsurtheil zurückgeführt, welches die Dimensionen m und n der beiden Objekte A und B als quantitative Erweiterungen voneinander erscheinen lässt. Lässt man aber die sukzessiven Potenzen von λ durch Potenzirung entstehen; so hat man $a(\lambda^m)^x = a\lambda^{mx} = b\lambda^n$. Jetzt muss $mx = n$ sein und die Exponentialformel ist zunächst auf eine Multiplikationsformel gebracht, die Qualitätsverschiedenheit der beiden Objekte A und B wird also durch ein Relationsurtheil dargestellt, welches sich erst durch weitere Umgestaltung vermöge der Formel $\log m + \log x = \log n$ in ein Quantitätsurtheil verwandelt.

In dem Urtheile, dieses Individuum ist ein Mensch, oder, Alexander ist ein Mensch, gilt uns Alexander als ein konkreter Begriff, welcher geometrisch durch eine Linie und arithmetisch durch eine Grösse von einer Dimension vertreten ist, also durch $a\lambda^1$ dargestellt werden kann. Wenn man sich unter Mensch einen quantitativen Inbegriff von Fällen denkt, von welchen Alexander eine Singularität ist; so ist jener Begriff durch $b\lambda^1$ dargestellt. Wenn man sich unter Mensch die Gattung von menschlichen Individuen vorstellt; so entspricht dieser Begriff einer Fläche, also der Grösse $b\lambda^2$, und wenn man sich darunter eine Gesammtheit, d. h. eine Partikularität aller Wesen vorstellt, der Grösse $b\lambda^3$. Wäre es zulässig, unter dem Worte Mensch einen Zustand zu verstehen, von welchem Alexander eine Abstraktion wäre; so hätte man dafür den Ausdruck $b\lambda^0$. Zwischen Alexander und dem Menschen kann also eine der vier Qualitätsbeziehungen $m - 1 = n$ oder $m = n$ oder $m + 1 = n$

oder $m+2=n$ bestehen. Wenn man die letzte Qualitätsstufe auf sich beruhen lässt, sagen die drei anderen Beziehungen, dass Alexander entweder möglicherweise oder wirklich oder nothwendig ein Mensch sei. Fasst man daher das Urtheil, Alexander ist ein Mensch, nach seiner Qualität ins Auge; so liegt darin, wenn m und n die Bedeutung der eben erwähnten Exponenten haben, vermöge der Formel $m+x=n$, indem darin x eine beliebige positive oder negative ganze Zahl bezeichnet, der Sinn, dass Alexander eine Konkretion beliebigen Grades (ein Element) der Begriffsqualität Mensch oder dass der Mensch eine Abstraktion beliebigen Grades (ein Integral) der Begriffsqualität Alexander sei.

Offenbar sagt jedes Qualitätsurtheil, zwischen den beiden Objekten A und B findet Deckung in einzelnen oder allen Dimensionen, überhaupt Deckung von Dimensionen (Exponenten von λ) statt. Im realen Urtheile decken sich alle Dimensionen von A und B (d. h. A und B sind entweder zugleich Zustände, oder Individuen, oder Gattungen, oder Gesammtheiten). Im problematischen Urtheile decken alle Dimensionen von A nur einige der Dimensionen von B. Beim apodiktischen Urtheile decken einige Dimensionen von A alle Dimensionen von B.

Aus dem Verhältnisse der Linie zur Fläche ergeben sich ohne Weiteres folgende allgemeine Qualitätsurtheile:

Eine Gattung enthält nothwendig irgend ein Individuum, auch jedes ihrer Individuen. Die Umkehrung lautet, ein jedes Individuum ist ein möglicher Fall seiner Gattung.

Jedes Individuum ist nothwendig ein Element seiner Gattung. Die Umkehrung lautet, die Gattung ist ein möglicher Inbegriff aller ihrer Individuen.

Ein gegebenes Individuum gehört möglicherweise (vielleicht) einer gegebenen Gattung an. Die Umkehrung lautet, eine gegebene Gattung ist möglicherweise ein Inbegriff von Individuen, worunter sich das gegebene befindet.

Gleichbedeutend hiermit ist das Urtheil, eine gegebene Gattung enthält möglicherweise (vielleicht) ein gegebenes Individuum. Die Umkehrung lautet, ein gegebenes Individuum ist möglicherweise in einer gegebenen Gattung enthalten.

Der allgemeinere Fall des Qualitätsurtheils entspricht der Formel $\lambda^{mx}=\lambda^{ny}$, welche zunächst auf das Relationsurtheil $mx=ny$ und sodann auf das Quantitätsurtheil $\log m+\log x=\log n+\log y$ oder $\alpha+\xi=\beta+\eta$ zurückgeführt werden kann. Der Sinn dieses beschränkenden Qualitätsurtheils ist der, dass eine gewisse Erweiterung der Dimensionen des Begriffes von der Dimension m einen Begriff liefert, dessen Qualität eine gewisse Erweiterung der Dimensionen des Begriffes von der Dimension n ist.

Für das ausschliessende Qualitätsurtheil, welches ausdrückt, dass Subjekt und Prädikat in keiner Qualitätsbeziehung stehen, ist die mathematische Form die Gleichung $\lambda^{mn}=\lambda^{nm}$.

5) Modalitätsurtheile. Durch das Urtheil, ich freue mich, wenn Du mich besuchst, wird Dein Besuch als die Bedingung meiner Freude hingestellt: es ist aber gemeint, dass jener Besuch nicht die ausschliessliche oder einzige, sondern eine von verschiedenen anderen Bedingungen meiner Freude sei, dass ich mich also über Manches, unter Anderem aber über

jenen Besuch freue. Dein Besuch koinzidirt also mit gewissen Fällen meiner Freude, wie die Fälle einer Partikularität mit gewissen Fällen der Universalität. Demnach hat auch die Umkehrung jenes Urtheils die Bedeutung, meine Freude ist von Mancherlei, unter Anderem von Deinem Besuche abhängig, oder, meine Freude verlangt als Bedingung ihrer Existenz neben Diesem und Jenem Deinen Besuch. Allgemein, erscheint im natürlichen Modalitätsurtheile das Bedingende als zusammengehörig mit einer Partikularität des Abhängigen. Die Form dieses Urtheils kann auch in entgegengesetztem Sinne benutzt werden, sodass das Abhängige als zusammentreffend mit einer Partikularität des Bedingenden erscheint. Diess geschieht z. B., wenn man dem Gedanken, meine Freude ist nur möglich bei Deinem Besuche, oder, meine Freude setzt nothwendig Deinen Besuch voraus, mit den Worten ausdrückt, ich freue mich nur, wenn Du mich besuchst. In Wahrheit hat jedoch bei dieser Redeweise eine Vertauschung zwischen dem Bedingenden und dem Abhängigen stattgefunden: denn das letztere Urtheil hat die Bedeutung, meine Freude bedingt Deinen Besuch.

Was nun den wahren logischen Sinn und die korrespondirende mathematische Formel für das Modalitätsurtheil: wenn A ist, ist B oder A bedingt B (wenn Du mich besuchst, freue ich mich, oder Dein Besuch A bedingt meine Freude B, oder meine Freude B ist von Deinem Besuche A abhängig) betrifft; so ergiebt sich derselbe aus folgender Zergliederung. Der bedingende Begriff A wird als ein spezieller Fall einer Begriffsreihe aufgefasst, welche sich nach einem gewissen Gesetze F_1 aus den variabelen oder mannichfaltigen Grundbedingungen x ergiebt, d. h. der mit dem Namen A belegte Begriff ist der spezielle Fall a, welchen der dem Bildungsgesetze F_1 unterworfene generelle Begriff $F_1(x)$ für einen bestimmten Werth von x annimmt. So bedeutet in dem vorstehenden Beispiele „Dein Besuch" einen speziellen Fall der durch $F_1(x)$ dargestellten Handlung eines gewissen Menschen: alle möglichen Handlungen dieses Menschen ergeben sich durch die Variation der Grundbedingung x und ein spezieller Fall derselben, welcher einem bestimmten Werthe von x entspricht, ist Dein Besuch.

In ähnlicher Weise ist die in dem Modalitätsurtheile als abhängiger Begriff erscheinende Vorstellung B der spezielle Fall b einer Begriffsreihe $F_2(x)$, welche sich nach dem Gesetze F_2 aus den variabelen Grundbedingungen x bildet. So erscheint in dem gewählten Beispiele „meine Freude" als ein Fall aller meiner möglichen, durch $F_2(x)$ dargestellten Empfindungen.

Man erkennt sofort, dass die beiden Gesetze F_1 und F_2 in ihrer Allgemeinheit, d. h. bei beliebig variabelem x vermöge der Gleichungen

$$A = F_1(x) \qquad\qquad B = F_2(x)$$

eine Abhängigkeit zwischen denjenigen Fällen der Begriffsreihe A, welche einer beliebigen Grundbedingung x entsprechen, und denjenigen Fällen der Begriffsreihe B, welche der nämlichen Grundbedingung x entsprechen, stiftet. Denn wenn jede Gleichung für x aufgelös't wird, ergiebt sich

$$x = f_1(A) = f_2(B)$$

Diese Formel konstatirt ein generelles Abhängigkeitsgesetz zwischen denjenigen Deiner Handlungen und denjenigen meiner Empfindungen, welche auf derselben Grundbedingung beruhen. Um dieses allgemeine Gesetz zwischen Deinen Handlungen und meinen Empfindungen handelt es sich jedoch in dem konkreten Modalitätsurtheile „Dein Besuch bedingt meine Freude“ nicht, sondern nur darum, dass Deine Handlungen und meine Empfindungen in einem speziellen Falle, wo Deine Handlung als Dein Besuch und meine Empfindung als meine Freude erscheint, übereinstimmen; es wird also verlangt, dass ein Element der durch $F_1(x)$ dargestellten gesetzlichen Begriffsreihe mit einem Elemente der durch $F_2(x)$ dargestellten Reihe sich decke. Der mathematische Sinn dieser Forderung ist, dass die beiden durch $a = F_1(x)$ und $b = F_2(x)$ dargestellten Figuren (Kurven, Flächen u. s. w.) für einen speziellen Werth der unabhängigen Variabelen x (welche nach Belieben als Abszisse, oder als Kurvenlänge, oder als irgend eine andere unabhängige Grundgrösse zu denken ist), also in einem bestimmten Punkte eine übereinstimmende Form oder Krümmung haben.

Diese Forderung formulirt sich nicht so anschaulich durch die generellste arithmetische Darstellung der Formgrösse mittelst der Formel ${}^n\mathfrak{F}(x)$, als vielmehr durch die geometrische Darstellung mittelst der Formel $F(p, x)$. Denn jene Forderung der Logik bedingt nicht nothwendig, dass wenn $a = {}^{n_1}\mathfrak{F}(x)$ und $b = {}^{n_2}\mathfrak{F}(x)$ gesetzt wird, die beiden Funktionatoren n_1 und n_2 einander gleich seien, weil eine solche Forderung zu einer Identität der beiden Formgrössen oder zu einer Formgleichheit in allen Punkten führen würde. Jene Forderung der Logik verlangt vielmehr nur, dass wenn

$$a = F(p_1, x) \qquad\qquad b = F(p_2, x)$$

ist, die beiden Parameter p_1 und p_2, welche im allgemeinen Funktionen von x sind, für einen bestimmten Werth von x einander gleich seien. Denkt man sich z. B. unter p den Krümmungshalbmesser einer Kurve; so müssen die beiden in Rede stehenden Kurven an einer bestimmten Stelle gleiche Krümmungshalbmesser, oder, allgemeiner, gleiche Krümmung haben. Der Krümmungshalbmesser p_1 misst die Krümmung der Kurve a oder das Gesetz „Deiner Handlungen“; der Krümmungshalbmesser p_2 misst die Krümmung der Kurve b oder das Gesetz „meiner Empfindungen“: für einen speziellen Fall gestaltet sich Deine Handlung zu Deinem Besuche p_1 und meine Empfindung zu meiner Freude p_2 und die Deckung der beiden Grössen p_1 und p_2 spricht die Übereinstimmung zwischen Deinem Besuche und meiner Freude als zwei Elementen der gedachten beiden Gesetze aus.

Wenn man die unabhängig Variabele x aller Formgesetze, welche den logischen Sinn eines bedingenden Seins hat, die Grundbedingung für die möglichen Zustände des Formganzen $F(p, x)$ nennt, indem ihr spezieller Werth den Eintritt eines speziellen Werthes von $F(p, x)$ unter speziellen Umständen zur Folge hat; so kann man den Parameter p, welcher das Gesetz eines solchen speziellen Zustandes direkt misst, die Grundbestimmung oder das Bestimmungsstück eines solchen Zustandes nennen.

Da es sich hier um die Anwendung auf logische Begriffe handelt, welche keine festen mathematischen Werthe haben; so ist das Bestimmungsstück p_1 des ersten Objektes, welches das Bestimmungsstück p_2 des zweiten Objektes decken soll, mit diesem letzteren nicht völlig identisch, sondern, während p_1 durch alle möglichen Werthe repräsentirt wird, welche zwischen zwei Grenzwerthen s und $s+t$ liegen, wird p_2 durch alle möglichen Werthe repräsentirt, welche zwischen zwei Grenzwerthen r und $r+t$ liegen. Wir haben also für p_1 und p_2 die Werthe

$$p_1 = s + t \qquad\qquad p_2 = r + t$$

zu substituiren, welche einen gemeinschaftlichen Theil t haben. Das Modalitätsurtheil liegt also in den Gleichungen

$$t \doteq p_1 - s = p_2 - r$$

oder in der Gleichung

$$p_1 + r = p_2 + s$$

Diese nur partielle Deckung der Bestimmungsstücke p_1 und p_2 läuft in der geometrischen Anschauung darauf hinaus, dass das logische Modalitätsgesetz eines individuellen Objektes nicht mit einer Kurve wie Aa oder Bb (Fig. 1204), sondern mit einem Ringe oder Schlauche zu identifiziren ist. Dieser Schlauch hat zwar eine Kurve Aa oder Bb zur Axe; er besitzt aber einen gewissen Querschnitt $A'A''$ oder $B'B''$, welchem unendlich viel verschiedene mögliche Fälle von p_1 oder p_2 entsprechen. An den Stellen $C'C''$ und $c'c''$ haben diese Schläuche übereinstimmende Krümmung, d. h. die Krümmungshalbmesser werden nicht identisch, sondern haben nur einen gemeinschaftlichen Theil. Setzt man die Linienstücke $DC' = p_1$, $Dc' = p_2$, $Dc'' = q$, $c''C'' = r$, $C''c' = t$, $c'C' = s'$, $c''C'' + c'C' = r + s' = s$; so hat man

$$p_1 = s + t + q \qquad\qquad p_2 = r + t + q$$

folglich

$$t + q = p_1 - s = p_2 - r$$

oder

$$p_1 + r = p_2 + s$$

Der geometrische Sinn des fraglichen Modalitätsurtheils besteht also darin, dass der Krümmungshalbmesser des ersten Objektes, welcher zwischen den Werthen DC'' bis DC' liegt, den Krümmungshalbmesser des zweiten Objektes, welcher zwischen den Werthen Dc'' bis Dc' liegt, partiell deckt. Diese Deckung findet, soweit es sich um die innerhalb der Objekte liegenden Theile handelt, auf der Strecke $C''c' = t$ statt, wenn man aber auch den ausserhalb der Objekte liegenden Theil $Dc'' = q$ mit berücksichtigt, auf der Länge $t + q$ statt.

Setzt man $C''C' = p'$ und $c''c' = p''$; so nehmen die vorstehenden Gleichungen die Form

$$t = p' - s' = p'' - r$$

oder

$$p' + r = p'' + s'$$

an, indem sie aussprechen, dass die Theile $C''C' = p'$ und $c''c' = p''$ der beiden Krümmungshalbmesser, welche im Bereiche resp. des ersten

und des zweiten Objektes liegen, sich auf der Strecke $C''c' = t$ decken, dass sich also auf dieser Strecke die beiden Objekte vermöge der übereinstimmenden Krümmung selbst decken.

Die vier Häuptfälle des Modalitätsurtheils entsprechen bei der letzteren Auffassung den Werthen

$$t = p' \qquad t = p'' \qquad t < p' \atop < p'' \qquad t = 0$$

Der erste dieser drei Fälle ist der, wo die Bestimmungsstücke des Objektes b alle Bestimmungsstücke des Objektes a ganz einschliessen, wo also jedes Ereigniss, welches a erfüllt, sicherlich auch die Bedingung für b erfüllt (Dein Besuch bedingt meine Freude in allen Fällen). Im zweiten Falle schliessen die Bestimmungsstücke des Objektes a die Bestimmungsstücke des Objektes b ganz ein (in Deinem Besuche liegt die Bedingung aller meiner Freuden). Im dritten Falle giebt es Bestimmungsstücke, welche a und b zugleich erfüllen, aber auch solche, welche nur a und nicht b, sowie solche, welche nur b und nicht a erfüllen (Dein Besuch erfreut mich unter Umständen mit Freude, ausserdem ist meine Freude auch durch andere Ereignisse, als durch Deinen Besuch bedingt). Im vierten Falle existiren keine gemeinschaftlichen Bestimmungsstücke für a und b, also auch keine Übereinstimmung von a und b (Dein Besuch bedingt meine Freude nicht). Man hat im letzten Falle oder auch für das ausschliessende Modalitätsurtheil $p' + p'' = p'' + p'$.

Schliesslich bemerken wir, dass das unbedingte oder kategorische Urtheil, der arithmetischen Funktion mit lauter Konstanten entsprechend, keine Variabele x enthält.

§. 504.

Zusammengesetztes Urtheil.

Mehrere einfache Urtheile verknüpfen sich miteinander zu einem zusammengesetzten Urtheile. Wir fassen zunächst die Quantitätsurtheile ins Auge und wollen an diesen zeigen, wie die mathematische Formel dem logischen Gedanken nachgeht.

Nach dem vorstehenden Paragraphen ist das Urtheil, mancher a ist ein b durch die Doppelgleichung

$$a - y = b - x = c$$

dargestellt, worin a, b, c, x, y positive Grössen sind und c das Maximum der in a und b enthaltenen gemeinsamen Theile darstellt. Eine Gleichung, welche diesen Bedingungen entspricht, kann sofort in ein logisches Urtheil übersetzt werden. Zum Zwecke der leichteren Übersicht bei der Operation mit beliebig vielen Urtheilen wird es nützlich sein, die eben gedachten Grössen durch solche Symbole zu bezeichnen, welche ihren gegenseitigen Zusammenhang und namentlich die gemeinschaftliche Deckung ohne Weiteres erkennen lassen. Demnach sei der Theil der Grösse a, welcher durch keine andere Grösse gedeckt wird, durch $|a|$, derjenige Theil von a, welcher noch von einem Theile einer zweiten Grösse b und zwar ausschliesslich von dieser Grösse überdeckt wird, durch $|ab|$,

derjenige Theil von a, welcher von einem Theile einer dritten Grösse c überdeckt wird, durch $|ac|$, derjenige Theil von a, welcher von zwei Grössen b und c gemeinschaftlich bedeckt wird, durch $|abc|$ dargestellt. Für das Rechnen mit den auf diese Weise bezeichneten Grössen bemerken wir, dass wenn die logische Einschliessung durch die mathematische Addition und die Ausschliessung durch die Subtraktion vertreten wird, die mehrmalige Deckung zwar den logischen Inhalt, nicht aber die Weite des Begriffes verändert, dass man also $m|ab| = n|ab| = |ab|$ und $m|ab| - |n|ab| = 0$ hat, dass aber die Differenz zweier, in keinem Theile sich deckenden Grössen, wie z. B. $|a|$ und $|b|$, also $|a| - |b|$ nicht $= |a - b|$ gesetzt werden kann, dass vielmehr nur die sich deckenden Theile zweier Grössen bei der Subtraktion sich gegenseitig vernichten. Ausserdem leuchtet ein, dass die Summe zweier sich in keinem Theile deckenden Grössen nur dann gleich null sein kann, wenn eine jede gleich null ist, dass also die Bedingung $|a| + |ab| = 0$ die Bedingungen $|a| = 0$ und $|ab| = 0$ nach sich zieht.

Handelt es sich nur um die beiden Grössen a und b; so hat man, indem man jede dieser Grössen als Inbegriff ihrer Theile darstellt,

$$a = |a| + |ab| \text{ und } b = |b| + |ab|$$

und die das Urtheil zwischen a und b begründende Gleichung ist

$$a - |a| = b - |b| = |ab|$$

worin jetzt $|a|$, $|b|$, $|ab|$ die Stelle der obigen Grössen y, x, c vertreten.

Für drei Objekte a, b, c hat man sofort die drei Gleichungen

$$a = |a| + |ab| + |ac| + |abc|$$
$$b = |b| + |ab| + |bc| + |abc|$$
$$c = |c| + |ac| + |bc| + |abc|$$

Jedes Objekt wie a ist nämlich der Inbegriff aller derjenigen Partikularitäten, welche durch alle möglichen Kombinationen von a mit keinem, einem, zwei u. s. w. anderen Objekten dargestellt sind. Eine jede solche Kombination bezeichnet zugleich durch ihre Elemente a, b, c den logischen Inhalt (die Anzahl der Merkmale) des sie deckenden Objektes. Das Gemeinsame zwischen zwei Objekten a und b ist die Summe aller Glieder, welche a und b zugleich enthalten, also $|ab| + |abc|$. Ausserdem ist das Gemeinsame zwischen $|a| + |ab|$ und $|b| + |ab|$ gleich $|ab|$ und das Gemeinsame zwischen $|ab| + |abc|$ und $|bc| + |abc|$ oder zwischen $|ab| + |abc|$ und $|ac| + |abc|$ ist $|abc|$.

Dass sich alle Begriffe wie $|a|$, $|ab|$, $|ac|$, $|abc|$, welche dasselbe Merkmal a enthalten, gegenseitig ausschliessen, leuchtet ein. Irgend ein Fall kann nur dem einen oder dem anderen dieser Begriffe, nicht mehreren zugleich angehören: es sei denn, dass er ein Grenzfall wäre.

Handelt es sich um ein einfaches Urtheil; so kommen nur zwei Objekte a und b in Betracht und man hat

$$a = |a| + |ab|$$
$$b = |b| + |ab|$$

Diese beiden Gleichungen vertreten die früheren

$$a - |a| = b - |b| = |ab|$$

aus welchen zugleich

$$a + |b| = b + |a|$$

folgt. Das direkt und indirekt umfassende, das beschränkende und das ausschliessende Urtheil entspricht den vier speziellen Werthen von $|ab|$. Für das direkt umfassende Urtheil, jeder a ist ein b, hat man $|ab| = a$ oder $|a| = 0$; für das indirekt umfassende Urtheil, a enthält alle b, ist $|ab| = b$ oder $|b| = 0$; für das beschränkende Urtheil, mancher a ist ein b, hat $|ab|$ einen beliebigen Werth; für das ausschliessende Urtheil, kein a ist ein b, hat man $|ab| = 0$, wodurch $|a| = a$ und $|b| = b$ wird.

Diese vier Fälle sind die Fälle, welche sich ergeben, wenn von den Grössen $|a|$, $|b|$, $|ab|$ keine oder irgend eine gleich null wird. Für das ausschliessende Urtheil, wofür $|ab| = 0$, hat es eine besondere Wichtigkeit, dass die Addition der beiden Werthe von a und b die Gleichung $a + b = |a| + |b|$ ergiebt.

Nach Vorstehendem erscheinen alle möglichen Fälle einfacher Urtheile als die leicht zu charakterisirenden Spezialfälle einer einzigen allgemeinen Formel.

Handelt es sich jetzt um die Quantitätsbeziehung zwischen drei Objekten a, b, c; so ergeben die vorstehenden drei Formeln für a, b, c das Gesammturtheil über jene Objekte. Haben darin alle Partikularitäten Werthe grösser als null; so entspricht die logische Erkenntniss dem durch Figur 1205 dargestellten Falle. Gruppirt man die Glieder der ersten beiden Formeln so, dass sich das Gemeinsame von a und b herausstellt; so ergiebt sich

$$a = \{|a| + |ac|\} + \{|ab| + |abc|\}$$
$$b = \{|b| + |bc|\} + \{|ab| + |abc|\}$$

Diese beiden Formeln begründen das einfache Urtheil, mancher a ist ein b. Gruppirt man die zweite und dritte Gleichung so, dass das Gemeinsame von b und c hervortritt, also so

$$b = \{|b| + |ab|\} + \{|bc| + |abc|\}$$
$$c = \{|c| + |ac|\} + \{|bc| + |abc|\}$$

so hat man das zweite einfache Urtheil, mancher b ist ein c. Gruppirt man die erste und die dritte Gleichung so, dass das Gemeinsame von a und c hervortritt, so kömmt

$$a = \{|a| + |ab|\} + \{|ac| + |abc|\}$$
$$c = \{|c| + |bc|\} + \{|ac| + |abc|\}$$

also das einfache Urtheil, mancher a ist ein c. Dieses dritte einfache Urtheil ist übrigens eine unmittelbare Folge der vorhergehenden beiden einfachen Urtheile.

Wenn man aus jeder der drei Grundgleichungen das den drei Ob-

jekten a, b, c Gemeinsame $|abc|$ entwickelt und die erhaltenen Werthe einander gleich setzt; so erhält man das Gesammturtheil in der Form

$$\begin{aligned} |abc| &= a - |a| - |ab| - |ac| \\ &= b - |b| - |ab| - |bc| \\ &= c - |c| - |ac| - |bc| \end{aligned}$$

Das Gesammturtheil über drei Objekte zerfällt in zwei einfache Urtheile über je zwei Objekte, z. B. über a und b und über a und c, indem das Urtheil über b und c von jenen beiden abhängt, also nicht selbstständig ist. Die ersten beiden Urtheile können bei Unterdrückung der identischen Theile auf beiden Seiten so geschrieben werden:

$$\begin{aligned} a + |b| + |bc| &= b + |a| + |ac| \\ a + |c| + |bc| &= c + |a| + |ab| \end{aligned}$$

Das dritte Urtheil zwischen b und c, welches

$$b + |c| + |ac| = c + |b| + |ab|$$

lautet, ist unmittelbar durch die vorhergehenden beiden bedingt.

Der Sinn dieser drei Urtheile ist leicht verständlich. So sagt das erste Urtheil, mancher a ist ein b und mancher b ist ein a, indem die Glieder $|b| + |bc|$, welche neben a stehen, Theile von b und die Glieder $|a|$ und $|ac|$, welche neben b stehen, Theile von a sind und die in diesem Urtheile fehlenden Theile von a und b, nämlich die Theile $|ab|$ und $|abc|$ gemeinschaftliche Theile von a und b sind.

Das zweite Urtheil sagt in derselben Weise, mancher a ist ein c und mancher c ist ein a. Das dritte Urtheil sagt, mancher b ist ein c und mancher c ein b.

Wie nach Vorstehendem das Urtheil über drei Objekte, welches man ein dreigliedriges nennen kann, sich in zwei einfache zerlegt oder sich als ein zweifaches darstellt, ebenso setzen sich, umgekehrt, zwei einfache Urtheile zu einem dreigliedrigen zusammen. Wenn nämlich das einfache Urtheil über die beiden Objekte a, b in der Form

$$\begin{aligned} a &= |a| + |ab| \\ b &= |b| + |ab| \end{aligned}$$

und das einfache Urtheil über die beiden Objekte b und c in der Form

$$\begin{aligned} b &= |b| + |bc| \\ c &= |c| + |bc| \end{aligned}$$

gegeben ist; so hat man zu erwägen, dass die Grösse $|a|$ im ersten Urtheile jetzt, wo von einem dritten Objekte c die Rede ist, durch den Werth $|a| + |ac|$ ersetzt werden muss, da sie ja den Theil von a darstellen soll, welcher kein b enthält. Ebenso ist jetzt $|ab|$ durch $|ab| + |abc|$ zu ersetzen, da hierunter das Gemeinsame von a und b verstanden sein soll. Ebenso ist in der Formel für b im ersten Urtheile $|b| + |bc|$ statt $|b|$ und $|ab| + |abc|$ statt $|ab|$ zu setzen. Im zweiten Urtheile ist $|b|$ durch $|b| + |ab|$ und $|bc|$ durch $|bc| + |abc|$, ausserdem $|c|$ durch $|c| + |ac|$ und $|bc|$ durch $|bc| + |abc|$ zu ersetzen. Hierdurch wird das erste Urtheil

$$a = |a| + |ac| + |ab| + |abc|$$
$$b = |b| + |bc| + |ab| + |abc|$$

und das zweite Urtheil

$$b = |b| + |ab| + |bc| + |abc|$$
$$c = |c| + |ac| + |bc| + |abc|$$

Von diesen vier Gleichungen ist die zweite mit der dritten identisch: das zusammengesetzte Urtheil ist mithin durch drei, den obigen vollkommen entsprechende Gleichungen dargestellt.

Man kann hiernach aus zwei Urtheilen über je zwei der drei Objekte a, b, c, nämlich aus den beiden Urtheilen über a und b und über b und c nicht bloss das Gesammturtheil über a, b, c zusammensetzen, sondern auch alle zur Vervollständigung der logischen Erkenntniss erforderlichen Nebenbeziehungen, insbesondere das Urtheil über a und c herstellen.

Die verschiedenen Spezialitäten der zusammengesetzten Urtheile unterscheiden sich lediglich dadurch, dass in den vorstehenden Formeln einzelne der Partikularitäten $|a|$, $|b|$, $|c|$, $|ab|$, $|ac|$, $|bc|$, $|abc|$ den Nullwerth annehmen, was zur Folge hat, dass die gegenseitigen Durchschnitte der Linien in Fig. 1205 in ein besonderes Verhältniss zu einander treten. Jede beliebige Kombination der vorstehenden Partikularitäten kann gleich null werden. In den Figuren 1205 bis 1224 sind eine Anzahl solcher Fälle dargestellt. Einige Beispiele hierzu sind die folgenden. Zu Fig. 1205: mancher Engländer a ist Protestant b, mancher ist Soldat c, von den Protestanten ist mancher Soldat und es giebt Engländer, welche Protestanten und Soldaten zugleich sind. Zu Fig. 1206: mancher Engländer a ist ein Ire b, mancher ein Schotte c, kein Ire ist jedoch ein Schotte (hier ist $|bc| = 0$ und $|abc| = 0$). Zu Fig. 1207: mancher Deutsche a ist Bischof b, mancher Deutsche ist ein Liberaler c, mancher Bischof ist ein Liberaler, jedoch ist kein deutscher Bischof liberal (hier ist $|abc| = 0$). Zu Fig. 1208: jeder Baum b ist eine Pflanze a, mancher Baum und manche Pflanze sind Kulturobjekte c (hier ist $|b| = 0$ und $|bc| = 0$). Zu Fig. 1209: mancher Gelehrte b ist ein Künstler c, jeder Gelehrte und jeder Künstler ist ein Mensch a (hier ist $|b| = 0$, $|c| = 0$ und $|bc| = 0$). Zu Fig. 1210: jeder Christ b und jeder Jude c ist ein Mensch a, jedoch ist kein Jude ein Christ (hier ist $|b| = 0$, $|c| = 0$, $|bc| = 0$ und $|abc| = 0$). Zu Fig. 1211: jeder Franzose c ist ein Europäer b und jeder Europäer ein Mensch a (hier ist $|b| = 0$, $|c| = 0$, $|ac| = 0$ und $|bc| = 0$). Zu Fig. 1212: kein Fisch a ist ein Vogel b, kein Säugethier c ist ein Vogel, mancher Fisch ist jedoch ein Säugethier (hier ist $|ab| = 0$, $|bc| = 0$ und $|abc| = 0$). Zu Fig. 1213: kein Baum a ist ein Stein b, kein Stein ist ein Thier c, kein Baum ist ein Thier (hier ist $|ab| = 0$, $|ac| = 0$, $|bc| = 0$ und $|abc| = 0$). Zu Fig. 1214: jeder Mohr c ist ein Mensch a und er ist auch schwarz b, jedoch sind nicht alle Menschen schwarz (hier ist $|c| = 0$, $|ac| = 0$ und $|bc| = 0$). Zu Fig. 1215: jede Rose a ist eine Blume b, keine Blume ist ein Schmetterling c (hier ist $|a| = 0$, $|ac| = 0$, $|bc| = 0$,

$|abc| = 0$). Zu 1216: jeder Frank a ist eine Münze b, manche Münze ist ein Goldstück c, jedoch ist kein Frank ein Goldstück (hier ist $|a| = 0$, $|ac| = 0$, $|abc| = 0$). Zu Fig. 1217: mancher Musiker b ist ein Erfinder c, jeder erfinderische Musiker ist ein Komponist a (hier ist $|bc| = 0$). Zu Fig. 1218: jede Maschine c ist entweder Arbeitsapparat a oder Luxusgegenstand b, manche ist jedoch Beides zugleich (hier ist $|c| = 0$). Zu Fig. 1219: von den Drachen c ist mancher ein Thier a und ein Feuerspeier b, mancher jedoch ist ein Spielzeug (hier ist $|ac| = 0$ und $|bc| = 0$). Zu Fig. 1220: jeder Krieger a ist ein Mensch c und jeder Wilde b ist ein Mensch; unter den kriegerischen Wilden giebt es jedoch Unmenschen (hier ist $|a| = 0$ und $|b| = 0$). In Fig. 1221 ist $|a| = 0$, $|b| = 0$, $|c| = 0$. In Fig. 1222 ist $|ab| = 0$, $|ac| = 0$, $|bc| = 0$. In Fig. 1223 ist $|abc| = 0$. In 1224 ist $|a| = 0$, $|b| = 0$, $|c| = 0$, $|ab| = 0$, $|ac| = 0$, $|bc| = 0$.

Das zusammengesetzte Urtheil ist bei gewöhnlicher Sprachweise nicht immer allseitig bestimmt. So kann das Urtheil, der Mohr ist ein schwarzer Mensch, sowohl der Fig. 1214, als der Figur 1211 entsprechen: dasselbe entspricht der Fig. 1214, wenn hinzugedacht wird, jedoch ist nicht jeder Mensch schwarz, und es entspricht der Fig. 1211, wenn hinzugedacht werden darf, jeder Mensch ist schwarz. Der Fall der Fig. 1211 liegt z. B. vor in dem Urtheile, der Mohr ist ein mit Vernunft begabter Mensch, wenn wir uns alle Menschen als vernünftige Wesen denken. Das Urtheil, kein Strauch trägt pfündige Früchte, entspricht nach unserem Sprachgebrauche dem Falle Fig. 1206, worin c den Strauch, a die Frucht, b die Pfündigkeit darstellt. Durch dieses Urtheil wird nämlich die pfündige Frucht, nicht aber die Frucht schlechthin ausgeschlossen, es wird also stillschweigend eingeräumt, dass der Strauch überhaupt Früchte trägt.

Der Sinn der auf mehr als drei Objekte bezüglichen Urtheile und ihre mathematische Formulirung durch ebenso viel Gleichungen, als Objekte in Betracht kommen, ergiebt sich aus Vorstehendem leicht.

Zur Erleichterung der Operation mit Grössen wie a, b, c, welche gewisse Theile miteinander gemein haben, welche sich also partiell decken, welche also nicht bloss nach ihrer Quantität, sondern auch nach ihrem Orte (ihrer Stelle, ihrer Inhärenz) unterscheiden und welche an den Stellen, wo sie sich überdecken, Grössen mit verdichtetem Inhalte darstellen, mögen noch folgende Bemerkungen dienen.

Wenn überhaupt drei Grössen a, b, c miteinander verglichen werden; so ist ihre mathematische Summe oder ihr voller Inbegriff, welcher dem vollen logischen Inhalte entspricht und darum als ein Inhaltsinbegriff angesehen werden kann,

$$a + b + c = |a| + |b| + |c| + 2 . |ab| + 2 . |ac| + 2 . |bc| + 3 . |abc|$$

Diese Formel ist nach Fig. 1205 leicht verständlich: sie lehrt, dass in dem Inhaltsbegriffe von mehreren Objekten jede Partikularität, wie z. B. $|ab|$, welche das ausschliesslich Gemeinsame von je zwei Objekten a, b darstellt, doppelt, das ausschliesslich gemeinsame von je drei Objekten,

wie z. B. $|ab|$ dreifach, das ausschliesslich Gemeinsame von je n Objekten n-fach vorkömmt, indem es sich n-mal überdeckt.

Sobald es sich nicht um den logischen Inhalt, sondern um die Weite oder den Umfang des Inbegriffes, also um denjenigen Raum handelt, welcher in Fig. 1105 durch die äussersten Grenzlinien eingeschlossen ist, spielen alle sich überdeckenden Theile nur die Rolle von Grössen von einfacher Dichtigkeit. Ein solcher Inbegriff, welcher der Anzahl der möglichen Fälle entspricht, mag ein Umfangsinbegriff heissen und durch $U(a+b+c)$ bezeichnet werden. Derselbe hat den Werth

$$U(a+b+c) = |a| + |b| + |c| + |ab| + |ac| + |bc| + |abc|$$

Kommen nur die beiden Grössen a und b in Betracht; so ist

$$U(a+b) = a + |b| = b + |a|$$

Hieraus folgt auch

$$|b| = U(a+b) - a$$
$$|a| = U(a+b) - b$$
$$|ab| = a + b - U(a+b)$$

und wenn man $U(ab)$ statt $|ab|$ schreibt,

$$a + b = U(a+b) + U(ab)$$

Das Urtheil zwischen a und b kann durch die Formel

$$U(a+b) = U(b+a)$$

dargestellt werden. Für drei Grössen a, b, c hat man

$$U(a+b+c) = U(a+b) + |c|$$
$$= U(b+c+a) = U(b+c) + |a|$$
$$= U(c+a+b) = U(c+a) + |b|$$

Wir notiren noch folgende beachtenswerthe Beziehungen, welche resp. für 2, 3, 4 ... Begriffe zu verstehen sind.

$$U(a+b) = a + |b| = b + |a|$$
$$U(a+b+c) = U(a+a+b) + |c| = c+|a|+|b|+|ab|$$
$$U(a+b+c+d) = U(a+b+c) + |d| = d+|a|+|b|+|c|+|ab|+|ac|+|bc|+|abc|$$

Allgemein, ist

$$a + b + c + d =$$
$$U(a+b+c+d) + U(ab+ac+ad+bc+bd) + U(abc+abd+acd+bcd) + U(abcd)$$

oder der Inhaltsinbegriff von n Objekten ist gleich dem Inbegriffe der Umfangsinbegriffe der Partikularitäten, in welchen je ein, je zwei, je drei, ... je $(n-1)$ und alle n Objekte sich decken. Durch diese Formel ist der Inhaltsinbegriff $a+b+c+d$ durch die erwähnten Umfangsinbegriffe bestimmt. Für gewisse Aufgaben liegt das Interesse vor, die allen n Objekten gemeinschaftliche Partikularität $U(abcd) = |abcd|$ durch die übrigen Inbegriffe zu bestimmen: Diess geschieht für 4 Objekte durch die Formel

$$|abcd| =$$
$$(a+b+c+d) - U(a+b+c+d) - U(ab+ac+ad+bc+bd) - U(abc+abd+acd+bcd)$$

Die letzte Formel stellt den Umfang eines Objektes dar, dessen Merkmale a, b, c, d sind, sie bestimmt also das durch die Merkmale a, b, c, d definirte Objekt.

Setzen wir die drei wichtigsten Objekte, welche durch die n Merkmale $a, b, c, d \ldots$ bestimmt werden, nämlich den Inhaltsinbegriff $a+b+c+d=A$, den Umfangsinbegriff $U(a+b+c+d)=B$ und den Begriff des allen Merkmalen gemeinschaftlichen Objektes $|abcd| = U(abcd) = C$, geben wir ferner den Grössen A_1, B_1, C_1 die analoge Bedeutung für die n_1 Merkmale $a_1, b_1, c_1, d_1 \ldots$; so ist ein wichtiges zusammengesetztes Urtheil dasjenige, welches sich auf die Umfangsinbegriffe B und B_1 stützt. Dieses Urtheil hat die Form

$$B + |B_1| = B_1 + |B|$$

indem man für die beiden Begriffe B und B_1 die Werthe $B = |B| + |B B_1|$, $B_1 = |B_1| + |B B_1|$ hat, deren Partikularitäten sich nach dem Vorhergehenden aus den Merkmalen a, b, c, d und a_1, b_1, c_1, d_1 bestimmen. Ist für zwei andere Gruppen von Merkmalen a', b', c', d' und a_1', b_1', c_1', d_1' das analoge Urtheil

$$B' + |B_1'| = B_1' + |B'|$$

für zwei fernere Gruppen von Merkmalen das Urtheil

$$B'' + |B_1''| = B_1'' + |B''|$$

gegeben; so ist für eine beliebige Menge solcher Urtheile das wichtigste, aus ihrer Zusammensetzung hervorgehende, das Urtheil

$$V + |V_1| = V_1 + |V|$$

worin V für $U(B+B'+B'')$, V_1 für $U(B_1+B_1'+B_1'')$ gesetzt ist.

Ausser den die Umfangsinbegriffe B, B_1, B', B_1' u. s. w. betreffenden Urtheilen sind diejenigen Urtheile wichtig, welche die allen Merkmalen a, b, c, d einer Gruppe gemeinschaftlichen Objekte C, C_1, C', C_1' u. s. w. betreffen. Diese Urtheile haben die Form

$$\begin{aligned} C + |C_1| &= C_1 + |C| \\ C' + |C_1'| &= C_1' + |C'| \\ C'' + |C_1''| &= C_1'' + |C''| \end{aligned}$$

u. s. w. Aus diesen Urtheilen setzt sich ein wichtiges Urtheil von der Form

$$W + |W_1| = W_1 + |W|$$

zusammen, worin W für $U(C + C' + C'')$ und W_1 für $U(C_1 + C_1' + C_1'')$ steht.

Die Grössen C sind die durch die Merkmale a, b, c, d definirten Objekte und die Formeln zwischen den Grössen C stellen die aus der Vergleichung solcher Objekte sich ergebenden Urtheile dar.

Wir haben im Obigen vornehmlich die Zusammensetzung von Quantitätsurtheilen betrachtet. Die der übrigen Urtheile bedarf nur weniger Andeutungen.

Die allgemeine Form des auf drei Objekte bezüglichen zusammengesetzten Inhärenzurtheils ist: a hat b, b hat c, a hat c. Die Figuren

1205 bis 1224 können zur Veranschaulichung einiger Fälle dienen, wenn man die mathematische Anschauung Theil in Glied oder den logischen Begriff Partikularität in Eigenschaft übersetzt. So entspricht das Beispiel, der Mensch c hat Hände b und die Hände haben Daumen a der Fig. 1211, wenn man dasselbe so auffasst, dass jeder Mensch Hände und jede Hand einen Daumen hat. Das dritte darin liegende einfache Urtheil heisst dann, jeder Mensch hat Daumen. Will man aber durch dieses Urtheil ausdrücken, dass mancher Mensch Hände hat und mancher nicht, dass auch manche Hände anderen Geschöpfen (z. B. den Affen) angehören, ferner, dass manche Hände Daumen haben, manche aber nicht, endlich, dass manche Menschen Daumen ohne Hände haben; so entspricht der Fall der Fig. 1205. Dieses zusammengesetzte Inhärenzurtheil wird sowohl in dem ersten wie in dem letzten Falle wohl kurz in die Worte zusammengefasst, der Mensch hat Daumen an seinen Händen. Das Urtheil, das Blatt c ist weder flüssig b, noch gasförmig a, oder kein Blatt c ist flüssig b oder gasförmig a, entspricht der Fig. 1215, indem jedes Gas flüssig ist. Das Urtheil, das Blatt c ist weder flüssig b, noch hat es Füsse a, entspricht der Fig. 1213, indem hinzugedacht wird, dass auch die Flüssigkeit keine Füsse hat.

Auch die Zusammensetzung der Relationsurtheile ist leicht verständlich. Wir bemerken, dass ein einfaches Urtheil dieser Art nur ein einfaches Subjekt und ein einfaches Prädikat haben kann, wie z. B. der Mensch liebt. Dieses Urtheil spricht die Identität der Liebe mit der Thätigkeit des Menschen aus und kann in das Quantitätsurtheil, der Mensch ist ein Liebender, übersetzt werden. Wenn man die Einschliessung nicht auf die Quantität, sondern auf die Richtung (den Winkel) bezieht oder die Partikularität als Relation auffasst, vertreten die Figuren 1205 bis 1224 einige Fälle von Zusammensetzung. So entspricht z. B. die Relation zwischen drei Objekten nach dem Urtheile, der Mensch c liebt, die Liebe b verzeiht, der Fig. 1211, wenn man darunter versteht, dass jeder Mensch liebt und dass jede Liebe verzeiht. Diese Auffassung bedingt das dritte Urtheil, jeder Mensch verzeiht. Will man sagen, mancher Mensch c liebt und jede Liebe b verzeiht, womit verbunden ist, dass nicht jeder Mensch, aber jeder liebende Mensch verzeiht; so gilt die Fig. 1208. Will man ausdrücken, mancher Mensch liebt, manche Liebe verzeiht und mancher Mensch verzeiht in der Liebe; so geschieht Diess durch die Fig. 1205.

Das vorstehende zusammengesetzte Urtheil, der Mensch in seiner Liebe verzeiht, entspricht der gegenseitigen Deckung von drei Winkelgrössen, welche resp. die menschliche Thätigkeit, die Liebe und das Verzeihen darstellen.

Das Urtheil, Napoleon I. hatte einen Sohn, kann als ein einfaches gelten, ebenso, dieser Sohn starb: das Urtheil, der Sohn Napoleons starb, ist ein zusammengesetztes Relationsurtheil, ebenso: die Jünger Jesu lehrten.

Bei der Zusammensetzung der Qualitätsurtheile kömmt die Art des Seins in Betracht. So lässt sich z. B. das problematische Urtheil, das ist vielleicht ein Baum, mit dem apodiktischen Urtheile, ein Baum ist nothwendig gewachsen (durch Wachsthum entstanden), zu

dem Urtheile, das ist möglicherweise ein Baum, welcher nothwendig gewachsen ist (also nothwendig die Merkmale eines durch Wachsthum entstandenen Wesens an sich trägt), zusammensetzen. Ein anderes Beispiel ist: das ist unbedingt ein Mensch, welcher vielleicht zwanzig Jahre zählt.

Die Zusammensetzung der Modalitätsurtheile berücksichtigt die Modifikation, welche die Modalität des Seins erleidet. So können sich die Urtheile vereinigen: wenn es warm wird, kommen die Singvögel, und, wenn die Singvögel kommen, wandern die Menschen in den Wald. Hieraus folgt das dritte Urtheil, wenn es warm wird, wandern die Menschen in den Wald. Dieser Auffassung liegt die Annahme zu Grunde, dass jede Wärme die Singvögel herbeiführt, und dass die Ankunft jedes Singvogels jeden Menschen zum Besuche des Waldes veranlasst. Einschränkungen dieser Urtheile ziehen die entsprechenden Modifikationen nach sich. Das Urtheil, am liebsten arbeite ich in der Stille ringsum, oder, wenn ringsum Stille herrscht, ist ein zusammengesetztes Modalitätsurtheil, da die Weise des Arbeitens von einer anderen Bedingung abhängig gemacht ist; ebenso das Urtheil, da er laut rief, hörten wir deutlich.

Die Zusammensetzung erfolgt übrigens nicht bloss zwischen gleichnamigen, sondern auch zwischen ungleichnamigen Urtheilen. So stellt der Satz, der Mensch ist ein vernünftiges Wesen, oder der Mensch ist ein Wesen, welches Vernunft hat, die Zusammensetzung eines Quantitäts- und eines Inhärenzurtheils dar (der Mensch ist ein Wesen, dieses Wesen hat Vernunft). In dem Satze, der Mensch hat Hände, welche zu den Gliedern gehören, geht das Inhärenzurtheil dem Quantitätsurtheile voraus. Das Urtheil, die grüne Tanne ist ein schöner Baum, hat die Form eines einfachen Quantitätsurtheils, die beiden Glieder sind jedoch nicht als einfache Objekte, sondern als Partikularitäten allgemeinerer Objekte gegeben. Das Nämliche ist der Fall in dem Inhärenzurtheile, der grösste Mann hat oft kleine Schwächen.

Indem dem einfachen, aus Subjekt und Prädikat bestehenden Relationsurtheile, der Mensch liebt, ein grammatisches Objekt, z. B. das Leben, hinzugefügt wird, entseht eine Zusammensetzung mit einem Quantitätsurtheile, welches sagt, dass die in dem einfachen Relationsurtheile sich deckenden beiden Vorstellungen (das Lieben und die menschliche Thätigkeit) mit dem letzteren Objekte zusammentreffen, sodass man das Gesammturtheil auch in die Urtheile der Mensch ist ein Liebender und seine Liebe betrifft das Leben, zerlegen kann.

Wir machen die für das Verständniss der zusammengesetzten Urtheile wichtige Bemerkung, dass in einem mit einem Objekte versehenen Relationsurtheile Subjekt und Objekt sich gegenseitig beschränken, sodass häufig das Objekt eines solchen Urtheiles dazu dient, eine Partikularität des Subjektes näher zu bezeichnen. Indem wir z. B. sagen, alle Menschen lieben ihre Kinder, meinen wir doch nicht, dass alle Menschen Kindesliebe haben, sondern nur, dass alle Eltern, also nur diejenige Partikularität von Menschen, welche Kinder besitzen, Kindesliebe haben. Stellen die Punkte des Körpers A in Fig. 1225 die möglichen Fälle des Subjektes, die von allen diesen Punkten ausgehenden schrägen Parallelen B die Kausalitätsthätigkeiten dieser Fälle und die Punkte

des Körpers C die von diesen Thätigkeiten getroffenen Fälle des Objektes dar; so entspricht jedem Falle des Subjektes ein Fall des Objektes. Wäre aber das Objekt durch die Punkte des Körpers F vertreten, welcher mit dem ersten Körper C den Raum J gemein hat; so entspricht nicht unbedingt jeder Fall des Subjektes einem Falle des Objektes und nicht, umgekehrt, jeder Fall des Objektes einem Falle des Subjektes: vielmehr stehen nur gewisse Fälle G des Subjektes durch die Kausalität H mit gewissen Fällen J des Objektes in Relation. Wenn man also das mit einem Objekte versehene Relationsurtheil in ein reines Quantitätsurtheil übersetzt, kann der Theil G des Subjektes A, welcher den Theil J des Objektes F deckt, bald kleiner als A, bald gleich A, bald auch gleich null sein, oder das Objekt F, welches in dem verwandelten Urtheile als ein Merkmal auftritt, um in Gemeinschaft mit dem Relationsmerkmale B die Beziehung zwischen A und C zu bestimmen, kann jedes beliebige Quantitätsverhältniss zu A annehmen. Liegt F ganz in C; so liegt auch G ganz in A. Liegt C ganz in F; so liegt auch A ganz in D. Liegt F ausserhalb C; so liegt auch D ausserhalb A, d. h. G und J sind null.

Die Übertragung des Relationsurtheils, alle Menschen lieben ihre Kinder, in ein Quantitätsurtheil kann durch den Satz geschehen, alle Menschen sind Freunde ihrer Kinder. Stellt in Fig. 1226 F die Freundschaft, K die Hinneigung zur Kindschaft dar; so würde man von jeder in dem gemeinschaftlichen Raume von F und K liegenden Sphäre A sagen können, alle A sind Kinderfreunde. Ist aber E die Hinneigung zu den eigenen Kindern; so kann man von einer in dem gemeinschaftlichen Raume von F und E liegenden Sphäre B sagen, alle B sind Freunde ihrer eigenen Kinder. Stellt endlich M die Menschen und K' den Besitz von Kindern, also der gemeinschaftliche Raum C von M und K' die mit Kindern versehenen Menschen oder die Eltern dar; so muss C ganz in dem gemeinschaftlichen Raume von F und E liegen, um dem Urtheile zu entsprechen, die Menschen lieben ihre Kinder.

Hiernach ist auch das ausschliessende Urtheil, die Menschen lieben nicht den Schmerz, verständlich. Mit Schmerz ist nicht jeder beliebige, sondern nur der eigene Schmerz gemeint, unter den Menschen sind daher nicht alle Menschen, sondern nur diejenigen verstanden, welche Schmerzen empfinden oder nur die Menschen in den möglichen Zuständen der Schmerzempfindung. Vermöge der Negation erhält das Urtheil den Sinn, kein Mensch liebt seinen eigenen Schmerz, und wenn man dieses Relationsurtheil in ein Quantitätsurtheil verwandelt, kann man sagen, kein Mensch ist ein Freund seines Schmerzes.

Die quantitative Rückwirkung des Objektes auf das Subjekt kann dazu gebraucht werden, um in kürzester Form eine direkte und eine indirekte Umfassung auszusprechen, deren Gesammtwirkung eine Identität zwischen dem eigentlichen Subjekte und Prädikate liefert. Wenn der Gesetzgeber z. B. sagt, Jedermann ist verpflichtet, seinen legitimen Kindern einen Theil seines Vermögens zu vererben; so spricht er zunächst ein direkt umfassendes Urtheil aus, indem er allen Menschen eine Verpflichtung auferlegt, also ein Subjekt setzt, welches von dem Prädikate ganz eingeschlossen werden soll. Das Prädikat aber ist eine Relation

(die Verpflichtung zur Vermögensvererbung), welche durch ein bestimmtes Objekt (die legitimen Kinder) begrenzt wird. Hierdurch wird das universelle Subjekt alle Menschen auf alle verheiratheten Menschen, welche Kinder haben, also auf alle verheiratheten Eltern beschränkt (indem wir andere Fälle der Legitimität ausser Acht lassen). Die Beschränkung des Subjektes durch das Objekt hat aber ausser diesem Effekte der Beschränkung die Wirkung einer indirekten Umfassung, indem ein Prädikat gebildet wird, welches von dem Subjekte ganz eingeschlossen werden soll: die Verpflichtung zur Vererbung wird nämlich den Menschen nur hinsichtlich ihrer legitimen Kinder auferlegt und die fragliche Bestimmung fällt in die beiden Bestimmungen „alle Verheiratheten sind zur Vererbung eines Vermögensantheiles auf ihre Kinder verpflichtet“ und „nur die Verheiratheten sind zur Vererbung eines Vermögensantheiles auf ihre Kinder verpflichtet“. Die erste Bestimmung enthält ein direkt umfassendes, die zweite ein indirekt umfassendes Urtheil: beide Urtheile zusammen oder das zusammengesetzte Urtheil „alle Verheiratheten und nur diese allein sind zur Vererbung eines Vermögensantheiles auf ihre Kinder verpflichtet“ liefern ein Identitätsurtheil zwischen dem eigentlichen Subjekte und Prädikate: die ursprüngliche Form „Jedermann ist verpflichtet, seinen legitimen Kindern einen Theil seines Vermögens zu vererben“ ergiebt aber dieses zur Identität führende Doppelurtheil auf kürzestem Wege.

Mag es sich um ein einfaches Urtheil der fünf Grundklassen oder um ein aus mehreren einfachen Urtheilen zusammengesetztes Urtheil oder um ein Urtheil über mehr als zwei Objekte handeln, immer gipfelt der Gedanke in der partiellen Übereinstimmung mehrerer Begriffe, welche der geometrischen partiellen Deckung mehrerer Figuren gleichkömmt. Auf diese Weise kann jedes Urtheil schliesslich auf ein Quantitätsurtheil reduzirt werden. Die mathematische Formulirung eines zusammengesetzten Urtheils erfordert nur folgende Erwägung.

Wenn es sich lediglich um zwei Quantitäten A und B handelt, welche Theile des Gesammtraumes sind, der in O seinen Nullpunkt, in OX seine Grundaxe und in XY seine Grundebene hat; so repräsentirt die Fig. 1227 die gegenseitige Deckung und die in dem Urtheile auftretenden Grössen.

Die Kombination eines solchen Quantitätsurtheils mit einem Inhärenzurtheile bedingt im Allgemeinen einen Fortschritt der Grösse A längs einer bestimmten (geraden oder krummen) Linie AA' und einen Fortschritt der Grösse B längs der Linie BB'. Bei diesem Fortschreiten können die Grössen A und A' vielleicht ihre Quantität und Form ändern. Jenachdem nun durch das Urtheil die gesammten, aus dem Fortschritte von A und B entstehenden Figuren AA' und BB', oder nur die sich ergebenden Endfiguren A' und B' miteinander verglichen werden sollen, sind die sich deckenden, sowie die sich gegenseitig ausschliessenden Theile ganz andere.

Bei der Kombination mit einem Relationsurtheile gesellt sich zu den übrigen Operationen eine Drehung, welche der Wirkung der gedachten Grösse entspricht. Auch hier ist die Erwägung anzustellen, ob es sich um eine stetige Reihe von Wirkungen der allmählich sich

ändernden Subjekte, oder um eine letzte Wirkung handeln soll. Der Sinn der Aufgabe lässt die zur Vergleichung kommenden Objekte und ihre partielle Deckung erkennen.

Ebenso veranlasst die Qualität eine Dimensionirung und die Modalität eine Krümmung oder Formänderung der sich verändernden Objekte. In allen Fällen wird eine richtige Erfassung der Aufgabe die mathematische Formulirung der in dem Urtheile zur Vergleichung kommenden Objekte an die Hand geben. Indessen wird es nicht unnütz sein, an einigen Beispielen zu zeigen, wie sich Urtheile der verschiedenen Klassen und zusammengesetzte Urtheile in Quantitätsurtheile verwandeln. Diese Verwandlung darf nicht als ein Identitätsakt angesehen werden, sondern erscheint als eine Reduktion auf andere Einheiten. So ist das Urtheil, der Mensch denkt, und das Urtheil, der Mensch ist ein Denker, durchaus nicht identisch: indem das erstere den Menschen in seiner Wirksamkeit, das letztere dagegen als die Partikularität eines anderen Objektes darstellt. Die Verwandlung des ersteren Relationsurtheils in das letztere Quantitätsurtheil entspricht dem Übergange von den Grundgrössen zu deren Exponenten, also einer Übertragung in ein anderes Grössengebiet, welche lediglich den Zweck hat, die verschiedenartigen Urtheile nach derselben Regel behandeln zu können.

In diesem Sinne heisst das Urtheil, jeder Mensch war einmal jung, jeder Mensch a in seiner Vergangenheit b ist ein Junger c (Fig. 1228). Der Mensch wird sterben, heisst, der Mensch in der Zukunft ist ein Sterbender. Der Baum kann fallen, heisst, der Baum unter gewissen Umständen ist ein Fallender. Der Mensch liebt die Musik, heisst, der Mensch ist ein die Musik Liebender. Der grosse Elephant fürchtet sich zuweilen lebhaft vor einer kleinen Maus, heisst, der grosse Elephant unter gewissen Umständen ist ein vor der kleinen Maus sich lebhaft Fürchtender.

In jedem Quantitätsurtheile wird die Übereinstimmung zweier Quantitäten, welche Partikularitäten des Subjektes und des Prädikates sind, ausgesprochen. Der sprachliche Ausdruck für diese Übereinstimmung ist das Zeitwort sein: dasselbe vertritt in dem Ausdrucke A ist B das mathematische Gleicheitszeichen $=$ der Gleichung $A = B$. Das Wörtchen „ist", die Kopula zwischen Subjekt und Prädikat, hat daher lediglich die Bedeutung der Übereinstimmung und rechtfertigt durchaus nicht die Fülle von philosophischen Betrachtungen, welche an die mögliche Bedeutung dieses Formwörtchens geknüpft werden.

Jede Wortformel, welche ein Quantitätsurtheil enthält, muss sich in ein Urtheil mit der einfachen Kopula ist auflösen, indem alle Nebenbegriffe, welche sprachlich mit der Kopula vereinigt werden, wie es z. B. in den Urtheilen, der Mensch war jung, der Mensch kann sprechen, der Mensch ist vielleicht gesund, bei der Reduktion auf ein Quantitätsurtheil zu partikularisirenden Bestimmungen für das Subjekt oder Prädikat werden.

Für das ursprüngliche, nicht reduzirte Inhärenzurtheil ist die eigentliche Kopula das Wort „hat". Für das ursprüngliche Relationsurtheil liegt sie verhüllt in dem Zeitworte, welches die Thätigkeit des Subjektes prädizirt. Das Qualitätsurtheil charakterisirt sich entweder ohne

spezifische Kopula durch die Qualität des Subjektes und Prädikates als ein solches, oder seine Qualität wird durch die Hervorhebung des möglichen, wirklichen oder nothwendigen Seins ausdrücklich gekennzeichnet. Übrigens ist es üblich, in dem realen Urtheile, d. h. in dem Urtheile über wirkliche (als wirklich gedachte) Dinge das Wort wirklich zu unterdrücken. Demzufolge hat die einfache Kopula „ist" mit Rücksicht auf die Qualität des Urtheils in Folge des Sprachgebrauches die Bedeutung des realen Seins, wie wenn es ausdrücklich hiesse „ist wirklich". Das Modalitätsurtheil (z. B., wenn es regnet, so bleibe ich zu Hause) hat ebenfalls keine besondere Kopula, da sich die Übereinstimmung durch die Satzbildung kenntlich macht: man müsste sonst die Konjunktionen „wenn — so" als die Kopula ansehen.

Über die Bedeutung des Wörtchens „nicht" in dem verneinenden Urtheile „A ist nicht B" kann man gelehrte und widersprechende Abhandlungen lesen. Die Sache ist jedoch ganz einfach und das Verständniss des verneinenden Urtheils ergiebt sich nach Dem, was wir in §§. 486 und 488 über die Verneinung überhaupt vorgetragen haben, sehr leicht. Bei natürlicher Auffassung des Urtheils bezieht sich die Partikel „nicht" auf das Prädikat B: dieses wird verneint, d. h. die in ihm liegenden Fälle werden ausgeschlossen, das eigentliche Prädikat, welches mit dem Subjekte A eine Gemeinschaft haben soll, ist also das von B ausgeschlossene ($-B$) und das Urtheil, A ist nicht B, sagt, dass A ein von B Ausgeschlossenes sei. So sagt das Urtheil, der Mensch ist nicht allmächtig oder der Mensch ist kein Allmächtiger, dass jeder Mensch in dem von der Allmächtigkeit ausgeschlossenen Objektsraume liege. Das verneinende Urtheil ist also ein bejahendes mit verneintem Prädikate.

Übrigens lässt das Urtheil, A ist nicht B, für A nicht jedes beliebige, sondern nur manches ausgeschlossene Objekt zu: dieses Urtheil hat also nicht die Bedeutung A ist jedes von B ausgeschlossene Objekt oder ist jedes Nicht-B, sondern A ist manches Nicht-B.

Wenn Jemand dieser Auffassung nicht folgen, sondern die Verneinung auf die Kopula ist beziehen will; so steht ihm Diess vollkommen frei, da der oberste Richter über die Bedeutung seiner Worte die Willkür des Denkenden ist; bei dem Gedankenaustausche mit Anderen wäre es nur nöthig, dass der so Denkende seinen ungewöhnlichen Willen kund gäbe. Bei dieser Auffassung hat das Urtheil, A ist nicht B, die Bedeutung, dass das bejahte Objekt A und das bejahte Objekt B keine Gemeinschaft haben, also sich gegenseitig ausschliessen; es wird jetzt nicht das Prädikat, sondern die Gemeinschaft zwischen Subjekt und Prädikat oder ihr Sein in gemeinschaftlicher Deckung verneint. Diese Auffassung ist vollkommen zulässig, liefert aber ein mit der vorstehenden Auffassung übereinstimmendes Resultat: denn wenn A und B sich ausschliessen; so ist A ein von B Ausgeschlossenes.

Hiernach ist es für das Resultat, wennauch nicht für den logischen Gedanken, gleichgültig, ob die Verneinung auf das Prädikat oder auf die Kopula bezogen wird. Auf das Subjekt die Verneinung zu beziehen, widerspricht dem Sprachgeiste, ist jedoch nicht unbedingt unzulässig. Natürlich darf das Urtheil mit verneintem Subjekte A

nicht so verstanden werden, dass jedes Nicht-A oder jedes von A ausgeschlossene Objekt ein B sei, sondern nur, dass manches Nicht-A ein B sei. Diesen Sinn hat das Urtheil, kein A ist ein B (kein Mensch ist allmächtig). Dieses Urtheil mit verneintem Subjekte ist daher mit dem gegebenen Urtheile mit verneintem Prädikate und mit dem erwähnten Urtheile mit verneinter Kopula äquipollent.

Besteht das Prädikat in dem Sein, lautet also das verneinende Urtheil, A ist nicht; so heisst das äquipollente Urtheil mit verneintem Subjekte, kein A ist. Die Kopula liegt jetzt mit in dem gleichlautenden Prädikate ist: will man sie logisch trennen; so muss man sagen, A ist nicht ein Objekt, A ist kein Etwas. Jetzt kann man, wenn man will, die Verneinung auch auf die Kopula beziehen, was bedeuten würde, dass A und Etwas nichts Gemeinsames haben.

Wir machen bei dieser Gelegenheit nochmals auf den Unterschied der Bedeutung der beiden Negationen nicht und kein aufmerksam. Nicht schliesst in seiner gewöhnlichen Bedeutung das verneinte Objekt A aus und lässt jedes ausgeschlossene Objekt zu, sagt also jeder Nicht-A. Kein dagegen schliesst zwar das Objekt A aus, lässt aber nicht jedes, sondern nur manches ausgeschlossene Objekt zu. Demzufolge kann das Urtheil, A ist nicht B, in das äquipollente Urtheil mit verneintem Subjekte in der Form, kein A ist ein B, verwandelt werden, wogegen die Verwandlung, ein Nicht-A ist ein B, falsch sein würde.

Wenn die Objekte oder Begriffe, welche überhaupt in einem Urtheile vorkommen, durch gehörige Definition vermittelst ihrer Merkmale genau bestimmt sind, und wenn ausserdem diejenigen Theile dieser Objekte, welche das Subjekt und diejenigen, welche das Prädikat des Urtheils bilden sollen, deren Deckung also durch das Urtheil konstatirt werden soll, in ihren Beziehungen zu allen jenen Merkmalen erkannt, also mittelst aller dieser Merkmale definirt sind, besteht die Formulirung des Urtheils lediglich in der Gleichsetzung der gemeinschaftlichen Theile des Subjektes und Prädikates.

Der Überblick über alle nach der Definition der im Urtheile vorkommenden Objekte etwa in Frage kommenden Beziehungen und Operationen erleichtert sich, wenn man alle in dem Urtheile vorkommenden Objekte durch die Theile darstellt, welche nur einem, oder je zwei, oder je drei u. s. w. unter ihnen gemeinschaftlich angehören. Kommen also beispielsweise in dem Urtheile vier Begriffe a, b, c, d vor, wie es in dem Urtheile „ein denkender Katholik ist leicht ein Zweifler" der Fall ist, indem die vier Begriffe „denken, Katholik, leicht, Zweifler" bei der Reduktion auf ein Quantitätsurtheil als die sich gegenseitig beschränkenden Quantitäten „Denken, Katholik, Sein mit Leichtigkeit, Zweifler" in Betracht gezogen werden; so stellen wir uns jene Begriffe in der Form

$$a = |a| + |ab| + |ac| + |ad| + |abc| + |abd| + |acd| + |abcd|$$
$$b = |b| + |ab| + |bc| + |bd| + |abc| + |abd| + |bcd| + |abcd|$$
$$c = |c| + |ac| + |bc| + |cd| + |abc| + |acd| + |bcd| + |abcd|$$
$$d = |d| + |ad| + |bd| + |cd| + |abd| + |acd| + |bcd| + |abcd|$$

vor. Alle möglichen Fälle liegen darin, dass von den Theilen von a, b, c, d etliche gleich null sind, dass also gewisse Partikularitäten und Gemeinsamkeiten zwischen den Objekten a, b, c, d nicht vorhanden sind.

Sowohl das Subjekt A, als auch das Prädikat B eines Urtheils $A \asymp B$, oder, wenn es sich um die Beurtheilung mehrerer Objekte A, B, C . . . handelt, alle diese Objekte können vermittelst der Partikularitäten der Begriffe a, b, c, d in beliebiger Weise definirt werden. So kann z. B. bestimmt sein, dass das Subjekt A das Gemeinsame der beiden Begriffe a und b, das Prädikat B dagegen das Gemeinsame der beiden Begriffe c und d sei, dass man also

$$A = |ab| + |abc| + |abd| + |abcd|$$
$$B = |cd| + |acd| + |bcd| + |abcd|$$

habe. Das Urtheil zwischen A und B gewinnt man immer durch Gleichsetzung des Gemeinsamen von A und B, im vorstehenden Falle also durch die Gleichungen

$$|abcd| = A - |ab| - |abc| - |abd| = B - |cd| - |acd| - |bcd|$$

Man erkennt, dass sich das Urtheil zwischen A und B nach der Definition von A und B durch die Partikularitäten von a, b, c, d in allen Fällen sofort in Form einer Gleichung niederschreiben lässt, ohne zuvor die Werthe von A und B niederzuschreiben und das Gemeinsame Beider zu entwickeln.

Ein Beispiel zu dem vorstehenden Urtheile ist, der denkende (a) Katholik (b) ist ein geheimer (c) Zweifler (d). Die Spezialitäten dieses Urtheils entsprechen den Fällen, wo von den in der letzteren Gleichung vorkommenden Partikularitäten etliche gleich null werden. Ist z. B. $|ab| = 0$, $|abc| = 0$, $|abd| = 0$; so hat man in der Gleichung

$$A = B - |cd| - |acd| - |bcd|$$

das Urtheil, jeder denkende Katholik ist ein geheimer Zweifler (während das Urtheil in der Form der allgemeinen Gleichung lautet, mancher denkende Katholik ist ein geheimer Zweifler). Wenn $|abcd| = 0$ ist, liefern die beiden Definitionen

$$A = |ab| + |abc| + |abd|$$
$$B = |cd| + |acd| + |bcd|$$

da sie nichts Gemeinsames haben, das verneinende Urtheil, kein denkender Katholik ist ein geheimer Zweifler.

Würde bestimmt, dass das Subjekt A das Gemeinsame der drei Begriffe a, b, c und das Prädikat B der vierte Begriff d sei, dass man also

$$A = |abc| + |abcd|$$
$$B = |d| + |ad| + |bd| + |cd| + |abd| + |acd| + |bcd| + |abcd|$$

habe; so ergiebt sich das Urtheil

$$abcd = A - |abc| = B - |d| - |ad| - |bd| - |cd| - |abd| - |acd| - |bcd| - |abcd|$$

Ein Beispiel hierzu ist das Urtheil, ein denkender (a) Katholik (b) ist im Alter (c) ein Zweifler (d).

Würde verlangt, dass das Subjekt A der Inbegriff der beiden Begriffe a und b, das Prädikat aber der dritte Begriff c unter Ausschluss aller dem Begriffe d angehörigen Fälle sei; so hat man

$$A = a + b = |a| + |b| + |ab| + |ac| + |ad| + |bc| + |bd| \\ + |abc| + |abd| + |acd| + |bcd| + |abcd|$$

$$B = c - d = |c| + |ac| + |bc| + |abc|$$

(indem aus dem Werthe von B diejenigen Partikularitäten von c gestrichen werden, welche zugleich dem d angehören). Das Urtheil zwischen A und B lautet, da $|ac| + |bc| + |abc|$ das Gemeinsame von A und B ist,

$$|ac| + |bc| + |abc| = A - |a| - |b| - |ab| - |ad| - |bd| \\ - |abd| - |acd| - |bcd| - |abcd| \\ = B - |c|$$

Ein Beispiel zu diesem Urtheile wäre etwa, der Denker und der Katholik ist ein Zweifler, jedoch kein geheimer.

Aus dem formulirten Urtheile ergeben sich durch Transposition alle äquipollenten und unter Berücksichtigung der beiden zu einem Urtheile gehörigen Gleichungen alle Urtheile über die in dem Subjekte und Prädikate liegenden Partikularitäten oder Nebenbeziehungen. So sagt z. B. das Urtheil

$$c = a - y - y' = b - x - x'$$

worin c das Gemeinsame von a und b bedeutet, mancher a ist ein b, jeder c ist ein a, jeder c ist ein b, in der Form $b - x - x' = a - y - y'$ aber, mancher a ist ein b, ferner sagt dasselbe, mancher a mit Aus nahme der y ist ein b, ist auch ein b mit Ausnahme der x oder der x', auch ein b mit Ausnahme der x und der x', sodann sagt dasselbe, jeder a mit Ausnahme der y und y' ist ein b, auch ist er ein b mit Ausnahme der x oder der x'. In der Form $a + x - y - y' = b - x'$ sagt dasselbe, mancher a und x ist ein b. In der Form $a + x - y' = b + y - x'$, mancher a und x ist ein b und y. In der Form $a + x + x' = b + y + y'$, jeder a, x und x' ist ein b, y und y', u. s. w.

§. 505.

Ansichten über das Urtheil.

Was die Ansichten der Logiker über das Urtheil betrifft; so konfundirt Mill in seiner deduktiven und induktiven Logik die Definitionen und Urtheile miteinander und sogar mit den Schlüssen dergestalt, dass es unmöglich ist zu unterscheiden, ob Definition und Urtheil etwas Verschiedenes oder ob eine Definition ein Urtheil oder ob ein Urtheil eine Definition sei. Von einer prinzipiellen Bedeutung des Einen und des Anderen und demzufolge von einer charakteristischen Unterscheidung Beider ist überhaupt in jenem, sowie in den mir sonst

bekannt gewordenen Werken über Logik keine Rede. Alles dreht sich um rein äusserliche, den sprachlichen Ausdruck betreffende Unterscheidungen und Klassifikationen, untermischt mit philosophischen und metaphysischen Ergüssen über glauben (für wahr halten), empfinden und andere der reinen Logik durchaus fern liegende Gegenstände. Bei diesem Mangel fester Ansichten über das Wesen der Urtheile bin ich ausser Stande, die oben vorgetragene Theorie des Urtheils mit der Ansicht Anderer in kritische Parallele zu stellen. Nur so viel muss ich hier mit Entschiedenheit hervorheben, dass Definition und Urtheil auf zwei ganz verschiedenen und selbstständigen Denkprozessen beruhen, von welchen keiner durch den anderen ersetzt werden kann.

Das Urtheil beruht auf der Vergleichung zweier Objekte A und B. Ein jedes dieser beiden Objekte ist durch eine Definition gegeben. Vermöge dieser Definition, welche die Einschliessung oder Begrenzung des Objektes bezweckt, erscheint A als ein selbstständiges, von jedem anderen Dinge B völlig unabhängiges Objekt: in die Definition von A treten nur die wesentlichen Merkmale a, $b \ldots$ dieses Objektes, nicht die Merkmale anderer Objekte wie B ein. Das Objekt A ist also durch seine wesentlichen Merkmale a, b in der Form $A = |a| + |b| + |ab|$ definirt. Ebenso ist das Objekt B durch seine wesentlichen Merkmale c, $d \ldots$ in der Form $B = |c| + |d| + |cd|$ unabhängig von A und dessen Merkmalen definirt.

Diese Definitionen von A und B geben nicht den geringsten Anhaltspunkt zum Ausspruche eines Urtheils zwischen A und B. Dieses Urtheil beruht auf der Vergleichung von A und B, auf der Ermittlung der Art und Weise, wie das eine Objekt eine Eigenschaft des anderen bezeichnen könne, also auf der Erkenntniss des Gemeinsamen, in welchem A und B sich begegnen, worin sie zusammtreffen oder sich verbinden. Zu dieser Erkenntniss ist ein ganz besonderer, von der Definition unabhängiger Denk-, oder Erforschungsprozess nöthig, welcher die Beurtheilung von A durch B ausmacht. Dieser Prozess wird systematisch vollführt, wenn das Objekt A gleichzeitig nicht nur durch seine eigenen wesentlichen Merkmale a, b, sondern auch durch die wesentlichen Merkmale c, d des anderen Objektes B, also durch die Merkmale a, b, c, d, welche ihm zum Theil ursprünglich ganz fremd sind, dargestellt wird. Wenn das Nämliche mit dem Objekte B geschieht, erscheint A und B nach §. 504 als ein Inbegriff von Theilen wie $|a|$, $|b|$, $|c|$, $|d|$, $|ab|$, $|ac|$, $|abc|$, $|abd|$, $|bcd|$, $|abcd|$ u. s. w. Erst durch diese Darstellung (worin ein mit denselben Buchstaben bezeichneter Theil wie z. B. $|ab|$ nicht mehr denselben Werth hat, wie in der ursprünglichen Definition des Objektes A mit einer anderen Zahl von wesentlichen Merkmalen, indem jetzt $|ab| + |abc| + |abd|$ den Werth des früheren $|ab|$ ausmacht) lässt sich das dem A und B Gemeinsame erkennen und das Urtheil zwischen A und B finden.

Das Urtheil zwischen A und B liegt daher keineswegs in der Definition von A und B; dasselbe verschafft uns eine neue Erkenntniss über die Objekte A und B, welche aus deren Definition durchaus nicht hervorgeht und nur durch einen besonderen, selbstständigen Denkprozess der Vergleichung gewonnen werden kann.

So können wir beispielsweise ein Dreieck A und ein Viereck B vollständig und richtig geometrisch bestimmt (definirt) haben, ohne das Geringste darüber zu wissen, ob und wie sich diese Figuren etwa durchschneiden. Diese letztere, offenbar ganz neue Erkenntniss (welche dem logischen Urtheile adäquat ist) erlangen wir erst durch Vergleichung oder Verbindung jener beiden Figuren miteinander, was selbstständige geometrische Konstruktionen, die auf Verschiebungen hinauslaufen und die Bestimmung gemeinschaftlicher Örter bezwecken, oder arithmetische Gleichsetzung der die Vektoren vertretenden Ausdrücke erfordert.

Ebenso kann der Begriff Mensch durch seine wesentlichen Merkmale vollständig definirt sein, ohne dass wir dadurch zu dem Urtheile berechtigt wären „das Blut des Menschen enthält Eisen“. Dieses Urtheil liegt weder in der Definition des Menschen, noch in der des Eisens; dasselbe ergiebt sich erst durch eine auf physische Erkenntniss gestützte Vergleichung.

Das Urtheil beruht auf der Bestimmung des relativen Ortes, welchen ein Objekt gegen ein anderes einnimmt; jenachdem man also das letztere Objekt variirt, erlangt man über das gegebene Objekt, ohne dass sich dessen Definition ändert, unendlich viel verschiedene Urtheile, welche nicht in jener Definition liegen.

Die Falschheit der Urtheile über wohl bekannte oder richtig definirte Objekte, also die ungenügende, verfehlte, gedankenlose Vergleichung dieser Objekte, die Mangelhaftigkeit der Erkenntniss eben Desjenigen, was das Urtheil zwischen den Objekten A und B oder über das Subjekt A Neues enthalten soll, ist einer der allergewöhnlichsten Fehler, welche beim Denken und Reden begangen werden und welche dann selbstredend zu falschen Schlüssen aus jenen Urtheilen und zu den zahllosen Irrthümern führen, welche in scheinbar gründlichen, logischen, wissenschaftlichen Darstellungen vorkommen. Die irrthümliche Ansicht jedoch, dass jedes wahre Urtheil über ein Objekt bereits in dessen Definition liege, entspringt theils aus der unzulänglichen Erkenntniss des Wesens des Urtheils, theils aus einer ungenügenden oder vielmehr ganz bei Seite gelassenen Erwägung der verschiedenen Qualitätsstufen des Seins, insbesondere der verschiedenen Bedeutungen, welche die Wirklichkeit hat.

So sind z. B. Mensch und Plato (als ein gewisser konkreter Mensch) zwei Begriffe, resp. ein Gattungs- und ein Individualbegriff. Als Begriffe haben sie logische, nicht mathematische, nicht physische und nicht äussere Wirklichkeit. Es steht uns frei, statt eines nach gewissen Attributen definirten konkreten Menschen, welchen wir Plato nennen, welcher aber vermöge seiner rein logischen Definition auf dem Monde und auf dem Grunde des Meeres, einbeinig, 100 Meter gross und 1000 Jahr alt gedacht werden kann, dasjenige Individuum zu betrachten, welches einem speziellen Naturgesetze folgt und den physischen Plato darstellt, der nicht auf dem Monde und nicht auf dem Meeresgrunde, wohl aber an Orten leben und Thätigkeiten verrichten kann, welche ihm faktisch durchaus fremd waren, der auch eisenfreies Blut haben kann (insofern der Eisengehalt des Blutes nicht etwa eine nothwendige Lebensbedingung der Menschen ist). Sodann können wir

statt des physischen Plato den faktischen Plato betrachten, welcher gewiss auch Eisen im Blute besessen hat. Für den faktischen Plato ist also die Eisenhaltigkeit des Blutes ein wesentliches Merkmal, muss daher auch in dessen Definition liegen; für den physischen Plato jedoch (den naturgesetzlichen, von welchem der faktische Plato nur einer der unendlich vielen möglichen Fälle ist) ist die Eisenhaltigkeit wahrscheinlich, für den anschaulichen und für den logischen Plato sicherlich kein wesentliches Merkmal, mithin auch kein Bestandtheil der Definition, sondern, wenn sich diese Eisenhaltigkeit bestätigen sollte, ein von der Definition ganz unabhängiges, durch rationelle Vergleichung zu begründendes Urtheil.

§. 506.

Die Wahrheit im Urtheile.

Wahrheit oder Übereinstimmung unserer Erkenntniss mit der Wirklichkeit oder absolute Wahrheit ist eine philosophische Idee. Unter ihrer Herrschaft bildet sich die logische Wahrheit, welche die Übereinstimmung eines Begriffes mit dem darunter vorgestellten Objekte bedeutet. Logische Wahrheit ist also Wahrheit, soweit sie vom Denkprozesse abhängt, oder subjektive Wahrheit; wir nennen sie Richtigkeit.

Übereinstimmung unserer Vorstellung mit einem ausserhalb des subjektiven Vorstellungsgebietes liegenden Objekte ist ein aus der Wechselwirkung des Geistes mit der Welt entspringendes Erforderniss. Wir denken immer ein Objekt, wir setzen also immer ein Objekt voraus, welches mit unserer Vorstellung übereinstimmt. Denken wir Möglichkeiten; so setzen wir ein übereinstimmendes mögliches Objekt voraus oder wir nehmen an, dass unser Begriff mit einem möglichen Objekt übereinstimmt: denken wir Wirklichkeiten; so setzen wir ein übereinstimmendes wirkliches Objekt voraus oder wir nehmen an, dass unser Begriff mit einem wirklichen Objekte übereinstimmt.

Es kann sowohl der subjektive Begriff, als auch das Objekt das ursprünglich Gegebene sein. Ist der Begriff gegeben, also spontan gebildet; so könnte es sich ereignen, dass das diesem Begriffe entsprechende Objekt keinem thatsächlich existirenden Grössengebiete angehört: für die auf ein thatsächliches Grössengebiet angewandte Logik wird aber vorausgesetzt, dass jeder gegebene Begriff einem jenem Gebiete angehörigen Objekte entspricht. Ist das Objekt gegeben; so wird vorausgesetzt, dass der Begriff davon diesem Objekte entsprechend richtig gebildet sei.

Ob Das, was wir unter dem Begriffe Baum denken, thatsächlich einem Baume der äusseren Wirklichkeit entspricht, mag für die in diesem Begriffe liegende subjektive Erkenntniss gleichgültig sein: wir setzen aber zunächst und unbedingt Übereinstimmung mit einem Objekte voraus oder wir nehmen die subjektive für eine objektive Erkenntniss: alsdann aber setzen wir, wenn wir von Dingen der äusseren Natur reden, Übereinstimmung mit einem wirklichen Baume voraus. Ebenso nehmen wir das Urtheil, dieser Baum ist grün, indem wir dasselbe weiteren

logischen Operationen zu Grunde legen, als richtig an, unbekümmert um die Mittel, durch welche die in diesem Urtheile liegende Erkenntniss gewonnen ist. Häufig vermögen wir sogar die Mittel gar nicht zu bezeichnen, welche anzuwenden sind, um die Eigenschaften eines Objektes, sei es ein sinnliches (physisches) oder ein anschauliches (mathematisches) oder ein begriffliches (logisches) unzweifelhaft zu erkennen, also um eine Definition davon zu bilden und ein Urtheil darüber auszusprechen. Indem wir ein Urtheil oder eine Definition als richtig voraussetzen, haben wir es mit einer Annahme, einer Erwartung, einer hypothetischen Wahrheit zu thun.

Auch bei einer logischen Operation mit Begriffen, z. B. bei einem logischen Schlusse machen wir die Voraussetzung, dass sie richtig vollführt werde, und man versteht schlechterdings unter einem logischen Schlusse stets einen richtigen logischen Schluss. Die logische Operation ist also an sich eine richtige, mit einem wirklichen gesetzlichen Vorgange in Übereinstimmung stehende Operation. Insofern wir aber diese Operation mit Begriffen vornehmen, welchen nur eine hypothetische Wahrheit innewohnt, kann das Resultat ebenfalls nur eine hypothetische Wahrheit enthalten, nämlich eine solche, welche durch die Wahrheit der Ausgangsbegriffe bedingt ist. Der logische Prozess ist also, solange die Richtigkeit der Prämissen in Frage steht, nur ein formal oder subjektiv richtiger Erkenntnissprozess: seine Resultate sind sicherlich so weit, jedoch auch nur so weit wahr, als die Definitionen und Urtheile, auf die er sich stützt, wahr sind; die objektive Wahrheit der Letzteren kann nicht durch rein logische Operationen gewonnen werden.

Wenn wir sagen, der Himmel ist blau, die blaue Farbe ist den Augen angenehm, folglich ist der blaue Himmel den Augen angenehm; so können die ersten beiden Urtheile für die Logik, welche daraus den letzteren Schluss bildet, nur als Hypothesen gelten, wie wenn dafür gesagt wäre, angenommen, der Himmel sei blau und die blaue Farbe sei den Augen angenehm. Der logische Schluss, dass der Anblick des blauen Himmels unseren Augen angenehm sei, hat also, obgleich er subjektiv nach richtigen Denkgesetzen gebildet ist, doch in seiner objektiven Bedeutung oder in Beziehung auf die physische Wirklichkeit nur eine hypothetische Richtigkeit, d. h. seine Wahrheit ist bedingt durch die Wahrheit der vorangestellten Urtheile. Man kann nur schliessen, dass wenn der Himmel blau und wenn die blaue Farbe unseren Augen angenehm ist, auch der Anblick des blauen Himmels einen angenehmen Eindruck mache.

Die Wahrheit in der Definition setzt die Richtigkeit der Merkmale und der Deckung durch dieselben voraus; die Wahrheit im Urtheile verlangt ausser der Wahrheit in der Definition des Subjektes und Prädikates die Richtigkeit der Vergleichung zwischen diesen beiden Begriffen, also die richtige Beurtheilung des Subjektes durch das Prädikat, d. h. sie setzt voraus, dass die Gemeinschaft, welche zwischen dem richtig definirten Subjekte und dem richtig definirten Prädikate besteht, erkannt und durch das Urtheil zum richtigen Ausdrucke gebracht sei.

Die lediglich formale Richtigkeit der reinen Logik, welche nur eine subjektive, nicht aber eine objektive Wahrheit nach sich zieht, haftet

auch der reinen Mathematik an. Auch die mathematische Operation, sei es eine arithmetische Rechnung, eine geometrische Konstruktion, eine mechanische Operation hat zunächst nur eine subjektive Bedeutung für unser Anschauungsvermögen, durchaus keine objektive Bedeutung für die faktische physische Wirklichkeit. Die Sätze der reinen Geometrie, z. B. dass die drei Winkel eines Dreieckes gleich zwei rechten seien, sind wie die Sätze der reinen Logik nur Theile eines in uns existirenden, subjektiven Systems von Vorstellungen, mit welchen nicht die geringste Erkenntniss über die im Raume faktisch existirenden Dinge der äusseren Welt verbunden ist. Mit dem ganzen mathematischen Apparate von arithmetischer und geometrischer Erkenntniss können wir nicht ausmachen, ob eine vor uns liegende Wiesenfläche wirklich ein Dreieck bilde, wie lang seine Seiten, wie gross seine Winkel seien. Es existirt überhaupt nirgends in der physischen Welt ein Dreieck als faktische Körpergrenze; keine Kante eines Körpers ist eine Linie, am wenigsten eine gerade, keine Ecke ein Punkt, keine Oberfläche eine Ebene. Die angenäherte Kenntniss von der geometrischen Gestalt eines Körpers erlangen wir durch ganz andere, als mathematische Operationen, nämlich durch praktische Messungen und Beobachtungen, und wenn wir, gestützt auf solche unvollkommenen Prozeduren, endlich das arithmetische Rechnungs- oder das geometrische Konstruktionsresultat verkünden: jene dreieckige Wiesenfläche von 100 Meter Länge und 30 Meter Höhe hat einen Flächeninhalt von 1500 Quadratmeter; so heisst Diess nur: wenn die Grenzfigur jener Fläche wirklich ein Dreieck ist und wenn dieses Dreieck wirklich die gedachten Dimensionen hat, was nach den vorgenommenen Operationen näherungsweise der Fall ist; so hat die Fläche den bezeichneten Inhalt.

Während die Mathematik zu ihren Operationen das Rohmaterial aus der Sinneswelt, der Welt des Lichtes, des Schalles, der Wärme u. s. w. nimmt, um daraus anschauliche Raumgestalten, Zeitgrössen, Kraftgrössen u. s. w. zu abstrahiren, nimmt die Logik zu ihren Operationen das Rohmaterial aus der anschaulichen oder mathematischen Welt, aus der Welt des Raumes, der Zeit, der Kraft u. s. w., um daraus reine Begriffe zu abstrahiren. Alle diese mathematischen Grössen und logischen Begriffe nebst den daraus gemachten Folgerungen, Lehrsätzen u. s. w., bilden ein System von subjektiven Wahrheiten, d. h. von Erkenntnissen, welche für den Denkenden wahr sind, nicht von physischen und äusseren Wahrheiten. Diese physische Wahrheit kümmert weder die Mathematik, noch die Logik. Ebensowenig kümmert sich die Logik um die mathematische Wahrheit, d. h. die mathematische Wahrheit ist für sie ein fremder Gegenstand, welcher ihre spezifisch logischen Operationen nicht beeinflusst, wenn er auch vermöge des Zusammenhanges aller Erkenntnissgebiete, also nach philosophischen Prinzipien in ihr Bereich gezogen und daher zur Erforschung der logischen Wahrheit benutzt werden kann.

Die Bedeutung, welche eine Wahrheit als subjektive Erkenntniss hat, ist im Gebiete des betreffenden Geistesvermögens, welches sie produzirt, oder in Beziehung auf die diesem Gebiete angehörigen Grössen natürlich eine wirkliche oder objekte Wahrheit, d. h. die logische Wahrheit hat wirkliche Gültigkeit für reine Begriffe, die mathematische Wahrheit

hat wirkliche Gültigkeit für reine Anschauungen. Ebenso sagen wir, die physische, empirische Wahrheit, welche die Erkenntniss der Sinne ausmacht, hat wirkliche Gültigkeit für die Erscheinungen, also für die physischen Dinge und demnach für die Naturwissenschaft. Was wir mit normalen Sehorganen und unter normalen Verhältnissen roth sehen, ist in der physischen Wirklichkeit roth, d. h. es findet eine Übereinstimmung zwischen den optischen Eigenschaften eines physischen Objektes mit dem Sehorgane statt. Das Erscheinen des Roth unter normalen Umständen ist daher ein vollgültiges Zeugniss von dieser Übereinstimmung oder von einer physischen Wahrheit. Fände beim Sehakte nicht die erwähnte Normalität der Verhältnisse statt, wie es z. B. bei einem farbenblinden Auge oder beim Durchgange des Lichtstrahles durch ein gefärbtes Medium der Fall ist; so enthielte der Gesichtseindruck natürlich keine physische Wahrheit, sondern besässe nur eine subjektive oder hypothetische Wahrheit für den Sehenden. Wie bei dem logischen Urtheile und der mathematischen Vergleichung, so geht der Mensch auch beim Sehen, Hören und überhaupt beim Gebrauche seiner Sinne von der Voraussetzung aus, dass sein Sinnesapparat normal funktionire und dass normale Verhältnisse obwalten, er setzt also bei der Empfängniss der Sinneseindrücke die Wahrheit derselben voraus und es ist eine spezielle Aufgabe der Naturwissenschaft, diese physische Wahrheit zu prüfen, zu konstatiren und durch geeignete Beobachtungsmethoden herbeizuführen.

Für den Sehenden, d. h. für dessen subjektives Urtheil, ist das roth gesehene Objekt wirklich roth, wie für den mathematisch Anschauenden das kreisförmig vorgestellte Objekt wirklich ein Kreis und für den logischen Denker der als Pferd gedachte Begriff wirklich ein Pferd ist. Diese subjektiven Vorstellungen sind jedoch durchaus nicht ohne Weiteres faktische Wahrheiten, d. h. das ihnen zu Grunde liegende faktische Objekt kann grün, kann ein Tausendeck, kann ein Esel sein: ja, es ist sogar möglich, dass meine Vorstellung vom Roth überhaupt (wegen der Fehlerhaftigkeit meines Sehorgans) nicht einmal eine physische Wahrheit enthält, dass meine Vorstellung vom Kreise überhaupt (wegen fehlerhafter mathematischer Auffassung) nicht einmal eine mathematische Wahrheit enthält und dass meine Vorstellung vom Pferde überhaupt (wegen fehlerhafter logischer Definition) nicht einmal eine logische Wahrheit enthält. Die Möglichkeit der aus einem fehlerhaften Sinnesorgane oder aus anderen Umständen entspringenden optischen Täuschung ist die Analogie zu dem mathematischen und logischen Irrthume, welchen ich durch falsche Definitionen, Urtheile, Schlüsse, Rechenfehler, unrichtige Konstruktionen u. s. w. begehe. Derartige Täuschungen, Fehler, Irrthümer betreffen nicht eigentlich die Objektivität der Wahrheit (auch für den Irrenden hat die für wahr gehaltene falsche Vorstellung objektiven Werth); dieselben betreffen vielmehr das Absolute der Wahrheit. Das roth gesehene Objekt ist nicht bloss subjektiv, sondern auch wirklich oder objektiv roth für den Sehenden: allein es ist darum noch nicht absolut oder unbedingt, d. h. nicht für Jedermann roth. Und wenn dasselbe für jeden normal sehenden Menschen roth wäre; so wäre die Absolutheit der rothen Farbe doch nur für die Gattung der Menschen, noch nicht für alle Ge-

schöpfe erwiesen. Vollkommene Absolutheit würde die Übereinstimmung des Eindruckes für alle Wesen der Welt voraussetzen; sie ist ein Merkmal der philosophischen Wahrheit.

Für eine reine, d. h. für eine solche Wissenschaft, welche von der Anwendung auf ausserhalb ihres Gebietes liegende Grössen absieht, handelt es sich in Betreff der Wahrheit oder Richtigkeit ihrer Sätze lediglich um die Übereinstimmung mit den Grundsätzen dieser Wissenschaft. Man könnte allenfalls sagen, mit den Grundsätzen und ihren Konsequenzen: da jedoch unter den Konsequenzen nur grundsätzliche Konsequenzen verstanden werden dürfen; so ist der Zusatz überflüssig. Für eine angewandte Wissenschaft, welche ihre reinen Sätze mit denen einer anderen Wissenschaft verbindet, handelt es sich um die Übereinstimmung mit den Grundsätzen mehrerer Wissenschaften, immer aber um die Uebereinstimmung mit Grundsätzen. Für die Anwendung auf Thatsachen handelt es sich dann noch um die Übereinstimmung mit Thatsachen.

Beispiele rein sinnlicher oder physischer Wahrheit sind die Urtheile: der Schall hat eine Intensität, das Licht hat eine Farbe. Beispiele von sinnlich-thatsächlicher Wahrheit sind die Urtheile: die Sonne dort oben leuchtet in weissem Lichte, dieses Ding schmeckt süss.

Steigen wir bis zum Gebiete der Anschauungen oder dem mathematischen Gebiete auf; so ist ein rein mathematisches wahres Urtheil der Satz, eine gerade Linie schneidet den Kreis in zwei Punkten (seine Wahrheit beruht in der Übereinstimmung mit rein mathematischen Grundsätzen und deren Konsequenzen). Mathematisch-physisch wahr ist das Urtheil, die Oktave hat die doppelte Zahl der Schwingungen des Grundtones; das Gold ist gelb (der mit Gold bezeichnete, thatsächlich existirende chemilogische Stoff hat thatsächlich eine gelbe Farbe). Mathematisch-thatsächlich wahr ist das Urtheil, die Umdrehungsaxe der Erde schneidet den Meridian von Greenwich im Nord- und im Südpole.

Der Eintritt in das Gebiet der Begriffe oder in das logische Gebiet liefert zunächst rein logische Wahrheiten, wie z. B., die Wirkung hat dieselbe Quantität wie die Ursache; die Universalität schliesst die Partikularität ein; sodann logisch-mathematische oder arithmetische Wahrheiten, wie Grösseres zu Grösserem addirt, giebt Grösseres; dann logisch-physische Wahrheiten, wie, die Vermischung einer Farbe mit einer anderen bedingt eine Veränderung der optischen Erscheinung; endlich logisch-thatsächliche Wahrheiten, wie Rom liegt in Italien, der Mensch hat Vernunft, die Kreuzzüge hatten eine Ursache in der religiösen Idee. Eine Verbindung von logischer mit mathematischer, physischer und thatsächlicher Wahrheit (in Begriffen, Anschauungen, Erscheinungen und Thatsachen) liegt in dem Urtheile, die Reformation, welche sich im sechzehnten Jahrhundert in Deutschland vollzog, war eine Folge des Missbrauches der kirchlichen Gewalt, der sich nicht bloss in Einrichtungen und Thaten, sondern auch in sichtbaren Aufzügen, in hörbaren Reden und in fühlbaren körperlichen Misshandlungen kund gab.

Fingirt, ohne Übereinstimmung mit einem thatsächlichen Grössengebiete ist das Urtheil, der Drache speit Feuer. Unwahr ist das physische Urtheil, das grüne Blatt ist roth, und das mathematische

Urtheil, 2 mal 2 ist 5, und das logische Urtheil, die Partikularität schliesst die Universalität ein. Mit solchen fingirten und unwahren Urtheilen lässt sich logisch ebenso operiren wie mit wahren; die Übereinstimmung mit dem Objekte wird präsumirt: da sie aber nicht stattfindet oder ungewiss ist; so sind auch die sich ergebenden Resultate Fiktionen oder Unwahrheiten.

Eine rationelle Logik erwartet immer, dass die gegebenen Urtheile, insofern ihre Unwahrheit oder ihre Zweifelhaftigkeit nicht ausdrücklich anerkannt ist, wahr oder in Übereinstimmung mit der Wirklichkeit seien.

Dass die Wahrheit, obwohl philosophischen Ursprungs, doch in jeder Wissenschaft eine grosse Rolle spielt, darf ebenso wenig befremden, als dass die zufällige Thatsache, welche einem ungeistigen Gebiete angehört, Diess thut. Jede einzelne Wissenschaft hat überhaupt keine Berechtigung zu absolut selbstständiger Existenz; die Wissenschaften stehen alle in einem systematischen Zusammenhange, weil sie und ihre speziellen Grössengebiete nur die Vertreter der mannichfaltigen Gesetze und Eigenschaften des Geistes sind, welcher sich in seiner Zusammenwirkung mit dem ausser ihm Seienden, d. h. mit der Welt manifestirt. Demzufolge fehlen der Logik nicht die philosophischen Prinzipien und die mathematischen Gesetze (von welchen Letzteren unsere Logik einen sprechenden Nachweis liefert), auch nicht die Thatsachen (welche das Material zu den Begriffen liefern). Ebenso wenig fehlen der Mathematik die philosophischen, die logischen und die empirischen Gesetze: dieselben verhüllen sich nur, weil einem fremden Gebiete entstammend und darum nicht spezifisch mathematischen Gepräges, dem Auge des Mathematikers; sie werden von diesem meistens unbewusst, darum aber auch häufig ohne Kritik geübt und nicht gewürdigt. Alles konkrete Material der reinen Geometrie, der Chronologie, der Mechanik u. s. w., d. h. der speziellen Anschauungen von räumlichen, zeitlichen, mechanischen u. s. w. Grössen, welche die Beschränkung des allgemeinen mathematischen Prozesses durch gegebene Dinge (Daten, Thatsachen) darstellen, entstammt der Sinneswelt, dem Reiche der Farben, der Töne, der Druckempfindungen u. s. w.; erst die Sinneseindrücke liefern unserem Anschauungsvermögen Stoff zu mathematischen Grössen und Entwicklungen, rufen dieses Vermögen wach, veranlassen es, seine spezifische mathematische Thätigkeit zu entfalten. Diese Mitwirkung der Sinneswelt entgeht dem mathematischen Denker, da sie nicht unmittelbar Anschauung ist, sondern nur Material und Veranlassung zu Anschauungen darbietet.

Ebenso entgeht ihm das logische Rüstzeug seiner Entwicklungen: er spricht Urtheile aus und macht Schlüsse, ohne sich zu sagen, dass Diess keine mathematischen, sondern logische Operationen sind, welche unter ganz anderen Gesetzen, als den Regeln einer mathematischen Rechnungsart stehen. Dass eine arithmetische Rechnung oder eine geometrische Konstruktion ein richtiges Resultat liefert, d. h. eine folgerichtige Entwicklung der als richtige Voraussetzungen an die Spitze gestellten Sätze enthält, beruht durchaus nicht auf mathematischen, sondern auf logischen Gesetzen. Diese logischen Gesetze sind jedoch so innig mit den mathematischen verwebt und erscheinen äusserlich in einem so mathematischen Gewande, dass sich die Fremdheit ihres

Ursprungs meistens der Wahrnehmung entzieht. So ist es uns z. B. nicht unmittelbar gegenwärtig, dass wir, indem wir zwei Gleichungen durch Addition oder Multiplikation mit einander verbinden, neben der rein mathematischen Rechnung, d. h. neben der rein mathematischen Ausrechnung und Entwicklung des Resultates einen rein logischen Schluss machen, welcher eben sagt, dass wenn die beiden Gleichungen richtig sind, auch die mathematische Rechnung mit diesen Gleichungen richtig sein muss.

Noch mehr aber wie die logischen, entrücken sich die philosophischen Prinzipien dem Gesichtskreise des Mathematikers, und doch beruht die Wahrheit der mathematischen Sätze weder auf mathematischer, noch auf logischer, noch auf physischer (empirischer), sondern einzig und allein auf philosophischer Basis und stützt sich schliesslich auf die Wahrheit der Grundsätze (Axiome). Jeder mathematische Satz ist durchaus nicht desshalb wahr, weil er nach mathematischen Regeln entwickelt ist, auch nicht desshalb, weil er nach logischen Gesetzen richtig abgeleitet ist (denn durch diese Folgerichtigkeit ist Nichts über die Richtigkeit der an die Spitze gestellten und im Laufe der Rechnung eingeflochtenen Voraussetzungen erwiesen); der mathematische Satz ist nur desshalb wahr, weil die Grundsätze, aus welchen die mathematische Erkenntniss entspringt, wahr sind.

Hieraus geht hervor, welche grosse Wichtigkeit die Grundsätze der Mathematik und überhaupt einer jeden Wissenschaft, so auch die der Logik für die betreffende Wissenschaft haben. Merkwürdigerweise werden aber die Grundsätze in allen Wissenschaften mit einer unglaublichen Nichtachtung traktirt. In den meisten Wissenschaften kennt man kaum den Namen eines Grundsatzes, und in derjenigen Wissenschaft, wo die Grundsätze fast allein mit einem Namen beehrt werden, in der Mathematik, werden sie höchst stiefmütterlich, gewissermaassen im Vorbeigehen behandelt und mit einigen, aufs Gerathewohl entstandenen Sätzen abgefertigt, ohne dass man nach einem Systeme, nach einer Vollständigkeit, nach einem Charakter der Grundsätze fragt. Geht es denn etwa ohne Grundsätze? O nein! die Grundsätze sind die unveräusserliche Grundlage für die Wahrheit einer Wissenschaft: aber sie entstammen nicht dieser Wissenschaft, sondern der Philosophie, sind mithin Fremdlinge in dem Gebiete der Spezialwissenschaft und werden demzufolge unbewusst, unvermerkt, ungenannt, kritiklos geübt, aber sie werden thatsächlich geübt.

Selbst in der die Gebote wissenschaftlicher Strenge noch am meisten respektirenden Mathematik hat die Vernachlässigung der Grundsätze oder, allgemeiner, der philosophischen Prinzipien manche merkwürdige Erscheinung hervorgebracht. Seit Euklid steht unter der kleinen Zahl anerkannter geometrischer Grundsätze als elfter Grundsatz der Satz, dass zwei gerade Linien in einer Ebene sich treffen, wenn der innere und äussere Winkel, welchen eine sie schneidende Linie mit ihnen bildet, ungleich sind. Das Kriterium eines Grundsatzes ist seine Evidenz: der Grundsatz muss einleuchten, also eines Beweises nicht bedürfen. Derselbe ist auch keines Berufes fähig, weil er eine Grundlage unseres Denkens bildet, welche mithin nicht erst durch Denken erwiesen,

d. h. als ein Resultat des Denkens erscheinen kann. Ganz ungerechtfertigt würde es aber sein, einen Satz darum einen Grundsatz zu nennen, weil es bislang nicht gelungen ist, ihn zu beweisen: durch diese Thatsache wäre seine Unbeweisbarkeit durchaus nicht dargethan. Das erste und nächste Erforderniss des Grundsatzes ist aber seine Evidenz, also die anerkannte Entbehrlichkeit des Beweises. Diese Eigenschaft nun besitzt der elfte Grundsatz des Euklid in keiner Weise; derselbe leuchtet unter den übrigen Grundvorstellungen der Euklidischen Geometrie durchaus nicht ein; er ist des Beweises sehr bedürftig, und die noch heute fortdauernden, zweitausendjährigen Bemühungen der Mathematiker um einen Beweis sind ein laut und deutlich redendes Zeugniss für die Beweisbedürftigkeit.

Fragt man nach dem Grunde einer so auffallenden Erscheinung; so ist die Antwort die, dass die philosophische Grundlage der Mathematik nie ernstlich erwogen ist, dass man Grundsätze, Grundforderungen, Grundeigenschaften, Grundprozesse wie etwas Unwesentliches bei Seite gestellt und alle Kraft auf die Entwicklung des Lehrstoffes verwandt hat. Der Mangel nun, welcher dazu genöthigt hat, den elften Satz des Euklid trotz alles Sträubens der Vernunft als einen Grundsatz anzunehmen, liegt ganz einfach darin, dass man sich niemals um die Grundeigenschaften der Grössen bekümmert und demnach nicht wahrgenommen hat, dass unter den Eigenschaften der räumlichen Grössen, welchen man unvermerkt die thatsächliche Behandlung, wennauch nicht die rechtliche Anerkennung von Grundeigenschaften hat zu Theil werden lassen, die Richtung fehlt. Euklid kennt die Eigenschaft der Richtung überhaupt nicht, und die Neueren, welche von der Richtung reden, erblicken darin nicht eine Grundeigenschaft, d. h. eine selbstständige, unabhängige Eigenschaft, welche von keiner anderen Eigenschaft beeinflusst wird und auch selbst keine andere Eigenschaft beeinflusst. Selbstverständlich existirt in der Euklidischen Geometrie auch nicht die Grundoperation der Drehung, es fehlt überhaupt die grösste Zahl der wirklichen Grundlagen der Wissenschaft und ein Theil derselben, welcher wahrhafte Grundsätze enthält, verhüllt sich unstatthaft in Erklärungen und Postulaten. Ein System, welches in seinen Grundlagen so entschiedene Lücken hat, muss selbstredend an Stellen, wo der Riss klaffend wird, gewaltsam ausgebessert werden, und Diess geschieht unter Anderem durch den elften Grundsatz des Euklid, während an den meisten anderen Stellen die Unzulänglichkeit der Grundsätze übersehen wird und die eigentlichen Grundsätze, obwohl unausgesprochen, doch thatsächlich und unvermerkt gehandhabt werden.

Sobald die Richtung als eine geometrische Grundeigenschaft anerkannt oder vielmehr erkannt wird (sie ist in der That eine Grundeigenschaft und das Anerkenntniss findet sich von selbst, sobald die Erkenntniss erst einmal gewonnen ist, was nicht bei allen Geistern mit gleicher Leichtigkeit geschieht, da Erkennen und richtiges Denken in einem bestimmten Grössengebiete wie jede andere Fertigkeit Sache der Übung und der Entwicklung des Denkvermögens ist), verschwindet das Unbegreifliche, dass in der strengsten aller Wissenschaften ein offenbarer Lehrsatz wegen Unzulänglichkeit der Beweismittel als Grundsatz ver-

kündet wird; es verschwindet auch die Anomalie, dass nur die Geometrie einen elften Grundsatz hat, nicht die Arithmetik, die Mechanik und die übrigen Wissenschaften, und es treten zur Erhellung des in Rede stehenden Gebietes in allen jenen Wissenschaften gewisse übereinstimmende Grundsätze auf, welche in Beziehung auf die Parallelentheorie der Geometrie im ersten Theile, Abschnitt IV, namentlich in §. 250 sub II und III, sowie in §. 245 sub H, für die Arithmetik dagegen in §. 251 sub II und III und für die Mechanik in §. 253 sub II und III skizzirt sind.

Diese Bemerkungen über die Wahrheit in der Logik und in der Mathematik werden dazu beitragen, die philosophische Behandlung der Mathematik, welche wir im ersten Theile durch die Entwicklung der Grundeigenschaften, der Grundsätze und des Kardinalprinzipes auszuführen versucht haben, gehörig zu würdigen.

Der elfte Grundsatz des Euklid erscheint dann nach §. 250, III, Nr. 20 als ein Lehrsatz, welchen man so darstellen kann: Angenommen, in Fig. 137 (worin am oberen Ende der durch a gehenden Parallelen zu ce der Buchstabe f zu ergänzen ist) haben die beiden geraden Linien af und ae verschiedene Neigung gegen die Linie ac, welche mit jenen in derselben Ebene liegt; alle drei Linien seien allseitig verlängert. Wenn die Linie af ohne Richtungsänderung längs ac nach vorn und nach hinten unausgesetzt fortschreitet oder gleitet; so beschreibt sie grundsätzlich die ganze Ebene, geht also durch jeden Punkt dieser Ebene, mithin auch durch jeden Punkt e der in dieser Ebene liegenden Linie ab, während sie zugleich durch einen Punkt c der Linie ac, längs welcher sie gleitet, geht. Wenn af längs ae gleitet, beschreibt sie grundsätzlich dieselbe Ebene und geht in jeder Lage durch einen Punkt von ac und ae. Bei der Verschiebung der Linie af nimmt sie grundsätzlich jedesmal vollständig eine neue Lage ein (es bleibt kein Punkt in der früheren Linie) und sie nimmt bei fortgesetzter Verschiebung grundsätzlich alle überhaupt möglichen Lagen ein. Hieraus und weil alle Linien von gleicher Richtung, welche durch einunddenselben Punkt gehen, ineinander fallen, folgt, dass die Lagen, welche die Linie af bei der Verschiebung längs ac einnimmt, diejenigen Lagen, welche sie bei der Verschiebung längs ae einnimmt, decken, dass also in einer gegebenen Ebene die Linie cd, welche die Richtung der af hat, eine jede Linie ab, welche eine von ihr verschiedene Richtung hat, in einem Punkte e trifft. Der analoge Satz der Arithmetik steht in §. 251 sub III Nr. 20 und der der Mechanik in §. 253 sub III Nr. 20. Der Wichtigkeit der Sache wegen wollen wir den ersteren hier nochmals in möglichst allgemeiner Form wiederholen. Der Satz, welcher die arithmetische Analogie des elften Euklidischen Grundsatzes enthält, lautet: zwei Reihen von der Form $x e^{\alpha \sqrt{-1}}$ und $a + y\, e^{\beta \sqrt{-1}}$, worin x und y unabhängige Variabelen, a, α, β aber konstante Grössen sind, haben je ein Glied miteinander gemein, oder die Gleichung

$$x e^{\alpha \sqrt{-1}} = a + y\, e^{\beta \sqrt{-1}}$$

ist erfüllbar, sobald α und β verschiedene Werthe haben. In der That

zerfällt diese Gleichung durch Trennung des Reellen vom Imaginären in die beiden Gleichungen

$$x \cos \alpha = a + y \cos \beta$$
$$x \sin \alpha = y \sin \beta$$

Weil zwei Gleichungen zur Bestimmung von zwei Unbekannten ausreichen; so ist hierdurch nicht bloss dargethan, dass die Bedingung der Übereinstimmung jener beiden Glieder erfüllbar ist, sondern die Form dieser Gleichungen zeigt auch, durch welche Werthe von x und y sich diese Bedingung wirklich erfüllt. Es sind die Werthe $x = \frac{a \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$, $y = \frac{a \sin \alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$. Hierdurch ist die Behauptung durch Grundsätze erwiesen, sie erscheint also als Lehrsatz, nicht als Grundsatz.

Wären die Winkel α und β gleich; so würde x und y unendlich gross und die vorstehende Auflösung zeigt zugleich, dass für diesen Fall die übereinstimmenden Glieder beider Reihen in unendlicher Entfernung vom Anfangspunkte liegen. Der geometrische Sinn dieses Resultates ist, dass sich zwei Parallelen in unendlicher Entfernung treffen. Die gegebene Gleichung lässt aber für diese Voraussetzung, wo sie sich in der Form

$$x e^{\alpha \sqrt{-1}} = a + y e^{\alpha \sqrt{-1}}$$

oder

$$(x - y) e^{\alpha \sqrt{-1}} = a$$

darstellt, sofort erkennen, dass sie unmöglich ist, da die mit dem Richtungskoeffizienten $e^{\alpha \sqrt{-1}}$ behaftete (also komplexe) Grösse $(x-y) e^{\alpha \sqrt{-1}}$ für keinen endlichen Werth von $x - y$ der reellen Grösse a gleich sein kann. Der geometrische Sinn dieses Resultates ist, dass sich zwei Parallelen nicht treffen, d. h. nicht in endlicher Entfernung treffen. Das vorher nachgewiesene Treffen in unendlicher Entfernung ist in der That gleichbedeutend mit dem Nichttreffen in endlicher Entfernung.

§. 507.

Mathematisches und logisches Urtheil.

Der logische Begriff ist eine höhere geistige Vorstellung als die mathematische Grösse, d. h. er hat eine geistige Dimension mehr als Letztere, ist ein unendlicher Inbegriff von mathematischen Anschauungen, und demgemäss allgemeiner oder vielmehr, da diese Allgemeinheit keine logische Erweiterung, sondern eine geistige Qualitätserhöhung ist, freier als die mathematische Grösse, welche ein Begriffselement ist. Jede mathematische Operation unterscheidet sich daher von der ihr analogen logischen Operation durch einen Mangel an Freiheit, welcher als Strenge oder Exaktheit erscheint. Das exakte mathematische Gesetz lässt nur Grundeigenschaften mit festen Werthen und Grundoperationen in festen Bahnen zu, wogegen das logische Gesetz Grenzen festlegt, innerhalb welcher die Vorstellung sich frei oder willkürlich bewegen kann.

Abgesehen davon, dass der mathematische Prozess feste Zustände, der logische Prozess aber freie Gebiete bestimmt, ist der eine wie der andere Prozess, welcher zu dieser Bestimmung dient, immer ein unbedingt sicherer, und wenn man den Bestimmungsprozess an sich ins Auge fasst, hat der logische Prozess so gut Strenge, wie der mathematische.

Wenn wir unter der Voraussetzung richtigen Verständnisses die Bezeichnung mathematischer und logischer Prozess gebrauchen, können wir sagen, das mathematische Urtheil ist die Gleichung. In der Gleichung $a + x = b + y$ werden alle Glieder a, x, b, y, mögen dieselben bekannt oder unbekannt, bestimmt oder unbestimmt, konstant oder variabel sein, doch immer als in einer ganz bestimmten, eben durch diese Gleichung ausgedrückten Beziehung zu einander stehend angesehen. Insofern also ist die Gleichung der Ausdruck einer strengen, vollkommenen, mathematischen Identität zwischen der linken und der rechten Seite der Gleichung oder auch der Ausdruck der Beziehung, in welcher ein fest begrenztes, anschauliches Subjekt a zu einem fest begrenzten, anschaulichen Prädikate b unter dem Fortschrittsgesetze oder nach seiner Ortslage steht. Jene Gleichung sagt, wenn wir sie als Urtheil aussprechen, das um die Grösse x vermehrte Subjekt a deckt das um die Grösse y vermehrte Prädikat b, oder, wenn man die Gleichung in die Form $a - y = b - x$ bringt, das Stück $a - y$ des Objektes deckt das Stück $b - x$ des Prädikates. Wäre $y = 0$; so sagt die Gleichung $a + x = b$, das um die Grösse x vermehrte Subjekt a deckt das Prädikat b, oder, in der Form $a = b - x$, das Subjekt a ist das Stück $b - x$ des Prädikates b, welches übrig bleibt, wenn die Grösse x von b hinweggenommen wird.

Das logische Urtheil, als Resultat der logischen Vergleichung zweier Begriffe, des logischen Subjektes und Prädikates, ist die vom Grenzzwange anschaulicher Grössen befreite Gleichung. Sowohl der als Subjekt, wie auch der als Prädikat auftretende Begriff ist ein Objekt, welches, wenn es als mathematische Grösse vorgestellt oder angeschaut werden soll, einen unendlichen Inbegriff solcher Grössen vertritt, also nur als ein variabeles mathematisches Objekt mit dehnsamen Grenzen aufgefasst werden kann. Unter diesen Umständen verlieren auch die beiden Grössen x und y ihre anschauliche Bestimmtheit: aber noch mehr, das logische Urtheil, wie es sich auf freie (begriffliche) Objekte a und b bezieht, verlangt auch nur eine freie (begriffliche) Vergleichung zwischen denselben, also nur die Konstatirung, dass eine Partikularität von a eine Partikularität von b deckt, oder dass a ganz von b oder dass b ganz von a oder dass keine Partikularität von a durch eine Partikularität von b gedeckt wird. Das logische Urtheil gestattet hiernach, wenn man dasselbe in die Form der mathematischen Gleichung $a + x = b + y$ kleidet, den Grössen x und y einen freien Spielraum zwischen allen zulässigen Grenzen, welche die Natur dieser Gleichung erlaubt: das logische Urtheil verlangt daher nur, dass diese Gleichung ihrer Form nach, jedoch unbeschadet der konkreten Werthe von x und y erfüllt sei, dass also x und y positiv, dass für das direkt umfassende Urtheil $y = 0$, dass für das indirekt umfassende Urtheil $x = 0$, dass für das ausschliessende Urtheil $x = b$

und $y = a$ sei, auch dass in allen Urtheilen $a - y = b - x = c$ alle gemeinsamen Fälle von a und b ent halte, dass also x Nichts mit a und y Nichts mit b gemein habe.

§. 508.

Zergliederung der Urtheile.

Das einfache Urtheil bildet sich durch Vergleichung zweier Objekte, des Subjektes a mit dem Prädikate b (das zusammengesetzte Urtheil aus der Vergleichung mehrerer Objekte). Die Vergleichung ist Beziehung des einen Objektes auf die logische Ortslage des anderen vermöge des Inhärenzgesetzes, welches dem geometrischen Fortschrittsgesetze und dem arithmetischen Anreihungsgesetze entspricht. Es wird also die Stellung des Prädikates in seiner logischen Anreihung an das Subjekt oder in seiner Inhärenzbeziehung zu diesem bestimmt. Hiernach ergiebt sich, wenn die beiden Objekte a und b durch Definition festgestellt sind, das Urtheil $a + x = b + y$ als das Resultat, welches ein Vergleichungsprozess aus den definirten Objekten a und b nach dem in §. 504 gezeigten direkten Verfahren erzeugt. In diesem Vergleichungsprozesse liegt zugleich eine Verknüpfung oder Vergliederung der Objekte a und b, indem das eine als ein Glied erscheint, an welches sich das andere anreiht.

Man kann jetzt die Aufgabe stellen, aus dem gegebenen Urtheile zwischen a und b und dem einen gegebenen Objekte das andere Objekt herzustellen. Diese Aufgabe der Zergliederung oder Zerlegung eines Urtheils in seine Bestandtheile lös't sich mathematisch durch Transposition desjenigen Gliedes, welches in der gegebenen Gleichung mit dem gesuchten Objekte verbunden ist, also wenn etwa neben der Gleichung $a + x = b + y$ das Prädikat b gegeben und das Subjekt a gesucht wäre, durch Transposition des Gliedes x, was zu dem Resultate $a = b + y - x$ führt. Die Transposition ist gleichbedeutend mit der Subtraktion der Grösse x auf beiden Seiten der gegebenen Gleichung oder mit der Subtraktion der Gleichung $x = x$ von dieser Gleichung.

Ganz in derselben Weise ergiebt sich logisch aus dem Urtheile $a + x = b + y$ und dem einen Objekte das andere Objekt: allein, da in dem logischen Urtheile die beiden Grössen x und y keine bestimmten mathematischen Werthe haben; so ist klar, dass wenn neben jenem Urtheile das eine Objekt b als gegeben angesehen wird, das andere Objekt a, welches der Formel $a = b + y - x$ entspricht, im Allgemeinen unbestimmt bleibt, weil der Werth von $y - x$ wegen der möglichen Werthe von x und y ebenso gut positiv, wie negativ, wie gleich null ausfallen kann. Demzufolge liefert das gegebene beschränkende Urtheil, mancher a ist ein b, wenn man das Objekt b als gegeben ansieht, für das andere Objekt a das Resultat, a kann möglicherweise das b ganz umfassen, es kann aber auch ganz in b enthalten sein, es kann auch mit b identisch sein. Das direkt umfassende Urtheil $a + x = b$, jeder a ist ein b, liefert, wenn man b als gegeben ansieht, für a das Resultat $a = b - x$, welches allerdings bestimmt ist, indem es lautet, a ist ganz in b enthalten: wenn a als gegeben angesehen wird, erhält man eben-

falls das bestimmte Resultat $b = a + x$, welches lautet, b umfasst alle a. Das ausschliessende Urtheil $a + b = b + a$, kein a ist ein b, liefert, wenn b als gegeben angenommen wird, für a das Resultat $a = a$, welches nur sagt, dass a ein a sei, welches also zwar richtig, aber doch insofern unbestimmt ist, als es über die Beziehung von a zu b Nichts aussagt.

Aus Vorstehendem ergiebt sich, dass ein mathematisches Urtheil zwischen den beiden Objekten a und b von dem einen dieser Objekte stets auf das andere zurückführt, dass Diess jedoch bei einem logischen Urtheile nicht allgemein der Fall ist, dass vielmehr ein solches Urtheil, wenn man eins der beiden Objekte, a, b, z. B. b als gegeben ansieht, auch durch ein Objekt a erfüllt werden kann, welches zu b in einer ganz anderen Beziehung steht, als dasjenige Objekt a, aus welchem das gegebene Urtheil hervorgegangen ist. Dieses Ergebniss lässt sich auch so ausdrücken: die mathematische Gleichung gestattet die Transposition unbedingt, das logische Urtheil jedoch nicht. Erst wenn die Begriffe eines logischen Urtheils nach §. 504 durch einander vollständig definirt sind, kann man mit den Urtheilen wie mit Gleichungen operiren (indem man zugleich die speziellen Regeln beobachtet); allein Diess ist selbstverständlich, da durch eine solche Definition, welche die logische Freiheit in mathematische Gebundenheit verwandelt, die logischen Begriffe den Charakter von mathematischen Grössen und die logischen Urtheile den Charakter von mathematischen Gleichungen erlangen.

§. 509.

Definition durch Urtheile.

Wir haben schon in §. 499, S. 389 darauf hingewiesen, dass die Definition der Begriffe durch Urtheile vermittelt werden könne. Namentlich werden die Urtheile zu Hülfe genommen, um die generellen oder echt logischen Definitionen zu bewirken. Um nämlich auszudrücken, dass ein Objekt A durch die Merkmale a, b, c u. s. w. definirt sei, stellt man die auf der Vergleichung des Objektes A mit a, b, c beruhenden Urtheile zwischen A und a, zwischen A und b, zwischen A und c u. s. w. auf. Ein direkt umfassendes Merkmal a liefert dann ein direkt umfassendes Urtheil, A ist ein a oder $A + x = a$; ein indirekt umfassendes Merkmal b liefert ein indirekt umfassendes Urtheil, A enthält alle b oder $A = b + y$; ein beschränkendes Merkmal c liefert ein beschränkendes Urtheil, mancher A ist ein c oder $A + x = c + y$; ein ausschliessendes Merkmal d liefert ein ausschliessendes Urtheil, kein A ist ein d oder $A + d = d + A$. Das durch die Merkmale a, b, c ... generell definirte Objekt ist dasjenige, welches allen diesen Urtheilen entspricht.

Der allgemeine Fall der Definition durch Urtheile stellt sich durch lauter beschränkende Urtheile dar, indem ein solches Urtheil durch Spezialwerthe der Grössen x und y in ein direkt umfassendes, ein indirekt umfassendes und ein ausschliessendes übergeht. Die Aufgabe besteht also darin, den Werth von A zu ermitteln, welcher den Gleichungen

$$A + x' = a + y'$$
$$A + x'' = b + y''$$
$$A + x''' = c + y'''$$

u. s. w. entspricht und welcher durch eine Gleichung dargestellt ist, deren Glieder den allgemeinen Bedingungen eines Urtheils entsprechen. Da die Merkmale a, b, c ... als bekannte Grössen auftreten; so müssen sie nicht bloss nach ihrem absoluten Werthe, sondern auch nach ihrem relativen Werthe, welcher sich aus der Vergleichung untereinander ergiebt, bekannt sein; es müssen also alle Urtheile über dieselben, wodurch je 2, je 3 oder beliebig viel unter ihnen verglichen werden, d. h. alle Glieder der Gleichungen $a + m = b + n$, $U(a + b) + m' = c + n'$, $U(a + b) + m'' = U(c + d) + n''$ u. s. w. oder, was auf Dasselbe hinausläuft, es müssen alle Partikularitäten $|a|$, $|b|$, $|c|$, $|ab|$, $|ac|$, $|bc|$, $|abc|$ u. s. w. bekannt sein. Wenn Diess der Fall ist, lässt sich sowohl arithmetisch, wie geometrisch das Objekt A herstellen, welches das Maximum der Fälle enthält, die den Urtheilen entsprechen.

Für zwei Merkmale haben wir die Aufgabe bereits in §. 504 gelös't, für mehr als zwei Merkmale ergiebt sich dasselbe leicht durch folgende Anschauung. Angenommen, es handle sich um vier Merkmale a, b, c, d, das erste sei ein direkt umfassendes, welches das Urtheil $A + x' = a$ liefere, das zweite sei ein indirekt umfassendes, welches das Urtheil $A = b + y''$ liefere, das dritte sei ein beschränkendes, welches das Urtheil $A + x'' = c + y''$ liefere, das vierte sei ein ausschliessendes, welches das Urtheil $A + d = d + A$ liefere. Die in einer erschöpfenden (mathematischen) Definition vorkommenden Partikularitäten der gegebenen Merkmale sind $|a|$, $|b|$, $|c|$, $|d|$, $|ab|$, $|ac|$, $|ad|$, $|bc|$, $|bd|$, $|cd|$, $|abc|$, $|abd|$, $|acd|$, $|bcd|$, $|abcd|$.

Das direkt umfassende Merkmal a verlangt, dass das Objekt A nur aus solchen Theilen zusammengesetzt sei, in welchen der Buchstabe a vorkömmt, also aus Theilen von $|a|$, $|ab|$, $|ac|$, $|ad|$, $|abc|$, $|abd|$, $|acd|$, $|abcd|$.

Das indirekt umfassende Merkmal b verlangt, dass alle diejenigen der obigen Partikularitäten, in welchen der Buchstabe b vorkömmt, in dem Objekte A enthalten seien, dass also dieses Objekt alle Grössen $|b|$, $|ab|$, $|bc|$, $|bd|$, $|abc|$, $|abd|$, $|bcd|$, $|abcd|$ voll umfasse. In Verbindung mit dem direkt umfassenden Merkmale ist Diess nur möglich, wenn die Partikularitäten $|b|$, $|bc|$, $|bd|$, $|bcd|$ gleich null sind. Hätte eine dieser Partikularitäten einen von null verschiedenen Werth; so könnte ein Objekt mit den beiden Merkmalen a und b überall nicht existiren. Die vorstehenden beiden Bedingungen erfordern also, dass A partiell die Grössen $|a|$, $|ac|$, $|ad|$, $|acd|$, dagegen total die Grössen $|ab|$, $|abc|$, $|abd|$, $|abcd|$ umfasse.

Das beschränkende Merkmal c verlangt, dass sich unter den Partikularitäten von A einige befinden, welche den Buchstaben c enthalten, ohne jedoch alle mit diesem Buchstaben behafteten Theile zu erschöpfen. Dieser Bedingung genügen die vorstehenden beiden Bedingungen unter der Voraussetzung, dass wenigstens eine der Grössen $|ac|$, $|acd|$, $|abc|$, $|abcd|$ nicht gleich null und auch eine der Grössen $|c|$, $|cd|$, welche nicht in A eintreten, nicht gleich null sei.

Das ausschliessende Merkmal d verlangt, dass A keine Partikularität mit dem Buchstaben d enthalte. In Verbindung mit den vorhergehenden Bedingungen erfordert also die letztere, dass von $|acd|$ Nichts in A eintrete, dass aber $|abd|$ und $|abcd|$ gleich null seien.

Aus allem Diesen folgt, dass A partiell die Grössen $|a|$, $|ac|$ und total die Grössen $|ab|$, $|abc|$ enthalte, ferner, dass wenigstens eine der Grössen $|ac|$, $|abc|$ nicht gleich null sei, dass auch wenigstens eine der Grössen $|c|$, $|cd|$, $|acd|$ nicht gleich null sei, dass aber die Grössen $|b|$, $|bc|$, $|bd|$, $|abd|$, $|bcd|$, $|abcd|$ gleich null seien. Fig. 1229 stellt diesen Fall dar, welcher dem Beispiele entspricht, von den Sachsen A ist jeder ein Deutscher a, unter ihnen befinden sich alle Leipziger b, mancher derselben ist slavischer Abkunft c, jedoch keiner ein Schweizer d.

Die Möglichkeit, durch Urtheile zu definiren, oder eine Quantitätsbestimmung durch eine Inhärenzbestimmung auszudrücken, beruht auf der grundsätzlich zwischen Theil und Ort bestehenden Beziehung, derzufolge der Theil a des Objektes b auch eine Stellung in demselben hat (oder ein Numerat auch als eine Reihe aufgefasst werden kann). Demzufolge lässt sich die Quantitätsbestimmung oder die Definition, a ist ein Fall von b oder eine Partikularität von b, durch die Inhärenzbestimmung oder das Urtheil, a hat eine Stelle in b oder a bezeichnet eine Beschaffenheit von b, ersetzen. Sobald das Objekt a seinen Ort nicht innerhalb der Grenzen des Objektes b, sondern ausserhalb, also entweder vor oder hinter, rechts oder links, oberhalb oder unterhalb desselben hat, definirt das Urtheil, welches sich jetzt als ein Inhärenzurtheil charakterisirt, das Objekt a nicht rein quantitativ, sondern mit Rücksicht auf seine Lage gegen b. Diess geschieht namentlich durch das auf grammatischer Komparation beruhende Urtheil, die Sonne ist heller als der Mond. Denn wenn a die Sonne, b den Mond, c das Licht bedeutet; so sagt dieses Urtheil, dass das Sonnenlicht $|ac|$ nicht bloss vom Mondlichte $|bc|$ ausgeschlossen sei, sondern dass es sich in der Richtung der Lichtintensität ganz auf der einen Seite von $|bc|$, nämlich ganz vor ihm oder hinter ihm befinde, wie es etwa Fig. 1207 zeigt. Das Urtheil, die Pferde sind ebenso treu wie die Hunde, sagt, dass die Pferdetreue $|ac|$ von der Hundetreue $|bc|$ ausgeschlossen sei, dass sich aber beide in einem gewissen Abstande, welcher eine zur Treue indifferente Richtung hat, auf gleiche Länge nebeneinander her erstrecken. Das Urtheil, manche Planeten haben eine grössere, manche eine kleinere, manche dieselbe Dichtigkeit als Wasser, entspricht einer Verschiebung der Planetendichte gegen die Wasserdichte sowohl in der Richtung der reellen Intensität, als auch in der normal darauf stehenden Richtung. Überhaupt erkennt man, dass das allgemeine Inhärenzurtheil, welches über den relativen logischen Ort zweier Objekte eine Aussage macht, komplexe Werthe für a, b, x, y in die Formel $a+x=b+y$ einführt (cfr. §. 503 Nr. 2).

§. 510.

Der Schluss, als dritte Apobase.

Die dritte logische Apobase ist der Schluss (Syllogismus), welchen wir als die Erkenntniss einer Übereinstimmung unter dem Kausalitätsgesetze oder als eine Erkenntniss durch Begründung oder durch Vermittlung oder als eine mittelbare Erkenntniss bezeichnen und folgendermaassen erläutern.

Wenn B die Wirkung der Ursache A und wenn C die Wirkung der Ursache B ist; so stellt offenbar C eine unter dem Kausalitätsgesetze erfolgende, durch B vermittelte Wirkung der Ursache A oder eine mittelbare Wirkung von A dar. Die Erkenntniss von C als einer Wirkung von A auf Grund der beiden Wirkungen von A auf B und von B auf C ist der aus diesen beiden Prämissen gezogene Schluss, eine durch diese Prämissen begründete Erkenntniss. Dieser Schluss beruht auf der Übereinstimmung des Begriffes B in den beiden Prämissen dergestalt, dass dieser Begriff in der ersten Prämisse eine Wirkung, in der zweiten Prämisse dagegen eine Ursache repräsentirt, sodass die zweite Prämisse als die Fortwirkung der schon in der ersten Prämisse wirksam gewordenen Ursache erscheint. Die Herstellung der Relation zwischen A und C aus den beiden Relationen zwischen A und B und zwischen B und C, welche auf der Ausscheidung der vermittelnden Wirkung B beruht, ist der geistige Akt der Folgerung oder des Schliessens. Diese Folgerung ist nur möglich auf Grund der Identität des Begriffes B in den beiden gegebenen Relationen: das Resultat der Folgerung oder der Schluss selbst stellt dann die Identität des Schlusssatzes mit der Gesammtwirkung der beiden Relationen dar.

Aus den in den Urtheilen der beiden Prämissen gegebenen unmittelbaren Erkenntnissen vermittelt der Schluss eine neue Erkenntniss zwischen zwei Begriffen A und C, deren Relation aus einer unmittelbaren Erkenntniss nicht gewonnen werden kann.

Die beiden Relationen $A:B$ und $B:C$ drücken sich in zwei Relationsurtheilen, oder überhaupt in zwei Urtheilen aus, welche die Prämissen heissen, während die gefolgerte Relation $A:C$ den Schlusssatz bildet. Von den drei Hauptbegriffen A, B, C ist das Subjekt A des Schlusssatzes der Unterbegriff oder das Unterglied, das Prädikat C des Schlusssatzes der Oberbegriff oder das Oberglied und der gemeinschaftliche Begriff B der Mittelbegriff oder das Mittelglied. Die Prämisse $A:B$ mit dem Unterbegriffe ist der Untersatz, diejenige $B:C$ mit dem Oberbegriffe der Obersatz. Im Schluss spricht sich die Übereinstimmung des Schlusssatzes mit der Gesammtwirkung der beiden Prämissen aus und wir sagen jetzt, der Schlusssatz sei die Erkenntniss der Wirkung der zweiten Prämisse auf die erste, oder auch, er sei die Erkenntniss des Zusammenwirkens der beiden Prämissen.

Wie bei der Definition die Deckung und bei dem Urtheile das Zusammentreffen, so ist beim Schlusse die Zusammenwirkung das spezifische Operationsprinzip.

Das im Schlusse thätige Grundgesetz ist die Kausalität, und demzufolge dokumentirt sich das eigentliche Wesen des Schlusses in den-

jenigen Schlüssen, welche wir Relationsschlüsse nennen, d. h. in solchen, wo die Prämissen Relationsurtheile sind. Ein solcher Schluss lautet z. B., die Wärme erzeugt Spannung, die Spannung dehnt aus, folglich dehnt die Wärme aus. Der Sinn dieses Urtheils ist, die Wärme A ist die Ursache der Spannung B oder die Spannung B ist die Wirkung der Wärme A, die Spannung B ist die Ursache der Ausdehnung C oder die Ausdehnung C ist die Wirkung der Ursache B, folglich ist die Wärme A die durch Vermittlung der Spannung B sich äussernde Ursache der Ausdehnung C oder die Ausdehnung C ist die (durch die Spannung B vermittelte) Wirkung der Wärme A.

Die Analogie des logischen Schlusses ist die mathematische Folgerung. Dieselbe vollzieht sich durch Elimination des Mittelgliedes und wird daher im mathematischen Prozesse meistens nur als Elimination markirt, wobei gewissermaassen das Mittel statt des Zweckes genannt wird.

Die aus zwei mathematischen Formeln zu eliminirende Grösse kann durch verschiedene Grundoperationen mit bekannten Grössen verknüpft sein und diese Verschiedenheit bedingt die fünffache Verschiedenheit des Eliminationsverfahrens (durch Gleichsetzung, durch Addition, durch Multiplikation, durch Potenzirung, durch Funktionirung). Ganz analog bedingt das Grundgesetz, welches in den Prämissen herrscht, die Natur des Schlusses. Jenachdem die Prämissen durch Quantitäts-, Inhärenz-, Relations-, Qualitäts- oder Modalitätsurtheile gegeben sind, hat man es mit einem Quantitäts-, Inhärenz-, Relations-, Qualitäts- oder Modalitätsschlusse zu thun. Wie schon erwähnt, beruht der Schluss, als Operation der Begründung des Schlusssatzes, prinzipiell auf dem Kausalitätsgesetze; die Relationsschlüsse sind daher die ursprünglichen und diesen entspricht diejenige mathematische Folgerung, welche sich auf die Elimination mittelst Multiplikation stützt.

Indem wir uns hiernach zuerst mit den Relationsschlüssen beschäftigen, sagen wir, dass die beiden Prämissen eines solchen als Relationsurtheile den mathematischen Gleichungen

$$\frac{A}{B} = a$$

$$\frac{B}{C} = b$$

entsprechen, aus welchen durch Multiplikation der Schlusssatz

$$\frac{A}{C} = ab$$

folgt. Die Grössen A, B, C können jede Form haben; sie können also auch mit beliebigen reellen Faktoren behaftet sein oder Grössen von beliebiger Quantität darstellen. Bei dem reinen Relationsschlusse kömmt aber eine solche Quantität nicht in Betracht, es handelt sich vielmehr um reine Relationen oder Kausalitäten, also um Grössen, welche durch reine Richtungskoëffizienten dargestellt sind, deren Quantitätswerth $= 1$ ist. Wir beschränken uns auf die Fälle der primären Kausalität oder der Wirkung in einer bestimmten Gattung, für welche der Richtungskoeffizient ein reiner Deklinationskoeffizient, also $A = e^{\alpha\sqrt{-1}}$, $B = e^{\beta\sqrt{-1}}$, $C = e^{\gamma\sqrt{-1}}$ und der Relationswerth der beiden Prämissen von derselben

Form $e^{\varphi\sqrt{-1}}$ und $e^{\psi\sqrt{-1}}$ ist. (Für die allgemeine Kausalität hätte man unter Berücksichtigung der Inklination $A = e^{\alpha\sqrt{-1}}\, e^{\alpha'\sqrt{\div 1}}$, $B = e^{\beta\sqrt{-1}}\, e^{\beta'\sqrt{\div 1}}$, $C = e^{\gamma\sqrt{-1}} e^{\gamma'\sqrt{\div 1}}$ zu setzen). Für diese Voraussetzung sind die beiden Prämissen

$$\frac{A}{B} = e^{\varphi\sqrt{-1}}$$

$$\frac{B}{C} = e^{\psi\sqrt{-1}}$$

und der Schluss

$$\frac{A}{C} = e^{\varphi\sqrt{-1}}\, e^{\psi\sqrt{-1}} = e^{(\varphi+\psi)\sqrt{-1}}$$

Der geometrische Sinn dieser Formel ist durch Fig. 1230 dargestellt. Indem A die Richtung der Linie OP, B die der Linie PQ, C die der Linie QR bezeichnet, während φ den Neigungswinkel QPS der zweiten gegen die erste, ψ den Neigungswinkel RQT der dritten gegen die zweite, also $\varphi + \psi$ den Neigungswinkel der dritten gegen die erste darstellt, hat man die Prämissen

$$\frac{B}{A} = e^{\varphi\sqrt{-1}}$$

$$\frac{C}{B} = e^{\psi\sqrt{-1}}$$

und den Schluss

$$\frac{C}{A} = e^{(\varphi+\psi)\sqrt{-1}}$$

welcher sich von dem ersteren nur durch Umkehrung der linken Seiten unterscheidet. Dieser Schluss stellt also aus dem Richtungsverhältnisse einer ersten zu einer zweiten und einer zweiten zu einer dritten Linie das Richtungsverhältniss der ersten zu der dritten Linie her und gipfelt in der Relation der Richtungen der drei Seiten eines Dreieckes, nämlich des Dreieckes PSQ, welches durch die Richtungen der drei Linien A, B, C gebildet wird, indem er das Resultat verkündet, dass der äussere Winkel USQ eines Dreieckes die Summe der beiden ihm gegenüberliegenden inneren Winkel φ und ψ ist, was mit dem Resultate gleichbedeutend ist, dass die drei äusseren Winkel eines Dreieckes vier rechte oder die drei inneren Winkel eines Dreieckes zwei rechte ausmachen.

Der Schluss, wenn die Wärme Spannung erzeugt und die Spannung ausdehnt, so dehnt die Wärme aus, enthält genau dasselbe logische Resultat, indem damit gesagt ist, dass die bei der Ausdehnung durch Wärme sich äussernde Wirkung der Inbegriff der bei der Spannungsäusserung der Wärme und bei der Ausdehnung durch Spannung sich bekundenden Wirkungen ist, dass also die Kausalität zwischen je zwei der drei Ursachen Wärme, Spannung, Ausdehnung durch das Gesetz der Dreieckswinkel verknüpft sind.

Nehmen wir jetzt die in Fig. 1231 veranschaulichte Bezeichnung an, bezeichnen wir also die in der ersten Prämisse wirksame Ursache mit $A = e^{\alpha\sqrt{-1}}$ und die in dieser Prämisse ausgesprochene Wirkung

dieser Ursache mit $B = e^{\varphi\sqrt{-1}}$, nehmen wir sodann an, die in der zweiten Prämisse wirksame Ursache sei die eben genannte Wirkung $B = e^{\varphi\sqrt{-1}}$ und es sei in dieser zweiten Prämisse die Wirkung der letzteren Ursache als der Begriff $C = e^{\psi\sqrt{-1}}$ ausgesprochen. Die Winkel α, φ, ψ vertreten also die absoluten Kausalitäten der Begriffe A, B, C, z. B. der Wärme, der Spannung, der Ausdehnung, sodass der Winkel α alle mögliche Wärme, der Winkel φ alle mögliche Spannung, der Winkel ψ alle mögliche Ausdehnung einschliesst. Denken wir uns jetzt den logischen Ort, welchen alle Wärme oder alle Thätigkeit A im Kausalitätsgebiete einnimmt, in dem Winkel $a O a' = \alpha$ liegend, ferner den logischen Ort, welchen alle Spannung oder alle Thätigkeit B im Kausalitätsgebiete einnimmt, in dem Winkel $b O b' = \beta$ liegend, endlich den logischen Ort, welchen alle Ausdehnung oder alle Thätigkeit C im Kausalitätsgebiete einnimmt, in dem Winkel $c O c' = \gamma$ liegend, und setzen wir die Winkel $a O b = y$, $a' O b' = x$, $b' O c' = y'$, $b O c = z$, sodass $x = \varphi - \alpha$, $y = \varphi - \beta$, $y' = \psi - \varphi$, $z = \psi - \gamma - (\varphi - \beta)$ ist; so stellen sich die beiden Prämissen durch die Relationen

$$\frac{B}{A} = e^{(\varphi - \alpha)\sqrt{-1}} = e^{x\sqrt{-1}} = e^{(\beta + y - \alpha)\sqrt{-1}}$$
$$\frac{C}{B} = e^{(\psi - \varphi)\sqrt{-1}} = e^{y'\sqrt{-1}} = e^{(\gamma + z - \beta)\sqrt{-1}}$$

dar und aus der Multiplikation dieser beiden Prämissen oder durch Elimination des Mittelgliedes B ergiebt sich der Schlusssatz

$$\frac{C}{A} = e^{(\psi - \alpha)\sqrt{-1}} = e^{(x + y')\sqrt{-1}} = e^{(\gamma + y + z - \alpha)\sqrt{-1}}$$

Wenn man anstatt der Potenzialgrössen nur deren Exponenten berücksichtigt; so verwandelt sich der Relationsschluss in einen Quantitätsschluss mit den Prämissen

$$\beta + y - \alpha = x$$
$$\gamma + z - \beta = y'$$

und dem Schlusssatze

$$\gamma + y + z - \alpha = x + y'$$

So verwandelt sich folgender Relationsschluss: die Wärme bewirkt Spannung, die Spannung bewirkt Ausdehnung, folglich bewirkt Wärme Ausdehnung, in den Quantitätsschluss: die Wärmethätigkeit deckt partiell die Spannungsthätigkeit, die Spannungsthätigkeit deckt partiell die Ausdehnungsthätigkeit, folglich findet zwischen der Wärme- und der Ausdehnungsthätigkeit eine partielle Deckung statt. Diese partielle Deckung oder die Gemeinschaft der Winkel α, β, γ bestimmt sich durch den vorstehenden Schluss, indem die Deckung zwischen α und β durch die erste, die Deckung zwischen β und γ durch die zweite Prämisse und die Deckung zwischen α und γ durch den Schlusssatz bestimmt wird. Natürlich kann der Schlusssatz auch das Resultat liefern, dass die gemeinschaftlichen Theile von α und γ null werden, dass also keine partielle Deckung zwischen α und γ stattfindet. Die Relationen zwischen α, β, γ sind alsdann von der Art, dass gewisse Ursachen A ein B als

Wirkung hervorbringen, dass auch gewisse Ursachen B ein C hervorbringen, dass jedoch von denjenigen B, welche durch ein A bewirkt sind, keines ein C bewirkt. Dieser, so wie jeder andere spezielle Fall ist durch die Spezialwerthe der Grössen α, β, γ, x, y, y', z bedingt, mit welchen wir uns alsbald beschäftigen werden.

Ehe wir diese Spezialisirung vornehmen, wollen wir die aus dem Kardinalprinzipe sich ergebenden fünf Hauptklassen von Schlüssen betrachten und zeigen, dass eine jede sich auf einen Quantitätsschluss zurückführen lässt. Die fünf Hauptklassen sind

1) die Quantitätsschlüsse, welche aus dem Quantitätsverhältnisse des ersten und zweiten Objektes A, B und aus dem Quantitätsverhältnisse des zweiten und dritten Objektes B, C das Quantitätsverhältniss des ersten und dritten Objektes A, C herstellen, welche also sagen, wenn B eine Partikularität von A und wenn C eine Partikularität von B ist; so ist C eine Partikularität von A, z. B. wenn der Baum eine Pflanze und wenn die Eiche ein Baum ist; so ist die Eiche eine Pflanze. Der Quantitätsschluss überspringt also die zwischen zwei anderen Quantitäten A und C stehende Quantität B und stellt den direkten Quantitätsübergang von A zu C dar.

2) Die Inhärenzschlüsse bilden aus dem durch die erste Prämisse ausgesprochenen Inhärenzverhältnisse zwischen Subjekt A und Prädikat B und aus dem durch die zweite Prämisse ausgesprochenen Inhärenzverhältnisse zwischen Subjekt B und Prädikat C durch Elimination des Mittelgliedes B das Inhärenzverhältniss zwischen Subjekt A und Prädikat C. Das erste Inhärenzurtheil stellt nach der Erläuterung in §. 503 Nr. 2 die Vergliederung der beiden Objekte A und B oder die Verschiebung des Subjektes A längs des Prädikates B dar. Diese Verschiebung kann auch als ein Fortschritt vom Endpunkte des Prädikates B nach dem Endpunkte des Subjektes A aufgefasst werden. Ebenso bezeichnet das zweite Inhärenzurtheil die Vergliederung der beiden Objekte B und C oder die Verschiebung des jetzt als Subjekt auftretenden Objektes B längs des Prädikates C. Diese Verschiebung kann als ein Fortschritt vom Endpunkte des Objektes C nach dem Endpunkte von B angesehen werden. In den beiden Prämissen des Inhärenzurtheiles liegt also ein sukzessiver Fortschritt von einem ersten zu einem zweiten und sodann von diesem zweiten zu einem dritten Punkte. Der Inhärenzschluss überspringt den Zwischenpunkt und schreitet direkt vom ersten nach dem dritten Punkte.

Ein Beispiel hierzu ist, wenn der Mensch Hände und die Hand Finger hat; so hat der Mensch Finger, oder, wenn man die zweite Prämisse zur ersten macht, wenn die Hand Finger und der Mensch Hände hat; so hat der Mensch Finger.

Der Inhärenzschluss verwandelt sich dadurch in einen Quantitätsschluss, dass die Inhärenz zwischen Subjekt und Prädikat oder die Beschaffenheit des Subjektes in jeder Prämisse als Partikularisation des Subjektes aufgefasst, also im vorstehenden Beispiele statt der Inhärenz zwischen Mensch und Hand und zwischen Hand und Finger die Partikularität des behandeten Menschen und der befingerten Hand gesetzt

wird. Hierdurch ergiebt sich der Schluss, wenn der Mensch ein Behandeter und der Behandete ein Befingerter ist; so ist der Mensch ein Befingerter.

3) Die Relationsschlüsse sind schon besprochen: ihr allgemeiner Ausdruck ist, wenn A die Ursache von B und B die Ursache von C; so ist A die Ursache von C. Die Überführung in Quantitätsschlüsse geschieht, indem an die Stelle der Relationen die Quantitäten der Kausalitäten oder der kausalen Thätigkeiten gesetzt (statt der Potenzen $e^{\varphi\sqrt{-1}}$ die Exponenten oder Winkel φ betrachtet) werden. Hierdurch ergiebt sich der allgemeine Quantitätsschluss, wenn die Kausalität von A eine Partikularität der Kausalität von B und wenn die Kausalität von B eine Partikularität der Kausalität von C ist; so ist die Kausalität von A eine Partikularität der Kausalität von C.

4) Die Qualitätsschlüsse folgern aus der Qualität des Seins in der ersten und zweiten Prämisse die Qualität des Seins im Schlusssatze. Ihre Analogie ist die mathematische Folgerung, wenn $\frac{\lambda^a}{\lambda^b} = \lambda^x$ und $\frac{\lambda^b}{\lambda^c} = \lambda^y$; so ist $\frac{\lambda^a}{\lambda^c} = \lambda^{x+y}$. Wie sich diese Folgerung durch Berücksichtigung der Exponenten in die Folgerung, wenn $a - b = x$ und $b - c = y$ ist; so ist $a - c = x + y$, verwandelt, ebenso verwandelt sich der Qualitätsschluss in einen Quantitätsschluss zwischen den Graden der betreffenden Qualitäten. Die Qualität λ^a des Subjektes steht zur Qualität λ^b des Prädikates in der ersten Prämisse in dem Verhältnisse λ^x, welches, wie schon in §. 492 hervorgehoben ist, durch die Behauptung eines möglichen, wirklichen oder nothwendigen Seins gekennzeichnet wird. Indem wir z. B. sagen, Plato ist ein Mensch, meinen wir, das konkrete Individuum Plato von der Qualität λ^1 sei ein der Gattung Mensch angehöriges Individuum λ^1, er sei irgend ein konkreter Fall der Menschengattung. Obgleich also die Menschengattung die höhere Qualität λ^2 hat; so verstehen wir doch in jenem Urtheile, indem wir von Plato das Prädikat Mensch aussagen, unter diesem Prädikate ein Objekt, welches mit Plato gleichartig, also von derselben Qualität λ^1 (wennauch von grösserer Quantität) ist. Wenn wir jetzt das Urtheil bestimmter in der Form, Plato ist ‚wirklich‘ ein Mensch, aussprechen; so bedeutet die durch das Wort ‚wirklich‘ bezeichnete Qualität des Seins das Verhältniss der Qualitäten des Subjektes und Objektes, ein Verhältniss, welches den Werth $\lambda^0 = \frac{\lambda^1}{\lambda^1}$ hat.

Indem wir sagen, der Mensch ist sterblich, und unter dem Menschen die ganze Gattung verstehen, ist der Begriff Mensch ein Abstraktum von der Qualität λ^2; aber alsdann hat auch das Prädikat ‚sterblich‘ dieselbe Qualität λ^2 eines Abstraktums. Die bestimmtere Ausdrucksweise, der Mensch ist ‚wirklich‘ sterblich, konstatirt dann nur, dass das Verhältniss der Qualität des Subjektes zu der des Prädikates die Wirklichkeit λ^0 sei: denn in der That hat man $\frac{\lambda^2}{\lambda^2} = \lambda^0$.

Wollen wir sagen, diese Erscheinung ist möglicherweise ein Mensch, d. h. ein individueller Fall der Menschengattung λ^2, also ein Fall von

der Qualität λ^1; so bezeichnet die Möglichkeit dieses Seins das Verhältniss λ^{-1} der Qualität des Subjektes zur Qualität des Prädikates, wir fassen also das Subjekt als einen Begriff von der Qualität λ^0 (als den Zustand eines Individuums) auf, indem für diese Voraussetzung das Verhältniss der Qualität des Subjektes zu der des Prädikates in der That $\frac{\lambda^0}{\lambda^1} = \lambda^{-1}$ wird.

Sprechen wir den Gedanken aus, unter den Menschen, als Gattung, befindet sich nothwendig Plato, als konkreter Mensch; so ist die Qualität des Subjektes λ^2, dagegen die des Prädikates λ^1, und die Nothwendigkeit des Seins entspricht dem Verhältnisse der Qualitäten $\frac{\lambda^2}{\lambda^1} = \lambda^1$.

Dass, wie es aus diesen Beispielen hervorgeht, die Gleichartigkeit zwischen Subjekt und Prädikat nur bei dem Urtheile, welches ein wirkliches Sein verkündet, nicht aber bei einem Urtheile, welches ein mögliches oder nothwendiges Sein verkündet, obwalten kann, liegt so sehr in der Natur der Sache, dass darüber nichts Weiteres zu sagen nöthig ist. Wichtig ist es aber, den Sinn der beiden Prämissen hinsichtlich der logischen Qualität gehörig festzustellen, wobei die schon in §. 492 gemachten dessfallsigen Bemerkungen zu beachten sind. Geht dieser Sinn der ersten Prämisse dahin, dass zwischen ihrem Subjekte A und Prädikate B das Qualitätsverhältniss λ^x besteht, und der Sinn der zweiten Prämisse dahin, dass zwischen ihrem Subjekte B und Prädikate C das Qualitätsverhältniss λ^y besteht; so ist das Qualitätsverhältniss zwischen A und C gleich λ^{x+y} oder der Grad $x+y$ bildet den quantitativen Inbegriff der beiden Grade x und y.

So kann man z. B. sagen, Plato als Individuum ist ein möglicher Fall der Gattung der Weisen, die Gattung der Weisen ist ein möglicher Fall der Gattung der Geschöpfe, folglich ist Plato ein möglicher Fall der Geschöpfe und zwar ein möglicher Fall zweiten Grades, indem seine Qualität zu der der Geschöpfe in der Relation $\lambda^{-1} . \lambda^{-1} = \lambda^{-2}$ steht. Die Geschöpfe (als Gesammtheit) enthalten nothwendig die Gattung der Weisen, die Gattung der Weisen enthält nothwendig den als konkretes Individuum dieser Gattung gedachten Plato; folglich enthält die Gesammtheit der Geschöpfe nothwendig den Plato, und zwar hat diese Nothwendigkeit den zweiten Grad $\lambda^1 \lambda^1 = \lambda^2$. Plato ist ein möglicher Fall der Gattung der Weisen, die Gattung der Weisen enthält nothwendig den als konkretes Individuum dieser Gattung gedachten Kant, folglich besteht zwischen Plato und Kant das Qualitätsverhältniss $\lambda^{-1} . \lambda^1 = \lambda^0$, also das der Wirklichkeit. Der Schlusssatz dokumentirt hiernach, dass Plato und Kant dieselbe Qualität haben oder wirkliche Individuen sind: dass sie gleiche oder dieselben Individuen seien, ist damit nicht gesagt; ihr Quantitäts- und Inhärenzverhältniss ergiebt sich vielmehr erst aus solchen Urtheilen, welche diese Verhältnisse der beiden Individuen gegen die Gattung der Weisen feststellen.

Es ist beachtenswerth, dass wenn in beiden Prämissen ein reales Qualitätsverhältniss herrscht, auch der Schlusssatz ein reales Qualitätsverhältniss darbieten wird, indem $\lambda^0 . \lambda^0 = \lambda^0$ ist.

Von den beiden Prämissen, der Mensch ist möglicherweise gelehrt, Sokrates ist wirklich oder möglicherweise oder nothwendig ein Mensch, enthält nur die zweite ein eigentliches Qualitätsverhältniss, während die erste dem Quantitätsurtheile, mancher Mensch ist ein Gelehrter, Ausdruck verleiht.

Wenn man die Möglichkeit als eine Partikularität und die Nothwendigkeit als eine Universalität der Wirklichkeit ansieht, verwandelt sich jedes Qualitätsurtheil, gleichviel, ob darin eine eigentliche oder eine uneigentliche Qualitätsbeziehung liegt, sofort in ein Quantitätsurtheil und demgemäss der Qualitätsschluss in einen Quantitätsschluss. Der logische Vorgang hierbei ist derselbe wie der mathematische, welcher darin besteht, dass man statt der Folgerung

$$\begin{array}{l} \dfrac{A\lambda^a}{B\lambda^b} = X\lambda^x \\ \dfrac{B\lambda^b}{C\lambda^c} = Y\lambda^y \\ \hline \dfrac{A\lambda^a}{C\lambda^c} = XY.\lambda^{x+y} \end{array}$$

nachdem man alle Grössen als Funktionen von e dargestellt hat, wodurch sich zunächst

$$\begin{array}{l} \dfrac{e^\alpha e^\mu}{e^\beta e^{\mu'}} = e^\xi e^\nu \\ \dfrac{e^\beta e^{\mu'}}{e^\gamma e^{\mu''}} = e^\eta e^{\nu'} \\ \hline \dfrac{e^\alpha e^\mu}{e^\gamma e^{\mu''}} = e^{\xi+\eta} e^{\nu+\nu'} \end{array}$$

ergiebt, die lediglich aus den Exponenten gebildete Folgerung aufstellt:

$$\begin{array}{l} (\alpha + \mu) - (\beta + \mu') = \xi + \nu \\ (\beta + \mu') - (\gamma + \mu'') = \eta + \nu' \\ \hline (\alpha + \mu) - (\gamma + \mu'') = (\xi + \nu) + (\eta + \nu') \end{array}$$

So kann man z. B. die beiden Prämissen, der Mensch ist möglicherweise gelehrt, Sokrates ist nothwendig ein Mensch, in die Quantitätsurtheile, mancher Mensch ist ein möglicher Gelehrter (d. h. eine gewisse Partikularität des Gelehrten) und Sokrates ist ein singulärer Fall des Menschen verwandeln, woraus sich dann der Schlusssatz gleichfalls in Form eines Quantitätsurtheiles ergiebt.

Schliesslich müssen wir hervorheben, dass die Darstellung einer mathematischen Grösse in der Form $A\lambda^a$ als das Produkt aus einer Zahl A und einer Potenz von λ, welche die Qualität jener Grösse bezeichnet, vornehmlich der geometrischen Anschauung entspricht, und dass die Darstellung der Grösse in der Form einer Potenz e^x die allgemeinere arithmetische ist. Ausgehend von dieser Form, erscheint der Qualitätsschluss in seiner Allgemeinheit auch nicht als das Resultat einer Multiplikation zweier Gleichungen, sondern als das Resultat der Potenzirung einer Gleichung in nachstehender Weise.

$$\begin{array}{lrcl} \text{Wenn} & e^m = x, & \text{oder } m = \log x = u \\ \text{und} & e^n = y, & \text{oder } n = \log y = v \\ \hline \text{so ist} & (e^m)^n = e^{mn} & = e^{\log x . \log y} = e^{uv} \end{array}$$

Aus dieser Potenzformel ergiebt sich, wenn man lediglich die Exponenten in Betracht zieht, die Multiplikationsformel

$$mn = \log x \log y = uv = w$$

Diese Multiplikationsformel entspricht dem Relationsurtheile, auf welches ein Qualitätsurtheil zurückgeführt wird. Ein Übergang von der letzteren Multiplikationsformel zu der Additionsformel

$$\log m + \log n = \log(\log x \log y) = \log w$$

entspricht endlich dem Übergange zu dem Inhärenz-, resp. Quantitätsurtheile, auf welches ein Relationsurtheil zurückgeführt werden kann.

5) Die Modalitätsschlüsse enthalten in jeder Prämisse ein Modalitätsurtheil, also eine Bedingung. Diese Schlüsse veranlassen uns zunächst zu einer Bemerkung über die sprachliche Form der Schlüsse im Allgemeinen. Das Wesen jedes Schlusses ist die auf dem Kausalitätsgesetze beruhende Folgerung: dieser Prozess kann in mannichfachen Formen verkündet werden. Die eine Form ist die, wo die beiden Prämissen als feststehende Erkenntnisse gegeben werden, also die Form A ist ein B, B ist ein C, folglich, daher, mithin, also u. s. w. ist A ein C. Diese Form liegt im wahren Geiste des Quantitätsgesetzes. Die zweite Form ist die, bei welcher die beiden Prämissen in einer Inhärenzbeziehung zueinander, also die eine als eine Inhärenzbestimmung der anderen gedacht werden. Diese Form lautet etwa so: indem oder während A ein B und B ein C ist; so ist A ein C: sie entspricht dem Charakter des Inhärenzgesetzes. Die dritte Form ist die, bei welcher die Begründung ausdrücklich betont wird. Diese Form, welche im Geiste des Kausalitätsgesetzes liegt, lautet: da oder weil A ein B und B ein C ist; so ist A ein C, oder auch: die eine Prämisse liefert auf Grund, in Gemässheit, als Folge u. s. w. der anderen den Schlusssatz. Die vierte Form entspricht dem Wesen der Qualität oder der Gemeinschaft: sie lautet: die eine Prämisse, angewandt auf die andere, verschmolzen mit der anderen, verwandelt durch die andere u. s. w., erzeugt den Schlusssatz als eine Abstraktion aus den beiden Prämissen. Diese Form liegt im Wesen des Qualitäts- oder Abstraktionsgesetzes. Die fünfte Form ist die, welche den Schlusssatz als bedingt durch die beiden Prämissen hinstellt. Diese Bedingung lässt die Prämissen als Hypothesen erscheinen, deren Richtigkeit die Richtigkeit des Schlusssatzes bedingt. Diese Form lautet: wenn A ein B und wenn B ein C ist; so ist A ein C oder auch, unter der Voraussetzung, dass A ein B und B ein C sei, ist A ein C.

Die letztere Form ist eine der gewöhnlichsten, in welcher Schlüsse ausgesprochen werden. Sie liegt im Geiste des Modalitätsgesetzes, kann aber, wie jede der übrigen Formen, auf jeden beliebigen Schluss angewandt werden, ist also nicht etwa eine spezifische Form für den eigentlichen Modalitätsschluss. Im Gegentheil, eignet sich diese Form für den Modalitätsschluss am wenigsten, weil die Partikel wenn, welche in dieser Form die Abhängigkeit zwischen den Prämissen und dem

Schlusssatze ausdrücken soll, nicht gut gleichzeitig gebraucht werden kann, um die in jeder Prämisse liegende Modalität, d. h. die Abhängigkeit zwischen dem Subjekte und Prädikate jeder Prämisse auszusprechen.

Der Schluss, wenn der Baum eine Pflanze und die Eiche ein Baum ist; so ist die Eiche eine Pflanze, ist ein reiner Quantitätsschluss, durchaus kein Modalitätsschluss; es ist ein Quantitätsschluss in Modalitätsform. Dagegen ist: wenn es heute Nachmittag regnet, besuche ich Dich, wenn ich Dich besuche, unterhalten wir uns, folglich unterhalten wir uns, wenn es heute Nachmittag regnet, ein reiner Modalitätsschluss in Quantitäts- oder Relationsform. Das „wenn" in dem ersteren Schlusse bezieht sich auf die Abhängigkeit zwischen Prämissen und Schlusssatz, in dem letzteren Schlusse dagegen auf die Abhängigkeit zwischen Subjekt und Prädikat der einzelnen Urtheile. Wollte man diesen Modalitätsschluss auch in Modalitätsform ausdrücken; so müsste man, mit Vermeidung der aus mehrfacher Wiederholung des „wenn" sich ergebenden Unverständlichkeit etwa sagen: unter der Voraussetzung, dass das Regenwetter meinen Besuch und mein Besuch unsere Unterhaltung bedingt, werden wir uns bei eintretendem Regenwetter unterhalten.

Die in den Prämissen eines Modalitätsschlusses liegende Abhängigkeit betrifft bekanntlich den Werth derjenigen Grundgrössen (Parameter p), welche die Modalität oder Form der betreffenden Objekte (Funktionen $F(x, p)$), d. h. jene Abhängigkeit wird durch diese Grössen p direkt gemessen (wie der Winkel φ direkt die Kausalität einer Relation $e^{\varphi\sqrt{-1}}$ und der Exponent α direkt den Abstraktionsgrad einer Qualität λ^{α} misst). Der Modalitätsschluss entspricht daher, mit Bezug auf die Schlussbetrachtungen in §. 494, wenn man die Abhängigkeit vermittelst des allgemeinsten Symbols F darstellt, der mathematischen Folgerung

Wenn $\quad {}^{a}\mathfrak{F}(-{}^{b}\mathfrak{F}(x))$ oder ${}^{a}\mathfrak{F}({}^{b}\mathfrak{f}(x)) = A$
und $\quad {}^{b}\mathfrak{F}(-{}^{c}\mathfrak{F}(x))$ oder ${}^{b}\mathfrak{F}({}^{c}\mathfrak{f}(x)) = B$
oder, was Dasselbe ist,
wenn $\quad {}^{a-b}\mathfrak{F}(x) = A$
und $\quad {}^{b-c}\mathfrak{F}(x) = B$

so hat man, indem man den aus der letzten Gleichung zu bestimmenden Index $b - c = Ind\,B = i$ setzt,

$$ {}^{a-c}\mathfrak{F}(x) = {}^{b-c}\mathfrak{F}({}^{a-b}\mathfrak{F}(x)) = {}^{i}\mathfrak{F}(A) $$

Aus der letzten Gleichung ist die Grösse b eliminirt und dieselbe stellt die zwischen a und c bestehende Abhängigkeit dar.

Mit Hülfe einer speziellen Funktion F und der Parameter p, q, r gestaltet sich in geometrischer Anschauung die Folgerung so:

Es sei $\quad F(p - q, x) = A$
und $\quad F(q - r, x) = B$

Um q zu eliminiren, sei f die umgekehrte Funktion von F in der Weise, dass wenn $F(p, x) = a$ ist, $p = f(a)$ sei. Alsdann sind die beiden Prämissen gleichbedeutend mit

$$ p - q = f(A) $$
$$ q - r = f(B) $$

Hieraus folgt $p - r = f(A) + f(B)$.

Dieser Schlusssatz nimmt die Form der Prämissen an, sobald man $f(A) + f(B) = f(C)$ setzt, worin offenbar $C = F\{f(A) + f(B), x\}$: denn alsdann ist

$$F(p - r, x) = C$$

Die eben erörterte mathematische Folgerung, welche die Elimination eines Parameters zwischen zwei Funktionen zum Zwecke hat und dem logischen Modalitätsschlusse entspricht, reduzirt sich auf eine Folgerung zwischen den Parametern selbst. Die letztere Folgerung ist die, dass wenn

$$\begin{array}{c} p - q = a \\ \underline{q - r = b} \\ p - r = a + b \end{array}$$

ist. Die letztere Folgerung ist die Analogie zu dem Quantitätsschlusse, auf welchen der Modalitätsschluss zurückgeführt werden kann. So lässt sich der zuletzt beispielsweise angeführte Modalitätsschluss folgendermaassen in einen Quantitätsschluss verwandeln. Die Grundbedingung des Regenwetters ist eine Partikularität der Grundbedingung meines Besuches (ist von der letzteren Grundbedingung eingeschlossen), die Grundbedingung meines Besuches ist eine Partikularität der Grundbedingung unserer Unterhaltung (ist von der letzteren eingeschlossen); daher ist die Grundbedingung des Regenwetters auch eine Partikularität der Grundbedingung unserer Unterhaltung (ist von letzterer eingeschlossen). Selbstredend kann dieses Modalitätsurtheil mit Einschränkungen verstanden sein: der Redende kann z. B. meinen, das Regenwetter bedinge meinen Besuch nicht ausnahmslos, sondern nur unter gewissen Umständen, auch sei unsere Unterhaltung nicht eine nothwendige, sondern nur eine unter besonderen Umständen sich ergebende Folge meines Besuches. Alsdann ist die eben erwähnte Einschliessung zwischen den betreffenden Grundbedingungen keine allgemeine, sondern nur eine partielle, und man sieht, dass der Quantitätsschluss mit diesen Modifikationen genau Schritt hält.

§. 511.

Formulirung des Schlusses.

Nach Vorstehendem legen wir den ferneren Untersuchungen über den Schluss den Quantitätsschluss zu Grunde. Derselbe hat die Aufgabe, aus zwei Quantitätsurtheilen durch Elimination des Mittelgliedes ein neues Urtheil zwischen dem Vorder- und Hintergliede abzuleiten. Da jede Prämisse aus einem Subjekte und einem Prädikate besteht; so kann das zu eliminirende Mittelglied entweder das Subjekt, oder das Prädikat der ersten Prämisse sein und dasselbe kann in jedem dieser beiden Fälle entweder mit dem Subjekte, oder mit dem Prädikate der zweiten Prämisse übereinstimmen. Bezeichnen wir das Urtheil zwischen der Prämisse A und dem Prädikate B kurz durch die Zusammenstellung von A und B, indem wir das Subjekt voranstellen, also durch AB; so kann, wenn AB die erste Prämisse darstellt, die zweite Prämisse eine der vier Formen BC, CB, AC, CA haben. Die vier, durch die Stellung des Mittelgliedes bedingten Schlussformen, welche in der Logik Schlussfiguren heissen, sind also

$$\frac{\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}}{AC} \qquad \frac{\begin{matrix}AB\\CB\end{matrix}}{AC} \qquad \frac{\begin{matrix}AB\\AC\end{matrix}}{BC} \qquad \frac{\begin{matrix}AB\\CA\end{matrix}}{BC}$$

Manche Logiker fassen die erste und letzte Figur in eine einzige zusammen, weil für Beide das Mittelglied in der einen Prämisse als Subjekt und in der anderen als Prädikat erscheint: für diese giebt es nur drei Schlussfiguren.

Ein Beispiel der ersten Form ist, die Eiche ist ein Baum, der Baum ist eine Pflanze, folglich ist die Eiche eine Pflanze. Ein Beispiel der zweiten Form ist, die Klasse der Fische enthält den Wal, die Klasse der Säugethiere enthält den Wal, folglich giebt es unter den Fischen Säugethiere. Ein Beispiel der dritten Form ist, der Wal ist ein Fisch, der Wal ist ein Säugethier, folglich giebt es unter den Fischen Säugethiere. Ein Beispiel der vierten Form ist, der Baum ist eine Pflanze, die Eiche ist ein Baum, folglich enthält die Klasse der Pflanzen den Baum.

Erwägt man jetzt, dass es nach §. 503 für jedes Urtheil vier Hauptfälle giebt, welche das Verhältniss des Subjektes zum Prädikate darstellen (zwei umfassende, ein beschränkendes und ein ausschliessendes Urtheil); so leuchtet ein, dass sowohl für die erste, als auch für die zweite Prämisse vier Fälle in Betracht kommen, dass also überhaupt $4 . 4 . 4 = 64$ verschiedene Fälle des Quantitätsschlusses zu berücksichtigen wären.

Die aus den verschiedenen Verhältnissen des Subjektes und Prädikates sich ergebenden Arten jeder Schlussfigur heissen in der Logik Moden (modi). Es giebt also für jede Hauptfigur 16, im Ganzen 64 Schlussmoden. Da unsere Eintheilung der Urtheile nicht mit der in der heutigen Logik üblichen übereinstimmt; so werden auch unsere 64 Schlussmoden nicht mit den in den logischen Lehrbüchern vorkommenden übereinstimmen. Unter den letzteren scholastischen Schlüssen giebt es eine gewisse Anzahl, bei welchen der Schlusssatz sich keiner der vier Urtheilsformen anbequemt und welche demzufolge für ungültige Schlüsse gehalten werden. Nach Ausscheidung derselben bleiben die sogenannten gültigen Moden zurück, welche die scholastischen Namen Barbara, Celarent, Darii, Ferio etc. tragen. Diese Namen enthalten zwar ein mnemonisches Hülfsmittel für die Ableitung des Schusssatzes aus den Prämissen; ihr Gebrauch würde jedoch ebenso schwerfällig sein, wie die Anwendung von symbolischen Namen für die Besonderheiten, welche eine mathematische Formel zeigt, wenn die darin enthaltenen Grössen spezielle Werthe annehmen. Das beste Hülfsmittel ist das Verständniss und dieses, sowie eine alle Schlüsse umfassende rationelle Formel ergiebt sich auf folgende Weise.

Jedes Quantitätsurtheil, also auch die erste Prämisse eines Quantitätsschlusses lässt sich durch die Gleichung

$$a + x = b + y$$

darstellen, worin die auf der rechten Seite stehende Grösse b das Mittelglied des Schlusses ist. Ebenso lässt sich das in der zweiten Prämisse liegende Urtheil durch die Gleichung

$$b + y' = c + z$$

darstellen, worin das Mittelglied b auf die linke Seite gestellt ist. Durch

Elimination des Mittelgliedes b ergiebt sich sofort der Schlusssatz in der Form

$$a + x + y' = c + z + y$$

Die Herstellung der beiden Prämissen in der vorstehenden Form ist mittelst der mathematischen Formel ohne Weiteres zu machen. In Worten bedarf es hierbei für die zweite, dritte und vierte Figur einer Umkehrung des einen oder anderen Urtheils, welche bei unserer Eintheilung der Urtheile stets leicht geschehen kann, bei der scholastischen Eintheilung aber nicht immer einen präzisen Ausdruck findet. Man übersieht übrigens leicht, dass die Stellung des Mittelgliedes in den beiden Prämissen für die Schlussbildung unwesentlich ist und dass die vorstehende Stellung nur gewählt ist, um die Schlussregel für alle Schlussformen in derselben Weise aussprechen zu können. Wenn man will, und bei der scholastischen Eintheilung der Urtheile ist es sogar unvermeidlich, kann man die Prämissen auch so, wie sie gegeben sind, beibehalten und dieselben addiren, wenn das Mittelglied in ihnen auf entgegengesetzten Seiten steht, und subtrahiren, wenn das Mittelglied auf gleichen Seiten steht.

Zur Erläuterung des gewonnenen Schlusssatzes müssen wir hervorheben, dass in einer Gleichung, welche ein logisches Urtheil zwischen den Begriffen a und c vertreten soll, die Glieder $x + y'$ und $z + y$ keinen Theil miteinander gemein haben dürfen und dass

$$a - (z + y) = c - (x + y')$$

das Maximum der dem a und c gemeinsamen Fälle darstellen muss (§. 503). Nun hat zwar wegen der die erste Prämisse darstellenden Gleichung x Nichts mit a und Nichts mit y und wegen der die zweite Prämisse darstellenden Gleichung z Nichts mit c und Nichts mit y' gemein: allein möglicherweise besteht eine Gemeinschaft zwischen y und y' und zwischen x und z. Haben y und y' die Grösse g miteinander gemein; so wird dieselbe, weil y ein Theil von a und y' ein Theil von c ist, dasjenige Gemeinsame von a und c sein, welches kein b enthält. Haben ferner x und z die Grösse h miteinander gemein; so wird dieselbe, weil x ein Theil von b und auch z ein Theil von b ist, ein Theil von b sein, welcher weder a, noch c enthält.

Das Gemeinsame von $x + y'$ und $z + y$ ist hiernach $g + h$. Indem dasselbe mit eliminirt wird, ergiebt sich der Schlusssatz

$$a + (x + y' - g - h) = c + (z + y - g - h)$$

Ohne die Kenntniss der gemeinsamen Theile g und h ist der Schlusssatz nicht in einem einfachen Urtheile darzustellen. Hierdurch sind wir vor eine für die Theorie des Schlusses höchst wichtige Thatsache gestellt, welche sich in folgende Sätze auflösen lässt.

Der sprachliche Ausdruck eines Urtheils schliesst sich der Form der Gleichung $a - y = b - x$ an, indem derselbe die Übereinstimmung des Gemeinsamen zwischen Subjekt und Prädikat zur Erkenntniss bringt. Der im Subjekte liegende allgemeine Begriff ist a, das wahre Subjekt jedoch $a - y$: der im Prädikate liegende allgemeine Begriff ist b, das wahre Prädikat jedoch $b - x$. Ebenso ist für die zweite Prämisse

$b - z = c - y'$ b der im Mittelgliede liegende allgemeine Begriff, jedoch $b - z$ der logische Werth des Mittelgliedes. Hieraus geht hervor, dass das Mittelglied in beiden Prämissen zwar denselben allgemeinen Begriff b enthält, aber einen ganz verschiedenen Werth $b - x$ und $b - z$ hat. So enthält zwar in den beiden Prämissen, der Mensch ist sterblich, Plato ist ein Mensch, das Mittelglied denselben allgemeinen Begriff Mensch, der logische Werth dieses Gliedes ist jedoch ein ganz verschiedener, indem unter dem Menschen in der ersten Prämisse jeder sterbliche Mensch, in der zweiten Prämisse dagegen ein einzelner Mensch verstanden ist. Ebenso enthält in den beiden Prämissen, die Eiche ist ein Baum, der Baum ist eine Pflanze, das Mittelglied den Begriff Baum b: allein in der ersten Prämisse sind doch nur diejenigen Bäume $b - x$ gemeint, welche Eichen sind (welche sich mit Eichen decken), während in der zweiten Prämisse sämmtliche Bäume $b - 0 = b$ gemeint sind.

Die Verschiedenheit des Werthes $b - x$ und $b - z$ des Mittelgliedes in der ersten und zweiten Prämisse macht es nun eben möglich, dass beide Mittelglieder einen anderen Werth, als eben den allgemeinen Begriff b miteinander gemein haben. Die Kenntniss dieses Gemeinsamen der beiden Werthe des Mittelgliedes ist nun zur Bildung eines einfachen Schlusssatzes unbedingt nothwendig. Im ersten der beiden vorstehenden Beispiele muss also die Gemeinsamkeit zwischen allen sterblichen Menschen und einem einzelnen Menschen, im zweiten Beispiele die Gemeinsamkeit zwischen allen Eichbäumen und sämmtlichen möglichen Bäumen bekannt sein.

Die letztere Erkenntniss kömmt auf die Erkenntniss des Gemeinsamen zwischen den Grössen x und z, also zwischen denjenigen beiden Grössen zurück, um welche a, resp. c erweitert werden müssen, damit alle a und b, resp. alle c und b umfasst werden, was bekanntlich durch die Werthe $a + x$ und $c + z$ geschieht. Da aber die letzteren Werthe resp. gleich $b + y$ und gleich $b + y'$ sind; so setzt jene Erkenntniss auch die Bekanntschaft des Gemeinsamen von y und y' also von denjenigen Grössen voraus, um welche b erweitert werden muss, damit alle a und b, resp. alle c und b umfasst werden.

Zur Bildung eines Schlusses aus zwei Prämissen ist also eine Kenntniss erforderlich, welche weder in der ersten, noch in der zweiten Prämisse, noch in beiden zusammen, welche vielmehr ausserhalb dieser Prämissen liegt und durch einen besonderen Beurtheilungsakt gewonnen werden muss, ehe der Schluss möglich ist. Diese Kenntniss kann in gewissen Fällen eine unvollständige sein. Alsdann wird auch der Schlusssatz einen geringeren Grad von Einfachheit haben: immer aber muss die mehr oder minder vollständige Kenntniss der Grössen g und h vorausgesetzt werden. Mit dieser Erkenntniss ergiebt sich sodann stets ein Schlusssatz, welcher zwar nicht immer ein einfaches, aber doch stets ein innerhalb bestimmter Grenzen liegendes, also ein solches Urtheil enthält, welches man eine bestimmte Erkenntniss innerhalb gewisser Grenzen nennen kann.

Schon wegen des nach Vorstehendem neu zu beschaffenden Materials gewährt der Schluss eine neue, selbstständige Erkenntniss. Diese ist aber ganz unabhängig von derjenigen Erkenntniss, welche in der Neuheit der durch den Schluss aufgedeckten Beziehung zwischen dem Unter-

und Oberbegriffe a und c liegt. Die letztere Beziehung oder das Urtheil zwischen a und c ist weder in der ersten, noch in der zweiten Prämisse enthalten: dasselbe ist zwar ein Resultat aus beiden, und liegt verhüllt in ihnen; aber in dieser Verhüllung ist dasselbe unerkannt, existirt also nicht für den denkenden Geist, für welchen nur das Erkannte die Bedeutung des Seienden hat. Im Schlusse erst wird jene Relation bekannt; der Schluss also erzeugt eine vor ihm noch nicht da gewesene Erkenntniss.

Die Begriffe, auf deren Kenntniss es beim Schliessen ankömmt, stellen sich am übersichtlichsten durch das in §. 504 angewandte Verfahren der Darstellung eines Begriffes und Urtheils durch die Partikularitäten der Merkmale der darin erscheinenden Objekte heraus. Die erste Prämisse, welche das Urtheil zwischen a und b bildet, erfordert die Bekanntschaft der in den Ausdrücken

$$a = |a| + |ab|$$
$$b = |b| + |ab|$$

vorkommenden Glieder. Die erste Prämisse ist dann

$$a - |a| = b - |b| = |ab|$$

woraus $a + |b| = b + |a|$ folgt.

Die zweite Prämisse, welche das Urtheil zwischen b und c bildet, erfordert die Bekanntschaft der in den Ausdrücken

$$b = |b| + |bc|$$
$$c = |c| + |bc|$$

enthaltenen Glieder. Diese Prämisse ist dann

$$b - |b| = c - |c| = |bc|$$

woraus $b + |c| = c + |b|$ folgt.

Die Bekanntschaft anderer als der erwähnten Glieder erfordern die beiden Prämissen, als vollständige Urtheile zwischen a und b und zwischen b und c, durchaus nicht. Aus diesen Urtheilen ist aber mit den letzteren Hülfsgrössen zwar immer ein Schluss zu ziehen; es ist aber von vorn herein nicht gewiss, ob der Schlusssatz sich als ein einfaches Urtheil in irgend einer der Klassifikation zu Grunde gelegten Formen werde ausdrücken lassen, weil das Gemeinsame, welches die Objekte $|a|$, $|b|$, $|c|$, $|ab|$, $|bc|$ haben, nicht bekannt ist. So ist z. B. aus den beiden vollständigen Urtheilen, mancher Christ ist Europäer, mancher Europäer ist Jude, kein einfacher Schluss zu ziehen, da die Gemeinschaft zwischen denjenigen Europäern, welche Christen sind, und denjenigen, welche Juden sind, unbekannt ist. Der Schluss, dass manche Christen Juden seien, würde ganz falsch sein. Ebenso lässt sich aus den beiden vollständigen Urtheilen, kein Christ ist Jude, kein Jude ist Katholik, ein einfacher Schluss ziehen, weil die Gemeinschaft zwischen Christ und Katholik nicht gegeben ist. Der Schluss, dass kein Christ ein Katholik sei, würde offenbar falsch sein.

Das einfache Urtheil zwischen zwei Objekten a und b ist das zwischen den möglich engsten Grenzen liegende. Ein Urtheil, welches mehrere einfache zulässt, ist zwar innerhalb der erweiterten Grenzen immer ein bestimmtes, mit Bezug auf die engsten Grenzen der einfachen

Urtheile aber natürlich ein unbestimmtes. Wenn man also die Bestimmtheit nicht auf die in einem konkreten Falle gegebenen Grenzen, sondern auf die absoluten Grenzen einfacher Urtheile bezieht; so erscheinen die Schlüsse, welche ohne vollständige Erkenntniss der mehrerwähnten Partikularitäten gebildet werden, als unbestimmte Schlüsse.

Dass sich unter gewissen Umständen aus den beiden Prämissen ohne Weiteres ein bestimmter einfacher Schluss bilden lässt, hat seinen Grund lediglich darin, dass dann diejenigen Partikularitäten, deren Bekanntschaft nothwendig ist, wirklich bekannt sind oder dass ihr Werth unmittelbar erkannt werden kann. So gestatten die Prämissen, jede Eiche ist ein Baum, jeder Baum ist eine Pflanze, den einfachen Schluss, dass jede Eiche eine Pflanze sei, weil hier, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird, alle erforderlichen Partikularitäten bekannt sind.

Was nun diejenigen Partikularitäten betrifft, deren Kenntniss die Schlussbildung beeinflusst; so treten dieselben deutlicher hervor, sobald man ein jedes der drei Objekte a, b, c durch die Merkmale aller darstellt, also

$$\begin{aligned} a &= |a| + |ab| + |ac| + |abc| \\ b &= |b| + |ab| + |bc| + |abc| \\ e &= |c| + |ac| + |bc| + |abc| \end{aligned}$$

setzt. Zur Veranschaulichung dient die Figur 1205. Ehe wir weitergehen, müssen wir hervorheben, dass eine Partikularität von a wie $|a|$ oder wie $|ab|$ einen ganz anderen Werth hat, jenachdem a durch die zwei Merkmale a, b oder durch die zwei Merkmale a, c oder durch die zwei Merkmale b, c oder a, d u. s. w. oder durch die drei Merkmale a, b, c oder a, b, d u. s. w. oder durch die vier Merkmale a, b, c, d definirt ist. So hat denn in den obigen beiden Prämissen die Grösse $|b|$ in der ersten einen anderen Werth als in der zweiten: bei der Definition durch die drei Merkmale a, b, c hat nämlich $|b|$ in der ersten Prämisse den Werth $|b| + |bc|$, in der zweiten Prämisse aber den Werth $|b| + |ab|$. Um also die Glieder aus verschiedenen Gleichungen miteinander vergleichen zu können, müssen sie nothwendig durch dieselben Merkmale definirt sein.

Um für solche Fälle, wo es darauf ankömmt, alle Zweifel über die Bedeutung der Grössen $|a|$, $|ab|$ u. s. w. zu beseitigen, diesen Grössen unzweideutige Werthe zu verleihen, braucht nur die Gesammtheit aller Merkmale, für welche die Definition stattgefunden hat, notirt zu werden. Diess thun wir, indem wir diejenigen Merkmale, welche sich in der darzustellenden Partikularität decken, wie früher, zwischen die Striche $|\ |$, alle übrigen Merkmale aber ausserhalb dieser Striche daneben setzen. Sind also a, b, c, d sämmtliche Merkmale, durch welche definirt wird; so hat man

$$\begin{aligned} a = {} & |a|bcd + |ab|cd + |ac|bd + |ad|bc \\ & + |abc|d + |abd|c + |acd|b + |abcd| \end{aligned}$$

Kommen nur drei Merkmale a, b, c in Betracht; so ist

$$\begin{aligned} a &= |a|bc + |ab|c + |ac|b + |abc| \\ b &= |b|ac + |ab|c + |bc|a + |abc| \\ c &= |c|ab + |ac|b + |bc|a + |abc| \end{aligned}$$

In dieser Bezeichnungsweise liegt eine wesentliche Vervollkommnung der Methode, indem daraus jede Partikularität, wie z. B. $|ab|c$, eine unzweifelhafte Bedeutung gewinnt, ausserdem aber sowohl die von ihr eingeschlossenen Merkmale a, b, als auch die von ihr ausgeschlossenen Merkmale c erkennen lässt.

Kommen in einer Rechnung nur Definitionen durch dieselben Merkmale a, b, c vor; so kann man in den einzelnen Gliedern die ausgeschlossenen Merkmale zur Abkürzung der Schreibweise weglassen. Unter dieser Voraussetzung erscheint die erste Prämisse, da $|ab|+|abc|$ das Gemeinsame von a und b ist, in der Gestalt

$$a - |a| - |ac| = b - |b| - |bc| = |ab| + |abc|$$

und die zweite Prämisse, da $|bc|+|abc|$ das Gemeinsame von b und c ist, in der Gestalt

$$b - |b| - |ab| = c - |c| - |ac| = |bc| + |abc|$$

und wenn man diese beiden Prämissen in der früheren Form als die Gleichheit zweier Summen erscheinen lassen will, in der Gestalt

$$a + |b| + |bc| = b + |a| + |ac|$$
$$b + |c| + |ac| = c + |b| + |ab|$$

Aus diesen Gleichungen geht deutlich hervor, dass $|ac|$ das vorhin mit g bezeichnete Gemeinsame der dortigen Grössen y und y' ist, und dass $|b|$ das vorhin mit h bezeichnete Gemeinsame der beiden Grössen x und z ist. Bei der Elimination von b aus den beiden Prämissen verschwinden zugleich die Grössen $|ac|$ und $|b|$ und der Schlusssatz lautet

$$a + |c| + |bc| = c + |a| + |ab|$$

und hieraus, sowie aus den vorstehenden Formeln folgt zugleich

$$a - |a| - |ab| = c - |c| - |bc| = |ac| + |abc|$$

Man erkennt sofort, dass wenn die beiden Grössen $|ac| = g$ und $|b| = h$ bekannt sind, aus den mit den Prämissen gegebenen Grössen $|b|+|bc| = x$, $|a|+|ac| = y$, $|c|+|ac| = y'$, $|b|+|ab| = z$ sofort die Bekanntschaft der im Schlusssatze erscheinenden Partikularitäten $|a| = y - g$, $|c| = y' - g$, $|ab| = z - h$, $|bc| = x - h$ hervorgeht. Die Bekanntschaft einer dieser Partikularitäten erfordert nicht die Kenntniss ihres mathematischen Werthes, sondern ihrer logischen Definition durch die als gegeben zu betrachtenden Begriffe.

Um einen einfachen Schluss zu ermöglichen, ist also die Kenntniss der beiden Grössen $|ac|$ und $|b|$ oder, präziser ausgedrückt, der beiden Grössen $|ac|b$ und $|b|ac$ erforderlich. Von diesen beiden Grössen stellt $|b|ac$ diejenige Partikularität des zu eliminirenden Begriffes b dar, welche weder ein a noch ein c enthält, und $|ac|b$ stellt diejenige Partikularität der dem a und c gemeinsam zukommenden Fälle dar, welche keinen Fall des zu eliminirenden Begriffes b enthält. Diese beiden Grössen sind nicht durch die Prämissen gegeben. Die Prämissen in der gegebenen Form sind vielmehr

$$a + |b|a = b + |a|b$$
$$b + |c|b = c + |b|c$$

und es steht nur soviel fest, dass hierin $|b|a = |b|ac + |bc|a$, $|a|b = |a|bc + |ac|b$, $|c|b = |c|ab + |ac|b$, $|b|c = |b|ac + |ab|c$ ist. Ehe die Werthe von $|ac|b$ und $|b|ac$ nicht bekannt sind, kann auch der Werth der übrigen im Schlusssatze erscheinenden Glieder nicht bestimmt werden. Die gänzliche oder theilweise Unbekanntschaft der Grössen $|ac|b$ und $|b|ac$ hat indessen nicht die Unmöglichkeit des Schlusses, sondern nur dessen höhere oder geringere Einfachheit zur Folge.

Um Diess näher nachzuweisen, bemerken wir, dass der gefundene Schlusssatz in einer einzigen Formel sämmtliche den 64 Moden entsprechenden Fälle involvirt. Was zunächst die vier Hauptfiguren betrifft; so sind dieselben dadurch berücksichtigt, dass alle Figuren als auf die erste Figur gebracht vorausgesetzt werden. Es kommen mithin nur die 16 Moden einunddderselben Figur in Betracht. Diese Moden entsprechen der Kombination der vier Spezialwerthe, welche das Gemeinsame des Subjektes und Prädikates der ersten Prämisse annehmen kann, mit den vier Spezialwerthen, welche das Gemeinsame des Subjektes und Prädikates der zweiten Prämisse annehmen kann. Das erstere Gemeinsame von a und b ist

$$|ab| = |ab|c + |abc|$$

Das letztere Gemeinsame von b und c ist

$$|bc| = |bc|a + |abc|$$

Die vier Spezialwerthe, welche das Gemeinsame von a und b annehmen können, sind für unsere Eintheilung der Urtheile der Werth a, der Werth b, der allgemeine Werth $< a$, $< b$ und der Werth 0. Der erste Werth verlangt mit Rücksicht auf den obigen Ausdruck für a, wenn man die Definition durch die drei Merkmale a, b, c voraussetzt, der Abkürzung wegen aber die ausgeschlossenen Merkmale weglässt, dass $|ab| + |abc| = a = |a| + |ab| + |ac| + |abc|$, also $|a| + |ac| = 0$, folglich $|a| = 0$ und $|ac| = 0$ sei. Der zweite Werth verlangt, $|a| + |abc| = b = |b| + |ab| + |bc| + |abc|$, also $|b| + |bc| = 0$, folglich $|b| = 0$ und $|bc| = 0$. Der dritte Werth giebt zu keinen Bemerkungen Veranlassung. Der vierte Werth verlangt $|ab| + |abc| = 0$, also $|ab| = 0$ und $|abc| = 0$.

Die vier Spezialwerthe, welche das Gemeinsame von b und c annehmen können, sind der Werth b, der Werth c, der allgemeine Werth $< a$, $< b$, der Werth 0. Der erste Werth verlangt, wie man leicht findet, $|b| = 0$ und $|ab| = 0$; der zweite Werth verlangt $|c| = 0$ und $|ac| = 0$; der dritte Werth veranlasst keine besonderen Bemerkungen; der vierte Werth verlangt $|bc| = 0$ und $|abc| = 0$.

Stellen wir die Kombinationen der vier ersten und der vier letzten Werthe mit den korrespondirenden Schlüssen zusammen, wobei wir das direkt umfassende, das indirekt umfassende, das beschränkende und das ausschliessende Urtheil resp. mit den Nummern 1, 2, 3, 4 belegen (sodass das scholastische partikulär bejahende Urtheil die drei Nummern 1, 2, 3 und das partikulär verneinende Urtheil die drei Nummern 2, 3, 4 umfasst); so ergiebt sich folgende Tafel:

Modus	Spezial-werthe	vermöge dieser Spezial-werthe ist	Nr.	erste Prämisse	Nr.	zweite Prämisse
1	$\vert a\vert=0$ $\vert ac\vert=0$ $\vert b\vert=0$ $\vert ab\vert=0$	$\vert abc\vert=a$	1	$a+\vert bc\vert=b$	1	$b+\vert c\vert=c$
2	$\vert a\vert=0$ $\vert ac\vert=0$ $\vert c\vert=0$		1	$a+\vert b\vert+\vert bc\vert=b$	2	$b=c+\vert b\vert+\vert ab\vert$
3	$\vert a\vert=0$ $\vert ac\vert=0$		1	$a+\vert b\vert+\vert bc\vert=b$	3	$b+\vert c\vert=c+\vert b\vert+\vert ab\vert$
4	$\vert a\vert=0$ $\vert ac\vert=0$ $\vert bc\vert=0$ $\vert abc\vert=0$	$\vert ab\vert=a$ $\vert c\vert=c$ $\vert b\vert+\vert ab\vert=b$	1	$a+\vert b\vert=b$	4	$b+c=c+b$
5	$\vert b\vert=0$ $\vert bc\vert=0$ $\vert ab\vert=0$	$\vert abc\vert=b$	2	$a=b+\vert a\vert+\vert ac\vert$	1	$b+\vert c\vert+\vert ac\vert=c$
6	$\vert b\vert=0$ $\vert bc\vert=0$ $\vert c\vert=0$ $\vert ac\vert=0$	$\vert abc\vert=c$	2	$a=b+\vert a\vert$	2	$b=c+\vert ab\vert$
7	$\vert b\vert=0$ $\vert bc\vert=0$		2	$a=b+\vert a\vert+\vert ac\vert$	3	$b+\vert c\vert+\vert ac\vert=c+\vert ab\vert$
8	$\vert b\vert=0$ $\vert bc\vert=0$ $\vert abc\vert=0$	$\vert ab\vert=b$ $\vert c\vert+\vert ac\vert=c$	2	$a=b+\vert a\vert+\vert ac\vert$	4	$b+c=c+b$
9	$\vert b\vert=0$ $\vert ab\vert=0$		3	$a+\vert bc\vert=b+\vert a\vert+\vert ac\vert$	1	$b+\vert c\vert+\vert ac\vert=c$
10	$\vert c\vert=0$ $\vert ac\vert=0$		3	$a+\vert b\vert+\vert bc\vert=b+\vert a\vert$	2	$b=c+\vert b\vert+\vert ab\vert$
11	—		3	$a+\vert b\vert+\vert bc\vert=b+\vert a\vert+\vert ac\vert$	3	$b+\vert c\vert+\vert ac\vert=c+\vert b\vert+\vert ab\vert$
12	$\vert bc\vert=0$ $\vert abc\vert=0$	$\vert c\vert+\vert ac\vert=c$ $\vert b\vert+\vert ab\vert=b$	3	$a+\vert b\vert=b+\vert a\vert+\vert ac\vert$	4	$b+c=c+b$
13	$\vert ab\vert=0$ $\vert abc\vert=0$ $\vert b\vert=0$	$\vert bc\vert=b$ $\vert a\vert+\vert ac\vert=a$	4	$a+b=b+a$	1	$b+\vert c\vert+\vert ac\vert=c$
14	$\vert ab\vert=0$ $\vert abc\vert=0$ $\vert c\vert=0$ $\vert ac\vert=0$	$\vert bc\vert=c$ $\vert a\vert=a$ $\vert b\vert+\vert bc\vert=b$	4	$a+b=b+a$	2	$b=c+\vert b\vert$
15	$\vert ab\vert=0$ $\vert abc\vert=0$	$\vert a\vert+\vert ac\vert=a$ $\vert b\vert+\vert bc\vert=b$	4	$a+b=b+a$	3	$b+\vert c\vert+\vert ac\vert=c+\vert b\vert$
16	$\vert ab\vert=0$ $\vert abc\vert=0$ $\vert bc\vert=0$	$\vert b\vert=b$ $\vert a\vert+\vert ac\vert=a$ $\vert c\vert+\vert ac\vert=c$	4	$a+b=b+a$	4	$b+c=c+b$

Schlusssatz	Mögliche Werthe der Partikularitäten im Schlusssatze	Nummern der im Schlusssatze liegenden Urtheile	Wortlaut des Schlusses
$a + \|c\| + \|b c\| = c$	$\|c\| > 0$ $\|b c\| > 0$	1	Wenn jeder *a* ein *b* und jeder *b* ein *c* ist; so ist jeder *a* ein *c*.
$a + \|b c\| = c + \|a b\|$	$\|a b\| \geqq 0$ $\|b c\| \geqq 0$	1, 2, 3, 4	Wenn jeder *a* ein *b* ist und *b* alle *c* enthält; so kann zwischen *a* und *c* jedes Quantitätsverhältniss bestehen.
$a + \|c\| + \|b c\| = c + \|a b\|$	$\|c\| > 0$ $\|a b\| \geqq 0$ $\|b c\| \geqq 0$	1, 3, 4	Wenn jeder *a* ein *b* und mancher *b* ein *c* ist; so sind mindestens einige *c* keine *a*, oder so enthält *a* nicht alle *c*.
$a + c = c + a$		4	Wenn jeder *a* ein *b* und kein *b* ein *c* ist; so ist kein *a* ein *c*.
$a + \|c\| = c + \|a\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| \geqq 0$	1, 2, 3	Wenn *a* alle *b* enthält und jeder *b* ein *a* ist; so ist mindestens mancher *a* ein *c*.
$a = c + \|a\| + \|a b\|$	$\|a\| > 0$ $\|a b\| > 0$	2	Wenn *a* alle *b* und *b* alle *c* enthält; so enthält *a* alle *c*.
$a + \|c\| = c + \|a\| + \|a b\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| \geqq 0$ $\|a b\| > 0$	2, 3	Wenn *a* alle *b* enthält und mancher *b* ein *c* ist; so enthält *a* alle oder einige *c*, es ist jedoch nicht jeder *a* ein *c*.
$a + \|c\| = c + \|a\| + \|b\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| \geqq 0$	2, 3, 4	Wenn *a* alle *b* enthält und kein *b* ein *c* ist; so sind mindestens einige *a* keine *c*.
$a + \|c\| + \|b c\| = c + \|a\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| \geqq 0$ $\|b c\| > 0$	1, 3	Wenn mancher *a* ein *b* und jeder *b* ein *c* ist; so enthält *c* alle oder einige *a*, es ist jedoch nicht jeder *c* ein *a*.
$a + \|b c\| = c + \|a\| + \|a b\|$	$\|a\| > 0$ $\|a b\| \geqq 0$ $\|b c\| \geqq 0$	2, 3, 4	Wenn mancher *a* ein *b* ist und *b* alle *c* enthält; so sind mindestens einige *a* keine *c*.
$a + \|c\| + \|b c\| = c + \|a\| + \|a b\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| \geqq 0$ $\|a b\| \geqq 0$ $\|b c\| \geqq 0$	1, 2, 3, 4	Wenn mancher *a* ein *b* und mancher *b* ein *c* ist; so kann zwischen *a* und *c* jedes beliebige Verhältniss bestehen.
$a + \|c\| = c + \|a\| + \|a b\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| \geqq 0$ $\|a b\| > 0$	2, 3, 4	Wenn mancher *a* ein *b* und kein *b* ein *c* ist; so sind mindestens einige *a* keine *c*.
$a + \|c\| + b = c + \|a\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| > 0$	1, 3, 4	Wenn kein *a* ein *b* und jeder *b* ein *c* ist; so sind mindestens einige *c* keine *a*, oder so enthält *a* nicht alle *c*.
$a + c = c + a$		4	Wenn kein *a* ein *b* ist und *b* alle *c* enthält; so ist kein *a* ein *c*.
$a + \|c\| + \|b c\| = c + \|a\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| > 0$ $\|b c\| > 0$	1, 3, 4	Wenn kein *a* ein *b* und mancher *b* ein *c* ist; so sind mindestens einige *c* keine *a*, oder so enthält *a* nicht alle *c*.
$a + \|c\| = c + \|a\|$	$\|a\| \geqq 0$ $\|c\| \geqq 0$	1, 2, 3, 4	Wenn kein *a* ein *b* und kein *b* ein *c* ist; so ist zwischen *a* und *c* jedes Verhältniss möglich.

Alle möglichen Schlüsse, deren Prämissen durch die von uns angenommenen Urtheile ausgedrückt werden, können auf einen der vorstehenden 16 Moden gebracht werden. Die Zusammenstellung sämmtlicher Schlüsse lehrt also, dass jeder Schlussmodus zu einem bestimmten Schlusse führt. In drei Fällen gestattet der Schlusssatz jedes beliebige Quantitätsverhältniss zwischen dem Ober- und Untergliede, nämlich bei der Verbindung eines direkt umfassenden mit einem indirekt umfassenden Urtheile, ferner bei der Verbindung zweier beschränkenden Urtheile und endlich bei der Verbindung zweier ausschliessenden Urtheile. Die scholastischen Aussprüche: ex mere particularibus et ex mere negativis nihil sequitur, können wir daher nicht anerkennen, ebenso wenig die Theorie von den gültigen und den ungültigen Schlüssen. Jeder Modus hat einen gültigen Schluss, wenngleich das im Schlusssatze zu verkündende Quantitätsverhältniss in dem einen Falle ein weiteres ist, als in dem anderen.

Die Bestimmtheit der Schlüsse findet auch dann noch statt, wenn man die Prämissen in der Form der scholastischen Urtheile ausspricht. Da aber nicht alle diese Urtheile in scholastischen Termen umkehrbar sind; so umfasst die Zusammenstellung aller möglichen Schlussmoden eine weit grössere Zahl als 16. Wir beschränken uns darauf, die 16 Moden der ersten scholastischen Schlussfigur darzustellen. Diese erste Figur ist diejenige, bei welcher das Mittelglied b das Subjekt der ersten und das Prädikat der zweiten Prämisse ist, bei welcher also aus der Beziehung von b zu c und von a zu b das Verhältniss von a zu c gefolgert wird. Diese Figur stimmt mit der in der vorstehenden Tafel angewandten überein, sobald man dort die beiden Prämissen miteinander vertauscht. Bezeichnen wir nach scholastischem Gebrauche das allgemein bejahende Urtheil mit dem Vokale a, das partikulär bejahende mit i, das allgemein verneinende mit e und das partikulär verneinende mit o; so ergiebt sich folgende Zusammenstellung.

Modus	Prämissen	Schlusssatz	Scholastischer Name	Wortlaut des Schlusses
1	$a\,a$	a	Barbara	Wenn jeder b ein c und jeder a ein b ist; so ist jeder a ein c.
2	$a\,e$			Wenn jeder b ein c und kein a ein b ist; so enthält a nicht alle c (so sind mindestens einige c keine a oder so ist nicht jeder c ein a).
3	$a\,i$	i	Darii	Wenn jeder b ein c und mindestens einige a ein b sind; so sind mindestens einige a ein c.
4	$a\,o$			Wenn jeder b ein c und mindestens einige a keine b sind, so kann das Quantitätsverhältniss von a und c jeden Werth haben.
5	$e\,a$	e	Celarent	Wenn kein b ein c und jeder a ein b ist; so ist kein c ein a.
6	$e\,e$			Wenn kein b ein c und kein a ein b ist; so ist das Verhältniss von a und c unbeschränkt.

Modus	Prämissen	Schlusssatz	Scholastischer Name	Wortlaut des Schlusses.
7	*e i*	*o*	Ferio	Wenn kein *b* ein *c* und mindestens einige *a* ein *b* sind; so sind mindestens einige *a* keine *c*.
8	*e o*			Wenn kein *b* ein *c* und mindestens einige *a* keine *b* sind; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.
9	*i a*			Wenn mindestens einige *b* ein *c* sind und jeder *a* ein *b* ist; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.
10	*i e*			Wenn mindestens einige *b* ein *c* sind und kein *a* ein *b* ist; so enthält *a* nicht alle *c* (so sind mindestens einige *c* keine *a*).
11	*i i*			Wenn mindestens einige *b* ein *c* und mindestens einige *a* ein *b* sind; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.
12	*i o*			Wenn mindestens einige *b* ein *c* und mindestens einige *a* keine *b* sind; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.
13	*o a*			Wenn mindestens einige *b* keine *c* sind und jeder *a* ein *b* ist; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.
14	*o e*			Wenn mindestens einige *b* keine *c* sind und kein *a* ein *b* ist; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.
15	*o i*			Wenn mindestens einige *b* keine *c* und mindestens einige *a* ein *b* sind; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.
16	*o o*			Wenn mindestens einige *b* keine *c* und mindestens einige *a* keine *b* sind; so ist das Verhältniss von *a* und *c* unbeschränkt.

Diese Zusammenstellung giebt zu folgenden Bemerkungen Veranlassung. Von den 16 Moden der ersten Schlussfigur sind nur 4 mit Namen belegt, weil nur diese für gültige Schlüsse gehalten werden. Der Modus Nr. 2 und 10 ist aber genau so einfach, bestimmt und begrenzt wie jene vier. Dass diese beiden Schlüsse nicht mit scholastischen Namen getauft sind, haben sie lediglich dem Umstande zu danken, dass ihr Schlusssatz, *a* enthält nicht alle *c*, oder mindestens einige *c* sind keine *a*, das Unglück hat, nicht in dem Register derjenigen vier Urtheile zu stehen, auf welche sich die scholastische Formelsprache gründet: denn wenn *a* Subjekt und *c* Prädikat sein soll, erlaubt jenes Schema zwar den Gedanken, mindestens einige *a* sind keine *c*, aber nicht den Gedanken, einige *c* sind keine *a* und nicht den Gedanken, das Subjekt *a* enthält nicht alle dem Prädikate *c* entsprechenden Fälle! Die Wegweisung einer Figur aus einem gemachten Schema lässt sich verstehen, da die Willkür sich jedes beliebige Gesetz auferlegen kann; dass jene Urtheile aber wegen eines solchen selbstgeschaffenen Mangels für ungültige oder unbestimmte gehalten werden, ist unbegreiflich.

Sodann erscheint es auffallend, dass von 16 Moden 10 zu dem unbegrenzten Urtheile führen, dass zwischen *a* und *c* jedes beliebige

Quantitätsverhältniss möglich sei. In dieser Verflüchtigung der Mehrzahl der Resultate zu einem unbegrenzten Schlussurtheile dokumentirt sich die innere Mangelhaftigkeit der scholastischen Eintheilung der Urtheile: wenn die Prämissen, aus welchen man folgern will, so unbestimmt sind, wie die scholastischen Urtheile, lassen sich selbstredend nicht viel bestimmte Schlusssätze erwarten.

Übrigens ist es leicht, die scholastische Terminologie, wenn man auf den Schall von Worten Werth legt, in den oben bezeichneten Lücken zu ergänzen. Zu dem Ende nehmen wir ausser den aus dem Worte affirmo stammenden beiden Vokalen a und i, welche für das allgemein und partikulär bejahende Urtheil gebraucht werden, und ausser den aus dem Worte nego stammenden beiden Vokalen e und o, welche für das allgemein und partikulär verneinende Urtheil gebraucht werden, den Umlaut $ä$ für die Umkehrung des allgemein bejahenden Urtheils, also für das Urtheil, das Subjekt enthält jedes Prädikat, ferner den Umlaut $ö$ für die Umkehrung des partikulär verneinenden Urtheils, also für das Urtheil, das Subjekt enthält nicht alle Prädikate. Die Umkehrung des partikulär bejahenden Urtheils i giebt wiederum ein solches i, ebenso die des allgemein verneinenden Urtheils e; für diese bedarf es also keiner besonderen Zeichen. Um auch unsere Urtheile zu berücksichtigen, bedarf es dann nur noch eines Vokals für das beschränkende Urtheil, dessen Umkehrung wiederum ein beschränkendes Urtheil liefert: hierfür nehmen wir den Vokal u aus dubito. Der Fall, wo das Quantitätsverhältniss zwischen Subjekt und Prädikat ein unbeschränktes wird, entspricht der gleichzeitigen Existenz des partikulär bejahenden und verneinenden Urtheils: wir bezeichnen daher diesen Fall durch die Vokalverbindung io.

Bekanntlich bilden die Scholastiker aus den Vokalen der ersten und zweiten Prämisse und des Schlusssatzes ein dreisilbiges Wort, dessen Anfangsbuchstabe ein Konsonant ist, welcher vermöge seiner Stelle im Alphabete die Stelle des betreffenden Modus in einer bestimmten Figur anzeigt; die sonst eingeschobenen Konsonanten bilden nur ein linguistisches Bindemittel. Die Stelle des Modus unter den in jeder Figur möglichen 16 Nummern ist völlig bedeutungslos; die Bezeichnung der Figur, zu welcher der Schluss gehört, ist viel wichtiger, da der Schluss ohne Kenntniss dieser Figur gar nicht zu verstehen ist. Demzufolge würde es besser gewesen sein, alle zu derselben Figur gehörigen Moden mit demselben Anfangsbuchstaben zu benennen. Wir nehmen hierzu behuf der nachfolgenden Ergänzungen die vier liquiden Konsonanten L, M, N, R, geben also den Schlüssen der ersten Figur den Anfangsbuchstaben L.

Hiernach kann man den mit Namen noch nicht belegten 12 Schlüssen der ersten scholastischen Figur etwa folgende Namen geben. Den unter Nr. 2 und 10 aufgeführten die Namen Larescön und Lignescön, den übrigen 10 die Namen Laborio, Lenterio, Lectorio, Librario, Licinio, Liborio, Locario, Locellio, Longitio, Lotomio.

Die Untersuchung der Moden der drei übrigen scholastischen Schlussfiguren überlassen wir dem Leser.

Wollte man unsere 16 Schlüsse aus der ersten Tafel nach dem scholastischen Systeme mit Namen belegen; so könnte Diess geschehen, indem man für die Koexistenz des direkt umfassenden mit dem be-

schränkenden Urtheile die ein- oder zweisilbige Vokalverbindung *au* und für die Koexistenz des indirekt umfassenden mit dem beschränkenden Urtheile die ein- oder zweisilbige Vokalverbindung *äu* gebrauchte. Da es sich bei diesen Schlüssen nur um eine einzige Figur handelt; so kann man für die einzelnen Moden beliebige Anfangsbuchstaben wählen. Um die erste Tafel dem scholastischen Systeme ganz anzupassen, muss man die zweite Prämisse zur ersten machen. Einige der sich alsdann ergebenden Schlüsse stimmen mit scholastischen Schlüssen überein und müssen demzufolge die dafür angenommenen Namen behalten; es sind die unter Nr. 1 und 4 aufgeführten beiden Schlüsse Barbara und Celarent und die unter Nr. 13 und 16 aufgeführten beiden, den soeben getauften angehörigen Schlüsse Larescön und Lenterio. Die übrigen 12 könnte man so benennen: Mäandrio, Ultramön, Chamälis, Mägärä, Rumänäus, Lernäos, Garrulaus, Präludo, Vulturio, Methuso, Häreses, Tuberrhö.

Wir wiederholen die frühere Bemerkung, dass jede Eintheilung der Urtheile und der Schlussfiguren etwas Unwesentliches ist, dass die obige mathematische Formel in jedem speziellen Falle den gesuchten Schlusssatz ergiebt und dass die grössere oder kleinere Bestimmtheit des Schlusssatzes lediglich davon abhängt, wie weit die Grössen x, y, y', z, g, h bekannt sind. Zur Bekanntschaft dieser Grössen gehört übrigens nur die Kenntniss der mehr bezeichneten Grenzen, welche eine solche Grösse nach unten und oben erreichen kann.

§. 512.

Rückschluss.

Wie sich ein Urtheil in ein äquipollentes Urtheil umkehren lässt; so gestattet auch jeder Schluss eine Umkehrung oder einen Rückschluss aus dem Schlusssatze und einer Prämisse auf die andere Prämisse. Es ist von grosser Wichtigkeit zu bemerken, dass wenn ein Urtheil, welches den Schlusssatz aus zwei Prämissen

$$a + x = b + y$$
$$b + y' = c + z$$

bildet, in der Form

$$a + u = c + w$$

gegeben ist, dieses Urtheil in Verbindung mit einer der beiden Prämissen durchaus nicht unbedingt die andere Prämisse hervorbringt. Denn der Schluss aus dem letzteren Urtheile und der ersten Prämisse, also der Schluss aus

$$a + u = c + w$$
$$b + y = a + x$$

lautet, wenn man das Gemeinsame von w und y mit g' und das von u und x mit h' bezeichnet,

$$b + (u + y - g' - h') = c + (w + x - g' - h')$$

Da $u = x + y' - g - h$ und $w = z + y - g - h$ ist; so ist das Gemeinsame von w und y, weil x, z, h nichts Gemeinsames mit y, y', g haben, unzweifelhaft $g' = y - g$ und ebenso ist das Gemeinsame von u

und x, nämlich $h' = x - h$. Wären also die Werthe der Grössen g' und h' bekannt; so würde die letzte Gleichung mit der zweiten Prämisse $b + y' = c + z$ völlig identisch sein: allein die Grössen g' und h' können nicht als bekannt vorausgesetzt werden, ebenso wenig wie in dem ursprünglichen Schlusse die beiden Grössen g und h als bekannt vorauszusetzen waren. Wie bei dem ursprünglichen Schlusse die Grössen g und h nur unter gewissen Umständen vollständig, im Allgemeinen aber unvollständig bekannt sind; so sind auch bei dem Rückschlusse die Grössen g' und h' nur unvollständig bekannt und demzufolge stimmt der Schlusssatz des Rückschlusses mit der anderen Prämisse im Allgemeinen nicht überein. Der Unterschied zwischen Beiden ist ersichtlich, wenn man in den gefundenen Rückschlusssatz für u und w ihre Werthe einsetzt. Hierdurch wird derselbe

$$b + y' + (x + y - g - h - g' - h') = c + z + (x + y - g - h - g' - h')$$

Diese Formel unterscheidet sich von der zweiten Prämisse lediglich durch das sowohl auf der linken wie auf der rechten Seite stehende Glied $x + y - g - h - g' - h'$.

In ähnlicher Weise ergiebt sich aus dem Schlusssatze und der zweiten Prämisse, also aus den beiden Urtheilen

$$a + u = c + w$$
$$c + z = b + y'$$

wenn man das Gemeinsame von w und z mit g'' und das Gemeinsame von u und y' mit h'' bezeichnet, der Schlusssatz

$$a + (u + z - g'' - h'') = b + (w + y' - g'' - h'')$$

welcher nach Substitution der Werthe von u und w

$$a + x + (y' + z - g - h - g'' - h'') = b + y + (y' + z - g - h - g'' - h'')$$

wird und sich von der ersten Prämisse durch das auf beiden Seiten stehende Glied $y' + z - g - h - g'' - h''$ unterscheidet.

Gleiche Glieder auf beiden Seiten einer Gleichung sind für den mathematischen Werth dieser Gleichung unwesentlich, für die logische Bedeutung aber sehr wesentlich. Hieraus ergiebt sich der merkwürdige Satz, dass ein mathematischer Rückschluss stets richtig ist, d. h. aus dem Schlusssatze und der einen Prämisse stets die andere Prämisse erzeugt, dass hingegen der logische Rückschluss im Allgemeinen falsch ist, indem er von dem Schlusssatze und der einen Prämisse nicht zu der anderen Prämisse führt.

Beispielsweise ist, wenn alle Menschen sterblich sind und Plato ein Mensch ist, Plato sterblich: es folgt aber nicht, dass wenn Plato sterblich und wenn alle Menschen sterblich sind, Plato ein Mensch sei, auch nicht, dass wenn Plato sterblich und Plato ein Mensch ist, alle Menschen sterblich seien.

Sehr deutlich übersieht man die Beziehung zwischen dem Schlusse und dem Rückschlusse mit Hülfe der obigen Bezeichnung der Urtheile durch die Partikularitäten der Objekte a, b, c. Der Schlusssatz ist dann

$$a + |c| + |bc| = c + |a| + |ab|$$

Hieraus und aus der ersten Prämisse

$$b + |a| + |ac| = a + |b| + |bc|$$

ergiebt sich, wenn die Partikularitäten $|a|$ und $|bc|$ und demzufolge auch $|ab|$ und $|b|$ und $|c|$ bekannt sind, aber auch nur dann sofort die zweite Prämisse

$$b + |c| + |ac| = c + |b| + |ab|$$

Damit ein richtiger Rückschluss gemacht werden kann, müssen die eben gedachten Partikularitäten bekannt sein. Sobald Diess der Fall ist, führt der Rückschluss unzweifelhaft auf die andere Prämisse. Angenommen z. B., aus den beiden Prämissen, alle Menschen b sind Sterbliche a und alle Griechen c sind Menschen b, sei der Schluss gezogen, folglich sind alle Griechen c Sterbliche a, was folgender Rechnung entspricht

$$\begin{array}{l} a = b + |a| \\ b = c + |ab| \\ \hline a = c + |a| + |ab| \end{array}$$

indem vermöge der ersten Prämissen die Partikularitäten $|b|$ und $|bc|$ und vermöge der zweiten Prämisse $|c|$ und $|ac|$ gleich null ist. In dem Schlusssatze erscheint $\{|a| + |ab|\}$ als der Inbegriff der beiden Partikularitäten $|a|$ und $|ab|$, welche vermöge der beiden Prämissen ebenfalls bekannt sind. Soll aus dem Schlusssatze und der ersten Prämisse, also aus den Urtheilen, alle Griechen sind Sterbliche und alle Menschen sind Sterbliche, ein Schluss gezogen werden; so hat man

$$\begin{array}{l} a = c + \{|a| + |ab|\} \\ b + \{|a| + |ac|\} = a \\ \hline b + \{|a| + |ac|\} = c + \{|a| + |ab|\} \end{array}$$

Es ist aber vermöge des früheren Schlusssatzes, welcher jetzt als selbstständiges Urtheil oder als erste Prämisse auftritt, $|c|$ und $|bc| = 0$ und vermöge der früheren ersten Prämisse, welche jetzt als zweite Prämisse erscheint, $|b| = 0$ und $|bc| = 0$. Die Grössen $\{|a| + |ab|\}$ und $\{|a| + |ac|\}$ sind jetzt nur in ihrer Totalität, nicht nach ihren Partikularitäten $|a|$, $|ac|$, $|ab|$ bekannt. Der Schluss lautet demnach, wenn alle Griechen Sterbliche und alle Menschen Sterbliche sind; so können Griechen und Menschen in jeder Quantitätsbeziehung zueinander stehen (Schluss Nr. 2 unserer ersten Tafel). Dieser Schlusssatz stimmt mit der zweiten Prämisse des ersten Schlusses, welcher sagt, dass alle Griechen Menschen seien, nicht überein. Wissen wir aber, dass die aussergriechischmenschlichen Sterblichen, also alle $|a|$ zugleich alle aussermenschlichen Sterblichen, also alle $\{|a| + |ac|\}$ enthalten oder dass $|a| = |a| + |ac|$ ist; so muss $|ac| = 0$ sein und $|a|$ ist das grösste Gemeinsame der linken und rechten Seite der vorstehenden Gleichung, nach dessen Ausscheidung sich der Schlusssatz

$$b = c + |ab|$$

ergiebt, welcher nun lautet, alle Griechen sind Menschen, folglich mit der zweiten Prämisse des ersten Schlusses genau übereinstimmt. Aus

der Kenntniss, dass $|a| = |a| + |ac|$ folgt die Kenntniss $|ac| = 0$, umgekehrt, würde aus der letzteren Kenntniss die erstere sich ergeben. Wüsste man also, dass es griechische Menschen, welche den Sterblichen nicht angehörten, nicht gäbe, dass also $|ac| = 0$ wäre; so würde diese Kenntniss zu demselben Resultate führen.

Von dem Rückschlusse sind diejenigen Satzbildungen zu unterscheiden, welche lediglich eine grammatische Inversion der drei im Schlusse enthaltenen Urtheile bilden. Man kann diese drei Urtheile in jeder beliebigen Reihenfolge vorführen, ohne das Wesen des Schlusses zu ändern. So kann man z. B. den Schluss, wenn alle Menschen sterblich sind und Plato ein Mensch ist, so ist er sterblich, auch mit Voranstellung des Schlusssatzes so ausdrücken: Plato ist sterblich, weil er ein Mensch ist und alle Menschen sterblich sind. Man kann den Schlusssatz auch zwischen die Prämissen stellen, indem man sagt, da alle Menschen sterblich sind, so ist auch Plato sterblich, denn er ist ein Mensch.

Zuweilen wird die eine oder die andere Prämisse unterdrückt und nur in Gedanken ergänzt. Ein solcher verkürzter Schluss ist: da alle Menschen sterblich sind; so ist auch Plato sterblich. Hier ist die eine Prämisse, welche sagt, dass Plato ein Mensch sei, lediglich der Kürze des Ausdrucks wegen weggelassen; sie ist aber zum logischen Schlusse unbedingt nöthig.

Hinundwieder bleibt sogar der Schlusssatz unausgesprochen und die beiden Prämissen verweben sich in spätere Urtheile; indem sie den Schlusssatz implizit mit sich führen. Diess führt zu den im nächsten Paragraphen zu betrachtenden zusammengesetzten Schlüssen, wozu auch der Kettenschluss gehört. Unter einfachen Verhältnissen und zu bestimmten rhetorischen Zwecken bleiben auch die beiden Prämissen ohne ausgesprochenen Schlusssatz stehen. Die Schlussbildung ist gleichwohl der Zweck dieser Redefigur: der Sprechende überlässt die Folgerung nur dem Angeredeten zu selbsteigener Gedankenarbeit, wenn er sagt, Ihr seid Soldat, und der Soldat gehorcht! oder wenn er das Bekenntniss ausspricht, ich bin ein Mensch, und Menschen können irren.

§. 513.

Strenger und genereller Schluss.

Die ganz verschiedene Beschaffenheit des Rückschlusses bei einem mathematischen und einem allgemeinen logischen Schlusse nöthigt zu einer sorgfältigen Unterscheidung der Schlüsse nach dem Grade ihrer Bestimmtheit. Einen auf die vollständige Erkenntniss der drei Objekte a, b, c gegründeten Schluss nennen wir einen strengen oder auch nach §. 507 einen exakten Schluss. Der mathematische Schluss ist ein strenger Schluss. Der strenge Schluss ist die Folgerung aus den beiden Urtheilen.

$$a + |b| + |bc| = b + |a| + |ac|$$
$$b + |c| + |ac| = c + |b| + |ab|$$

vermittelst des Schlusssatzes

$$a + |c| + |bc| = c + |a| + |ab|$$

Diese Folgerung setzt die Bekanntschaft von $|b|$ und $|ac|$ voraus, welche zur Bekanntschaft von $|a|$, $|c|$, $|ab|$, $|bc|$ und $|abc|$ führt. Überhaupt setzt diese Folgerung die Bekanntschaft aller Partikularitäten der drei Objekte a, b, c, welche die Definition des einen durch die beiden anderen erfordert, voraus. Ein strenger Schluss gestattet offenbar immer den Rückschluss mittelst der einen Prämisse auf die andere.

Wegen der Bekanntschaft aller Partikularitäten erscheint jede Prämisse und auch der Schlusssatz eines strengen Schlusses stets in Form eines einfachen und völlig bestimmten Urtheils, nämlich entweder als ein direkt oder indirekt umfassendes oder als ein beschränkendes oder als ein ausschliessendes Urtheil. Ein strenger Schluss ist auch nur aus solchen einfachen und bestimmten Urtheilen möglich. Die scholastischen Urtheile gestatten, sobald sich ein partikulär bejahendes oder verneinendes Urtheil darin verwebt, wegen der Unbestimmtheit eines solchen Urtheils keinen strengen Schluss und demzufolge auch keinen Rückschluss.

Die Bestimmtheit der Prämissen ist zur Bildung eines strengen Schlusses nothwendig, aber nicht ausreichend: es gehört dazu noch die Bekanntschaft der obigen Partikularitäten. Wenn diese Partikularitäten nicht bekannt, wenn also in den völlig bestimmten Prämissen die Grössen $\{|b| + |bc|\} = x$, $\{|a| + |ac|\} = y$, $\{|c| + |ac|\} = y'$, $\{|b| + |ab|\} = z$ nur in ihrer Ganzheit als x, y, y', z bekannt sind; so bietet der Schlusssatz in der Form

$$a + (x + y' - g - h) = c + (y + z - g - h)$$

nicht mehr die volle Bestimmtheit eines einfachen Urtheils dar, ist also relativ unbestimmt. Einen solchen Schluss nennen wir einen generellen Schluss. Der gewöhnliche logische Schluss ist, so lange die nähere Kenntniss der darin verflochtenen Objekte fehlt, ein genereller Schluss. Ein genereller Schluss gestattet keinen Rückschluss. Der Rückschluss erzeugt ein Urtheil, welches die betreffende Prämisse als einen möglichen Fall mit enthält, ihr aber nicht gleich, sondern allgemeiner als sie ist.

§. 514.

Ansichten über den Schluss.

Eine vollständige Verwirrung über die einfachsten Grundlagen des Denkens scheint Mill durch seine kritische Beleuchtung des Wesens des Schlusses hervorgebracht zu haben. Im zweiten Buche, Cap. III, §. 2 seines Systems der Logik wird die auch von Anderen getheilte Ansicht ausgesprochen, dass das beweisende Argument des Schlusses Nichts weiter als eine petitio principii sei, dass also im Schlusse selbst gar keine beweisende Kraft, sondern nur eine Registrirung der schon in der ersten, allgemeinen Prämisse enthaltenen Erkenntnisse liege. Mill führt aus, der Schlusssatz des Schlusses „alle Menschen sind sterblich, Wellington ist ein Mensch, daher ist Wellington sterblich“ sei bereits in der Prämisse „alle Menschen sind sterblich“ enthalten;

man könne überhaupt von der Wahrheit dieser Prämisse, dass alle Menschen sterblich seien, gar nicht überzeugt sein, wenn man nicht schon der Sterblichkeit aller individuellen Menschen gewiss sei; man könne aus einem allgemeinen Satze keine anderen besonderen Sätze folgern, als der Hauptsatz schon als bekannt voraussetze; wenn in dem Schlusssatze Etwas läge, was nicht schon in der Prämisse behauptet worden sei, wäre das Argument fehlerhaft. Nur vollständige Unklarheit über die Grundgesetze des Denkens und die Grundeigenschaften der Begriffe kann so willkürliche und widerspruchsvolle Behauptungen über den Schluss, ähnlich den in §. 505 erörterten über das Urtheil und den in §. 500 erörterten über die Definition, herbeiführen. Unsere Theorie des Schlusses enthält die Widerlegung der letzteren Ansichten: wir brauchen zu dem Ende nur Folgendes hervorzuheben.

Jede Prämisse eines Schlusses enthält ein selbstständiges Urtheil, welches durchaus nicht in der anderen enthalten ist. Aus dem Urtheile, „alle Menschen sind sterblich“, folgt doch nicht, dass „Wellington ein Mensch“ sei, oder dass die Vorstellung, welche ich mit dem Begriffe „Wellington“ verbinde, dem Wesen eines Menschen entspreche. Das Urtheil „Wellington ist ein Mensch“ ist der Ausdruck für die auf irgend einem Wege gewonnene, völlig selbstständige Erkenntniss, dass ein gewisses Objekt meiner Wahrnehmung, welches ich behuf des Gedankenaustausches mit dem Namen Wellington belege, derjenigen Vorstellung entspreche, welche ich mit dem Begriffe Mensch verbinde. Ich kann weder diese Erkenntniss aus dem Urtheile „alle Menschen sind sterblich“ schöpfen, noch kann ich die Erkenntniss, dass alle Menschen sterblich sind, aus der Erkenntniss, dass Wellington ein Mensch ist, ableiten: zu jeder dieser beiden Erkenntnisse ist ein besonderer und selbstständiger Erforschungsakt nothwendig.

Ein Urtheil ist keine Definition. Dasselbe spricht keine Deckung zweier Vorstellungen aus wie die Definition; das Prädikat bezeichnet also kein wesentliches Merkmal des Subjektes: das Urtheil stellt vielmehr etwas Gemeinsames zwischen Subjekt und Prädikat dar; das Prädikat bezeichnet einen logischen Ort, eine Eigenschaft des Subjektes, welche auch eine akzidentielle sein kann. Die Sterblichkeit ist durchaus kein wesentliches Merkmal des Menschen und das menschliche Wesen ist durchaus kein wesentliches Merkmal eines jeden Individuums: mit dem Namen Wellington kann so gut ein Mensch, wie ein Pferd, wie ein Schiff belegt werden. Wenn man Beispiele wie das vorstehende wählt, worin die erste Prämisse ein umfassendes Urtheil ist; so kann man allerdings, wenn man will, das Prädikat als ein wesentliches Merkmal des Subjektes ansehen, weil dieses Merkmal allen denkbaren Fällen des Subjektes zukömmt; nothwendig ist Diess jedoch keineswegs, denn die Wesentlichkeit einer Eigenschaft hängt nicht bloss von ihrer Allgemeingültigkeit ab: das umfassende Urtheil in der ersten Prämisse verleitet im Ganzen nur zu dem Irrthum, dass dieses Urtheil eine Definition sei. Ebenso ist die zweite Prämisse zur Täuschung geeignet, indem sie zum Subjekte einen Namen wählt, welchen man herkömmlich nur für ein Objekt zu gebrauchen pflegt, von welchem das Prädikat eine wesentliche Eigenschaft bezeichnet: hierdurch wird un-

vermerkt die Meinung erweckt, auch die zweite Prämisse sei eine Definition, und da das Prädikat der zweiten Prämisse das Subjekt der ersten ist, entsteht leicht der fernere Irrthum, das durch die zweite Prämisse vermeintlich definirte Subjekt sei nur ein singulärer Fall des Subjektes der ersten Prämisse oder auch, umgekehrt, die erste Prämisse sei eine Folgerung daraus, dass die zweite Prämisse für jeden Einzelfall des Subjektes der ersten Prämisse Gültigkeit habe.

Die erste Prämisse „alle Menschen sind sterblich" wird durchaus nicht aus der Erkenntniss gefolgert, dass jeder Mensch thatsächlich sterblich ist. Eine solche Erkenntniss kann ganz und gar nicht durch unmittelbare Beobachtung erlangt werden, da Niemand im Stande ist, die Sterblichkeit aller vor und nach ihm geborenen Menschen auf der Erde und auf anderen Weltkörpern zu konstatiren. Wäre diese Konstatirung ein Erforderniss; so würde das in der ersten Prämisse enthaltene Urtheil niemals ausgesprochen werden können. Sie ist aber hierzu kein Erforderniss: das Urtheil „alle Menschen sind sterblich" ergiebt sich aus der Vergleichung des allgemeinen Gesetzes des Menschen mit dem allgemeinen Gesetze der Sterblichkeit. Die Frage, ob jeder einzelne Mensch in der That sterblich sei, ist hierbei ganz irrelevant: nach den fraglichen Gesetzen muss jeder Mensch sterblich sein. Demzufolge kann auch keine Rede davon sein, dass der Schlusssatz eine petitio principii enthalte.

Wenn das Beispiel nicht zur Erweckung solcher Täuschungen eigens zugeschnitten ist, ist es kaum möglich, sich denselben hinzugeben. In dem Beispiele „die Helden werden geehrt, Wellington war ein Held, folglich wird Wellington geehrt" tritt es deutlich hervor, dass jede Prämisse eine selbstständige Erkenntniss enthält. Das Urtheil „die Helden werden geehrt" ist eine Erkenntniss aus dem Wesen des menschlichen Herzens: das Urtheil „Wellington war ein Held" ist ein Resultat der Geschichte; ohne dieses Zeugniss können wir nicht wissen, dass Wellington, selbst wenn wir ihn für einen Menschen nehmen, ein Krieger, geschweige, dass er ein Held war, und zu dem Urtheile „die Helden werden geehrt", welches allerdings das Urtheil, dass alle Helden geehrt werden, involvirt, gelangt man nicht durch die Thatsache, dass Wellington und jeder faktische Held geehrt worden ist und werden wird.

Noch deutlicher tritt die Selbstständigkeit der beiden Prämissen in dem Beispiele „die Spannung bewirkt Ausdehnung, die Wärme bewirkt Spannung, folglich bewirkt die Wärme Ausdehnung" hervor. Es wäre überflüssig, an diesem Beispiele die Hinfälligkeit der soeben kritisirten Ansichten näher nachzuweisen, da dieselbe augenfällig ist.

Dass der Schlusssatz nicht mehr enthalten kann, als was schon in den Prämissen liegt, ist halb wahr, halb unwahr. Der Schlusssatz enthält eine Erkenntniss, welche weder in der ersten, noch in der zweiten, also in keiner einzelnen Prämisse liegt. Dass jene Erkenntniss in beiden Prämissen zusammen liegt, dass also auch beide Prämissen anstatt des Schlusssatzes gebraucht werden können, ist sehr natürlich, gleichwie in der Mathematik zwei Gleichungen, aus welchen eine dritte gefolgert ist, anstatt dieser dritten gebraucht werden können. Da aber der Schlusssatz in keiner einzelnen Prämisse enthalten ist; so stellt er,

jeder Prämisse gegenüber, eine neue Wahrheit dar, nämlich eine Wahrheit, welche durch die aufgestellten Urtheile noch nicht zur Erkenntniss gebracht ist. Diese Erkenntniss ist auch noch in der Hinsicht neu und selbstständig, dass sie eine Relation zwischen zwei Objekten darstellt, welche noch nicht in Relation zueinander gebracht sind, deren Relation also erst durch den Schlusssatz bekannt wird.

Wenngleich die beiden Prämissen den Schlusssatz vertreten können; so ist doch darum der Schluss durchaus keine entbehrliche logische Erkenntnissform, da durch sie, wie oben erwähnt, ein ganz neues Urtheil zwischen zwei Objekten, welche weder durch die erste, noch durch die zweite Prämisse miteinander verglichen sind, erzeugt wird. Die wahre Bedeutung des Schlusses für die Erweiterung unserer Erkenntnisse liegt aber nicht darin, dass man mit seiner Hülfe aus bereits gegebenen Urtheilen ein neues ableiten kann; sie liegt vielmehr darin, dass man mit seiner Hülfe ein Urtheil über ein gegebenes, aber noch nicht hinreichend erkanntes Objekt finden, also ein gegebenes Objekt kennen lernen kann. Angenommen, das gegebene Objekt a sei Wellington: man will dessen Eigenschaften studiren, insbesondere seine Beziehung zur Sterblichkeit c kennen lernen. Ginge das Gemeinsame zwischen a und c schon aus der Definition beider Objekte hervor, und ergäbe sich daraus, dass Wellington ein singulärer Fall der Sterblichen wäre; so bedürfte es weiter keiner logischen Operation: das Urtheil zwischen a und c „Wellington ist sterblich“ wäre dann ein durch die Definitionen von a und c gegebenes. Wenn aber diese Definitionen nicht das gesuchte Urtheil liefern, suchen wir nach zwei bekannten Urtheilen, welche einmal das Objekt a und einmal das Objekt c mit einunddemselben dritten Objekte b verbinden. Sobald zwei solche Urtheile entdeckt sind, haben wir die Prämissen zu einem Schlusse, welcher durch Abstossung des uns gar nicht interessirenden, lediglich zur Vermittlung dienenden dritten Objektes b das gewünschte Urtheil zwischen a und c liefert. Ein solches drittes Glied ist in dem letzten Beispiele etwa der Begriff Mensch: insofern uns bekannt ist, dass Wellington ein Mensch und dass jeder Mensch sterblich ist. Man hätte statt des Menschen auch ebenso gut den Begriff „Gegner Napoleon's“ gebrauchen können, wenn es als gewiss zu betrachten ist, dass alle Gegner Napoleons sterblich sind. Schwerlich wird man aber die Behauptung wagen, dass das Urtheil „alle Gegner Napoleon's sind sterblich oder jeder b ist ein c“ erst dann ausgesprochen werden könne, wenn schon bekannt sei, dass Wellington sterblich oder a ein c ist und dass es selbstverständlich sei, dass Wellington ein Gegner Napoleon's oder a ein b ist, indem ja die ganze Operation lediglich den Zweck hat, die unbekannte Beziehung Wellington's zur Sterblichkeit (a ist ein c) zu erforschen.

Die von allen Logikern seit jeher vertretene Ansicht, welche Mill zu den vorstehend kritisirten Behauptungen veranlasst hat, besteht darin, dass der Schluss eine Folgerung vom Allgemeinen auf das Besondere sei (vergl. u. A. Ueberweg §. 99 und §. 131 S. 381). Diese Meinung muss ich trotz der hohen Aristotelischen Autorität für durchaus unrichtig halten. Die Allgemeinheit und Besonderheit der Prämissen hat nicht das Geringste mit der Schlussfolgerung zu schaffen:

man schliesst so gut aus universellen, wie aus partikulären, wie aus singulären Urtheilen und jede einzelne Prämisse kann für sich allein universelle, partikuläre oder singuläre Gültigkeit haben. In dem Schlusse, jeder Adler ist ein Vogel, jeder Vogel ist ein Thier, folglich ist jeder Adler ein Thier, ist die erste und die zweite Prämisse und auch der Schlusssatz völlig allgemein. In dem Schlusse, Philipp's Sohn ist Alexander, Alexander ist der Sieger von Arbela, folglich ist Philipp's Sohn der Sieger von Arbela, enthalten beide Prämissen, sowie der Schlusssatz singuläre Urtheile.

Die charakteristische, für die Wissenschaft zur Erforschung der Wahrheit so hochwichtige philosophische Bedeutung des Schlusses liegt einzig und allein darin, dass er Urtheile zwischen Objekten schafft, deren Beziehung zueinander nicht unmittelbar beobachtet ist und vielleicht gar nicht beobachtet werden konnte, dass er also aus beobachteten Beziehungen nicht beobachtete zu folgern vermag (was nicht ausschliesst, dass er auch aus gefolgerten Beziehungen wiederum andere folgert). Das Schlussurtheil unterscheidet sich daher wesentlich von einem primitiven Urtheile: letzteres giebt der aus unmittelbarer Beobachtung oder Vergleichung zweier Objekte fliessenden Erkenntniss, also einem Beobachtungsresultate Ausdruck; ersteres dagegen ist eine aus Beobachtungsresultaten gefolgerte Erkenntniss oder ein gefolgertes, ein durch andere unmittelbare Beobachtungen vermitteltes und durch diese begründetes Urtheil.

Zur Erläuterung der Wichtigkeit des Schlusses für die Erweiterung der menschlichen Erkenntniss mögen noch folgende Beispiele dienen. Wenn sich zwischen den beiden Punkten A und C, deren Entfernung bestimmt werden soll, ein Haus befindet; so sucht der Feldmesser einen Punkt B, von welchem aus er direkt nach A und auch nach C sehen kann; er bestimmt die Lage von B gegen A und gegen C und folgert daraus die Entfernung von A nach C, welche er direkt nicht zu messen vermag. Die Höhe eines Berges, der Durchmesser der Erde, die Entfernung der Sonne von der Erde kann nicht direkt gemessen, sondern nur aus anderen Messungen gefolgert werden. Man kann die Erde nicht wägen, sondern ihre Masse nur durch Schlussfolgerungen bestimmen. Die ganze Astronomie ist nur möglich durch Schlüsse, indem sie sich einen grossen Theil ihres wesentlichen Materials nur durch Folgerungen zu verschaffen vermag.

Was die bindende Kraft des Schlusses betrifft; so wird aus den Prämissen a ist ein b, b ist ein c der Schlusssatz a ist ein c dadurch gebildet, dass das Objekt b aus der ersten Prämisse dem Objekte b aus der zweiten Prämisse gleich gesetzt wird. Diese Gleichung stützt sich auf den Satz, dass jedes Ding sich selbst gleich ist: da aber dieser Satz ein unbestreitbarer Grundsatz ist; so dürfte die Stringenz des Schlusses an Sicherheit Nichts zu wünschen übrig lassen.

§. 515.

Zusammengesetzter und Kettenschluss.

Wie in der Mathematik aus n Gleichungen $n-1$ unbekannte Grössen eliminirt und die n-te Unbekannte durch die übrigen in diesen Gleichungen enthaltenen Grössen bestimmt werden kann, ebenso können aus n logischen Urtheilen $n-1$ Begriffe eliminirt und hierdurch ein Schlusssatz gefolgert werden, welcher in Form eines Urtheils den n-ten Begriff durch die übrigen in jenen Urtheilen vorkommenden Begriffe darstellt. Die mathematischen Methoden der Elimination mehrerer Unbekannten aus mehreren Gleichungen liefern die Analogie zu den logischen Operationen, welche einem zusammengesetzten Schlusse zu Grunde liegen. Jeder zusammengesetzte Schluss kann in einfache Schlüsse, also in Folgerungen zerlegt werden, welche den Zweck haben, aus zwei Urtheilen einen Begriff zu eliminiren. Die so erhaltenen Schlusssätze bilden Urtheile, welche wiederum unter sich und mit anderen gegebenen Urtheilen zu neuen Schlusssätzen verknüpft werden können, um endlich an das beabsichtigte Ziel zu gelangen.

Von den verschiedenen Modalitäten, welche ein zusammengesetzter Schluss zeigen kann, zeichnet sich eine durch ihren direkten Hinweis auf das Endziel aus: es ist der sogenannte Kettenschluss. Derselbe setzt voraus, dass zwischen n Begriffen $a, b, c, d, e \ldots (n-1)$ Urtheile gegeben seien, wovon das erste den ersten und zweiten, das zweite den zweiten und dritten, das dritte den dritten und vierten Begriff u. s. w. enthält, und das Urtheil zwischen dem ersten und letzten Begriffe gesucht wird. Man erkennt leicht, wie diese Urtheile, wenn man dieselben in der Form

$$\begin{aligned} a + x &= b + y \\ b + y' &= c + z \\ c + z' &= d + u \\ d + u' &= e + v \end{aligned}$$

durch sukzessive einfache Schlüsse oder durch einen sofortigen zusammengesetzten Schluss die Beziehung zwischen a und e in der Form

$$a + x' = e + v'$$

liefern. Das sukzessiv vorschreitende Verfahren liefert aus den ersten beiden Urtheilen das Urtheil zwischen a und c, das letztere und das dritte liefert das Urtheil zwischen a und d, dieses und das vierte ergiebt das gesuchte Urtheil zwischen a und e. Unmittelbar erhält man das letzte Urtheil durch Addition aller gegebenen vier Gleichungen, wenn man in der erhaltenen Summe

$$a + (x + y' + z' + u') = e + (y + z + u + v)$$

die beiden Glieder $x + y' + z' + u'$ und $y + z + u + v$ von allen gemeinschaftlichen (dem Umfange und dem Inhalte nach gleichen) Theilen g befreit, wodurch sich der generelle Schlusssatz

$$a + (x + y' + z' + u' - g) = e + (y + z + u + v - g)$$

ergiebt.

Am deutlichsten übersieht man den Gedankengang und die Bedeutung des Schlusssatzes, wenn man die gegebenen Urtheile mit Hülfe der Partikularitäten der Begriffe a, b, c, d, e in der schon mehr gebrauchten Form darstellt. Beschränken wir uns der Kürze wegen auf drei Urtheile zwischen den vier Begriffen a, b, c, d; so sind diese Urtheile

$$a + |b| + |bc| + |bd| + |bcd| = b + |a| + |ac| + |ad| + |acd|$$
$$b + |c| + |ac| + |cd| + |acd| = c + |b| + |ab| + |bd| + |abd|$$
$$c + |d| + |ad| + |bd| + |abd| = d + |c| + |ac| + |bc| + |abc|$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen und Aufhebung der gemeinschaftlichen Grössen links und rechts erhält man sofort den Schlusssatz in dem Urtheile

$$a + |d| + |bd| + |cd| + |bcd| = d + |a| + |ab| + |ac| + |abc|$$

Das Beispiel, jeder Sachse ist ein Deutscher, jeder Deutsche ist ein Europäer, jeder Europäer ist ein Mensch, folglich ist jeder Sachse ein Mensch, entspricht dem Falle, wo alle vorstehenden Partikularitäten mit Ausnahme von $|d|$, $|cd|$, $|bcd|$, $|abcd|$ null sind. Hier sind die vier gegebenen Urtheile

$$a + |bcd| = b$$
$$b + |cd| = c$$
$$c + |d| = d$$

und der Schlusssatz

$$a + |d| + |cd| + |bcd| = d$$

welcher das Urtheil, jeder Sachse ist ein Mensch, enthält.

Wenn die sich deckenden Partikularitäten der Begriffe a, b, c, d nicht bekannt sind, ist das Resultat des Kettenschlusses natürlich kein strenger, sondern ein genereller Schluss nach der vorhin niedergeschriebenen Summenformel.

Der Schluss ist die aus zwei Urtheilen zwischen den Begriffen a, b und b, c durch Elimination des beiden Urtheilen gemeinschaftlichen Begriffes b abgeleitete Erkenntniss der Beziehung von a zu c. Die Elimination ist das Mittel, die Herstellung einer neuen Beziehung ist der Zweck der Operation. Der letztere Zweck kann daher theils durch verschiedene Eliminationsmethoden, theils auf Wegen erreicht werden, welche die Elimination versteckt enthalten. Wie man in der Mathematik die Eliminationsmethoden nach gewissen Gesichtspunkten ordnet, so kann Diess auch in der Logik geschehen. Im Obigen haben wir ausschliesslich das Eliminationsverfahren durch Addition oder Subtraktion angewandt. Ein in der Mathematik vielfach gebrauchtes Verfahren ist das der Substitution, demzufolge der aus der einen Gleichung entwickelte Werth von b für b in die zweite Gleichung gesetzt wird. Dasselbe Verfahren kann man auch in der Logik anwenden: das Resultat ist das obige. Hier interessirt uns nur die Bemerkung, dass jede Substitution ein Schluss ist, auch leicht in das Schema des früheren Schlussverfahrens gebracht werden kann. Wenn nämlich das Urtheil

$$a + x = b + y$$

gegeben ist und für b ein anderer Werth c substituirt werden soll; so setzt Diess voraus, dass als zweite Prämisse die Identität oder das identische Urtheil

$$b = c$$

bestehe. Wird nun aus dieser und der vorhergehenden Prämisse die Grösse b eliminirt; so ergiebt sich das Urtheil

$$a + x = c + y$$

Dieses Urtheil, welches das Resultat der Substitution von c für b in das erste Urtheil darstellt, ist unverkennbar ein Schlusssatz, welcher aus zwei Prämissen gefolgert wird. Wenn z. B. mancher Mohr in Amerika wohnt und ein Mohr einen schwarzen Menschen bedeutet; so wohnt mancher schwarze Mensch in Amerika in Gemässheit eines Schlusses, nicht etwa in Folge einer Selbstverständlichkeit, weil das identische Urtheil, dass der Mohr einen schwarzen Menschen bedeute, als eine besondere Erkenntniss neben dem ersten Urtheile gegeben sein muss.

Der vorstehende Schluss durch Substitution erlangt eine besondere Wichtigkeit, wenn für die zu eliminirende Grösse b der Inbegriff ihrer Partikularitäten $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$ substituirt wird. Hierdurch folgt aus dem Urtheile

$$a + x = b + y$$

das Urtheil

$$a + x = (b_1 + b_2 + b_3 + \ldots) + y$$

und umgekehrt, folgt aus dem letzteren Urtheile, indem man für den Inbegriff von Partikularitäten $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$ das Ganze b setzt, das Urtheil

$$a + x = b + y$$

Wenn die in einem Urtheile enthaltenen beiden Begriffe a und b nicht als Ganze aufgefasst, sondern als Inbegriffe ihrer Partikularitäten dargestellt werden, wie es sich ereignet, wenn für den Begriff b der Inbegriff $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$ substituirt wird; so kann in dem neuen Urtheile nicht ohne Weiteres jede Partikularität b_1 als Hauptbegriff betrachtet, es kann also nicht ohne Weiteres die Klammer von $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$ weggelassen werden. Denn, wenn allgemein,

$$a + x = (b + c) + y$$

ist; so hat man zwar mathematisch

$$a + x = b + c + y$$

und auch

$$a + x = b + (c + y)$$

allein, ob diese Gleichung ein Urtheil über a und b darstellt, hängt davon ab, dass x und $(c + y)$ Nichts miteinander gemein haben. Vermöge des gegebenen Urtheils haben allerdings x und y Nichts gemein, aber x ist in $b + c$ enthalten, mithin kann möglicherweise x und c den Werth g gemein haben. Das logische Urtheil würde dann

$$a + (x - g) = b + (c + y - g)$$

lauten.

Wäre $x = 0$; so wäre $g = 0$ und man hätte sicher aus

$$a = (b = c) + y$$

auch
$$a = b + (c + y) = c + (b + y)$$

d. h. wenn jeder $(b + c)$ ein a ist; so ist auch jeder b ein a und jeder c ein a, oder wenn jeder B ein a ist; so ist jede Partikularität von B ein a.

Ein besonderes Interesse nimmt die Addition mehrerer Urtheile in Anspruch. Bleiben wir der Einfachheit wegen bei zwei Urtheilen

$$a_1 + x_1 = b_1 + y_1$$
$$a_2 + x_2 = b_2 + y_2$$

stehen. Ihre Summe ist

$$(a_1 + a_2) + (x_1 + x_2) = (b_1 + b_2) + (y_1 + y_2)$$

Die blosse Summirung von Urtheilen giebt einen gemeinschaftlichen Inbegriff von Urtheilen, aber noch keinen Schluss. Fassen wir jedoch die Inbegriffe von Partikularitäten $(a_1 + a_2)$, $(x_1 + x_2)$, $(b_1 + b_2)$, $(y_1 + y_2)$ als Ganze auf, d. h. substituiren wir dafür die Werthe a, x, b, y, was die Elimination jener ersteren involvirt; so ergiebt sich als eine Folgerung der Schlusssatz

$$a + x = b + y$$

Diese Gleichung ist mathematisch richtig, erfordert aber, um ein logisches Urtheil darzustellen, einmal die Ausscheidung der gemeinsamen Partikularitäten von x und y und die Reduktion der in den Werthen von a, x, b, y sich mehrfach überdeckenden Theile. Wir beschränken uns auf den Fall, wo beide gegebene Urtheile verschiedene Subjekte, aber dasselbe Prädikat haben, wo also zwei Urtheile von der Form

$$a + x_1 = c + y_1$$
$$b + x_2 = c + y_2$$

gegeben sind. Wenn man nicht die Inhaltsinbegriffe, sondern die Umfangsinbegriffe (§. 504) in Betracht zieht; so ergiebt die Addition dieser beiden Formeln, indem man $U(a + b) = A$ und für $2\,c$ die Grösse c setzt, ein Urtheil in der Form

$$A + x = c + y$$

Zur Bestimmung der Grössen x und y und überhaupt zur Ableitung des vorstehenden Urtheils ist es nützlich, die Grössen a, b, c durch ihre Partikularitäten zu definiren, also

$$a = |a| + |ab| + |ac| + |abc|$$
$$b = |b| + |ab| + |bc| + |abc|$$
$$c = |c| + |ac| + |bc| + |abc|$$

zu setzen, wonach

$$A = U(a + b) = |a| + |b| + |ab| + |ac| + |bc| + |abc|$$

ist. Die beiden gegebenen Urtheile sind dann

$$a + |c| + |bc| = c + |a| + |ab|$$
$$b + |c| + |ac| = c + |b| + |ab|$$

und hieraus ergiebt sich durch strenge Addition unter Aufhebung identischer Grössen links und rechts

$$A + |c| = c + |a| + |b| + |ab|$$

Die linke wie die rechte Seite dieser Gleichung hat den Werth $U(a+b+c)$. Die Grössen x_1, y_1, x_2, y_2, x, y aus den gegebenen Urtheilen haben also die Werthe

$$\begin{array}{ll} x_1 = |c| + |bc| & y_1 = |a| + |ab| \\ x_2 = |c| + |ac| & y_2 = |b| + |ab| \\ x = |c| & y = |a| + |b| + |ab| \end{array}$$

Hieraus ergiebt sich folgendes Resultat

$$\begin{array}{llllll} \text{Wenn} & y_1 = 0 & \text{und} & y_2 = 0 & \text{so ist} & y = 0 \\ \text{„} & x_1 = 0 & \text{„} & x_2 = 0 & \text{„ „} & x = 0 \\ \text{„} & \begin{cases} x_1 > 0 \\ y_1 > 0 \end{cases} & \text{„} & \begin{cases} x_2 > 0 \\ y_2 > 0 \end{cases} & \text{„ „} & \begin{matrix} x \geqq 0 \\ y > 0 \end{matrix} \\ \text{„} & \begin{cases} x_1 = c \\ y_1 = a \end{cases} & \text{„} & \begin{cases} x_2 = c \\ y_2 = b \end{cases} & \text{„ „} & \begin{cases} x = c \\ y = a + b = A \end{cases} \end{array}$$

(da im letzten Falle nothwendig $|ac| = 0$, $|bc| = 0$, $|abc| = 0$ ist).

Diese vier Sätze sagen, dass wenn die beiden Partikularitäten a und b des Begriffes A zu dem Begriffe c in derselben Quantitätsbeziehung stehen, auch der Begriff A selbst zu c in dieser Beziehung steht. Wenn also jeder a und jeder b ein c ist; so ist auch der Inbegriff A ein c. Wenn a und wenn b alle c enthält, so enthält auch A alle c. Wenn mancher a und mancher b ein c ist, mancher aber nicht; so ist auch mancher A ein c, mancher aber nicht (der Zusatz „mancher aber nicht" fällt nur in dem speziellen Falle weg, wo $|c| = 0$ ist, wo also alle c theils in a, theils in b enthalten sind, sodass dann das Endurtheil lautet: so enthält $a + b$ alle c). Wenn kein a und kein b ein c ist; so ist auch kein A ein c.

Wenn a mit c und auch b mit c identisch ist, also alle vier Grössen x_1, y_1, x_2, y_2 null sind, ist auch A mit c identisch.

Der zweite Satz hat auch noch diesen im Gefolge: wenn a und wenn b alle c enthält; so enthält $A - |a| - |b| = |ab|$ oder das Gemeinsame von a und b alle c.

Dis vorstehenden Sätze gelten auch für scholastische Urtheile.

Dieselben bestätigen sich auch für beliebig viel Partikularitäten von A oder für beliebig viel den gegebenen beiden gleiche Urtheile, welche dasselbe Prädikat haben. So hat man, wie schon im §. 504 gezeigt ist, für drei Partikularitäten a, b, c von $A = U(a + b + c)$, wenn das gemeinschaftliche Prädikat mit d bezeichnet wird,

$$U(a+b+c+d)$$
$$= U(a+b+c) + |d| = d| + |a| + |b| + |c| + |ab| + |ac| + |bc| + |abc|$$

Man kann dieses Resultat unter der Voraussetzung der richtigen Auslegung in die Worte zusammenfassen; was von jeder einzelnen Partikularität a, b ... gilt, gilt auch von dem Inbegriffe aller dieser Partikularitäten als von einem Ganzen A. Der Ausdruck, was von

jedem Einzelnen gilt, gilt von allen, würde, wenn man unter „allen" jeden Einzelnen verstehen wollte, nur eine Tautologie sein. Folgende Beispiele mögen diesen Satz erläutern. Wenn sich der erste, zweite, dritte . . . letzte Planet elliptisch bewegt; so bewegt sich das ganze Planetensystem elliptisch (wobei natürlich jeder einzelne Planet seine partikuläre Ellipse beschreibt, wie auch bei dem Urtheile, Mars bewegt sich elliptisch, vorausgesetzt wird, dass sich jedes Molekül des Mars in seiner partikulären Ellipse bewegt). Wenn Preussen, wenn Norddeutschland, wenn das Elbgebiet alle Häuser von Magdeburg enthält; so enthält auch das geographische Gebiet von Preussen, Norddeutschland und der Elbe alle Häuser von Magdeburg (nach dem später aufgeführten Spezialsatze enthält sogar das preussisch-norddeutsche Elbgebiet alle Häuser von Magdeburg). Wenn die Sonne, jeder Planet, jeder Trabant und jeder Komet eine gewisse Menge Sauerstoff enthält, eine gewisse Menge aber nicht; so enthält das Sonnensystem eine gewisse Menge des existirenden Sauerstoffes, eine gewisse Menge aber nicht (nur, wenn Sauerstoff ausser dem Sonnensystem überall nicht existirt, enthält das Sonnensystem allen Sauerstoff). Wenn weder der erste, noch der zweite, noch der dritte . . . und letzte Planet gasförmig ist, so ist das Planetensystem keine gasförmige Masse.

Die vorstehend betrachtete Folgerung ist ein Schluss von allen Einzelheiten auf den Inbegriff dieser Einzelheiten: sie ist durchaus kein Schluss vom Besonderen auf das Allgemeine. Diese Folgerung ist nur möglich, wenn jeder Einzelne oder alles Einzelne gegeben oder bekannt ist; sie fasst nur lauter Bekanntes zu einem Ganzen zusammen: sie lehrt aber keineswegs aus gewissen Einzelheiten alle möglichen Einzelheiten oder aus einzelnen Besonderheiten alle übrigen möglichen Besonderheiten kennen und enthält demzufolge keine Verallgemeinerung der gegebenen Urtheile.

Manche Lehrbücher der Logik sind geeignet, das Wesen der vorstehenden Schlussweise zu verdunkeln. Wenn Ueberweg in dem mehr zitirten Buche in §. 127 die Induktion als diejenige Schlussform darstellt, „welche von dem Einzelnen, das sich durch Beobachtung feststellen lässt, auf das Allgemeine schliesst", und wenn er diese Ansicht auf S. 364 durch das Beispiel erläutert, „wenn nach der Beobachtung Mars sich elliptisch bewegt, Jupiter desgleichen u. s. w., so bewegen sich überhaupt die Planeten elliptisch"; so ist darauf Folgendes zu entgegnen. Die ganze Darstellung ist unklar und lässt drei verschiedene Deutungen zu. Setzt Ueberweg voraus, dass jede Einzelheit festgestellt sei und es sich nur um die Zusammenfassung aller dieser Einzelheiten in einem Satze handele; so liegt eine Tautologie vor. Meint er, dass von allen festgestellten Einzelheiten auf den Inbegriff aller als einem Gesammtobjekte geschlossen werden solle; so liegt die vorstehende Folgerung vor, welche ein gewöhnlicher Schluss ist und keinen besonderen Namen wie Induktion verdient. Meint er aber, und Diess ist das Wahrscheinliche, dass von gewissen beobachteten Einzelheiten auf alle möglichen, auch die nicht beobachteten Einzelheiten geschlossen werden solle; so liegt eine völlig ungerechtfertigte Behauptung vor. Der Ausspruch, dass weil Mars und Jupiter und einige andere

Planeten erfahrungsmässig sich elliptisch bewegen, auch jeder Planet diese Bewegung habe, ist gar keine Erkenntniss, kein logisches Resultat, kein Ergebniss einer Verstandesoperation, sondern eine Vermuthung, eine Einbildung der Phantasie, welche erst eines Beweises bedarf, um anerkannt zu werden. Um diesen Beweis zu erbringen, ist die Beobachtung der erwähnten Thatsachen durchaus nicht ausreichend; die Erkenntniss, dass alle Planeten sich elliptisch bewegen, kann aus diesen Thatsachen überall nicht gewonnen werden. Es ist dazu die Kenntniss ganz anderer Dinge und mit Hülfe dieser Dinge eine Operation nöthig, welche wir in §. 517 besprechen werden.

Dem Schlusse von allen Einzelnen auf das Ganze, welchen man einen aufsteigenden Schluss nennen kann, steht der Schluss vom Ganzen oder von der Gesammtheit aller Partikularitäten auf jede beliebige Partikularität und Einzelheit gegenüber, den man einen absteigenden nennen kann. Dieser Schluss ist nicht so selbstverständlich, als es auf den ersten Blick scheint, und bedarf einer speziellen Feststellung.

Wenn in den obigen Formeln für zwei Partikularitäten $y = 0$ ist; so ist nothwendig auch $y_1 = 0$ und $y_2 = 0$ (weil jetzt $|a| = 0$, $|b| = 0$, $|ab| = 0$ ist). Wenn $x = |c| = c$ ist, was zugleich $y = A$ bedingt, weil nothwendig $|ac| = 0$, $|bc| = 0$ $|abc| = 0$ sein muss; so ist auch $x_1 = c$, $y_1 = a$, $x_2 = c$, $y_2 = b$. Der erste dieser beiden Sätze lehrt, dass wenn jeder A ein c, auch jeder a und jeder b ein c ist. Der zweite Satz lehrt, dass wenn kein A ein c ist, auch kein a und kein b ein c ist.

Diese Sätze bleiben für eine beliebige Anzahl von Partikularitäten von A richtig, man kann also sagen, wenn das Ganze A eine Partikularität von c ist; so ist auch jede Partikularität von A eine solche, und wenn kein A ein c ist; so ist auch keine Partikularität von A ein c. Dieser absteigende Schluss vom Gesammtbegriffe auf seine Partikularität gilt nur für das direkt umfassende und für das ausschliessende (für das kategorisch bejahende und verneinende) Urtheil; er gilt nicht für das indirekt umfassende, nicht für das beschränkende, nicht für das partikulär bejahende und verneinende Urtheil. Man kann z. B. nicht behaupten, dass wenn das Sonnensystem allen Sauerstoff enthält, auch der Mars allen Sauerstoff enthalte; man kann auch nicht behaupten, dass wenn das Sonnensystem einigen Sauerstoff enthalte, auch Mars Diess thue.

Man sieht, der Schluss vom Ganzen auf den Theil, welcher häufig als etwas Selbstverständliches gilt, ist nicht immer zulässig und er ist weniger allgemein, als der Schluss vom Theile auf das Ganze.

Die Verbindung des auf- und absteigenden Schlusses liefert für das kategorisch bejahende und verneinende Urtheil zunächst den Satz: wenn jeder a und jeder b ein c ist; so ist nicht bloss jeder A, d. h. jeder in $a + b$ enthaltene Fall, sondern auch A als Ganzes ein c, ferner ist jede andere Partikularität a' oder b' von A ein c. Ausserdem hat man den Satz, wenn kein a und kein b ein c ist; so ist nicht bloss kein in $A = a + b$ enthaltener Fall kein c, sondern auch A als Ganzes ist kein c, ferner ist keine andere Partikularität a' oder b' von A ein c.

Bei dieser Verbindung des aufsteigenden Schlusses mit dem absteigenden geht man von allen Partikularitäten $a, b \ldots$, welche ein Ganzes A bilden, zu diesem Ganzen und sodann von diesem Ganzen zu

beliebigen anderen Partikularitäten a', b'... über: der Schluss führt also von den ursprünglichen Partikularitäten a, b... zu anderen Partikularitäten desselben Ganzen, also zu analogen Partikularitäten. In diesem Sinne stellt der Schluss den sogenannten Analogieschluss dar.

Aus Vorstehendem erhellt zur Genüge, dass jede Veränderung eines Urtheils auf einem Schlusse beruht und auf eine Elimination zurückgeführt werden kann und dass jeder Schluss eine Veränderung gegebener Urtheile oder des einen Urtheils durch das andere zur Folge hat.

§. 516.

Die Wahrheit im Schlusse und der Fehlschluss.

Der Schluss beruht auf einer Folgerung aus zwei Urtheilen. Es ist nicht die Aufgabe der reinen, sondern die der angewandten Logik, die Richtigkeit gegebener Urtheile zu prüfen: sie setzt diese Richtigkeit voraus. Unter der Voraussetzung der Richtigkeit der Prämissen ergiebt sich nun durch richtige Folgerung ein richtiger Schlusssatz. Die Wahrheit des Schlusssatzes hängt also ebensowohl von der Richtigkeit der Prämissen, als auch von der Richtigkeit der Folgerung ab.

Eine richtige Folgerung aus richtigen Prämissen giebt ein richtiges Resultat.

Wenn z. B. das umfassende Urtheil, der Sachse ist ein Deutscher, und das umfassende Urtheil, der Deutsche ist ein Europäer, richtig ist; so muss das aus zwei umfassenden Urtheilen nach richtiger Folgerung sich ergebende Urtheil, ein Sachse ist ein Europäer, ebenfalls richtig sein.

Grundsätzlich gilt ferner der Satz, das Richtige und das Falsche schliessen sich aus, das Richtige kann daher nicht falsch und das Falsche nicht richtig sein. Da also das aus richtigen Prämissen richtig gefolgerte Resultat nicht falsch sein kann, so ergiebt sich der zweite Satz:

Ein falsches Resultat ist nur möglich, wenn die Operation mindestens einen Fehler enthält (ein oder zwei falsche Urtheile oder eine falsche Folgerung).

Angenommen, die beiden Urtheile $a + x = b + y$ und $b + y' = c + z$ liefern nach richtiger Folgerung den Schlusssatz $a + u = c + w$. Wenn eines jener beiden Urtheile, etwa das erste falsch ist; so wird die Hinzufügung irgend eines von null verschiedenen Werthes entweder auf der linken oder auf der rechten Seite oder auf beiden Seiten die Gleichheit herstellen, man wird also

$$a + x + v = b + y + v'$$

haben, worin v und v' Nichts miteinander oder mit x und y gemein haben. Kombinirt man hiermit das zweite Urtheil $b + y' = c + z$; so ergiebt sich der Schlusssatz

$$a + u + v = c + w + v'$$

Diese Gleichung stimmt mit der Gleichung $a + u = c + w$ durchaus nicht überein, da v und v' mit u und w Nichts gemein haben: die aus der falschen Gleichung $a + x = b + y$ und der richtigen Gleichung $b + y' = c + z$ gefolgerte Gleichung $a + u = c + w$ ist mithin entschieden falsch. Trotz

dieses unrichtigen mathematischen Resultates kann doch das logische richtig sein: eine falsche und eine richtige Prämisse kann also möglicherweise zu einem richtigen Schlusssatz führen, weil die Natur des Urtheils $a + u = c + w$ nicht durch die absoluten oder genauen oder mathematischen Werthe von u und w, sondern durch die möglichen Grenzwerthe von u und w bestimmt ist und möglicherweise die Gleichung $a + (u + v) = c + (w + v')$ ganz dasselbe Urtheil darstellen kann wie die Gleichung $a + u = c + w$. So liefern z. B. die beiden Prämissen, da alle Menschen Griechen sind und Plato ein Mensch ist, den richtigen Schlusssatz, dass Plato ein Grieche ist, obwohl die erste Prämisse falsch ist.

Die Richtigkeit eines solchen aus falschen Urtheilen gezogenen Schlusssatzes ist eine zufällige, keine auf Erkenntniss der Wahrheit beruhende.

Wenn beide Prämissen falsch sind, kann der Schlusssatz ebenfalls zufällig richtig sein, der Erkenntniss der Wahrheit entbehrt er immer. Offenbar können auch richtige Prämissen durch falsche Folgerung einen zufällig richtigen und auch einen falschen Schlusssatz liefern; ein solcher Schluss ist immer logisch falsch. Endlich können mehrere Fehler in der Operation unter Umständen sich gegenseitig aufheben und ein Resultat liefern, welches sogar mathematisch, jedoch nur zufällig richtig ist. Hiernach lässt sich der Satz aussprechen:

Eine fehlerhafte Folgerung kann ein zufällig richtiges Resultat liefern.

Die Ursachen eines falschen oder eines Fehlschlusses lassen sich leicht nach gewissen Klassen gruppiren. Zunächst ist ein falsches Urtheil als Prämisse die Ursache eines Fehlschlusses. So giebt die falsche Prämisse, der Mensch kann fliegen, mit der richtigen Prämisse, Xerxes war ein Mensch, den falschen Schluss, folglich konnte Xerxes fliegen. Die Irrthümlichkeit eines Urtheils kann aber auch in seiner zu grossen oder zu kleinen Weite liegen. So ist der Schluss, der Mensch denkt, ein Schläfer ist ein Mensch, folglich denkt der Schläfer, desshalb falsch, weil das Urtheil, der Mensch denkt, wenn darunter verstanden wird, dass jeder Mensch unter allen Umständen denkt, zu weit ist.

Ein zweiter Fehler, welcher häufig begangen wird, entspringt daraus, dass das in der ersten und zweiten Prämisse vorkommende Mittelglied trotz des gleichen Namens, welches dasselbe in den beiden Prämissen trägt, doch nicht identisch dasselbe Objekt darstellt, dass also die in den beiden Urtheilen $a + x = b + y$ und $b + y' = c + z$ mit b bezeichneten Objekte nicht gleich sind, indem hierdurch das eine Urtheil neben dem anderen falsch ist. Diess ist z. B. in den beiden Prämissen, jedes menschliche Auge hat eine Iris, und die Iris ist ein Regenbogen, der Fall, und demnach würde die Folgerung, mithin trägt jedes Auge einen Regenbogen, falsch sein. Ebenso ist der Schluss, dieses Bild ist der Vesuv, der Vesuv speit Feuer, folglich speit dieses Bild Feuer, verfehlt, weil der Vesuv im ersten Urtheil ein Gemälde, im zweiten aber einen Berg bedeutet. Aus einem ähnlichen Grunde würde auch der Schluss falsch sein, Plato war ein Weiser, Plato als Knabe ist eine Partikularität

des Individuums Plato, folglich war Plato als Knabe ein Weiser; denn unter Plato im ersten Urtheile ist nur eine Partikularität dieses Individuums verstanden, welche ausserhalb der Kindheit liegt.

Eine dritte Fehlerquelle liegt in der Unrichtigkeit des Folgerungs- oder Eliminationsprozesses, indem etwa zu viel oder zu wenig dem Subjekte und Prädikate des Schlusssatzes Gemeinsames abgeschieden oder ein anderer Fehler, welcher einem mathematischen Rechenfehler entspricht, begangen wird. Diese Fehler des Schliessungprozesses vermischen sich zuweilen mit fehlerhafter Beurtheilung in den Prämissen oder falscher Erkenntniss der Beziehung zwischen Subjekt und Prädikat dieser Prämissen oder sie entspringen eben aus dieser falschen Formulirung der Prämissen. So beruht der Schluss, der Hund ist ein Thier, der Löwe ist ein Thier, folglich ist der Hund ein Löwe, auf falscher Folgerung, wenn man die beiden Prämissen richtig als $a+x=b$ und $c+y=b$ formulirt: denn hieraus ergiebt sich zunächst die Gleichung $a+x=c+y$ welche aber noch kein Urtheil darstellt. Das Urtheil zwischen a und c ist vielmehr, wenn h das Gemeinsame von x und y bezeichnet, durch $a+(x-h)=c+(y-h)$ dargestellt und lautet, weil $x-h$ und $y-h$ positiv, negativ und null sein können, dahin, dass zwischen dem Hunde und dem Löwen jedes mögliche Quantitätsverhältniss bestehe, dass also ein Hund ein Löwe sein kann, oder auch nicht. Das irrthümliche Urtheil, der Hund ist ein Löwe, würde die Gleichung $a+x=c$ erfordern, welche aus den Prämissen nicht gefolgert werden kann. Derselbe Fehlschluss kann aber auch mit richtiger Folgerung aus falscher Beurtheilung des Hundes und des Löwen hervorgebracht werden, indem man nämlich das Verhältniss zwischen Hund und Thier durch die Gleichung $a=b$ und das Verhältniss zwischen Löwe und Thier durch die Gleichung $c=b$ ausdrückt, welche beide falsch sind, da zwischen Hund und Thier und zwischen Löwe und Thier keine Identität, sondern das Verhältniss der Umfassung besteht, welches sagt, dass der Hund und auch der Löwe eine Partikularität des Thieres sei.

Es ist wichtig, darauf aufmerksam zu machen, dass sich manche Urtheile in mehrere Fälle oder Partikularurtheile zerlegen lassen. So kann man das Urtheil, einige c sind keine a, in die drei Urtheile zerfällen: entweder ist jeder a kein c, oder mancher a ist ein c, oder jeder a ist ein c. Jedes in einem allgemeinen Urtheile enthaltene spezielle Urtheil unterscheidet sich von dem ersten durch seine logische Qualität. Wenn das allgemeine Urtheil wirklich oder gewiss besteht, besteht das spezielle möglicherweise oder es kann bestehen, es besteht vielleicht.

Manche Schlusssätze sind in dieser Weise allgemein, dass sie sich in mehrere mögliche Urtheile auflösen lassen, z. B. der 13te Schluss aus der Tafel von S. 517, welcher so lautet: wenn kein a ein b ist und wenn jeder b ein c ist; so sind einige c keine a. Dieser Schlusssatz lässt sich in die eben genannten drei möglichen Urtheile zerlegen. Fasst man nun eines dieser im Schlusssatze liegenden möglichen Urtheile ins Auge; so repräsentirt dasselbe nicht den vollständigen Schlusssatz und es leuchtet ein, dass dasselbe auch ein möglicher Fall eines anderen Schlusses sein oder sich auch aus anderen Prämissen ergeben kann.

So ergiebt die Prämisse, jeder a ist ein b, mit der Prämisse, jeder b ist ein c, den Satz, jeder a ist ein c, welcher auch ein möglicher Fall des obigen Schlusses ist, wiewohl jener Schluss die direkt entgegengesetzte erste Prämisse, kein a ist ein b, hat. Hiernach kann man sagen:

Aus einer und aus mehreren falschen Prämissen kann unter Umständen ein Schlusssatz gefolgert werden, welcher möglicherweise oder zufällig richtig ist.

Diese Möglichkeit beruht auf der grösseren Freiheit des logischen Prozesses gegenüber der des mathematischen Prozesses. In dem letzteren exakten Prozesse, welcher keine freie Bewegung zwischen Grenzen gestattet, sondern bestimmt begrenzt ist, findet die Möglichkeit eines richtigen Schlusses aus falschen Prämissen nicht statt:

Ein mathematischer Schluss aus einer einzigen falschen Prämisse oder mit einem einzigen Fehler (insofern er keine unbestimmten Grössen und Prozesse, z. B. keine Nullwerthe, keine unendlichen Grössen, keine Annullirungen u. s. w. enthält) ist stets falsch und kann nur unter der ausgleichenden Mitwirkung eines zweiten Fehlers oder mehrerer Fehler zufällige Richtigkeit erlangen.

Ausserdem gilt der Satz, dass ein mathematischer Schlusssatz, wenn er zufällig richtig ist, keinen Rückschluss gestattet.

Ebenso wie falsche Urtheile zufällig richtige Schlusssätze liefern können, ebenso können falsche Definitionen zufällig richtige Urtheile ergeben.

§. 517.

Die Insumtion, als vierte Apobase.

Die vierte logische Apobase nennen wir Insumtion; sie ist die Erkenntniss einer Übereinstimmung unter dem Qualitäts- oder Abstraktionsgesetze oder eine Erkenntniss auf Grund einer Qualitätsgemeinschaft. Zur Erläuterung dieses Prozesses führen wir seine mathematische Analogie vor, dieselbe besteht in der Potenzirung der gegebenen Gleichung $A=B$ zu irgend einem gegebenen Grade n, also in der Herstellung der Gleichung $A^n = B^n$. Die Grössen A und B brauchen nicht nothwendig abstrakte Zahlen zu sein; sie können, allgemein, Grössen von beliebiger Art oder Qualität sein. Bezeichnet λ die Qualitätseinheit, welche natürlich für A dieselbe sein muss wie für B, ist also $A=a\lambda$ und $B=b\lambda$; so liefert die Potenzirung der Gleichung $a\lambda=b\lambda$ die Formel $a^n\lambda^n = b^n\lambda^n$. Während die ursprüngliche Gleichung eine Beziehung zwischen zwei Grössen von der Qualität λ darstellt, ergiebt die resultirende Gleichung eine Beziehung zwischen zwei Grössen von der Qualität λ^n.

Der arithmetischen Potenzirung der Grössen von beliebiger Art λ (der benannten Zahlen) entspricht die geometrische Beschreibung oder Dimensionirung. Wenn z. B. a und b reine oder abstrakte Zahlen, λ aber die Längeneinheit bezeichnen, sind $A=a\lambda$ und $B=b\lambda$ zwei Linien, wogegen $A^2=a^2\lambda^2$ und $B^2=b^2\lambda^2$ zwei Flächen, $A^3=a^3\lambda^3$ und $B^3=b^3\lambda^3$ zwei Körper darstellen. Aus der zwischen zwei Linien gegebenen Gleichung $a\lambda=b\lambda$ ergiebt sich also durch Quadrirung eine

Beziehung zwischen zwei Flächen und durch Kubizirung eine Beziehung zwischen zwei Körpern.

Im Allgemeinen kann λ jede beliebige Grössenart, eine Längeneinheit, eine Flächeneinheit, eine Zeiteinheit, eine Masseneinheit, eine Krafteinheit u. s. w., und n kann jeden beliebigen Grad, einen positiven, negativen, ganzen, gebrochenen, imaginären u. s. w. darstellen: die Potenzirung führt also von dem einen Grössengebiete in ein anderes Grössengebiet; sie überträgt Gesetze, welche für ein Grössengebiet gelten, auf ein anderes Gebiet; sie verändert die Qualität der Gesetze, indem sie dieselben qualitativ erhöht, erniedrigt, verwandelt.

Im Übrigen kömmt bei der Potenzirung einer Gleichung $a\lambda = b\lambda$ zwischen benannten Zahlen der Qualitäts- oder Dimensitätsprozess nicht in aller Reinheit zur Erscheinung: wegen des Numerationswerthes a und b der beiden benannten Grössen $a\lambda = b\lambda$ kombinirt sich der Qualitätsprozess mit einem Quantitätsprozesse. Bei der Potenzirung $(a\lambda)^n = a^n \lambda^n$ bewirkt die Potenzirung der absoluten Zahl a eine Quantitätsänderung, indem die Potenz die Quantität a^n hat; der reine Qualitätsprozess, welcher keine Quantitäts-, sondern nur eine Qualitätsänderung hervorbringt, liegt in der Potenzirung der benannten Grösseneinheit λ, also in dem durch $(\lambda)^n = \lambda^n$ dargestellten Prozesse.

Die logische Analogie der arithmetischen Potenzirung und der geometrischen Dimensionirung ist die Abstraktion. Wenn λ die Qualität eines Individuums, also $a\lambda$ ein Individuum nach Qualität λ und Quantität a darstellt, ist λ^2 die Qualität einer Gattung und λ^3 die Qualität einer Gesammtheit solcher Individuen, also $a\lambda^2$ eine Gattung nach Qualität und Quantität, $a\lambda^3$ eine Gesammtheit nach Qualität und Quantität. So kann $a\lambda$ den konkreten Menschen Plato, $a\lambda^2$ eine Partikularität der Menschen, z. B. die Griechen, $a\lambda^3$ eine Partikularität der animalischen Wesen, z. B. die Säugethiere darstellen. Die direkte oder aufsteigende Abstraktion, welche positiven ganzen Werthen von n entspricht, führt von dem Individuum zur Gattung und zur Gesammtheit, die indirekte oder absteigende Abstraktion oder die Konkretion, welche positiven gebrochenen Werthen von n entspricht, führt von der Gattung zum Individuum, sowie von der Gesammtheit zur Gattung und zum Individuum. Die allgemeine Abstraktion, welche beliebigen Werthen von n entspricht, führt von irgend einer Qualität λ zu irgend einer anderen Qualität λ^n, welche innerhalb oder ausserhalb des ursprünglichen Begriffsgebietes liegt, z. B. von Menschen auf Steine, auf Wolken, von Anschauungen, auf Erscheinungen, auf Begriffe, von Begriffen auf Gefühle, auf Handlungen u. s. w.

Das der Potenzirung zu Grunde liegende Steigerungsgesetz ist ein Grundgesetz und zwar das vierte. Wiewohl dasselbe eigenartige Prozesse vollbringt und darum völlig selbstständig ist; so steht es doch vermöge des Kardinalprinzipes mit den übrigen Grundgesetzen in den in Abschnitt I und II dieses Werkes, sowie in §. 497 erläuterten Beziehungen. So kann bei geeigneter Auffassung der Bedeutung die Potenzirung als ein Akt der verallgemeinerten Multiplikation, insbesondere der Multiplikation benannter Zahlen, wie in $\lambda \times \lambda = \lambda^2$, $\lambda^2 \times \lambda = \lambda^3$, $a\lambda \times b\lambda = ab\lambda^2$, dargestellt werden. Das letzte Beispiel entspricht der geometrischen Vor-

stellung der Multiplikation von Linien, wodurch Flächen erzeugt werden: allgemein, hat man es aber, wenn man die räumlichen Grössen als Analogen der benannten Zahlen nimmt, mit der Multiplikation von Zahlen, Punkten, Linien, Flächen, Körpern oder mit verschiedenen Potenzen der Grösse λ zu thun. Die abstrakte Zahl a repräsentirt eine Grösse des reinen Zahlengebietes, also keine äussere wirkliche Grösse. Durch Hinzufügung oder Hinzudenkung des Qualitätsfaktors λ^0 wird $a\lambda^0$ der Ausdruck für eine äussere Grösse von der Dimension null desjenigen Grössengebietes, dessen Grössen von einer Dimension die Qualität λ haben. Handelt es sich also um den Raum und bedeutet λ die Längeneinheit; so bezeichnet $a\lambda^0$ eine Punktgrösse oder eine Menge von a Punkten, welche an einem Orte konzentrirt sein können, indem sie dann einen a-fachen Punkt darstellen, welche aber auch im Raume vertheilt sein können, indem sie vielleicht die Anfangspunkte von a verschiedenen Linien andeuten. Jedenfalls ist $a\lambda^0$ eine endliche Grösse, d. h. eine Grösse von endlicher Quantität a, nämlich eine Punktgrösse von a Punkten. Die Punkte sind die Anfangszustände der Linien. Geben wir der abstrakten Zahl a den Faktor $\partial\lambda$, welcher ein Längenelement darstellt; so ist $a\partial\lambda$ ein Linienelement, welches mit der Punktgrösse $a\lambda^0$ zusammenfällt, aber doch eine ganz andere Bedeutung hat. Als Linienelement ist diese Grösse unendlich klein (während sie als Punktgrösse endlich ist), hat die Qualität einer Linie oder lineare Ausdehnung (während sie als Punktgrösse ausdehnungslos ist) und hat eine bestimmte Bildungsrichtung längs der Grundaxe (während bei der Punktgrösse die Bildungsrichtung sich auf die Entstehung aus der Einzahl bezieht, also eine abstrakte ist, welche keine Vertretung im Raume hat).

Die der Grösse λ anhaftende Bildungsrichtung ist von grosser Wichtigkeit für die Operationen mit diesem Symbole. Wenn λ die Längeneinheit bezeichnet, liefert das Produkt der abstrakten Zahl a mit λ oder, allgemeiner, das Produkt der abstrakten Zahl a mit der Linie $b\lambda$ keine abstrakte Zahl, sondern eine Linie $ab.\lambda$. Wenn dieser Akt der Multiplikation als eine Addition aufgefasst werden soll, bedingt derselbe eine a-malige Aneinanderreihung der Linie $b\lambda$ in der Richtung dieser Linie, nicht eine a-fache Verdichtung oder a-malige Ineinanderlagerung der Linie $b\lambda$.

Sieht man in dem Produkte $a \times b\lambda$ die abstrakte Zahl a als den Multiplikand und die Linie $b\lambda$ als den Multiplikator an; so verlangt dieselbe eine Aneinanderreihung längs einer Richtung, welche ganz ausserhalb der Bildungsrichtung des Multiplikands liegt. Sieht man aber die Linie $b\lambda$ als den Multiplikand und die Zahl a als den Multiplikator an; so verlangt die Operation eine Aneinanderreihung längs der Bildungsrichtung des Multiplikands, welches eine ganz ausserhalb der Bildungsrichtung des Multiplikators liegende ist. Hieraus geht hervor, dass das Produkt $a\lambda \times b\lambda$ zweier Linien, gleichviel, ob man die erste oder die zweite als den Multiplikand ansieht, immer die Anreihung der einen Linie in einer Richtung verlangt, welche ausserhalb ihrer eigenen Bildungsrichtung liegt, also eine seitliche Nebeneinanderlagerung, wodurch sich eine Fläche $ab\lambda^2$ ergiebt, welche bei der Quantität ab die Qualität der Flächeneinheit λ^2 hat.

Wenn in Fig. 1232 AF die Linie $a\lambda$ und AH die Linie $b\lambda$ darstellt; so ist das Rechteck $AFGH$ der Repräsentant des Produktes $a\lambda . b\lambda = ab\lambda^2$. Diese Fläche entsteht, indem die Linie $AH = b\lambda$ längs der Linie $AF = a\lambda$ fortschreitet, durch Aneinanderreihung aller möglichen Örter, welche jene Linie anzunehmen vermag, sie ist also der Inbegriff der Örter, welche die Linie $b\lambda$ in allen bei jenem Fortschritte denkbar möglichen Zuständen anzunehmen vermag.

Die logische Analogie der auf diese Weise entstandenen Fläche $AFGH = a\lambda . b\lambda$ ist die Gattung, welche das Individuum $b\lambda$ von bestimmter (der geometrischen Richtung AH entsprechenden) Relation zum Sein mit allen möglichen (den verschiedenen Punkten der Linie AF entsprechenden) Attributen in sich aufnimmt, also eine Gattung, welche nicht gewisse einzelne, singuläre, sondern die unendliche Menge aller denkbaren, zwischen den beiden äussersten Grenzen AH und FG möglichen Individuen vollständig erschöpfend umfasst. Vertritt z. B. die Linie AH einen Menschen; so stellt die Fläche $AFGH$ die Gattung aller möglichen Menschen dar, deren Alternität durch zwei Attribute $A = 0\lambda$ und $AF = b\lambda$ begrenzt ist, während die Länge $AH = a\lambda$ den Inbegriff der Akzidentien eines jeden dieser Menschen bezeichnet. So kann man etwa unter $b\lambda$ das Europäische oder jedes mögliche europäische Attribut und unter $a\lambda$ den Inbegriff aller akzidentiellen Zustände zwischen der Geburt und dem Tode eines Menschen, mithin unter dem Rechtecke $ab\lambda^2$ die Gattung aller denkbar möglichen Europäer in allen Lebenszuständen verstehen. Es ist mit Entschiedenheit zu betonen, dass es sich nicht um die wirklichen Europäer, auch nicht um die in Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft faktisch existirenden Europäer, welche immer nur einen endlichen Inbegriff von Individuen oder einen Individualbegriff, ein konkretes Sein darstellen, sondern um einen unendlichen Inbegriff aller denkbar möglichen Individuen, oder um einen abstrakten Gattungsbegriff handelt.

Eine Abstraktion des Gattungsbegriffes aus dem Individualbegriffe, entsprechend der geometrischen Beschreibung der Fläche durch eine fortschreitende Linie, würde lediglich eine Aufgabe der vierten Metabolie sein. Bei der Insumtion kömmt aber nicht dieser Abstraktionsprozess allein, sondern im Zusammenhange mit einem zweiten ähnlichen Prozesse in Frage, welcher gleichzeitig aus dem Individuum AH_1 die Gattung AFG_1H_1 erzeugt. Indem die erzeugenden Individuen $AH = b\lambda$ und $AH_1 = b_1\lambda$ miteinander und auch die erzeugten Gattungen $AFGH = B\lambda^2$ und $AFG_1H_1 = B_1\lambda^2$ miteinander durch Urtheile (mathematisch durch Gleichungen) verglichen werden, stellt sich, indem man $AF = a\lambda$, $HH_1 = c\lambda$, $HGG_1H_1 = C$ setzt, die Operation nicht als eine Multiplikation zweier benannten Zahlen, sondern als eine Multiplikation zweier aus benannten Zahlen gebildeten Gleichungen, nämlich als die Multiplikation

$$\begin{array}{r} b\lambda + c\lambda = b_1\lambda \\ a\lambda = a\lambda \\ \hline ab\lambda^2 + ac\lambda^2 = ab_1\lambda^2 \end{array}$$

oder

$$B\lambda^2 + C\lambda^2 = B_1\lambda^2$$

dar. Dieser mathematischen Operation entspricht die logische Insumtion

als eine Abstraktion aus Urtheilen. Wenn man der Kürze wegen das Symbol λ, welches die Qualität der betreffenden Objekte von der Quantität a, b, c etc. bezeichnet, weglässt, also die Symbole a, b, c etc. für die nach Quantität und Qualität bestimmten Objekte nimmt, wie wir von jetzt an thun werden; so ist das erste Urtheil oder die erste Prämisse, aus welcher im vorliegenden Falle die Insumtion gebildet wird, das Urtheil $b + c = b_1$. Dasselbe sagt, das Individuum b oder AH ist in dem Individuum b_1 oder AH_1 enthalten, oder, kurz ausgedrückt, der b ist ein b_1. Das zweite Urtheil $a = a$, welches die zweite Prämisse bildet, drückt aus, dass das auf der linken Seite stehende a oder das Attribut des Individuums b mit dem auf der rechten Seite stehenden a oder dem Attribute des Individuums b_1 übereinstimme, dass also auch der Inbegriff der Attribute der Individuen b und b_1, aus welchen die Gattungen B und B_1 abstrahirt werden, denselben Umfang AF habe, dass also sowohl aus b, als auch aus b_1 eine Gattung abstrahirt werden könne und solle, in welcher jedes Individuum vorkömmt, das irgend einem von a umfassten denkbar möglichen Attribute angehört, zwei Gattungen also, welche durch die möglichen Fälle der Individuen b und b_1 vollständig erschöpft werden. In der Voraussetzung nun, dass das in der ersten Prämisse enthaltene Urtheil, b ist ein b_1, von dem Attribute a des Individuums b unabhängig sei, oder dass dieses Urtheil für das Individuum b gelte, welches auch dessen Attribut a sei, oder dass dasselbe für das Individuum b unter allen Umständen oder dass es für jeden möglichen Fall des Individuums b gelte, besteht das Insumtionsresultat $B + C = B_1$ in dem Urtheile, die Gattung B oder $AFGH$ ist vollständig in der Gattung B_1 oder in AFG_1H_1 enthalten, wobei jedem einzelnen möglichen Individuum der ersten Gattung ein Individuum der zweiten Gattung entspricht. Da die Gattung B alle möglichen Individuen b umfasst; so pflegt man statt der Gattung B den Ausdruck alle b zu gebrauchen und das Insumtionsresultat in das Urtheil zu kleiden, alle b sind b_1. Der Begriff alle b unterscheidet sich von dem Begriffe der Gattung B nur dadurch, dass der erstere das Objekt als einen unendlichen Inbegriff von Individuen, der letztere dagegen als einen endlichen Gattungsbegriff erscheinen lässt.

Die zweite Prämisse $a = a$ darf durchaus nicht als die selbstverständliche Übereinstimmung zweier identischen Objekte angesehen werden: als solche hätte sie gar keinen Werth. Indem sich das links stehende Attribut a auf das Individuum b, das rechts stehende Attribut a aber auf das Individuum b_1 bezieht, konstatirt diese Prämisse einen logischen Zusammenhang zwischen den beiden Individuen b und b_1, welcher dieselben als zusammengehörige Dinge kennzeichnet. Die zweite Prämisse erkennt daher an, dass es zu dem Individuum b ein zugehöriges Individuum b_1 gebe, für welches das in der ersten Prämisse liegende Urtheil Gültigkeit hat. Im Übrigen bleibt die Quantität des Attributes a eine beliebige. Die Beliebigkeit des Attributes a verleiht der ersten Prämisse einen Charakter der Allgemeinheit oder den Sinn, dass das in ihr liegende Urtheil für ein Individuum b mit jedem möglichen Attribute a gelte. Wenn man diesem Sinne durch Worte, jedes mögliche Individuum b ist ein b_1, Ausdruck giebt; so spricht man damit nur die

Prämisse einer Insumtion aus, insofern man unter jedem möglichen Individuum irgend ein einzelnes spezielles Individuum mit beliebigem Attribute versteht. Wollte man jenen Worten die Bedeutung, alle Individuen b sind b_1 oder die Gattung der b ist ein b_1 oder jedes Individuum b von allen der Gattung B angehörigen ist ein b_1 beilegen; so hätte man damit das Insumtionsresultat antizipirt.

Gewöhnlich erwähnt man nur der ersten Prämisse $b + c = b_1$, unterdrückt aber die zweite Prämisse $a = a$ als einen in Gedanken zu ergänzenden Satz. Diess ist unbedenklich, wenn vorausgesetzt werden darf, dass die beiden Rechtecke $AFGH$ und AFG_1H_1 dieselbe Basis AF haben oder dass die beiden Gattungen B und B_1 dieselbe Attributsalternität des erzeugenden Individuums umspannen: wäre diese Voraussetzung nicht unbedingt gewiss; so könnte die zweite Prämisse nicht unterdrückt werden, es träte vielmehr für dieselbe ein von der Identität $a = a$ abweichendes Urtheil an die Stelle, welches wir weiter unten betrachten werden.

Unter dem Subjekte „alle b" eines durch Insumtion gefundenen Urtheils ist, gemäss der Prämissen, nicht irgend eine bestimmte Gesammtheit konkreter Individuen b, sondern die unbedingte, unendliche Allheit aller möglichen Individuen b innerhalb gewisser Attributsgrenzen a zu verstehen, welche die Gattung B vollständig erschöpfen. Wenn man die durch Abstraktion aus dem Individuum b entstehende Gattung B wie einen quantitativen Inbegriff oder wie eine Kolligation von Individuen auffassen (oder die Fläche $AFGH$ als eine Summe von Linien AH denken) wollte, wäre sie durchaus keine endliche, sondern eine unendliche Summe, welche alle denkbaren Individuen b enthielte.

Die Insumtionsprämisse, jeder mögliche b ist ein b_1, kann auch in Form eines konkreten Urtheils in die Worte gekleidet werden, dieser spezielle b ist nothwendig oder durchaus oder unbedingt ein b_1 oder muss ein b_1 sein. Die Nothwendigkeit der Zugehörigkeit des b zu dem b_1 drückt die Unabhängigkeit des Urtheils, b ist ein b_1, von dem Attribute des b ebenso gut aus, wie der Satz, jeder mögliche b ist ein b_1. (Die Gattung enthält jedes mögliche Individuum oder sie enthält ein konkretes Individuum nothwendig; ein konkretes Individuum ist ein mögliches Element der Gattung oder es ist nothwendig ein Element derselben).

Die Unabhängigkeit der Insumtionsprämisse von dem Attribute ihres Subjektes ist die wesentlichste Vorbedingung der Insumtion. Ein solches unabhängiges Urtheil kann sich nicht auf eine Thatsache stützen, kann kein unmittelbares Beobachtungsresultat sein: dasselbe muss vielmehr auf der Erkenntniss des gesetzlich begründeten Zusammenhanges beruhen, welcher zwischen dem Subjekte b und dem Prädikate b_1 besteht. Ein solcher gesetzlicher Zusammenhang kann überhaupt nicht direkt beobachtet werden, weil Beobachtungen nur Thatsachen, keine abstrakten Gesetze feststellen: die Insumtionsprämisse $b + c = b_1$ ist daher kein auf einer beobachteten Thatsache, sondern ein auf Schlüssen beruhendes Urtheil, also schlechthin ein Schlussresultat, d. h. ein durch Schlussfolgerungen gewonnenes Urtheil. Das System von Schlüssen, welches die Insumtionsprämisse liefert, kann natürlich Quantitäts-, Inhärenz-, Relations-, Qualitäts-

und Modalitätsschlüsse enthalten; allgemein, sagen wir, die Prämisse einer Insumtion beruht nicht auf unmittelbaren Beobachtungen, sondern auf Gründen.

Die thatsächliche und unmittelbare Beobachtung, welche für singuläre Individuen b und b_1 in dem Urtheile $b+c=b_1$ ihren Ausdruck fände, ist für die Insumtion ganz werth- und bedeutungslos, da aus einer solchen Beobachtung nicht folgt, dass jenes Urtheil von den Attributen der Individuen b und b_1 unabhängig ist, wie es behuf der Begründung einer Insumtion unerlässlich ist. Ob die Thatsache $b+c=b_1$ für irgend ein konkretes Individuum b jemals beobachtet worden, ist für die Insumtion aus dieser Prämisse völlig gleichgültig. Sollte Beobachtung die Grundlage der Insumtion sein; so müsste die Beobachtung $b+c=b_1$ an unendlich vielen Individuen b, welche alle denkbar möglichen Fälle darstellen, gemacht werden: eine solche Beobachtung ist nicht bloss wegen der unendlichen Zahl von Fällen, sondern auch wegen der Unmöglichkeit der Darstellung aller denkbaren Fälle b unausführbar. Eine grosse Zahl von Beobachtungen, welche die thatsächliche Unabhängigkeit des Urtheils $b+c=b_1$ von dem Attribute des konkreten Individuums b ergeben, kann wohl die Phantasie befähigen, die unbedingte Unabhängigkeit jenes Urtheils von dem Attribute des Subjektes und in weiterer Folge das Insumtionsresultat zu errathen oder zu muthmaassen: allein eine Verstandeserkenntniss ist auf diesem Wege nicht zu erlangen. Nur in der Hinsicht hat die Beobachtung eine gewisse Bedeutung für die Insumtion, als sie den singulären Werth irgend eines konkreten Falles, z. B. für das Individuum AH, welches den Anfang der in der Gattung B liegenden unendlichen Reihe von Individuen bildet, feststellt. Diese Bedeutung ist jedoch eine rein nebensächliche, welche nicht den Insumtionsprozess selbst, sondern den zur Herstellung der Insumtionsprämissen dienenden Prozess angeht.

Die zweite, gewöhnlich unterdrückte Prämisse $a=a$ giebt uns noch zu der Bemerkung Veranlassung, dass sie nur die Identität zwischen den Alternitätsdimensionen der beiden Gattungen B und B_1 ausdrückt, im Übrigen aber die Quantität a dieser Dimension ganz unbestimmt und willkürlich lässt, soweit nur die Grenzen der Gültigkeit der ersten Prämisse $b+c=b_1$ dabei nicht überschritten werden. Wegen dieser Willkürlichkeit von a bleibt auch das Insumtionsresultat $B+C=B_1$ insofern willkürlich oder allgemein, als es für jeden Werth von a, also so gut für $a=AF$, als auch für $a=AB$ genommen werden kann. Das Insumtionsresultat, B ist ein B_1 oder alle b sind b_1, ist daher insofern ein allgemeines Urtheil, als es für jede beliebige Weite des Grenzattributes a genommen werden kann.

Mit Zuhülfenahme der zweiten Prämisse lässt sich die Insumtion dahin formuliren: wenn das Urtheil zwischen b und b_1 von dem Attribute a dieser beiden Individuen unabhängig ist; so gilt dasselbe auch für beliebige Gattungen B und B_1, welche aus jenen Individuen durch Veränderung jenes Attributes abstrahirt werden, also auch für beliebige Individuen, für beliebige Inbegriffe solcher Individuen oder für beliebige Partikularitäten der betreffenden Gattungen.

Die Zugehörigkeit zur Gattung B ist das äussere Erkennungszeichen

für die Unabhängigkeit des Urtheils $b + c = b_1$ von dem Attribute a. Demgemäss kann man der Insumtion auch den Ausdruck geben: wenn die Zugehörigkeit zur Gattung B der Grund ist, auf welchem das Urtheil, dass b ein b_1 sei, beruht, oder, wenn das Individuum b vermöge der Zugehörigkeit zur Gattung B, unbekümmert um die singuläre Stellung des Individuums b in jener Gattung, ein b_1 ist; so ist die Gattung B von beliebigem Umfange ein B_1.

Die Qualitätserhöhung oder Abstraktion bleibt immer das Wesentliche des Insumtionsprozesses; sie unterscheidet die Insumtion von einer Zusammenfassung oder Kolligation (mathematischen Zusammenzählung oder Summation), welche lediglich einen quantitativen Inbegriff erzeugt, ohne die Qualität zu ändern. Beispielsweise giebt die Zusammenfassung der drei Urtheile, der Franzose ist ein Europäer, der Engländer ist ein Europäer, der Italiener ist ein Europäer, oder die Addition der drei Gleichungen

$$b + c = b_1 \qquad b' + c' = b_1' \qquad b'' + c'' + b_1''$$

vermöge der Summenformel $B + C = B_1$ das Resultat, der Franzose, Engländer und Italiener ist ein Europäer. Diese Kolligation, welche durchaus keine Qualitätsänderung enthält, ist nicht entfernt eine Insumtion, wenn sie auch in oberflächlicher Weise mit ähnlich klingenden Worten ausgedrückt werden kann.

Durch die Qualitätserhöhung unterscheidet sich die Insumtion auch von dem Schlusse. Der Schluss verbindet die in seinen Prämissen liegenden Urtheile durch Kausalität, indem er die Relationen, in welchen die Prämissen zueinander stehen, durch Elimination eines Mittelgliedes zusammensetzt und dadurch die Relation zwischen einem ersten und einem letzten Gliede oder die Kausalität, welche jenes erste mit diesem letzten Gliede verbindet, aufdeckt. Die Insumtion dagegen verwandelt ein Individuum in eine Gattung, indem sie das Attribut eines konkreten Individuums zu einem Gattungsmerkmale expandirt, welches allen möglichen Individuen zukommen kann. Dieser Dimensitätsprozess, welcher ein Abstraktionsprozess ist, indem er einen Gattungsbegriff aus einem Individualbegriffe abstrahirt, findet mathematisch seinen Ausdruck dadurch, dass die beiden Prämissen einer Insumtion in alle den Fällen miteinander multiplizirt werden, wo der Schluss durch Addition der beiden Prämissen gebildet wird. (Da die zu multiplizirenden, resp. zu addirenden Grössen Exponenten vertreten; so beruht die Insumtion auf Potenzirung, während der Schluss auf Multiplikation beruht).

Schon in §. 181 des ersten Theiles haben wir gezeigt, dass das Unendliche die Rolle eines Vermittlers zwischen den Grundeigenschaften und Grundgesetzen spielt. Diese ganz generelle Wahrheit hat für die Logik dieselbe Berechtigung wie für die Mathematik und gestattet folgende interessante Anwendung zur Erläuterung des Wesens der Insumtion. Dimensitätserhöhung oder Abstraktion kann als eine Summation, aber als eine unendliche, angesehen werden. Demzufolge erscheint die Insumtion als eine unendliche Kolligation. Dimensitätserhöhung (Potenzirung) kann als eine Multiplikation oder Vervielfältigung, aber als eine mit benanntem Multiplikator, also mit einem solchen, welcher unendlich viel

Vielheitselemente enthält, betrachtet werden, indem die durch diese Multiplikation entstehende unendlich grosse Zahl von Theilprodukten schliesslich unter einer höheren Begriffseinheit zusammengefasst wird. Demzufolge erscheint die Insumtion als ein Schluss aus allgemeinen Prämissen, d. h. aus Prämissen, welche allgemein, nicht auf einen speziellen Fall, sondern auf jeden möglichen Fall bezügliche Urtheile enthalten. Sowohl bei der Vergleichung mit der Kolligation, als auch bei der Vergleichung mit dem Schlusse erscheint die Insumtion als ein unendlicher Prozess: als selbstständige logische Apobase jedoch ist die Insumtion weder eine Kolligation, noch ein Schluss, sondern eine auf Abstraktion aus Urtheilen beruhende endliche Operation, welche in ihren Prämissen ein prinzipiell nicht auf Beobachtungen, sondern auf Gründen beruhendes oder von dem Attribute eines konkreten Subjektes unabhängiges Urtheil verlangt. Wie eine solche Insumtionsprämisse gefunden oder gegeben werden könne, ist eine Frage, welche den Insumtionsprozess selbst ebensowenig tangirt, als die Frage, wie das Beobachtungsresultat gefunden werden könne, welches in der Prämisse eines Schlusses liegt, den Schliessungsprozess tangirt. Nur so viel haben wir hierüber festgestellt, dass eine Insumtionsprämisse nicht wie die Prämisse eines Schlusses durch unmittelbare Beobachtung, insbesondere durch Vergleichung, sondern nur durch Folgerung gefunden werden könne, dass also eine Insumtionsprämisse kein einfaches Urtheil, sondern ein auf Gründen beruhender, durch Folgerung motivirter Satz ist.

Den Vorgang, welcher dazu dient, eine Insumtionsprämisse oder ein begründetes, gefolgertes, von dem Attribute eines speziellen Subjektes b unabhängiges Urtheil zwischen dem Subjekte b und dem Prädikate b_1 zu finden, wollen wir Reflexion nennen, also sagen, die Insumtionsprämisse $b + c = b_1$ beruhe auf Reflexion zwischen b und b_1.

Mit dieser Reflexion werden sich, wenn die Insumtion auf Wirklichkeiten Anwendung finden soll, gewisse Thatsachen oder Beobachtungen verbinden, welche sich in die durch Reflexion erzeugten Urtheile verweben. Wenngleich diese Beobachtungen für den eigentlichen Insumtionsprozess unwesentlich sind und nur eine Bedeutung für die Herstellung der Insumtionsprämissen haben; so gereicht eine Trennung des Beobachtungsresultates von dem Reflexionsresultate in den Prämissen doch dem Verständnisse des logischen Vorganges zum Nutzen. Das in Betracht kommende Beobachtungsresultat konzentrirt sich in der Erkenntniss des Verhältnisses des konkreten Individuums $b = AH$ zu dem Individuum $b_1 = AH_1$, findet also seinen Ausdruck in dem Urtheile $b + c = b_1$, insofern dasselbe als ein ganz konkretes, spezielles, singuläres zwischen zwei bestimmten, einzelnen Individuen b und b_1 aufgefasst wird. Das ferner in Rede stehende Reflexionsresultat kann dann in die zweite Prämisse $a = a = AF$ gelegt werden, wenn man dieselbe als den Ausdruck des Satzes auffasst, das Urtheil der ersten Prämisse ist von dem Attribute seines speziellen Subjektes und Prädikates unabhängig und gilt für jedes mögliche Attribut, welches in dem Umfange der Quantität a liegt, oder, jenes Urtheil gilt für alle Subjekte, welche den Attributen bis zur Grenze a entsprechen, in gleicher Weise.

Gewöhnlich nimmt man eine deutlich erkennbare Trennung der Beobachtung von der Reflexion nicht vor, sondern involvirt Beides in

einem Gedanken, welcher das Urtheil $b + c = b_1$ als ein aus einer Beobachtung mittelst Schlussfolgerungen abgeleitetes, mithin als ein Schlussresultat erscheinen lässt, welches allgemeine Gültigkeit für jeden Werth von a beansprucht. Ein solches Urtheil repräsentirt das Gesetz, nach welchem jedes mögliche einzelne Subjekt b mit seinem Prädikate b_1 zusammenhängt. Die Reflexion, durch welche ein solches Gesetz, d. h. der gesetzliche Zusammenhang zwischen dem Subjekte und Prädikate der Insumtionsprämisse gefunden wird, ist Nichts weiter, als eine Spezialität desjenigen Verfahrens, welches den Namen Deduktion trägt. Insumtion setzt daher Deduktion, behuf Herstellung ihrer Prämissen, voraus.

Ein Beispiel zu einer wirklichen Insumtion bietet die Tageslänge. Aus der Beobachtung, dass ein bestimmter Tag, d. h. die Zeit, in welcher die Erde eine Umwälzung vollbringt, z. B. der 1. Juli 1850, eine Länge von 24 Stunden hat, dass auch ein anderer bestimmter Tag, z. B. der um 7 ganze Umwälzungen später beginnende 8. Juli 1850, ferner ein dritter, um einen bestimmten Winkelabstand später beginnende Tag, sodann ein vierter, ein hundertster, ein tausendster Tag dieselbe Länge hat, lässt sich keine Insumtion bilden: es folgt daraus nur die Kolligation oder der Schluss, dass ein jeder dieser beobachteten tausend Tage die bestimmte Länge von 24 Stunden hat, oder dass alle jene speziellen Tage diese Länge haben, nicht aber die Insumtion, dass jeder mögliche Tag oder dass alle Tage dieselbe Länge haben. Die letztere Erkenntniss kann überhaupt nicht durch Beobachtung, sondern nur aus der Erkenntniss des Kausalzusammenhanges, welcher zwischen der Zeit der Umdrehung der Erde und den dieselbe verursachenden mechanischen Kräften besteht, gewonnen werden. Die Gesetze der Mechanik ergeben, dass die Umdrehungszeit einer von beschleunigenden Kräften nicht getriebenen, einem äusseren Widerstande nicht unterworfenen Masse von dem Anfangspunkte unabhängig oder konstant ist. Diese Erkenntniss ist das Resultat einer Reihe von Schlüssen und stellt sich in der vom Anfangspunkte der Umwälzung unabhängigen mathematischen Gleichung $b = b_1$ oder in dem logischen Urtheile $b + c = b_1$ dar, worin b eine Tageslänge und b_1 den vierundzwanzigstündigen Zeitraum bedeutet. Dieser nicht auf Beobachtung, sondern auf Folgerung beruhende Schlusssatz lässt sodann die Insumtion $B + C = B_1$ zu, dass die Gattung der Tage eine Partikularität der Gattung der Vierundzwanzigstündigkeiten oder dass alle Tage 24 Stunden lang seien. Man kann diese Insumtion so ausdrücken: da der 1. Juli 1850 seine Länge vermöge seiner Zugehörigkeit zur Gattung der Umdrehungen der Erde, welche wir Tag nennen, besitzt, diese Länge aber von dem Anfangspunkte der Umdrehung unabhängig ist und sich zu 24 Stunden herausgestellt hat; so haben alle Tage eine Länge von 24 Stunden. Bei gehöriger Sonderung der Beobachtung und der Reflexion würde man sagen: der 1. Juli 1850 hat erfahrungsmässig die Länge von 24 Stunden ($b + c = b_1$); die Länge der Erdentage, d. h. der Umdrehungszeiten einunddesselben Himmelskörpers, also der Tage, deren Attribute die logische Grenze a der Erdentage nicht überschreiten, sind vermöge der auf mechanische Gesetze gestützten Reflexionen einander gleich; demgemäss haben alle Erdentage eine Länge von 24 Stunden.

Ein zweites Beispiel mag die Sterblichkeit der Menschen betreffen.

Die Thatsache, dass Plato, Cäsar, Napoleon und Millionen anderer Menschen gestorben sind, gestattet nur den gewöhnlichen Schluss, dass jeder einzelne dieser beobachteten Menschen sterblich sei, nicht aber die Insumtion, dass der Mensch sterblich sei. Die letztere Behauptung kann nur gerechtfertigt werden, wenn das Naturgesetz, welches die Lebensdauer eines Menschen bestimmt, lehrt, dass dieselbe stets einen endlichen Werth habe, welches auch die Attribute des Individuums sein mögen, dass also die Endlichkeit des menschlichen Lebens von den Attributen des Individuums unabhängig sei oder dass die Lebensdauer eines Menschen stets kleiner sei, als ein bestimmtes endliches Maximum. Diese Insumtion kann in die Worte gekleidet werden: da Plato als Mensch oder vermöge seiner Menschennatur sterblich ist; so sind alle Menschen sterblich.

Ein drittes Beispiel betreffe die Bewegung der Planeten. Wenn die Astronomie feststellt, dass sich der Planet Merkur, Venus, Erde, Mars in einer elliptischen Bahn um die Sonne bewegt; so folgt daraus nicht, dass sich die Planeten (d. h. alle oder alle möglichen Planeten) in elliptischen Bahnen bewegen. Dieses Resultat kann überhaupt nicht beobachtet, sondern nur aus mechanischen Gesetzen abstrahirt werden. Diese Gesetze lehren, dass jede grosse oder kleine Masse m, welche der Gravitation der Sonne gehorcht, wenn sie sich in einem bestimmten Zeitpunkte t in einer bestimmten Entfernung d befindet und eine bestimmte Fortschrittsgeschwindigkeit v besitzt, in einer Bahn bewegt, welche den Kegelschnitten angehört und welche eine Ellipse ist, wenn die Geschwindigkeit v ein gewisses Maass nicht überschreitet. Nach diesem Gesetze ist also die Figur b der Planetenbahn von den Attributen m, t, e, v des einzelnen Planeten unabhängig und eine Ellipse b_1, d. h. man hat für jeden Planeten das logische Urtheil $b + c = b_1$. Aus diesem auf Schlüssen, nicht auf Beobachtungen beruhendem Urtheile lässt sich nun die Insumtion $B + C = B_1$ oder der Satz abstrahiren, alle Planeten oder jeder mögliche Planet bewegt sich in elliptischer Bahn oder muss sich in solcher Bahn bewegen.

Es ist natürlich nichts Wesentliches, dass das Gesetz, welches das Urtheil $b + c = b_1$ liefert, ein mechanisches sei, wie im vorstehenden Beispiele; es kann auch jedes andere Gesetz sein. So liefert z. B. ein rein geometrisches Gesetz das nachstehende vierte Beispiel. Wenn sich ein Radius von konstanter, aber beliebig grosser Länge r in einer Ebene um seinen Anfangspunkt dreht; so beschreibt sein Endpunkt einen Kreis. Diese Kreisform ist von der Länge des Radius ganz unabhängig. Gestützt auf dieses Gesetz ergiebt sich der Insumtionsschluss, dass sich alle Punkte eines Radius in Kreisen bewegen.

Zum fünften Beispiele nehmen wir folgenden geometrischen Satz. Es kann als eine Thatsache konstatirt sein, dass die Winkelsumme dieses oder jenes Dreieckes 180 Grad beträgt; diese Thatsache kann an einer Legion konkreter Dreiecke dargethan sein, ohne dass die Behauptung gerechtfertigt wäre, die Winkelsumme jedes Dreieckes sei 180 Grad. Der letztere Satz ergiebt sich erst durch diejenige geometrische Demonstration, welche von der Grösse, dem Orte, der Richtung, der Form des Dreieckes, also von seinen Attributen unabhängig ist und welche wegen dieser Unabhängigkeit, nicht wegen der Konstatirung der

Thatsache an einzelnen Dreiecken zu dem Insumtionsschlusse berechtigt, dass die Winkelsumme jedes möglichen Dreieckes 180 Grad betrage.

Ein sechstes Beispiel, welches die Sinneserscheinungen liefern, besteht in der Hörbarkeit des Schalles, d. h. in der Erregung eines physiologischen Hörprozesses durch einen physikalischen Schallprozess. Wenn wir in Erfahrung bringen, dass dieser und jener und unzählige andere akustische Vibrationen einen Gehöreindruck machen; so folgt daraus nicht, dass jede akustische Vibration Diess thue (sie thuts auch wirklich nicht, da sehr hohe und sehr tiefe auch sehr schwache Töne unhörbar sind). Erst wenn erkannt wird, dass die Hörbarkeit innerhalb gewisser Grenzen von der Schwingungszahl und von der Intensität unabhängig sind, vermögen wir die Insumtion zu bilden, dass jeder mögliche physikalische Ton, welcher zwischen gewissen Grenzen der Höhe und der Intensität liegt, einen Gehöreindruck mache.

Als siebtes Beispiel führen wir Folgendes an. Alexander, welcher Hülfsbedürftigen seinen Beistand leiht, erscheint uns als ein tugendhafter Mensch; Cajus, welcher ihnen Geld schenkt, ebenfalls, auch Sempronius, welcher ihnen Nahrungsmittel verabreicht. Aus diesen individuellen Vorkommnissen können wir schliessen, dass Alexander, Cajus und Sempronius tugendhafte Menschen sind. Wenn sich aber aus den Gesetzen des Menschen ergiebt, dass eine wohlthätige Handlung stets eine tugendhafte Handlung sein muss, gleichviel, in welcher Form sie sich äussere oder welches ihr Attribut sei; so lässt sich daraus das Insumtionsresultat abstrahiren, dass die Wohlthätigkeit eine Tugend sei.

Als ein achtes Beispiel führen wir an: wenn jedes Massentheilchen b, gleichviel welchen Ort es einnimmt, einen ihm entsprechenden Druck b_1 hervorbringt; so bringen alle Massentheilchen eines Körpers B einen der Gesammtmasse desselben entsprechenden Druck B_1 hervor, wie gross auch der Masseninhalt dieses Körpers sei (weil die Druckerzeugung eines jeden Massentheilchens von dessen Orte und dessen Nachbaren und Sozien unabhängig ist).

In den letzten beiden Beispielen ist die Insumtion auf eine unendliche Totalität von Elementen der Gattung B oder auf die Gesammtheit aller dieser Elemente als einem Gesammtganzen angewandt, während in den übrigen Beispielen die Anwendung auf jedes einzelne der die Gattung B erschöpfenden möglichen Elemente als eines Theilganzen gemacht ist.

Nachdem wir im Vorstehenden die Insumtion von verschiedenen Seiten beleuchtet und durch Beispiele erläutert haben, lässt sich das Wesen derselben folgendermaassen charakterisiren.

Die erste Prämisse der Insumtion ist ein nicht auf Beobachtung, resp. Vergleichung der beiden Individuen b und b_1, sondern auf dem gesetzlichen Zusammenhange zwischen beiden beruhendes oder ein begründetes Urtheil. Die zweite Prämisse stellt die zwischen den Attributen jener beiden Individuen bestehende Beziehung dar, welche wir bislang als eine Übereinstimmung $a = a$ angenommen haben. Sogut die erste Prämisse von dem Attribute a oder von der zweiten Prämisse unabhängig ist, ebensogut ist auch das Attribut a oder die zweite Prämisse von der ersten unabhängig: man kann also von den beiden Prämissen der Insumtion behaupten oder ausbedingen, dass sie voneinander unabhängig

seien. Aus diesen beiden Prämissen abstrahirt die Insumtion einen Satz nach diesem Prinzipe: wenn der Zusammenhang zwischen den Individuen b und b_1 von ihrem gemeinschaftlichen Attribute a unabhängig ist; so besteht dieser Zusammenhang zwischen allen solchen Individuen oder auch zwischen den Gattungen B und B_1 dieser Individuen, soweit das Attribut a, ohne jenen Zusammenhang zwischen den Individuen b und b_1 zu stören, reicht. Die Insumtion ist das zur Herleitung dieses Satzes dienende Abstraktionsverfahren, also ein Verfahren, welches aus Individualitätsurtheilen Gattungsurtheile abstrahirt oder aus konkreten Urtheilen abstrakte Urtheile bildet, oder, allgemeiner, aus zwei Urtheilen von beliebigen Qualitätsdimensionen λ^m und λ^n ein Urtheil von der Dimension λ^{m+n} bildet, d. h. die Qualitäten mehrerer Urtheile zusammensetzt.

Das der logischen Insumtion analoge mathematische Verfahren ist die Zusammensetzung der Gleichungen zwischen benannten Grössen, welche in den verschiedenen Gleichungen verschiedene Dimensionen haben, zu einer resultirenden Gleichung zwischen Grössen, in deren Dimensität sich die Dimensionen der komponirenden Gleichungen verschmelzen. Anschaulichkeit gewinnt dieser Vorgang in der Geometrie, wo er gleichbedeutend ist mit der Ableitung der Gesetze von Flächen aus den Gesetzen von Linien (Berechnung der Flächen aus ihren linearen Dimensionen), allgemein aber mit der Ableitung der Gesetze von Grössen irgend einer Dimension aus den Gesetzen von Grössen niedrigerer Dimension. Die Grundlage aller dieser Operationen ist in der Mathematik die Berechnung der Rechtecksfläche ab aus den linearen Dimensionen a und b (worauf sich durch einen nochmaligen ähnlichen Prozess, nämlich durch nochmalige Multiplikation mit einer Linie h das Gesetz des Parallelepipedums abh aus den Gesetzen seiner linearen Dimensionen a, b, h ergiebt).

Der direkte Insumtionsprozess, welcher der Potenzirung entspricht, erhöht die Dimensität der Grössen, der indirekte Prozess, welchen wir als Esumtion kennen lernen werden, erniedrigt die Dimensität, indem er der Wurzelausziehung entspricht. In der Regel bezweckt dieser Prozess die Herstellung der ersten Potenz einer Grösse, eine Operation, welche, wenn diese Grösse mit irgend welchen anderen Grössen in einer Gleichung verwickelt ist, der Hauptakt bei der Auflösung dieser Gleichung ist (dass die Herstellung der ersten Potenz ebenso gut Potenzirungen, wie Wurzelausziehungen erfordern kann, leuchtet ein; so wird z. B. die Gleichung $\sqrt{x} = 3$ nicht durch Wurzelausziehung, sondern durch Potenzirung aufgelös't).

Behuf der logischen Insumtion und der analogen mathematischen Multiplikation von Gleichungen zwischen benannten Zahlen oder Grössen wirklicher Qualität gilt, wie wir wiederholt hervorheben, die Voraussetzung, dass die Urtheile, resp. Gleichungen, welche als Prämissen dienen, nicht auf konkreten Thatsachen, singulären Fällen, zufälligen Beobachtungen beruhen, sondern dass sie einen gesetzlichen Zusammenhang zwischen ihrem Subjekte und Prädikate b und b_1 dokumentiren: denn nur unter solchen Umständen kann das Urtheil zwischen b und b_1 mit Gewissheit von dem Attribute dieser Objekte unabhängig und für jedes mögliche nicht beobachtete und nicht zu beobachtende Attribut das nämliche bleiben,

wie es der Übergang zu der Gattung $B = ab$ und $B_1 = ab_1$ nothwendig verlangt.

Der gesetzliche Zusammenhang zwischen b und b_1, welcher die Insumtionsprämisse $b + c = b_1$ als ein begründetes Urtheil charakterisirt, spricht sich jederzeit durch die Fassung eines solchen Urtheils aus. Man kann diese Fassung in eine der oben angegebenen Formen, aber auch in die nachstehende kleiden, welche b und b_1 als zwei singuläre, konkrete Individuen, das Urtheil $b + c = b_1$ also als ein Beobachtungsresultat darstellt, daneben aber den Grund dieses Urtheils angiebt. Diess geschieht etwa mit den Worten: b ist ein b_1 weil etc., oder denn etc. Der hinzugefügte Grund des konkreten Urtheils muss dann die Unabhängigkeit desselben von dem gemeinschaftlichen Attribute der konkreten Individuen b und b_1 erkennen lassen. Wenn die Prämissen der Insumtion in dieser Weise gegeben sind, wobei einundderselbe Satz beide Prämissen involvirt, vollzieht sich die Insumtion ganz einfach durch Verallgemeinerung desjenigen speziellen Attributes des Subjektes der Prämisse, von welchem diese Prämisse unabhängig erscheint. Diese Verallgemeinerung des Attributes von b ist das Nämliche wie die Bildung einer Gattung $B = ab$, welche alle möglichen, den verschiedenen denkbaren Fällen des Attributes a entsprechenden Individuen b enthält, also eine Abstraktion von b.

Zur Erläuterung dieses Vorganges nehmen wir folgendes Beispiel. Das Urtheil, Plato ist ein Grieche, ist ein unmittelbar auf Beobachtung sich stützendes Urtheil und darum keine Insumtionsprämisse. Wohl aber kann das Urtheil, Plato ist ein Grieche, weil er in Griechenland geboren ist, zur Insumtionsprämisse genommen werden. Dieses Urtheil ist ein begründetes, aus einem gesetzlichen Zusammenhange gefolgertes. Dasselbe lässt zugleich erkennen, dass dem Plato das Prädikat Grieche in Folge seiner konkreten Geburt in Griechenland zukomme und dass jenes Prädikat von dem speziellen Werthe des letzteren Attributes, nämlich davon ganz unabhängig ist, ob Plato in Athen oder Sparta oder Mykenä, ob er im ersten, zweiten oder dritten Jahrhundert vor Christus, ob er unter diesen oder jenen Umständen geboren ist. Aus jenem Urtheile, welches die beiden Prämissen involvirt, ergiebt sich nun die Insumtion durch Verallgemeinerung des letzteren konkreten Attributes des Plato und seines Prädikates. Hierdurch entsteht aus dem Subjekte Plato b die Gattung der Grieche oder das Griechenthum B (alle möglichen Menschen wie Plato) und aus dem Prädikate der konkreten Geburt des Plato in Griechenland b_1 der generelle oder vielmehr der abstrakte Begriff: Geburt in Griechenland B_1, also das Insumtionsresultat, das Griechenthum ist durch die Geburt in Griechenland bedingt oder alle Griechen sind in Griechenland geboren.

Wenn man die Prämissen der oben angeführten Beispiele in die Form eines begründeten Urtheils bringt; so ergiebt das erste, der 1ste Juli 1850 hat eine Länge von 24 Stunden, weil er die Umdrehungszeit der ohne beschleunigende Kraft rotirenden Erde darstellt. Das zweite giebt, Plato ist sterblich, weil er dem Gesetze des menschlichen Lebens unterworfen ist. Das dritte, die Merkurbahn ist elliptisch, weil sie die Bahn eines von der Sonne angezogenen Körpers darstellt. Das vierte,

der Weg des Endpunktes eines gegebenen Radius ist ein Kreis, weil dieser Radius eine bestimmte konstante Länge hat. Das fünfte, die Winkelsumme dieser konkreten Figur beträgt 180 Grad, weil die Figur ein Dreieck ist. Das sechste, diese Erscheinung ist hörbar oder ein physiologischer Schall, weil sie durch die vibrirende Erschütterung des Trommelfelles erregt wird. Das siebente, Alexander ist ein tugendhafter Mensch, weil er durch seinen Beistand Anderer eine wohlthätige Handlung vollbringt. Das achte, dieses Massentheilchen äussert Druck, weil es von der Erde angezogen wird.

Schliesslich heben wir hervor, dass die bei der Insumtion eintretende Verallgemeinerung des Attributes a, da dasselbe immer dem Subjekte b und dem Prädikate b_1, sowie auch dem Objekte c in der Prämisse $b + c = b_1$ zugleich zukömmt, sodass die zweite Prämisse die Identität $a = a$ bildet, völlig unbestimmt ist: man kann das Grenzattribut $AF = a$ der aus b und b_1 durch Abstraktion gebildeten Gattungen B und B_1 beliebig weit ausdehnen. Demzufolge muss man logisch zwischen dem auf einen bestimmten Grenzwerth von a bezüglichen und dem auf einen unbestimmten, beliebigen Grenzwerth von a bezüglichen Insumtionsresultate unterscheiden. Das erstere spricht die Insumtion für eine bestimmte Gattung, das letztere für jede beliebige Partikularität dieser Gattung und für jedes beliebige singuläre Individuum dieser Gattung aus.

Die letztere Unbestimmtheit, Beliebigkeit oder Variabilität der Gattungsgrenze verleiht dem durch Insumtion gewonnenen Urtheile einen ganz besonderen Charakter, welchen weder ein auf unmittelbarer Beobachtung, noch ein auf einfacher Folgerung beruhendes Urtheil haben kann. Diese Variabilität, welche bewirkt, dass das Individuum $AH = b$ bei dem Übergange vom Attribute $A = 0$ bis zum Attribute $AF = a$ nicht bloss die bestimmte Gattungspartikularität $AFGH = a.b$, sondern auch jede beliebige darin enthaltene Partikularität wie $ABCH = x.b$ erzeugt, ist eine Eigenschaft, welche der Insumtion nicht spezifisch zukömmt, sondern ihr durch den Zusammenhang mit den übrigen Kategoremen und Apobasen verliehen wird: sie charakterisirt mehr die Entstehung des Insumtionsresultates, als das Resultat selbst, gleichwie mathematisch die Variabilität der Linie AH bei der Beschreibung des Rechteckes $AFGH$ mehr für die Entstehung dieses Rechteckes, als für den aus dieser Beschreibung sich ergebenden Inhalt des Rechteckes wichtig ist. Durch diese Variabilität verknüpft sich kraft des Kardinalprinzipes die Insumtion mit der in §. 526 zu erörternden Apobase, der Involvenz.

Wenn man die Sukzessivität der Entstehung der Gattung $a.b$ durch sukzessive Verallgemeinerung des Attributes a des Individuums oder die Sukzessivität der Abstraktion des Begriffes $a.b$ aus den Individuen b ausser Betracht lässt und nur das Resultat dieser Abstraktion ins Auge fasst; so stellt dasselbe diejenige Gattungspartikularität $AFGH$ dar, deren Attributionsdimension $AF = a$ der Inbegriff aller möglichen Attribute des Individuums b und deren Akzidentialdimension $AH = b$ der Inbegriff aller möglichen Akzidentien dieses Individuums ist. Indem in der Gattung AJK_1H_1 (Fig. 1236) $AH_1 = b + c = b_1$ das erzeugende Individuum und $AJ = a + e = a_1$ der Inbegriff aller Attribute ist, kann man das Insumtionsresultat, welches lediglich die beiden Gattungen $AFGH = ab = B$

und $AJK_1 H_1 = B_1$ miteinander in Beziehung setzt, ohne Zwischenstadien zu berücksichtigen, folgendermaassen aussprechen: Wenn der Inbegriff aller möglichen Attribute der Individuen der Gattung B eine Partikularität des Inbegriffes aller möglichen Attribute der Individuen der Gattung B_1 und wenn der Inbegriff aller möglichen Akzidentien (Zustände) der Individuen der Gattung B eine Partikularität des Inbegriffes aller möglichen Akzidentien der Individuen der Gattung B_1 ist; so ist die Gattung B eine Partikularität der Gattung B_1.

Wenn z. B. alle Attribute eines Künstlers menschliche Attribute und wenn alle Akzidentien eines Künstlers menschliche Akzidentien sind; so ist die Künstlerschaft eine Partikularität der Menschheit. Dass jeder beliebige Künstler ein Mensch ist und dass jede beliebige Partikularität der Künstlerschaft ebenfalls eine Partikularität der Menschheit ist, ergiebt sich aus der Entstehung der Gattungen ebenfalls: allein der vorstehende Satz fasst diese Variabilität nicht speziell ins Auge, sondern richtet sein Augenmerk auf das den Inbegriffen aller möglichen Attribute und den Inbegriffen aller möglichen Akzidentien entsprechende Resultat zwischen bestimmten oder konstanten Objekten. Die Variabilität verhüllt sich darin, dass ein Inbegriff von allen möglichen Theilen als ein bestimmter Begriff hingestellt wird.

§. 518.

Die Hauptfälle der Insumtion.

Wir haben bis jetzt die Insumtionsprämisse stets in Form eines direkt umfassenden Urtheils $b + c = b_1$ gegeben. Diese Form kann aber ebenso gut die eines indirekt umfassenden Urtheils $b = b_1 + c_1$, als auch die eines beschränkenden Urtheils $b + c = b_1 + c_1$, als auch die eines ausschliessenden Urtheils $b + b_1 = b_1 + b$ sein. Diese vier Formen der Prämisse liefern die vier Hauptfälle der Insumtion, welche wir die direkt umfassende, die indirekt umfassende, die beschränkende und die ausschliessende Insumtion mit identischen Attributen nennen, weil wir dabei von der Voraussetzung ausgehen, dass die zweite Prämisse stets durch die Identität $a = a$ zwischen dem Attribute des Subjektes b und dem Attribute des Prädikates b_1 gegeben sei.

Die direkt umfassende Insumtion, nämlich der Abstraktionsprozess $ab + ac = ab_1$ oder $B + C = B_1$ ist durch den Übergang von den Linien AH, AH_1 zu den Flächen $AFGH$, AFG_1H_1 in Fig. 1232 dargestellt. Das Resultat lautet, jeder b ist ein b_1 und zwar ist er in allen seinen Zuständen ein b_1.

Die direkt umfassende Insumtion $ab = ab_1 + ac_1$ oder $B = B_1 + C_1$ ist durch Fig. 1133 dargestellt. Ein Beispiel hierzu ist: ein geistiges Wesen $b = BC$ umfasst den konkreten Plato $b_1 = BC_1$ ganz (in allen seinen Zuständen, es giebt keinen Zustand, in welchem Plato nicht ein geistiges Wesen wäre), denn das Gesetz des Geistes bedingt das Dasein des Plato als Mensch. Dieses Urtheil ist von dem Attribute $a = AB$ des Plato und jenes konkreten geistigen Wesens unabhängig, führt also durch Verallgemeinerung dieses singulären Attributes zu der Insumtion, die geistigen Wesen umfassen alle Menschen in allen ihren Zuständen.

Die beschränkende Insumtion $ab + ac = ab_1 + ac_1$ oder $B + C = B_1 + C_1$ ist durch Fig. 1234 dargestellt: sie sagt, wenn das individuelle Subjekt $b = BC$ dem individuellen Prädikate $b_1 = B_1 C_1$ partiell angehört, partiell aber nicht, d. h. in manchen akzidentiellen Zuständen angehört und in manchen nicht; so findet das Nämliche auch für die Gattungen B und B_1 statt. Beispielsweise liefert das Urtheil, Phidias war zu gewissen Zeiten seines Lebens ein Künstler, zu gewissen Zeiten jedoch nicht, weil er ein Mensch war, der sein Darstellungsvermögen auf eine gewisse Höhe gebracht hatte. Dieses Urtheil ist von dem speziellen Attribute des Phidias und seines Darstellungsvermögens unabhängig: es ergiebt sich also die Insumtion, alle Menschen mit ungewöhnlichem Darstellungsvermögen sind zu gewissen Lebenszeiten Künstler, zu gewissen nicht.

Die ausschliessende Insumtion $ab + ab_1 = ab_1 + ab$ oder $B + B_1 = B_1 + B$ ist durch Fig. 1235 dargestellt: sie sagt, wenn das individuelle Subjekt $b = BC$ dem individuellen Prädikate $b_1 = B_1 C_1$ in keinem Zustande angehört; so findet das Nämliche auch für die Gattungen B und B_1 statt. Z. B. der Vesuv ist kein Elephant, weil beide ganz verschiedenen Organisationsgesetzen entsprechen. Dieses Urtheil ist von dem Attribute des Vesuv als konkreter Berg und des Attributes der Thierart Elephant, welche beiden Attribute für den Augenblick als übereinstimmende Bestimmungsstücke eines konkreten Berges und einer konkreten Thierart angesehen werden, unabhängig. Demnach ergiebt sich durch Verallgemeinerung dieses Attributes die Insumtion, kein Berg ist ein Thier.

Bis hierher ist die zweite Prämisse als eine Identität $a = a$ angesehen. Dieser Spezialfall ist jedoch einer Erweiterung fähig, welche darin besteht, dass das Attribut a des Subjektes b mit dem Attribute a_1 des Prädikates b_1 durch ein direkt umfassendes oder durch ein indirekt umfassendes oder durch ein beschränkendes oder durch ein ausschliessendes Urtheil verknüpft ist, dass man also $a + e = a_1$ oder $a = a_1 + e_1$ oder $a + e = a_1 + e_1$ oder $a = a_1 = a_1 = a$ hat. Indem man jeden dieser vier Fälle mit jedem der vier Fälle der ersten Prämisse verbindet, ergeben sich 16 verschiedene Spezialfälle der Insumtion.

Es wird nicht nöthig sein, jeden einzelnen dieser Fälle auszuführen; einige werden genügen. Fig 1236 stellt die Kombination zweier direkt umfassenden Prämissen, also die Operation

$$\begin{array}{l} b + c = b_1 \\ \underline{a + e = a_1} \\ ab + (ac + be + ce) = a_1 b_1 \end{array}$$

dar. Dieselbe entspricht dem Falle, wo das konkrete Individuum b zwar ganz in dem b_1 enthalten, wo aber die Gattung der b_1 die Grenzen der Gattung b, also auch die Grenzen der Gültigkeit der ersten Prämisse überschreitet. Das Resultat ist ein direkt umfassendes Urtheil, alle b sind b_1 oder $B = ab$ ist ein $B_1 = a_1 b_1$: allein, wenn man diese Gleichung so schreibt

$$a(b + c) + eb_1 = a_1 b_1$$

zeigt sich, dass es gewisse b_1 giebt, welche ganz ausserhalb der Gattung $B = ab$ liegen. Das Insumtionsurtheil lautet also, jeder b ist in allen

seinen Zuständen ein b_1, es giebt aber manche b_1, welche mit einem b keinen Zustand gemein haben. Ein Beispiel hierzu ist: die Merkurbahn ist eine Ellipse, weil dieser Körper der Anziehung der Sonne nach mechanischem Gesetze folgt und seine ursprüngliche Stossgeschwindigkeit ein bestimmtes Maass nicht überschreitet. Wenn wir die Gattung der von der Sonne abhängigen Körper über diejenige Attributsgrenze hinaus erweitern, welche diesem Maasse der Stossgeschwindigkeit entspricht, kommen wir zu dem Insumtionsresultate: alle von der Sonne abhängigen Körper bewegen sich in Kegelschnitten, hiervon bewegen sich alle Planeten in Ellipsen, welche Kegelschnitte sind; es giebt darunter aber Körper, die zu stark geworfenen, welche sich nicht in Ellipsen (sondern in Parabeln oder Hyperbeln) bewegen.

Fig. 1237 zeigt den Fall der Kombination zweier beschränkenden Prämissen oder die Operation

$$\begin{array}{l} b + c = b_1 + c_1 \\ \underline{a + e = a_1 + e_1} \\ ab + (ac + be + ce) = a_1 b_1 + (a_1 c_1 + b_1 e_1 + c_1 e_1) \end{array}$$

Dieselbe lehrt, dass wenn das Individuum b in manchen Zuständen ein b_1 ist, in manchen aber nicht, und wenn das Grenzattribut a der Gattung B das Grenzattribut a_1 der Gattung B_1 partiell deckt, partiell aber nicht, die Gattung B partiell die Gattung B_1 deckt, partiell jedoch nicht, dass aber eine Partialgattung von Individuen b ganz ausserhalb B_1 und eine Partialgattung von Individuen b_1 ganz ausserhalb B liegt.

Der vorstehende Fall zweier beschränkenden Prämissen kann als derjenige angesehen werden, welcher alle übrigen Fälle enthält, wenn man den Grössen c, c_1, e, e_1 geeignete Werthe verleiht.

Wenn die eine Prämisse ein ausschliessendes Urtheil enthält, ist das Insumtionsresultat immer ein ausschliessendes, welche Form auch die zweite Prämisse habe.

§. 519.

Insumtion aus variabelen Prämissen.

Das Attribut a kann unter Umständen die Quantität des Individuums b (den Umfang seiner Akzidentien), sowie auch die Quantität von c und b_1 bedingen, trotzdem aber kann das logische Urtheil $b + c = b_1$ seiner Form nach von dem Attribute a unabhängig sein. Diese logische Form besteht darin, dass b, c, b_1 stets positive Werthe behalten, von welchen b und c nichts Gemeinsames enthalten. Die Unabhängigkeit der Form des Urtheils $b + c = b_1$ von dem Attribute a, welche wir für eine wesentliche Voraussetzung der Insumtion erklärt haben, verlangt also nicht nothwendig die Konstanz der Individuen b, c, b_1, lässt vielmehr die Abhängigkeit der Quantitäten dieser Individuen von a sehr wohl zu. Eine solche Abhängigkeit beeinflusst auch wohl die Quantitäten der Gattungen B, C, B_1, nicht aber die Form des Insumtionsurtheils $B + C = B_1$. Die Quantitätswerthe von B, C, B_1 ergeben sich, wenn b, c, b_1 nicht konstant sind, durch ein geeignetes Summationsverfahren, welches die Fähigkeit besitzt, variabele Elemente zu vereinigen. Eine

solche Kraft hat in mathematischen Dingen die Integration, in logischen Dingen aber ein Prozess, welchen wir erst in §. 526 erörtern werden. Für den Augenblick, als Hülfsmittel der Insumtion, kömmt der fragliche Prozess lediglich als ein Summirungsprozess in Frage, und es ist völlig gleichgültig, welchen generellen Charakter derselbe sonst noch besitzen mag: jeder beliebige Prozess, welcher die fragliche Summation vollbringen würde, wäre uns recht. Wir vergegenwärtigen uns zunächst den analogen mathematischen Vorgang. Derselbe ist geometrisch durch Fig. 1238 dargestellt, welche sich aus Fig. 1232 ergiebt, indem wir die geraden und mit der Grundaxe AF parallelen Grenzlinien HG und $H_1 G_1$ in beliebige Kurven verwandeln, von welchen jedoch die erstere ganz unter der letzteren liegt. Setzt man das Individuum $BC = y$, $BC_1 = y_1$, $CE_1 = u$, das Attribut $AB = x$; so werden allgemein die Grössen y, y_1, u sich als Funktionen von x darstellen; jene Individuen werden also durch das Attribut x bedingt sein. Das Urtheil zwischen den Individuen y und y_1 hat die frühere Form $y + u = y_1$. Wenngleich y, u und y_1 von x abhängig sind; so ist doch dieses Urtheil in seiner Form, also in der Hinsicht, dass y und u positive Theile von y_1 sind oder dass das Individuum y in dem Individuum y_1 enthalten ist, nicht abhängig.

Nach dem als logischen Grundsatz zu betrachtenden Satze, dass eine verschwindende Änderung des Attributes x auch nur eine verschwindende Änderung des durch dieses Attribut bedingten Individuums $y = f(x)$, d. h. der Akzidentien, deren Inbegriff die Quantität von y ist, zur Folge hat, können alle Individuen, welche zwischen dem BC und dem unendlich benachbarten DE liegen, für einander gleich geachtet und ihr Inbegriff kann derjenigen Gattung gleich gesetzt werden, welche aus einem konstanten Individuum y bei der Variation des Attributes x um den verschwindenden Betrag ∂x abstrahirt wird, indem der Unterschied zwischen dieser Gattung und der Gattung $BDEC$ beim Verschwinden von ∂x mit verschwindet. Hiernach können die beiden Urtheile $y + u = y_1$ und $\partial x = \partial x$ als die beiden Prämissen einer Insumtion angesehen werden, welche sich auf die verschwindend kleinen Gattungen $BDEC = \partial Y$, $BDE_1 C_1 = \partial Y_1$ und $CEE_1 C_1 = \partial U$ bezieht und der Rechnung

$$\begin{array}{r} y + u = y_1 \\ \partial x = \partial x \\ \hline y\partial x + u\partial x = y_1 \partial x \end{array}$$

oder

$$\partial Y + \partial U = \partial Y_1$$

entspricht. Die Zusammenfassung aller dieser elementaren Insumtionen zwischen den Attributsgrenzen 0 und x, welche den Grenzindividuen AH und BC angehören, liefert das Integrationsresultat

$$\int_0^x y \partial x + \int_0^x u \partial x = \int_0^x y_1 \partial x$$

oder

$$Y + U = Y_1$$

worin Y, Y_1, U die Gattungen oder Flächen $ABCH$, $ABC_1 H_1$, $HCC_1 H_1$ bedeuten.

Das vorstehende ist das Resultat der unbestimmten Insumtion für beliebige Gattungsgrenzen. Das Resultat der bestimmten Insumtion für die bestimmte Gattungsgrenze $AF = a$ ist

$$\int_0^a y \partial x + \int_0^a u \partial x = \int_0^a y_1 \partial x$$

Die eigentliche Insumtion, soweit sie die Qualitätserhöhung betrifft, liegt in der Gewinnung der Differentialgleichung $y \partial x + u \partial x = y_1 \partial x$ durch Multiplikation der beiden Gleichungen $y + u = y_1$ und $\partial x = \partial x$, welche Beziehungen zwischen wirklichen Grössen (Linien, Individuen) darstellen. Die Integration vollzieht die Summirung dieser elementaren Insumtionen und spielt nur die Rolle einer Hülfsoperation. Wir können jedoch nicht unterlassen, die Wichtigkeit dieses Dienstes der Integration hervorzuheben und darauf aufmerksam zu machen, dass die Herstellung eines Differentials wie $y \partial x$ und die Integration desselben zum Zweck einer Qualitätserhöhung oder Gattungsbildung oder Insumtion auf der ausdrücklichen Voraussetzung beruht, dass die Grösse y mit einer neuen Dimension versehen oder nach einer Seite expandirt werden solle, welche eine zu ihrer eigenen Richtung neutrale Richtung (die auf ihr normal stehende Richtung der x) habe.

Die vorstehende Gleichung geht nach ihrer Form von der Voraussetzung aus, dass das Urtheil zwischen den beiden Individuen y und y_1 ein direkt umfassendes sei. Wenn wir sofort den Fall eines beschränkenden Urtheils annehmen, in welchem alle übrigen Hauptfälle liegen; so entspricht die erste Prämisse der Gleichung $y + u = y_1 + u_1$. Die zweite Prämisse ist für die elementare Insumtion die Gleichung $\partial x = \partial x$, für die vollständige Insumtion jedoch $x = x$. Die elementare Insumtion vollzieht sich durch die Formel $y \partial x + u \partial x = y_1 \partial x + u_1 \partial x$ und die vollständige durch das Integral

$$\int_0^x y \partial x + \int_0^x u \partial x = \int_0^x y_1 \partial x + \int_0^x u_1 \partial x$$

oder

$$Y + U = Y_1 + U_1$$

Diess ist das unbestimmte, für ein beliebiges x gültige Insumtionsresultat, welches für $x = a$ ein bestimmtes wird. Ein Beispiel hierzu ist folgendes. Der Vesuv y wirft zuweilen Feuer aus, zuweilen nicht (d. h. der Vesuv y ist in manchen Zuständen ein Feuerspeier y_1, in manchen nicht), weil er mit dem glühenden Erdinnern in Verbindung steht (in welcher Hinsicht ihm das Attribut a eines singulären Vulkans zukömmt), die sonstige Beschaffenheit der Vulkane und der Feuerausbrüche ist sehr mannichfaltig (die Inbegriffe der Akzidentien y und y_1 sind nicht konstant, sondern von dem Attribute a abhängig). Indem jetzt das Attribut a des Vesuv verallgemeinert und dadurch vom Vesuv die Gattung der Vulkane abstrahirt wird, ergiebt sich das Insumtionsresultat, alle Vulkane sind zuweilen Feuerspeier, zuweilen nicht und alle Feuerspeier sind zuweilen Vulkane, zuweilen nicht (der zweite Satz entspricht nicht der physischen Wirklichkeit, sondern nur unserer Annahme; für die Wirklichkeit hat die Prämisse die Form $y = y_1 + u_1$ und das Insumtionsresultat die Form $Y = Y_1 + U_1$).

Wenn sich zu der Variabilität der Quantität der Individuen y und y_1 noch die Variabilität der Form des in der ersten Prämisse liegenden Urtheils gesellt, wenn also für gewisse Partikularitäten des Attributes x jenes Urtheil ein direkt umfassendes, für andere Partikularitäten ein indirekt umfassendes, für andere ein beschränkendes, für andere ein ausschliessendes ist, auch wohl manchen Partikularitäten von x gar kein Urtheil über y und y_1, manchen nur ein Urtheil über y, manchen nur ein Urtheil über y_1 entspricht, wenn also die Attributsweite x der vollständigen Gattung Y, welche aus allen Individuen y gebildet werden kann, einen anderen Werth hat, als die Attributsweite x_1 der Gattung Y_1, welche aus allen Individuen y_1 gebildet werden kann; so erhält man den allgemeinsten Fall einer vollständigen Insumtion. Die Ausführung erfordert eine Zerlegung des Insumtionsprozesses für die einzelnen Partikularitäten des Attributes, welche Urtheilen über y und y_1 von konstanter Form entsprechen. Angenommen, diese Partikularitäten von x seien $x'' - x'$, $x''' - x''$, $x'''' - x'''$ u. s. w.; so zerfällt die vollständige Insumtion für das Attribut $x - x'$ in die partiellen Insumtionen

$$\int_{x'}^{x''} y \partial x + \int_{x'}^{x''} u \partial x = \int_{x'}^{x''} y_1 \partial x + \int_{x'}^{x''} u_1 \partial x$$

$$\int_{x''}^{x'''} y \partial x + \int_{x''}^{x'''} u \partial x = \int_{x''}^{x'''} y_1 \partial x + \int_{x''}^{x'''} u_1 \partial x$$

$$\int_{x'''}^{x''''} y \partial x + \int_{x'''}^{x''''} u \partial x = \int_{x'''}^{x''''} y_1 \partial x + \int_{x'''}^{x''''} u_1 \partial x$$

u. s. w., oder, bei kürzerer Schreibweise

$$\begin{aligned} Y' + U' &= Y_1' + U_1' \\ Y'' + U'' &= Y_1'' + U_1'' \\ Y''' + U''' &= Y_1''' + U_1''' \end{aligned}$$

u. s. w.

So zeigt Fig. 1239, wenn die Figur $DJEJ'$ die vollständige Gattung Y der y und die Figur FL_1GL' die vollständige Gattung Y_1 der y_1 ist, folgendes System von fünf partiellen Insumtionen

$$\begin{aligned} Y' \qquad\quad &= \qquad\quad U_1' \\ Y'' \qquad\quad &= Y_1'' + U_1'' \\ Y''' + U''' &= Y_1''' + U_1''' \\ Y'''' + U'''' &= Y_1'''' \\ U''''' &= Y_1''''' \end{aligned}$$

welches leicht in die Worte gekleidet wird: von einer gewissen Partikularität der Gattung Y ist kein y mit einem y_1 vergesellschaftet, von einer gewissen Partikularität umfasst jeder y ein y_1 in allen Zuständen, von einer gewissen Partikularität ist jeder y in manchen Zuständen ein y_1, in manchen jedoch nicht, von einer gewissen Partikularität ist jeder y ein y_1, von einer gewissen Partikularität der Gattung Y_1 ist kein y_1 mit einem y vergesellschaftet. Dieses System entspräche dem Beispiele: unter manchen Bergen giebt es keine Vulkane, von mancher Bergklasse ist jeder zeitweise ein Vulkan, von mancher Klasse ist jeder Berg zeitweise ein Vulkan und jeder Vulkan ein Berg, von mancher Bergklasse

ist jeder permanent ein Vulkan, von mancher Vulkanklasse ist keiner ein Berg.

Wenn man von der Zerlegung der vollständigen Insumtion, welche aus den Prämissen hervorgeht, absieht, liefert die Kolligation aller partiellen Insumtionsresultate das Urtheil

$$(Y' + Y'' + \dots) + (U' + U'' + \dots) = (Y_1' + Y_1'' + \dots) + (U_1' + U_1'' + \dots)$$

oder

$$Y + U = Y_1 + U_1$$

In diesem als Gesammturtheil sich darstellenden Resultate verschwindet die Genauigkeit der Erkenntniss: dasselbe sagt, jeder y ist entweder ganz oder theilweise oder gar nicht ein y_1. Ja, selbst ein direkt umfassendes Gesammturtheil $Y + U = Y_1$ hat nicht mehr die Bedeutung, jeder y ist ein y_1 und die korrespondirenden y und y_1 erschöpfen ihre Gattungen zugleich, sondern nur den Sinn, jeder y ist ein y_1, es kann jedoch noch Individuen y_1 geben, welche mit einem y nicht vergesellschaftet sind.

Eine Zusammensetzung aus einfachen Partialinsumtionen giebt also immer ein in jeder Hinsicht genaues Resultat; das Gesammtresultat einer zusammengesetzten Insumtion kann jedoch, soweit es die generelle Form eines logischen Urtheils betrifft, durch verschiedene Prämissen erzeugt werden.

Bei der Darstellung der Insumtion durch Integrale trennt sich der Akt der Qualitätserhöhung, welcher durch die Multiplikation mit ∂x vollzogen wird, von dem Akte der Kolligation, welcher durch die Integration vollzogen wird, und es markirt sich deutlicher der schon früher hervorgehobene Satz, dass wenn es möglich wäre, das Urtheil der Prämisse $y + u = y_1 + u_1$ durch unendlich viel Beobachtungen an allen konkreten Einzelfällen y, welche die Gattung Y erschöpfen, zu konstatiren, die Insumtion $Y + U = Y_1 + U_1$ sich auf eine einfache Kolligation reduziren würde, indem ein jeder in dieser Insumtion vorkommende Begriff wie Y, als Gattungsbegriff, der nach der Formel

$$Y = \int f(x) \partial x = f(x_0) \partial x + f(x_0 + \partial x) \partial x + f(x_0 + 2 \partial x) \partial x + \text{etc.}$$

gebildete Inbegriff ist. Nach dieser Formel kleidet sich die direkt umfassende Insumtion $Y + U = Y_1$, welche aus der Prämisse $y + u = y_1$ entspringt, in die Worte: wenn das erste Individuum, das zweite Individuum, das dritte Individuum und endlich das letzte Individuum y ein y_1 ist und alle diese Individuen die Gattung Y vollständig erschöpfen, während die y_1 die Gattung Y_1 erschöpfen; so ist Y ein Y_1 oder jeder mögliche Fall von Y ein Fall von Y_1. Eine unendliche Beobachtungsreihe ist jedoch, wie schon in §. 517 erwähnt, nicht ausführbar und demzufolge kann nach diesem in den Lehrbüchern der Logik angenommenen Schema (vgl. Ueberweg §. 127, Mill u. A.) keine Insumtion zu Stande gebracht werden. Gleichwohl kann eine endliche Beobachtungsreihe, wenn sie ausgedehnt genug ist, ein Resultat liefern, welches als ein Näherungswerth für das Integral, resp. für das Insumtionsresultat gelten und welches oftmals auch dazu dienen kann, das genaue Insumtionsresultat zu errathen oder zu muthmaassen, gleichwie in der Arithmetik eine Näherungsformel und in der Geometrie das Polygon dazu gebraucht werden kann, um sich dem Werthe oder der Form einer Funktion, resp.

einer Kurve zu nähern und ihren genauen Werth durch Zuhülfenahme der Phantasie zu errathen.

Der letztere Weg der Approximation und Errathung ist es, welcher in unzähligen Fällen für eine Insumtion gehalten wird, wiewohl er nur eine Zusammenfassung von Thatsachen ist, welche eine geschickt operirende Phantasie zu einem allgemein richtigen Resultate führen kann. Hierher gehört z. B. die auf eine grosse Zahl von Beobachtungen gestützte und darum für wahr gehaltene Behauptung, dass alle Tage gleiche Länge haben, dass alle Menschen sterblich seien, dass sich alle Planeten in elliptischen Bahnen bewegen. Die thatsächlichen Beobachtungen der Planeten rechtfertigen die letztere Behauptung durchaus nicht; die Erkenntniss der Formgleichheit der Bahnen aller beobachteten Planeten machte nur die Behauptung wahrscheinlich; die Phantasie antizipirte in Folge Dessen die Erkenntniss, leitete sodann zur Erforschung der Gründe, bildete also einen Hebel für diejenige Operation des Verstandes, welche die elliptische Bahn als das nothwendige Resultat mechanischer Gesetze erscheinen liess, welches, weil es sich von den Attributen des einzelnen Planeten unabhängig erwies, nunmehr eine Insumtion ermöglichte, welche den Satz, dass die Planeten sich in elliptischer Bahn bewegen, als eine von der Beobachtung gänzlich unabhängige Abstraktion lieferte.

Wir machen jetzt nochmals darauf aufmerksam, dass das Integral in unserer Insumtionsformel lediglich die Kolligation der Insumtionselemente vertritt und dass wir stillschweigend von der Voraussetzung ausgegangen sind, diese Elemente seien Individuen, welche zum absoluten Sein sämmtlich in derselben Relation stehen, sodass sie geometrischen Parallelen entsprechen. Diese Voraussetzung ist etwas Unwesentliches: die Elemente können auch Objekte von variabeler Relation sein. Diess ist z. B. der Fall, wenn nach Fig. 1240 alle von dem Punkte A ausgehenden Linien wie AB, AD, AE, AC zu der Dreiecksfläche ABC vereinigt werden sollen, wenn also die Insumtionselemente die kleinen Winkelflächen DAE sind oder wenn die Fläche ABC durch Polarkoordinaten bestimmt wird, ein Fall, welcher der logischen Kolligation von Thätigkeiten analog ist. Ein hierher gehöriges Beispiel ist etwa das folgende. Markus sündigt, indem er stiehlt, weil er damit einen Anderen schädigt (Markus ist durch AB, das Stehlen durch die Richtung AD, das Sündigen durch AD_1 dargestellt). Das Attribut des Stehlens und des Sündigens in diesem konkreten Falle ist durch den Werth des Winkels BAD dargestellt: indem dieser Werth verallgemeinert wird, ergiebt sich die Insumtion, Markus sündigt durch alle Handlungen, womit er Andere schädigt.

Können die Gattungen Y und Y_1, sowie U und U_1 nach der Natur des gesetzlichen Zusammenhanges zwischen den Objekten y, y_1, u, u_1 unter sich und mit jenen Gattungen auf irgend eine andere Weise, als mittelst der Integration dargestellt werden, wie es z. B. geschieht, wenn die Dreiecksfläche BAC mit Hülfe seiner Basis $AB = g$ und seiner Höhe h durch die Formel $\frac{1}{2} gh$ ausgedrückt wird; so berührt Diess nicht das Wesen der Insumtion, sondern nur das Wesen der Kolligation der Insumtionselemente, ist also für die Insumtion selbst irrelevant.

Schliesslich bemerken wir, dass wir die Objekte y, y_1, u, u_1 gewöhnlich als Individuen und demzufolge die Objekte Y, Y_1, U, U_1 als

Gattungen vorgeführt haben. Diess ist nur zur Vereinfachung der Darstellung geschehen. Die Objekte y, y_1, u, u_1 in der ersten Prämisse können jede beliebige Qualität λ^m, und das Attribut x in der zweiten Prämisse kann jede Qualität λ^n haben. Die Objekte Y, Y_1, U, U_1 haben dann die Qualität λ^{m+n}. Sind z. B. die Objekte y, y_1 Zustände λ^0 und ist das Attribut x ein Individualitätsbegriff λ; so werden die Objekte Y; Y_1 Individuen λ. Mathematisch entspricht Diess dem Falle, wo y, y_1 Zahlen sind, x aber eine lineare Grösse (∂x ein Linienelement) ist, wo also in dem Integrale $Y = \int y \partial x$ die Grösse y den Differentialkoeffizienten der Ordinate Y der Kurve MN, die Richtung der Tangente PQ gegen OC (Fig. 1241) bezeichnet, sodass die Insumtionsprämisse $y + u = y_1 + u_1$ ein Urtheil zwischen Zuständen oder vielmehr zwischen Zustandsrelationen ist. Ein logisches Beispiel hierzu ist: Friedrich ist jetzt krank, weil er sich erkältet hat; er wird daher stets krank sein, wenn er sich erkältet. In der Prämisse bedeutet das Wort Friedrich nur den augenblicklichen Zustand eines Individuums; in dem Induktionsresultate dagegen ein Individuum, nämlich einen Inbegriff aller möglichen Zustände oder eine Gattung von Zuständen. Das Attribut x ist in dem konkreten Falle der Prämisse dieses Beispiels der Inbegriff von Zuständen, welcher das Individuum Friedrich bis zum Momente der Erkrankung ausmacht, ein Inbegriff, dessen Verallgemeinerung das Insumtionsresultat hervorbringt.

Wenn die Objekte y und y_1 in der Prämisse Gattungen λ^2 sind und das Attribut x ein Individualbegriff λ ist; so sind Y und Y_1 Gesammtheiten. Z. B. die konkrete animalische Gattung der Vögel bewegt sich freiwillig, weil sie mit motorischen Apparaten versehen ist; demnach bewegt sich die Gesammtheit der Thiergattung oder alle Thiere bewegen sich freiwillig.

Wären die Gattungen, welche in der Prämisse dieser Insumtion erscheinen, selbst das Resultat eines Insumtionsprozesses; so involvirt der vorstehende Insumtionsschluss zwei aufeinandergebaute primitive Insumtionsprozesse, was mathematisch einer zweimaligen Integration der Formel $y + u = y_1 + u_1$ entspricht. Die erste Integration für das Attribut x liefert das Resultat

$$\int_0^x y \partial x + \int_0^x u \partial x = \int_0^x y_1 \partial x + \int_0^x u_1 \partial x$$

die zweite Insumtion für das Attribut z das Resultat

$$\int_0^z \partial z \int_0^x y \partial x + \int_0^z \partial z \int_0^x u \partial x = \int_0^z \partial z \int_0^x y_1 \partial x + \int_0^z \partial z \int_0^x u_1 \partial x$$

Ein Beispiel hierzu, wenn beide Insumtionen auf direkt umfassenden Urtheilen beruhen, ist: dieser Sperling fliegt, weil er einen zur Bewegung in der Luft eingerichteten motorischen Apparat hat; demzufolge fliegen alle Vögel (da sie die zur Bewegung in der Luft geeigneten Apparate haben) und alle Thiere bewegen sich (da sie motorische Apparate haben). Die erste Insumtion beruht auf der Verallgemeinerung des Attributes x, welche in der Prämisse einem singulären Flugapparate, nämlich dem Flugapparate dieses Sperlings zukömmt; die zweite Insumtion aber beruht

auf der Verallgemeinerung des Attributes z, welche in dem durch die erste Insumtion gewonnenen, auf die Gattung der Vögel bezüglichen Urtheile einem besonderen Bewegungsapparate, nämlich dem zum Fliegen dienenden Apparate der Vögel angehört.

§. 520.

Esumtion.

Die bis jetzt besprochene direkte Insumtion erhöht die Qualität des gegebenen Urtheils, indem sie zu Objekten von höherer logischer Dimensität aufsteigt. Esumtion oder indirekte Insumtion nennen wir den umgekehrten Prozess, welcher zu Objekten von niedrigerer Qualität, z. B. von der Gattung zu Individuen oder vom abstrakten zum konkreten Urtheile herabsteigt. Auf diese Weise liefert die Prämisse $Y + U = Y_1 + U_1$ zwischen dem Gattungssubjekte Y und dem Gattungsprädikate Y_1, indem diese Grössen als Gattungen mit dem Grenzattribute a vorgestellt werden, durch Konkretion dieses Attributes auf einen speziellen Fall, entsprechend der mathematischen Division durch die Gleichung $a = a$, das Esumtionsresultat $y + u = y_1 + u_1$. Wenn Subjekt und Prädikat der gegebenen Urtheile von dem Grenzattribute x abhängig sind, findet sich das Esumtionsresultat nach vorgängiger Differentiation, d. h. nach vorgängiger Auflösung der Kolligation (oder nach vorgängiger Aussonderung, Eligation) aus der Formel

$$\partial Y + \partial U = \partial Y_1 + \partial U_1 \quad \text{oder} \quad y \partial x + u \partial x = y_1 \partial x + u_1 \partial x$$

durch Konkretion des Attributes ∂x, entsprechend der mathematischen Division durch die Gleichung $\partial x = \partial x$, aus der Formel $y + u = y_1 + u_1$.

Ist z. B. das gegebene abstrakte Urtheil ein direkt umfassendes $Y + U = Y_1$; so ist auch das Esumtionsresultat ein direkt umfassendes Urtheil $y + u = y_1$. Ein Beispiel hierzu ist: wenn die Menschheit sterblich ist; so ist nothwendig jedes mögliche zugehörige Individuum oder jeder Mensch, wie Plato, sterblich. Die Differentialgleichung $\partial Y + \partial U = \partial Y_1$ oder $y \partial x + u \partial x = y_1 \partial x$ entspricht in dem letzten Beispiele dem Urtheile, jeder mögliche einzelne Mensch ist sterblich. Durch Beseitigung des Faktors ∂x geht man zu einem bestimmten Individuum, z. B. zu Plato über. Dieser Übergang wird häufig in die Form eines Schlusses gekleidet, indem man sich, nachdem das generelle Esumtionsresultat, jeder Mensch ist sterblich, gewonnen ist, hinzufügt: Plato ist ein Mensch, folglich ist Plato sterblich.

Man darf nicht übersehen, dass die Prämisse einer Esumtion durchaus kein Urtheil zwischen fest gegebenen oder konstanten Objekten Y und Y_1 ist, dass jene Prämisse vielmehr ein allgemeines Urtheil in der Hinsicht bildet, dass unter Y und Y_1 ein Subjekt und Prädikat von jedem möglichen Umfange (innerhalb gewisser Grenzen) verstanden wird. Nur bei diesem Charakter der Grössen Y und Y_1 ist die Esumtion (die Differentiation) zulässig: denn wenn die Gleichung $Y + U = Y_1 + U_1$ nur für konstante Werthe von Y, Y_1, U, U_1 oder auch nur für solche Werthe gültig wäre, welche zwischen gewissen Grenzen liegen; so kann nicht behauptet werden, dass für jeden möglichen Werth von x die

Gleichung $y + u = y_1 + u_1$ gelte. Im vorstehenden Beispiele hat daher die Prämisse, die Menschheit ist sterblich, nicht den Sinn, dass eine menschliche Gesellschaft von bestimmter, wennauch noch so grosser Zahl von Individuen sterblich sei, sondern dass jede mögliche Partikularität der Menschheit von beliebiger Zahl der Individuen sterblich sei.

Wenn der Prämisse diese Allgemeinheit fehlt, wenn sie also nicht für alle möglichen, sondern nur für einzelne konkrete Fälle Gültigkeit hat; so eignet sie sich wohl zur Prämisse eines Schlusses, nicht aber zur Prämisse einer allgemeinen Esumtion. So kann man z. B., wenn die Prämisse sagt, eine bestimmte Gesellschaft von Menschen, z. B. die Familie Bernouilli, sind Schweizer, daraus den Schluss ziehen, folglich ist Johann Bernouilli ein Schweizer, nicht aber die Esumtion, folglich ist jeder Mensch ein Schweizer; auch noch nicht einmal wäre der Schluss, folglich ist jedes mögliche Mitglied der Familie Bernouilli ein Schweizer, zulässig.

Die Prämisse $Y + U = Y_1 + U_1$ einer allgemeinen Esumtion setzt also voraus, dass Y und Y_1 Gattungen aller möglichen Individuen y und y_1 seien, von welchen je zwei einander nach einem gewissen Gesetze angehören. Demzufolge ist das Esumtionsresultat ein nothwendiges Urtheil, welches lautet, mancher y ist nothwendig ein y_1 oder muss ein y_1 sein oder er ist ein y_1 aus dem Grunde, weil zwischen y und y_1 ein gesetzlicher Zusammenhang besteht.

Zur Charakterisirung des Unterschiedes zwischen Schluss und Esumtion führen wir noch an, dass wenn man auch die Esumtion durch Hinzufügung einer Prämisse, welche die Anwendung auf einen speziellen Fall herbeiführt, in die äussere Form eines Schlusses kleidet, diese zweite Prämisse eine ganz andere Bedeutung hat, jenachdem es sich um einen eigentlichen Schluss, oder um eine Esumtion handelt. Beim Schlusse wird der konkrete Fall der zweiten Prämisse ausdrücklich als ein unter den Fällen der ersten Prämisse thatsächlich vorkommender oder als ein von den Fällen der ersten Prämisse quantitativ umfasster konstatirt; bei der Esumtion dagegen findet Diess durchaus nicht statt, es wird vielmehr durch die zweite Prämisse ausgesprochen, dass der betreffende konkrete Fall dem Gesetze der ersten Prämisse gehorche. Demzufolge konstatirt das Resultat eines Schlusses eine thatsächlich bestehende, das Resultat einer Esumtion dagegen eine nothwendig bestehende Beziehung. Wenn wir also in dem letzteren Beispiele zu der Insumtionsprämisse, die Menschheit ist sterblich, die zweite Prämisse hinzufügten, Plato ist ein Mensch, um daraus das Resultat zu ziehen, folglich ist Plato sterblich; so drückt diese zweite Prämisse keineswegs aus, dass Plato ein Individuum einer quantitativ begrenzten Gesellschaft sei, welche in der ersten Prämisse die Menschheit heisst, sondern sie drückt aus, dass Plato ein möglicher Mensch sei, d. h. ein Individuum, welches irgend einem möglichen Werthe derjenigen variabelen Gesellschaft angehört, die in der ersten Prämisse die Menschheit genannt ist.

Das allgemeine Urtheil, der Franzose ist ein Europäer, ist keine Esumtionsprämisse. Dasselbe konstatirt nur ein thatsächliches Quantitätsverhältniss zwischen dem Franzosen und dem Europäer, nicht eine gesetzliche Zusammengehörigkeit zwischen je einem Franzosen und je

einem Europäer. Darum kann aus diesem Urtheile nur der Schluss gezogen werden, dass Laplace thatsächlich ein Europäer ist, nicht aber die Esumtion, dass Laplace ein Individuum sei, welches auf Grund eines Gesetzes eine bestimmte europäische Individualität habe, der das konkrete Attribut a angehöre. Das Urtheil, der Mensch ist sterblich oder ist ein Sterblicher, kann, wie das vorstehende, als ein reines Quantitätsurtheil gedacht werden und liefert dann immer nur Schlüsse, welche eine einzelne Thatsache konstatiren, wie z. B., folglich ist Plato sterblich. Wird dasselbe Urtheil als Esumtionsprämisse gedacht; so stützt es sich auf ein Gesetz und lässt dann das variabele Urtheil zu, folglich ist jeder mögliche Mensch sterblich oder irgend ein konkreter Mensch, wie Plato, nothwendig sterblich, indem einem jeden Menschen eine gesetzliche Lebensdauer zukömmt.

Ein anderes Beispiel ist folgendes. Man kann den Schluss bilden: Diebstahl ist ein Verbrechen, jene Entwendung von Diamanten ist ein Diebstahl, folglich ist jene Entwendung ein Verbrechen. Hierbei ist Diebstahl als ein Begriff von bestimmter logischer Quantität, und jene Entwendung von Diamanten als ein singulärer Fall jenes Begriffes von Diebstahl gedacht. Die ähnlich klingende, dem Sinne nach aber sehr davon verschiedene Esumtion lautet: Diebstahl ist ein Verbrechen (nicht vermöge quantitativer Subsumtion, sondern vermöge des prinzipiellen Charakters des Diebstahls), mithin ist jeder mögliche konkrete Diebstahl ein konkretes Verbrechen; da nun jene Entwendung von Diamanten ein möglicher Diebstahl ist (was sich nicht aus der quantitativen Subsumtion dieser Handlung unter den Begriff des Diebstahls, sondern aus dem Charakter dieser Handlung ergiebt); so muss jene Entwendung nothwendig für ein Verbrechen gehalten werden.

Wenn man von der Variabilität des Individuums AH, welches die Gattung $AFGH$ erzeugt (Fig. 1236), sowie von der Variabilität des Zustandes, welcher das Individuum AH erzeugt, absieht; so stellt sich das Insumtionsresultat nach der Schlussbemerkung in §. 517 als ein Satz zwischen bestimmten oder konstanten Objekten dar. In diesem Falle nimmt auch das Esumtionsresultat einen ähnlichen Ausdruck an, welcher für umfassende Urtheile so lautet: Wenn die Gattung $B = ab$ eine Partikularität der Gattung $B_1 = a_1 b_1$ ist; so ist der Inbegriff aller möglichen Attribute der Individuen b eine Partikularität des Inbegriffes aller möglichen Attribute der Individuen b_1 und es ist der Inbegriff aller möglichen Akzidentien (Zustände) der Individuen b eine Partikularität des Inbegriffes aller möglichen Akzidentien der Individuen b_1.

Wenn z. B. die Künstlerschaft eine Partikularität der Menschheit ist; so ist der Inbegriff aller Attribute eines Künstlers eine Partikularität des Inbegriffes aller Attribute eines Menschen und der Inbegriff aller Akzidentien eines Künstlers ist eine Partikularität aller Akzidentien eines Menschen.

§. 521.

Klassifikation der Insumtion.

Ebenso wie die Definitionen, die Urtheile und die Schlüsse lassen sich auch die Insumtionen nach dem Kardinalprinzipe in Quantitäts-, Inhärenz-, Relations-, Qualitäts- und Modalitätsinsumtionen eintheilen. Alle in den vorstehenden beiden Paragraphen vorgeführten Beispiele sind Quantitätsinsumtionen (resp. Quantitätsesumtionen). Der geometrische Repräsentant einer solchen Insumtion ist der Fall, wo eine Fläche als Theil einer anderen Fläche auf Grund der Voraussetzung erscheint, dass die linearen Dimensionen jener Fläche Theile der linearen Dimensionen dieser Fläche sind. Der Parallelismus der linearen Dimensionen oder die Rechtwinklichkeit des Koordinatensystems ist hierbei keine nothwendige Bedingung: diese Dimensionen können auch verschiedene Richtungen haben, z. B. die Vektoren eines Polarkoordinatensystems sein. Wenn z. B. jede zwischen den Grenzen AD und AE liegende Linie AF (Fig. 1242) kürzer ist, als die in derselben Richtung bis zur Linie DE gezogene Linie AG; so ist auch die ganze dreieckige Fläche ABC kleiner als die Fläche ADE. Wenn man die Sachen scharf nimmt; so ist die letztere Insumtion allerdings keine reine Quantitätsinsumtion, sondern eine Kombination mit einer Relationsinsumtion, indem die verschiedenen Richtungen, in welchen die Quantitäten AB, AF, AC liegen, verschiedene Thätigkeiten darstellen, welchen verschiedene Kausalitäten zukommen.

Bei der Inhärenzinsumtion bezieht sich der Insumtionsprozess auf die Eigenschaften oder Beschaffenheiten eines Objektes, geometrisch auf die Ortslage, z. B. wenn jeder einzelne Mensch Arme hat; so hat die ganze Menschheit Arme oder, geometrisch, wenn jeder Punkt oder jede Linie einer Fläche BC rechts von einer gegebenen Grenze DE liegt; so liegt die ganze Fläche rechts von dieser Grenze (Fig. 1243).

Die Relationsinsumtion vereinigt Relationen oder Kausalitäten, z. B. alle zwischen den Grenzen AD und AE liegenden Wirkungen zu einer Wirkungsgattung CAF (Fig. 1244), z. B. wenn jede spezielle Wirkung der Wärme, mag sie sich als Ausdehnung, Formveränderung, Temperaturerhöhung oder sonstwie äussern, einer mechanischen Arbeit äquivalent ist; so ist die Wirkung der Wärme schlechthin der mechanischen Arbeit äquivalent. Von besonderer Wichtigkeit sind die Relationsinsumtionen, welche nach Fig. 1245 auf der Vereinigung der Kausalitäten EF beruhen, welche ein Subjekt AB in seinen verschiedenen Zuständen E, z. B. ein Mensch in den verschiedenen Augenblicken seines Lebens oder an den verschiedenen Orten seines Aufenthaltes oder unter den verschiedenen Umständen vollbringt oder welche von den verschiedenen Singularitäten E eines Inbegriffes AB von Objekten, z. B. von den verschiedenen Individuen der Menschheit oder von den verschiedenen Theilen eines Stoffes u. s. w. vollbracht werden. So kann z. B. EF die Arbeit des Menschen AB mit dem Hammer E, BC die Arbeit desselben Menschen mit der Feile B bedeuten; AFC ist dann Arbeit mit Hammer, Feile, Hobel, Zange u. s. w. Wenn sodann AD eine Wirkung der Arbeit AC, etwa der Gelderwerb ist; so kann man sagen, wenn die konkrete

Arbeit mit jedem einzelnen Werkzeuge Gelderwerb hervorbringt; so erzeugt die Arbeit überhaupt Verdienst. Oder, wenn die sächsische, die westfälische, die englische und jede andere Steinkohle Wärme erzeugt; so erzeugt überhaupt die Steinkohle Wärme. Oder, wenn jedes beliebige Atom dieses Kohlenstückes Wärmefähigkeit besitzt; so besitzt das ganze Stück diese Fähigkeit. Oder, wenn ein Mensch in jedem Augenblicke, an jedem Orte,. bei jeder Thätigkeit, in jedem Zustande Vernunft hat; so hat er dieses Vermögen unter allen Umständen. Oder, wenn jeder einzelne konkrete Mensch zuweilen denkt; so denkt die Menschheit partiell.

Die Qualitätsinsumtion erfordert eine Zusammenfassung von stetig aufeinander folgenden Dimensitäten. Obwohl nur Objekte von diskret auseinander liegenden Dimensitäten, insbesondere die von 0, 1, 2, 3 Dimensionen, von denen je drei benachbarte das mögliche, wirkliche und nothwendige Sein darstellen, einfache Vorstellungen gewähren; so schliesst Diess doch die Annahme unendlich vieler anderer Dimensitäten mit stetigen Übergängen nicht aus, um allgemeine Qualitätsinsumtionen zu bilden, wie die folgenden. Wenn die Quantität eine Eigenschaft jedes speziellen Objektes, unabhängig von dessen Qualität, also jedes möglichen, jedes wirklichen, jedes nothwendigen, jedes physischen, jedes mathematischen, jedes logischen, jedes geometrischen, jedes chronologischen, jedes mechanischen, jedes chemilogischen, jedes physiometrischen Objektes u. s. w. ist; so ist die Quantität eine generelle Eigenschaft aller Objekte. Wenn die Kausalität ein Prozess in jedem speziellen Grössengebiete ist; so ist sie ein allgemeiner Prozess in allen Gebieten. Wenn das Kardinalprinzip ein Gesetz für jedes spezielle Grössensystem ist; so ist es ein Weltgesetz.

Die Modalitätsinsumtion verlangt eine Vereinigung von Bedingungen. So ziehen wir aus dem Modalitätsurtheile, Friedrich geht nachmittags spazieren, wenn das Wetter nicht zu schlecht ist, d. h. wenn das Wetter sich innerhalb gewisser Grenzen hält, den Insumtionsschluss, dass alle möglichen Zustände des Wetters, welche diese Grenzen nicht überschreiten, den Spaziergang Friedrichs bedingen. Oder, wenn es feststeht, dass jeder Zustand einer gegebenen stetigen Reihe von Zuständen, z. B. jeder Zeitpunkt einer gegebenen Zeitreihe ein Ereigniss bedingt, welches einem gegebenen konkreten Begriffe angehört, z. B. den Tod von Menschen; so bilden wir den Insumtionsschluss, dass der Verlauf jener ganzen Reihe von Zuständen eine Ereignissreihe bedingt, welche der Gattung jenes konkreten Begriffes angehört, dass also z. B., wenn in jedem einzelnen Augenblicke einzelne konkrete Menschen sterben, in endlicher Zeitreihe ein Theil der Menschheit stirbt.

Für jede dieser fünf Insumtionsklassen kommen selbstredend die schon in §. 518 hervorgehobenen vier resp. sechzehn Hauptfälle in Betracht, welche sich resp. auf direkt umfassende, indirekt umfassende, beschränkende und ausschliessende Prämissen stützen.

§. 522.

Die Allgemeinheit der Insumtionsurtheile.

Das eigentliche Wesen der Insumtion liegt in der Erhöhung, das der Esumtion in der Erniedrigung der Qualität des Subjektes und Prädikates der Prämisse. Bei der Insumtion schreitet der Prozess von einem begründeten Urtheile zwischen Individuen zu einem wirklichen Urtheile zwischen Gattungen: bei der Esumtion geht der Prozess von einem wirklichen Urtheile zwischen Gattungen zu einem begründeten Urtheile zwischen Individuen über. Der erstere ist ein Abstraktions-, der letztere ein Konkretionsprozess. Die Qualitätserhöhung erleidet jedes Element der Gattung, der eigentliche Qualitätsprozess geht also in den Elementen vor sich und demzufolge findet bei der direkten Insumtion eine Kolligation der qualitativ erhöhten Elemente und bei der Esumtion eine Eligation (Aussonderung) der qualitativ erniedrigten Elemente statt. Diese Akte charakterisiren sich bei der direkten Insumtion durch die drei Formeln

$$\begin{aligned} \text{Prämisse:}\quad & y + u = y_1 + u_1 \\ \text{elementare Qualitätserhöhung:}\quad & y\partial x + u\partial x = y_1\partial x + u_1\partial x \\ \text{Kolligation:}\quad & Y + U = Y_1 + U_1 \end{aligned}$$

Bei der Esumtion ist der Entwicklungsgang der umgekehrte; die dritte Formel bildet die Prämisse, die mittlere stellt die Zerlegung in Gattungselemente, die erste die Qualitätserniedrigung dar.

Bei der direkten Insumtion ist zwar die Prämisse in der Form der ersten Gleichung ein spezielles Urtheil, in der Form der zweiten Gleichung ist dieselbe jedoch ein allgemeines Urtheil und ebenso ist das Resultat in der Form der dritten Gleichung ein allgemeines Urtheil. Wenn man die zweite Gleichung nicht als Prämisse gelten lässt, sondern als ein aus der ersten und zweiten Prämisse sich ergebendes Resultat ansieht; so ist die Prämisse der direkten Insumtion ein spezielles, das Insumtionsresultat dagegen ein generelles Urtheil. Betrachtet man die zweite Gleichung als die Prämisse der dritten; so ist sowohl die Prämisse, als auch das Insumtionsresultat ein generelles Urtheil. Die wahre Sachlage ist die, dass die Prämisse einer Insumtion in Form eines speziellen, nicht allgemeinen Urtheils nach der ersten Gleichung aufgestellt ist, dass aber daneben durch die zweite Prämisse $x = x$ oder $\partial x = \partial x$ anerkannt ist, dass jene erste Prämisse für jedes beliebige Attribut x (oder für jedes ∂x, welches am Ende jedes beliebigen Attributes x liegt) Gültigkeit haben soll. Durch diese zweite Prämisse wird also der ersten eine allgemeine Gültigkeit verliehen. Man kann hiernach sagen, beide Prämissen einer direkten Insumtion konstatiren in ihrer Zusammengehörigkeit ein allgemeines Gesetz, welches in dem Insumtionsresultate zu einem allgemeinen Urtheile führt.

Ebenso gelangt man durch die Esumtion von einem generellen Urtheile $Y + U = Y_1 + U_1$ zunächst zu einem ebenso generellen Urtheile $y\partial x + u\partial x = y_1\partial x + u_1\partial x$ und sodann zu einem speziellen Urtheile $y + u = y_1 + u_1$, welches letztere jedoch auch vermöge der zweiten Prämisse eine generelle Bedeutung hat.

Wenn die Höhe eines Viereckes in jedem beliebigen Punkte seiner

Basis a gleich b ist, ist die Fläche desselben gleich dem Produkte ab, die Länge der Basis a mag sein, welche sie wolle. Hierbei erscheint sowohl die Voraussetzung, als auch das Ergebniss dieser mathematischen Insumtion als ein allgemeiner Satz. Übrigens lös't sich die Voraussetzung leicht in eine spezielle und in eine allgemeine Prämisse auf, nämlich in den speziellen Satz, die Höhe des Viereckes ist in einem bestimmten Punkte der Basis gleich b, und in den generellen Satz, die Höhe des Viereckes ist in allen Punkten der Basis oder für jeden Werth von a dieselbe.

Die Allgemeinheit der Insumtionsurtheile trägt einen ganz besonderen Charakter; sie ist durchaus keine quantitative Allgemeinheit oder Allumfassung, sondern sie ist Variabilität (Unbestimmtheit, Beliebigkeit), entsprechend dem Wesen einer variabelen Funktion. Der allgemeine Begriff Y ist hier nicht in gegebenen Grenzen eingeschlossen, wie es quantitative Allgemeinheit, z. B. in dem Ausdrucke, jeder beliebige Europäer oder alle Europäer, erfordert, sondern eben die Grenzen sind willkürlich: man kann die Grenze des Begriffes Y beliebig hinausrücken, das Attribut a beliebig erweitern; die Begrenzung von Y ist also willkürlich und nur an die Bedingung geknüpft, dass sie einem möglichen Werthe von a entspreche. Wenn wir von der Prämisse, die Merkurbahn ist wegen des betreffenden mechanischen Gesetzes eine Ellipse, zu dem Insumtionsresultate gelangen, folglich bewegen sich alle Planeten in Ellipsen; so ist der Begriff Planet durchaus nicht ein quantitativ allgemeiner, sondern ein variabeler. Es giebt keinen Inbegriff von konkreten Dingen, welchen man unter dem Begriffe Planet zu verstehen hat, ähnlich dem Begriffe Europäer. Planet ist vielmehr ein lediglich auf Hypothese beruhender Begriff, nämlich der abstrakte Inbegriff aller möglichen Körper, welche, wenn sie überhaupt existiren, der Gravitation der Sonne gehorchen. Es bleibt übrigens ganz dahin gestellt, ob es solche Körper überhaupt giebt: das obige Insumtionsurtheil, dass sich jeder Planet in der Ellipse bewegen müsse, gilt unbedingt, gleichviel, ob es Planeten giebt oder nicht. Die Planeten stellen also keinen quantitativ allgemeinen, sondern einen variabelen Begriff dar, der sich möglicherweise (für $a = 0$) auf Nichts reduziren, d. h. keinen konkreten Fall enthalten kann, ohne das Insumtionsurtheil umzustossen. Das wahre Wesen eines solchen Urtheils, gegenüber dem eines Schlusssatzes, stellt sich in vorstehendem Beispiele deutlicher durch die Fassung heraus: wenn es überhaupt Planeten giebt; so bewegen sie sich in elliptischer Bahn.

Die letztere Fassung ist eine sehr beachtenswerthe Form, in welcher Insumtionen häufig ausgesprochen werden, namentlich solche, wo der konkrete, auf Beobachtung beruhende Fall der ersten Prämisse gar nicht erwähnt wird. Diese Fassung lautet für eine direkt umfassende Insumtion: wenn es überhaupt ein y giebt; so ist dasselbe ein y_1. Das von Kant in der Kritik der reinen Vernunft, transzendentale Logik, zweiter Abschnitt, Nr. 3 (S. 73) angeführte Urtheil, wenn eine vollkommene Gerechtigkeit da ist, so wird der beharrlich Böse bestraft, ist nichts Anderes, als ein in vorstehender Form ausgesprochener Insumtionsschluss. Das Hypothetische in diesem Urtheil betrifft nur die Form seiner Darstellung, hat aber keine sachliche Bedeutung. Die Ableitung kann so gedacht werden. Zur ersten Prämisse dient das begründete Urtheil: der Richter Tribonian

bestraft den bösen Kalpurnius, weil er gerecht ist. Durch Verallgemeinerung des Attributes a, welches dem Tribonian als einem konkreten gerechten Richter und dem Kalpurnius als einem konkreten Bösewicht zukömmt, ergiebt sich der Insumtionsschluss: folglich bestrafen alle gerechten Richter die Bösen. Dieses Urtheil ist variabel, weil das verallgemeinerte Attribut a oder x variabel ist; dasselbe bedarf also nicht lauter Bestätigungen durch die Wirklichkeit und kann daher in der Form ausgesprochen werden, in welcher Kant es vorführt.

Die Variabilität des Subjektes des Insumtionsurtheils ist nur ein anderer Ausdruck dafür, dass dieses Urtheil sich auf jeden möglichen denkbaren Fall bezieht, wogegen ein Schlussresultat sich auf einen wirklichen Fall bezieht. Die Variabilität des Subjektes und Prädikates eines Insumtionsurtheils schliesst nicht ihre momentane Fixirung auf einen bestimmten Werth des Attributes a oder die momentane Festhaltung ihrer beweglichen Grenzen, d. h. die Anwendung auf einen konkreten Fall aus. Diese konkrete Anwendung entspricht einem konstanten Werthe von a in den obigen Formeln und es leuchtet ein, dass für eine solche spezielle Anwendung, wobei die Variabilität der Begriffe verschwindet, ein Insumtionsresultat eine gewisse erhöhte äussere Ähnlichkeit mit einem Schlussresultate erlangen kann, dass Diess jedoch den charakteristischen Unterschied zwischen beiden nicht ändert.

Wir müssen hervorheben, dass eine solche konkrete Anwendung des allgemeinen oder variabelen Insumtionsurtheils, solange es sich um einen reinen Insumtionsprozess handelt, durchaus erwartet oder verlangt wird. Denn für diesen Prozess ist die Qualitätsänderung, nicht die Variabilität das Wesentliche: die Variabilität der Prämisse oder des Attributes a ist nur zur Ausführung der Kolligation nothwendig, und die Variabilität des allgemeinen Resultates ist eine unmittelbare Folge der Variabilität der Prämisse. Im Übrigen gehört diese Variabilität, sowie die Kolligation nicht dem eigentlichen Gebiete der Qualitätsänderung oder der Abstraktion, sondern dem Gebiete der Modalität, also der fünften Grundeigenschaft, an.

Während das Insumtionsresultat in seiner generellen Form den obigen Formeln mit allgemeinen oder unbestimmten Integralen wie $Y = \int y \partial x$ oder $\int_0^x y \partial x$ entspricht, wird das spezielle oder angewandte Insumtionsresultat durch Formeln ausgedrückt, in welchen nur bestimmte Integrale wie $B = \int_0^a y \partial x$ vorkommen.

§. 523.
Analogie.

Da man mittelst einer Insumtion von einem konkreten Falle b zu einer Gattung von Fällen B hinaufsteigen und mittelst einer Esumtion von einer Gattung von Fällen B zu einem konkreten Falle b' herabsteigen kann; so kann man mittelst der Kombination beider Prozesse von einem konkreten Falle b zu einem anderen konkreten Falle b' übergehen. Ein solcher Übergang von einem Falle zu einem nebengeordneten Falle wird in den Lehrbüchern der Logik ein Analogieschluss genannt, weil man

zwei nebengeordnete Fälle eines Inbegriffes Analogien nennt. In diesem Sinne hat das Wort Analogie eine reziproke Bedeutung, nämlich die Bedeutung des Nebengeordnetseins in einer gesetzmässigen Reihe; der Fall b ist dann eine Analogie des Falles b', und umgekehrt; der eine Fall ist dem anderen analog. Zuweilen versteht man jedoch unter Analogie einfach ein Beispiel (exemplum, paradigma), giebt also dem Worte Analogie die absolute Bedeutung eines speziellen Falles in einer gesetzmässigen Reihe; alsdann ist sowohl der Fall b, als auch der Fall b' eine Analogie zu dem allgemeinen Gesetze. Endlich versteht man aber auch unter Analogie die Korrespondenz gleich gelegener Glieder in zwei verschiedenen Reihen, sodass, wenn $f(x)$ und $\varphi(x)$ zwei solche Reihen bezeichnen, für einen bestimmten Werth $x = a$ die beiden Grössen $f(a) = b$ und $\varphi(a) = b'$ Analogien darstellen. Immer versteht man, wenn b der zuerst gegebene Fall ist, unter b' einen analogen Fall.

Weil man den Übergang von einem speziellen Falle b zu einem analogen Falle b', also den sogenannten Analogieschluss aus zwei entgegengesetzten Induktionsprozessen ableitet, bringt man den Analogieschluss überhaupt unter das Insumtionsgesetz. Dass man durch entgegengesetzte Insumtionen (durch eine Insumtion und eine Esumtion) Übergänge zu analogen Fällen bewirken kann, ist unzweifelhaft; dass aber zu einem solchen Übergange zwei Insumtionsprozesse nothwendig seien, ist durchaus nicht gewiss: ich bin vielmehr der Ansicht, dass dieser Doppelweg nicht der natürliche ist, weil er kein direkter und einfacher ist, dass vielmehr der sogenannte Analogieschluss da, wo er ein Übergang von einem Falle b zu einem nebengeordneten Falle b' derselben Reihe ist, wo er also wirklich durch zwei entgegengesetzte Insumtionen hervorgebracht werden kann, in seiner Ursprünglichkeit kein Insumtionsprozess ist, dass derselbe aber da, wo er ein Übergang zwischen korrespondirenden Gliedern verschiedener Reihen ist, wo er also nicht durch zwei entgegengesetzte Insumtionen hervorgebracht werden kann, doch ein echter Insumtionsprozess ist.

Was zunächst den Übergang von einem Falle $b = f(a)$ zu einem anderen Falle $b' = f(a')$ derselben Reihe $y = f(x)$ betrifft; so ist dieser Übergang, weil die Formel $y = f(x)$ nicht das Resultat einer Beobachtung, sondern eines Gesetzes ist, also allgemein für jeden Werth von x gilt, ganz einfach das Ergebniss der Substitution der beiden speziellen Werthe a und a' für x oder der Variation der Grösse x von a bis a'. Die beiden Fälle b und b' repräsentiren eben Nichts weiter, als zwei Beispiele der gegebenen Formel. Läge z. B. das gesetzlich begründete Urtheil vor, dass ein Planet sich nothwendig elliptisch bewegen muss; so ergiebt sich daraus ohne Weiteres, dass sich jeder spezielle Planet wie der Merkur und der Mars elliptisch bewegen wird.

Ein solcher Übergang zwischen nebengeordneten Fällen derselben Reihe findet auch nicht bloss zwischen Einzelfällen des in der Prämisse vorkommenden Individuums y, sondern auch zwischen Einzelfällen der in dem Insumtionsresultate vorkommenden Gattung Y statt. Man geht ganz einfach auch von dem einen Spezialwerthe $B' = \int_{a_1}^{a_2} f(x)\,\partial x$ zu dem anderen Spezialwerthe $B'' = \int_{a_3}^{a_4} f(x)\,\partial x$ über. Beispielsweise kann man

auf diese Weise aus dem Insumtionsresultate, dass jede Planetenschaft sich elliptisch bewegt, die Anwendung machen, dass die alten Planeten und dass auch die neuen Planeten sich in dieser Weise bewegen.

Der Übergang von einem y' zu einem y'', ebenso wie der Übergang von einem Y' zu einem Y'' ist also lediglich das Resultat der konkreten, beispielsweisen Anwendung der allgemeinen Gesetze für y, resp. für Y, nicht aber ein Insumtionsprozess. Allgemein, ist der Übergang zwischen beliebigen Werthen der Funktion y oder der Funktion Y das einfache Resultat der Variation der unabhängigen Variabelen x jener Funktion, in der allgemeineren Form des Insumtionsurtheils also ein Akt der fünften Metabolie, welchen wir schon im vorhergehenden Paragraphen als einen ausserhalb des Insumtionsprozesses stehenden Vorgang geschildert haben.

Was nun den Übergang zwischen zwei korrespondirenden Gliedern verschiedener Reihen betrifft; so restringiren wir den Begriff der Analogie in folgender Weise. Wenn irgend ein Gesetz oder eine Funktion gegeben ist; so stellen wir dieser Funktion nicht jede beliebige Funktion, sondern nur eine solche gegenüber, welche in übereinstimmender Weise dergestalt gebaut ist, dass die Grundoperationen der ersten Funktion in andere Grundoperationen von gleichem Range verwandelt sind. Funktionen dieser Art nennen wir analoge Funktionen, korrespondirende Bewegungen in denselben analoge Prozesse oder Operationen und korrespondirende Resultate analoge Werthe. So können z. B. die Addition, die Multiplikation, die Exponentiation als analoge Operationen, also die Summe $a+b+c$ als die Analogie des Produktes $a.b.c$ und auch als die Analogie der Exponentialgrösse $((e^a)^b)^c = e^{a\,b\,c}$ angesehen werden.

Nach dem im ersten Theile dieses Werkes (§. 55 ff.) erläuterten Zusammenhange kann jede Grundoperation als ein im Gesetze einer anderen Grundoperation geleiteter Prozess dargestellt werden. So erscheint z. B. die Multiplikation als eine Addition von Exponenten in der Form $a.b.c = e^\alpha e^\beta e^\gamma = e^{\alpha+\beta+\gamma}$ (die Drehung als eine Addition von Winkeln), die Exponentiation als eine Addition von Exponenten der Exponenten in der Form $e^{a \cdot b \cdot c} = e^{e^\alpha e^\beta e^\gamma} = e^{e^{\alpha+\beta+\gamma}}$ (auch kann eine Dimensionirung als eine Addition von Dimensionen aufgefasst werden). Diese Relation veranlasst uns, die Analogie in der Weise zu definiren, dass wir der Funktion $f(x)$ oder, allgemeiner, der von beliebig viel linearen Variabelen x, y, z abhängigen Funktion $f(x, y, z)$ die gleichgebildete Funktion analog setzen, welche aus ihr entsteht, wenn die Qualität der gleichartigen Grundgrössen x, y, z in derselben Weise verwandelt wird. Wenn also die Grundgrössen nicht gerade abstrakte Zahlen, sondern, allgemein, Grössen von der Qualität λ sind, wenn mithin die gegebene Funktion die generelle Form $f(x\lambda, y\lambda, z\lambda)$ hat, worin x, y, z abstrakte Zahlen sind; so ist, indem wir die Qualität λ in die Qualität μ verwandeln, die Funktion $f(x\mu, y\mu, z\mu)$ der gegebenen analog. Sind die in Rede stehenden Funktionen homogen*), wie wir voraussetzen; so hat man

$$f(x\lambda, y\lambda, z\lambda) = f(x, y, z) \cdot \lambda^r = A$$
$$f(x\mu, y\mu, z\mu) = f(x, y, z) \cdot \mu^r = B$$

*) Vergl. den Situationskalkul, §. 47.

worin r irgend einen abstrakten Zahlwerth hat. Die der ersten Funktion A analoge Funktion B ist hiernach $= A.\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^r$, d. h. sie hat genau denselben Zahlwerth wie die erste und unterscheidet sich von ihr nur durch eine Qualitätsverwandlung. Die Qualitätseinheit μ kann immer als eine Potenz der Qualitätseinheit λ dargestellt werden, d. h. man kann $\mu = \lambda^s$ setzen, (worin s nicht nothwendig reell zu sein braucht, sondern auch imaginär, komplex, benannt u. s. w. sein kann). Alsdann ist $A = f(x, y, z).\lambda^r$, $B = f(x, y, z).\lambda^{rs}$, also $B = A.\lambda^{r(s-1)}$. Diese Form stellt die Qualitätsveränderung als einen gewöhnlichen Akt der Potenzirung der Grösse λ heraus, lässt also die auf dem Übergange zu gleich gebildeten Funktionen beruhende Analogie als das Resultat eines eigentlichen Insumtionsprozesses erscheinen, welchen wir die Insumtion durch Analogie nennen.

Diese Insumtion ist von der grössten Wichtigkeit für die Anwendung der reinen Denkgesetze auf die verschiedenen Gebiete der speziellen Wissenschaften. Indem wir irgend ein Resultat des reinen Denkens auf ein konkretes Vorstellungsgebiet übertragen, begehen wir den eben erörterten Insumtionsakt. Wenn wir eine arithmetische Formel, also ein reines Zahlengesetz auf eine physische Erscheinung oder auf irgend einen Fall des praktischen Lebens anwenden, also für die abstrakte Zahleneinheit 1 eine äussere wirkliche Grösseneinheit μ substituiren, verwandeln wir die abstrakte Qualität der arithmetischen Formel in eine konkrete Qualität und vollführen bei der Übertragung des reinen, formalen Zahlengesetzes auf die Gesetze des wirklichen Grössenbereiches die obige Insumtion durch Analogie. Wenn beispielsweise die Hausfrau nach den Regeln der Regeldetri ausrechnet, wie viel Thaler sie für den Hut Zucker von 20 Pfund zu bezahlen hat, wenn das Pfund Zucker 6 Groschen kostet, so begeht sie bei der Übertragung der rein arithmetischen Zahlengesetze auf das Gebiet der physischen Gewichtsmengen von Zucker und der äusseren Geldwerthe eine Insumtion durch Analogie. Dasselbe thut der Feldmesser bei der Berechnung äusserer Grundstücke nach geometrischen und trigonometrischen Regeln. Dasselbe thut der Physiker bei der Anwendung der Mathematik auf physische Erscheinungen.

Zur Entwicklung der Gesetze einer Wissenschaft nach Anleitung der bereits entwickelten Gesetze einer anderen Wissenschaft ist die Insumtion durch Analogie das wirksamste Mittel. Was im Raume Länge ist, ist in der Zeit Alter, in der Materie Intensität, was dort fortschreiten heisst, heisst hier verfliessen, resp. den Zustand ändern. Mit Hülfe dieser Beziehungenz wischen den Qualitäten λ und μ ergiebt sich dann mittelst der Insumtion aus dem geometrischen Gesetze $f(x, y, z).\lambda$ das analoge chronologische oder mechanische Gesetz $f(x, y, z).\mu$. Unser vorliegendes Buch enthält zahlreiche Fälle dieser Insumtion.

Aber selbst innerhalb einundderselben Wissenschaft werden unausgesetzt Induktionen durch Analogie begangen. Die ganze analytische Geometrie bildet eine ununterbrochene Reihe solcher Induktionen, welche bald von dem arithmetischen Begriffe zur geometrischen Anschauung, bald von dieser zu jenem hinübergehen. Ebenso ist die analytische Mechanik ein fortwährendes Springen aus dem Gebiete der Kraft in das der abstrakten

Zahl, und umgekehrt. In der graphischen Mechanik stellt man eine Kraft durch eine Linie dar und überträgt sodann die geometrischen Gesetze der Linien oder die Resultate geometrischer Konstruktionen wieder auf Kräfte (wobei sich die Fläche in ein Kraftquadrat, der Körper in einen Kräftekubus verwandelt, von welchen letzteren Beiden indessen gewöhnlich nicht geredet wird, da man vornehmlich die durch die Linie vertretene Fortschrittskraft ins Auge zu fassen pflegt). Ebenso ist analytische Chemie, graphische Chemie, mechanische Chemie (wenn man Affinitäten wie bewegende Kräfte behandelt) ein Gemisch von Wanderungen zwischen den Gebieten der Arithmetik, der Geometrie, der Mechanik und der Chemilogie.

Ja, sogar in den engsten Grenzen einer Spezialwissenschaft spielt die Insumtion durch Analogie eine grosse Rolle. So involvirt in der Arithmetik die Übertragung der allgemeinen formalen Gesetze der Addition auf die Multiplikation und die Potenzirung (vermittelst Formeln wie $a+b+c$, $a.b.c$, $((e^a)^b)^c$ u. s. w.), ferner in der Geometrie die Übertragung der Gesetze der Linien auf die Flächen und Körper (z. B. der Gesetze des Fortschrittes und der Drehung von Linien auf die der Flächen), ebenso in der Mechanik die Übertragung der Gesetze der Fortschrittsbewegung auf die Drehungsbewegung eine Insumtion durch Analogie, welche darin besteht, dass man sich innerhalb des Kardinalprinzipes von einer niedrigeren Stufe auf eine höhere Qualitätsstufe erhebt.

Von grosser Bedeutung sind die Übertragungen zwischen den subordinirten Vorstellungsgebieten, also zwischen dem Gebiete der physischen Erscheinung, dem der mathematischen Anschauung und dem der logischen Erkenntniss. Auf diesem Wege fliessen aus den Gesetzen der reinen Mathematik die der Physik und, umgekehrt, können die letzteren zur Erweiterung der ersteren dienen. Ebenso führt die Kenntniss der rein mathematischen Gesetze zu denen der Logik, und umgekehrt. Logische Quantität, Inhärenz, Relation, Qualität und Modalität ist die Analogie zu geometrischem Inhalte, Orte, Richtung, Dimensität und Form. Das für mathematische Anschauungen entwickelte Kardinalprinzip überträgt sich vermöge der Insumtion durch Analogie auf die physischen Erscheinungen und die logischen Begriffe, gleichwie, umgekehrt, die im Gebiete der Erscheinungen und Begriffe etwa früher erkannten Stufen des Kardinalprinzipes sich insumtorisch auf das mathematische Kardinalprinzip übertragen lassen.

Man sieht, die Analogie stiftet vermöge der Relation $\frac{A}{B} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^r$ eine streng gesetzliche Beziehung zwischen den beiden Objekten A und B, welche zwei ganz verschiedenen koordinirten oder subordinirten Grössengebieten angehören mögen; die auf Insumtion gestützte Analogie darf also nicht mit einer unbestimmten Ähnlichkeit oder einem Gleichnisse verwechselt werden. Die Insumtion durch Analogie ist ein völlig bestimmter Erkenntnissprozess, welcher auf dem Grundsatze beruht, dass die bloss qualitative Verwandlung der Einheit λ der Grundgrösse eines Gesetzes $f(x, y, z)$ in die Einheit μ das Wesen dieses Gesetzes nicht ändert. Selbstredend beruht die logische Insumtion durch Analogie nur auf der Erkenntniss dieser Unveränderlichkeit des Wesens des Gesetzes

$f(x, y, z)$, nicht auf der Erkenntniss der Bedeutung der Qualitäten λ und μ. So können wir z. B. grundsätzlich überzeugt sein, dass die Additionsgesetze für alle Grössenarten, also sowohl für Raumgrössen, als für Zeitgrössen und für Kraftgrössen Gültigkeit haben, ohne doch erkannt zu haben, dass geometrische Addition eine Verlängerung, chronologische Addition ein Altern, mechanische Addition eine Verstärkung bedeutet. Die Bedeutung der Qualitäten λ und μ zu finden, ist nicht ausschliesslich Sache des Verstandes, sondern zum grossen Theil Sache der Phantasie.

§. 524.

Die Wahrheit in der Insumtion.

Ganz wie beim Schlusse, hängt auch bei der Insumtion die Wahrheit des Resultates oder seine Übereinstimmung mit der Wirklichkeit von der Wahrheit der Prämissen und der Korrektheit der Operation ab. Eine falsche Prämisse liefert trotz richtiger Behandlung ein falsches Resultat. So ist z. B. die Insumtion: Merkur, als ein der Anziehung der Sonne unterworfener Körper, bewegt sich in einer Parabel, folglich bewegen sich alle Planeten in Parabeln, falsch, weil die erste Insumtionsprämisse $y + u = y_1 + u_1$ falsch ist. Wenn die zweite Insumtionsprämisse $a = a_1$ falsch ist, liegt die sogenannte falsche Verallgemeinerung vor, wie in dem Beispiele: Merkur, als ein der Anziehung der Sonne unterworfener Körper, bewegt sich in einer Ellipse, er ist ein Stern; folglich bewegen sich alle Sterne in Ellipsen. Die letztere Verallgemeinerung ist desshalb falsch, weil das Attribut a für das Subjekt y, indem daraus die Gattung der Sterne abstrahirt ist, mehr erweitert ist, als das Attribut a_1 für das Prädikat y_1 der in Ellipsen sich bewegenden Planeten.

Die Verallgemeinerung kann aber noch in anderer Weise, namentlich dadurch falsch werden, dass die in der Prämisse etwa liegende Beschränkung der Gattung unberücksichtigt bleibt oder dass eine in der Prämisse liegende Allgemeinheit ohne Grund beschränkt wird. So liefert z. B. die Prämisse, manche Menschen sind weiss, manche schwarz, den Insumtionssatz, die Menschheit besteht aus Weissen und Schwarzen, d. h. aus Individuen, von denen manche zeitlebens weiss, manche zeitlebens schwarz sind: es wäre eine zu weit gehende Verallgemeinerung, wenn man aus jener Prämisse behaupten wollte, dass die Menschheit auch Individuen zähle, welche in gewissen Lebensaltern weiss und in gewissen Altern schwarz wären. Andererseits würde die Verallgemeinerung zu eng sein, wenn man aus der Prämisse, manche Menschen sind zeitlebens sehend, manche zeitlebens blind, manche zeitweise sehend und zeitweise blind, das Urtheil bilden wollte, die Menschheit besteht aus dauernd Sehenden und dauernd Blinden.

Wir müssen an dieser Stelle bemerken, dass gleichwie der logische Schluss im Allgemeinen nicht den Rückschluss gestattet, auch die Esumtion aus einem Urtheile und einer Prämisse nicht unbedingt die andere Prämisse hervorbringt, aus welcher dieses Urtheil durch direkte Insumtion entstanden ist. Nur unter gewissen Umständen stellt sich im indirekten Verfahren die ursprüngliche Prämisse wieder her, insbesondere, wenn das

Urtheil ein direkt umfassendes, ein indirekt umfassendes oder ein ausschliessendes ist. So liefert die Prämisse, Plato ist als Mensch nothwendig sterblich, durch Insumtion den Satz, alle Menschen sind sterblich. Aus diesem Satze folgt aber auch durch Esumtion die ursprüngliche Prämisse, jeder konkrete Mensch und somit Plato ist sterblich.

Ebenso ergiebt sich aus dem indirekt umfassenden Urtheile, Phidias, als Künstler, ist nothwendig ein Mensch, durch Insumtion der Satz, alle Künstler gehören der Menschheit an. Umgekehrt, folgt aus diesem Satze durch Esumtion wieder die ursprüngliche Prämisse, Phidias, als Künstler, gehört der Menschheit an.

Aus beschränkenden Urtheilen stellt sich jedoch durch Esumtion die Prämisse nicht wieder her. So erhält man aus dem Urtheile, einige Menschen wie Raphael sind Maler, einige wie Napoleon sind es nicht, durch Insumtion den Satz, die Menschheit gehört theilweise zur Künstlerschaft, theilweise nicht. Man kann aber nicht, umgekehrt, aus diesem Satze die Prämisse herstellen, dass ein bestimmter konkreter Mensch Raphael ein Maler und ein anderer bestimmter Mensch Napoleon kein Maler sei.

Aus dem ausschliessenden Urtheile, Plato trägt als Mensch unmöglich ein Geweihe, ergiebt sich durch Insumtion, kein Mensch trägt ein Geweihe. Umgekehrt, stellt die Esumtion aus diesem Satze die ursprüngliche Prämisse, Plato trägt kein Geweihe, wieder her.

Insbesondere verfehlt der rückgängige Insumtionsprozess sein Ziel bei der zusammengesetzten Insumtion, da alsdann, wie wir in §. 519 gezeigt haben, verschiedene Prämissen einunddasselbe Insumtionsresultat hervorbringen können.

Es ist von Wichtigkeit zu bemerken, dass die mathematische Esumtion stets die Prämisse wiederherstellt oder dass sich durch Differentiation des Integrals stets das Differential, aus welchem das Integral durch Integration entstanden ist, wieder erzeugt, gleichwie auch der mathematische Rückschluss stets wieder auf die ursprüngliche Prämisse führt.

§. 525.

Pseudo-Induktion.

Der Name Induktion dient in der heutigen Logik zur Bezeichnung eines Konglomerates von mehreren undeutlich oder gar nicht erkannten Operationen. Zunächst wird seit Aristoteles unter Induktion die von uns in §. 517 ff. als Insumtion vorgeführte Operation, nämlich die Generalisirung der Urtheile durch Abstraktion verstanden. In Folge ungenügender Erkenntniss des wahren Wesens der Insumtion vermischt sich aber mit den Vorstellungen über Induktion zugleich unvermerkt diejenige Operation, welche wir in den nächsten Paragraphen als Involvenz charakterisiren werden. In der neuesten Zeit, namentlich seit Stuart Mill, ist nun endlich in den Begriff der Induktion ein sowohl der Insumtion, als auch der Involvenz fern liegender, überhaupt nicht der reinen Logik allein angehöriger Prozess eingeschoben worden. Dieser letztere Prozess ist der dem reinen logischen Prozesse oder der Deduktion gegenüberstehende, die Anwendung der Logik oder die praktische Logik

beherrschende Prozess, welcher den Zweck hat, aus den thatsächlichen Erscheinungen oder auf dem Wege der Beobachtung logische Begriffe zu erlangen oder Gesetze abzuleiten, überhaupt aber, die Prämissen zu einem als Thatsache gegebenen Resultate zu finden. Bei der Eintheilung in deduktive und induktive Logik ist lediglich der letztere Gesichtspunkt entscheidend und da Diess der in heutiger Zeit dominirende ist; so behalte ich den Namen Induktion lediglich für den letzteren Prozess, auf welchen wir in §. 534 näher eingehen werden, bei.

Um jetzt die herrschenden Ansichten über die Insumtion zu besprechen, verstehen wir in diesem Paragraphen unter Induktion diejenige Theorie der Aristoteliker und der Neueren, welche die Generalisirung der Urtheile durch Abstraktion betrifft, also denjenigen Theil ihrer Pseudo-Induktion, welcher unsere Insumtion decken müsste.

Die Logiker erklären die Induktion für einen Schluss vom Besonderen auf das Allgemeine, stellen den Vorgang auch wirklich als einen solchen Schluss dar, machen aber Anwendungen davon, welche ihrer Theorie durchaus nicht entsprechen. So giebt Ueberweg in dem Systeme der Logik, §. 127, für die Induktion das Schema

Sowohl M_1, als M_2, als M_3 . . . ist P (Prädikat)
Sowohl M_1, als M_2, als M_3 . . . ist S (Subjekt)

folglich ist jedes S ein P.

Wenn wir zu diesem Schema ein spezielles Beispiel wählen, lautet dasselbe

Sowohl Plato, als Titus, als Luther . . . ist sterblich
Sowohl Plato, als Titus, als Luther . . . ist ein Mensch

folglich ist jeder Mensch sterblich.

Es sind nur zwei Voraussetzungen möglich. Entweder ist unter M_1, M_2, M_3 . . . eine endliche Anzahl von Objekten, oder es ist die unendliche Anzahl aller die Gattung S erschöpfenden, also aller möglichen Objekte verstanden. Ist die Anzahl der Objekte M eine endliche; so ist der ganze Schluss falsch: denn aus den Urtheilen, dass M_1, M_2, M_3 ein P sei, folgt nur der gewöhnliche Schluss, dass jedes Objekt der Gesellschaft M_1, M_2, M_3 ein P sei, nicht aber, dass jedes mögliche Objekt der Gattung der M ein P sei. Ist dagegen die Anzahl der Objekte M eine unendliche, die Gattung der M erschöpfende; so ist die Induktion unausführbar, der ganze Prozess also ein unmöglicher: wollte man aber über diese Unausführbarkeit hinwegsehen und zugeben, dass durch eine unendliche Menge beobachteter Thatsachen die Prämisse konstatirt sei; so wäre durch die erste Prämisse, dass M_1, M_2, M_3 . . ., dass also jedes mögliche von allen die Gattung erschöpfenden M ein P sei, bereits die vollständige Induktion ausgesprochen, das Resultat, welches man durch einen besonderen logischen Prozess erst zu schaffen glaubt, wäre schon in jener Prämisse antizipirt; diese Prämisse enthielte alsdann eine wahrhafte petitio principii und die eigentliche Induktion wäre nicht erklärt.

In dem einen wie in dem anderen Falle muss die Darstellung der Induktion in den Lehrbüchern der Logik für verfehlt gehalten werden. Die zweite Auffassung enthält gar keine, die erste eine falsche Erklärung.

Die falsche ist es, welche an allen Beispielen durchgeführt wird. So heisst es in §. 127 des eben zitirten Werkes auf S. 364 „der Planet Mars bewegt sich (wie Kegler nachgewiesen hat) in einer elliptischen Bahn um die Sonne, der Planet Jupiter dessgleichen, u. s. w.; also ist anzunehmen, dass sich die Planeten überhaupt in elliptischer Bahn um die Sonne bewegen.“ Nichts ist irrthümlicher, als dieser Schluss: aus den von Kegler beobachteten Thatsachen geht nur hervor, dass sich der Mars, der Jupiter und die übrigen beobachteten Planeten, nicht aber, dass sich alle möglichen Planeten in elliptischer Bahn bewegen. Die Keglerschen Beobachtungen, wie überhaupt Beobachtungen gestatten keine Induktion, keine Verallgemeinerung, keine Abstraktion. Nur das Newtonsche Gravitationsgesetz macht diese Induktion möglich: dasselbe bedarf aber keiner direkten Beobachtung einer Planetenbahn; die elliptische Bahn ergiebt sich aus ihm mit Nothwendigkeit. Um jenes Induktionsresultat durch Beobachtung zu finden, müssten unendlich viel Beobachtungen mit allen möglichen Planetenmassen angestellt werden, was schlechterdings unausführbar ist. Ohne diese unendliche Zahl von Beobachtungen können die Keplerschen Beobachtungen an einzelnen Planeten wohl die Vermuthung erwecken oder die Wahrscheinlichkeit begründen, dass sich alle Planeten in elliptischer Bahn bewegen: eine sichere logische Folgerung gestatten sie jedoch nicht.

In §. 128 auf S. 368 führt Ueberweg das fernere Beispiel einer vollständigen Induktion auf: „der Merkur hat Axendrehung; ebenso die Venus, die Erde, der Mars, der Jupiter und der Saturn; eben diese sind die alten Planeten; mithin haben die sämmtlichen alten Planeten Axendrehung.“ Der letzte Satz ist zwar richtig, aber er ist kein Induktionssatz, sondern ein ganz gewöhnlicher Schlusssatz nach unserem §. 515, indem derselbe mehrere Thatsachen zu einer Gesammtthatsache zusammenfasst (kolligirt). Der Induktionssatz müsste lauten „jeder mögliche Planet hat Axendrehung:“ allein dieser Satz entspricht weder den angeführten Beobachtungen, noch ist er nach mechanischen Gesetzen wahr.

Nach Mill's System der deduktiven und induktiven Logik, zweites Buch, Cap. I, §. 3, ist die Induktion, gemäss den Ansichten aller anderen Logiker, ein Schluss vom Besonderen auf das Allgemeine und diese Definition soll nach Mill bedeuten, dass durch die Induktion ein Urtheil aus weniger allgemeinen Urtheilen als es selbst ist, gefolgert werde. Die letztere Definition trifft durchaus nicht zu: denn beispielsweise folgt aus den besonderen Urtheilen „der Holländer ist ein Europäer, der Belgier ist ein Europäer,“ da der Holländer und der Belgier den Niederländer ausmachen, dass der Niederländer ein Europäer ist. Das letzte Urtheil ist allgemeiner, als jedes der beiden gegebenen besonderen Urtheile; dessenungeachtet enthält dasselbe nur einen gewöhnlichen Schlusssatz nach §. 515, keine Induktion, welche nach unserer Theorie nicht bloss ein allgemeineres Urtheil, sondern ein Urtheil von höherer logischer Qualität enthalten muss, welches nicht bloss mehr, sondern alle möglichen Fälle innerhalb gewisser Grenzen umfasst.

Aus den weiteren Bemerkungen in dem eben zitirten Paragraphen geht hervor, dass Mill in dem Induktionsresultate ein Urtheil erblickt, welches über die beobachteten Thatsachen hinaus geht. Das thut die

Induktion in der That: allein, dass sie Diess thut, rechtfertigt es nicht, die Induktion ein wirkliches Schliessen oder Folgern zu nennen. Im Gegentheil, eben diese Eigenschaft hebt die Induktion aus dem Gebiete des Schlusses hinaus: der Schluss hält sich im Gebiete beobachteter und zu beobachtender Thatsachen, die Induktion schreitet darüber hinaus, indem sie vom Individuum zur Gattung übergeht, also Urtheile über Thatsachen erzeugt, welche sich in ihrer unendlichen Gesammtheit gar nicht beobachten lassen. So folgert der Schluss aus den Beobachtungen „diese Wärme erzeugt Spannung, diese Spannung erzeugt Ausdehnung" das in der Sphäre möglicher Beobachtungen liegende Urtheil „folglich erzeugt diese Wärme Ausdehnung", wogegen die Induktion aus den Beobachtungen „die Ofenwärme erzeugt Spannung, die Verbindungswärme erzeugt Spannung, die thierische Wärme erzeugt Spannung u. s. w." das Resultat ahnen lässt „jede Wärme oder die Wärme schlechthin erzeugt Spannung", ein Resultat, welches sich als sichere Erkenntniss gar nicht aus direkter Beobachtung, sondern aus der physikalischen Beziehung ergiebt, welche zwischen Wärme und Ausdehnung besteht.

Diese Verwechslung von Induktion und Schluss hat natürlich ebenso sehr ihren Grund in der Verkennung des Wesens der Induktion, als in der Verkennung des Wesens des Schlusses, welche wir bereits in §. 514 kritisirt haben, indem wir dort zeigten, dass der Schluss nicht nach der herrschenden Meinung vom Allgemeinen auf das Besondere geht, sondern mit Allgemeinheit und Besonderheit Nichts zu schaffen hat, indem sowohl zwischen allgemeinen, wie zwischen besonderen Urtheilen geschlossen oder gefolgert wird, dass vielmehr im Schlusse ein nicht auf unmittelbarer Beobachtung beruhendes, nicht auf gegebenen Thatsachen unmittelbar sich stützendes Urtheil vermöge der Folgerung aus direkt beobachteten oder bereits für richtig erkannten Urtheilen gewonnen wird.

Das dritte Buch der deduktiven und induktiven Logik widmet Mill ausschliesslich der Frage, was Induktion sei, einer Frage, welche er in Cap. I, §. 1 für die wichtigste der Logik erklärt, die alle anderen einschliesse, die aber in den Schriften der Logiker von Fach gänzlich übergangen sei. In §. 2 giebt Mill von der Induktion die Definition, dass sie das Verfahren sei, durch welches man allgemeine Urtheile entdeckt und beweis't. Diese Definition weicht von seiner früheren im zweiten Buche sehr erheblich ab, indem sie statt allgemeinerer Urtheile allgemeine Urtheile setzt und einen Beweis, also eine ganz ausserhalb der Beobachtung liegende Operation verlangt. Wir erkennen an, dass durch Induktion allgemeine Urtheile erzielt werden können, halten aber doch diese Definition nicht für zutreffend. Allgemeine Urtheile lassen sich aus anderen allgemeinen Urtheilen auch durch einfache Schlussfolgerung und durch andere logische Operationen gewinnen; es ist also zur Erzielung solcher Urtheile die Induktion nicht unbedingt nöthig: ausserdem schreitet die indirekte Induktion vom Allgemeinen zum Einzelnen, erzeugt also auch besondere und singuläre Urtheile. Wir haben auch gezeigt, dass die Prämisse der Induktion sogut ein allgemeines Urtheil enthält, wie der Induktionssatz selbst und dass man aus Beobachtungen oder aus konkreten Urtheilen überhaupt keine Induktion bilden kann, endlich, dass die Allgemeinheit der Induktions-

sätze keine quantitative Allgemeinheit ist, welche jeden beliebigen Fall innerhalb gegebener Grenzen zulässt, sondern dass sie eine solche Allgemeinheit ist, welche eine Variation, resp. Erweiterung der Grenzen des Subjektes gestattet, dass sie also Variabilität ist.

Sodann glauben wir, dass Mill's Ausführungen nicht immer jener Definition entsprechen. Denn es heisst sofort in §. 2, das Verfahren, wodurch wir einzelne Thatsachen erforschen, sei ebenso induktiv, als dasjenige, durch welches wir zu allgemeinen Wahrheiten gelangen; und diese Behauptung wird durch die Ansicht begründet, dass das Allgemeine nur eine Summe des Besonderen sei. Diese beiden Ansichten vermögen wir nicht zu theilen; nach unserer Meinung sind beobachten und induziren (insumiren) zwei sehr verschiedene Operationen, und das Allgemeine, welches bei der Induktion als Allheit oder als Gattung in Betracht kömmt, ist keine Summe, kein Inbegriff von Einzelnem (wenn man darunter nicht einen unendlichen Inbegriff unendlich kleiner Elemente verstehen will), sondern eine qualitative Erhöhung des Einzelnen, eine Abstraktion der Gattung aus ihren Individuen.

Im Cap. III, §. 1 des dritten Buches definirt Mill die Induktion als eine Generalisation von der Erfahrung aus, welche darin bestehen soll, dass man schliesst, eine Erscheinung, die bei einzelnen Gelegenheiten stattgefunden hat, wird bei allen Gelegenheiten, welche den vorhergehenden in den wesentlichen Umständen gleichen, wieder stattfinden. Ich glaube dargethan zu haben, dass Thatsachen, Beobachtungen, Erfahrungen durchaus keine Prämissen für Induktionen (Insumtionen), sondern nur für Schlüsse sein können, dass die Prämisse einer Induktion vielmehr selbst ein allgemeines, auf Gesetzen beruhendes Urtheil enthalten muss und dass zahlreiche Erfahrungen nur dazu dienen können, das Induktionsresultat mit Hülfe der Phantasie zu errathen, gleichwie zahlreiche Punkte einer Kurve dazu dienen können, die Natur dieser Kurve zu errathen. Ausserdem ist der Ausdruck „Gelegenheiten, welche anderen in den wesentlichen Umständen gleichen" so dunkel, dass sich damit eine bestimmte Vorstellung nicht verbinden lässt: denn der Ausdruck „gleichen" soll entschieden keine mathematische Gleichheit bedeuten, da ja sonst die ganze Behauptung keine Definition, sondern nur eine Tautologie enthielte; derselbe muss vielmehr als ein Ähnlichsein aufgefasst werden, welches eine durchaus unbestimmte Bedeutung hat. Dementgegen ist in unserer Theorie der Induktion (Insumtion) die ganz präzise Forderung aufgestellt, dass das in der Prämisse der Induktion von dem Subjekte dieser Prämisse ausgesagte Urtheil von dem Attribute dieses Subjektes unabhängig, also für alle Individuen der betreffenden Klasse gültig sei, durch welche Attribute sie sich auch voneinander unterscheiden mögen, dass also jenes Urtheil nicht ein Beobachtungsresultat, sondern ein Schlussresultat, das Ergebniss einer Schlusskette oder dass es ein begründetes Urtheil sei.

Unverkennbar vermischt Mill unter dem Namen der Induktion den von der Aristotelischen Schule mit diesem Namen belegten Prozess, welcher unserer Insumtion entsprechen sollte, mit dem auf die Herstellung von Prämissen gerichteten Prozesse.

Für völlig unberechtigt halte ich sodann Mill's Exkursion auf das

Gebiet der Naturwissenschaften, d. h. der physischen Gesetze, lediglich zu dem Zwecke, um durch die sogenannte Gleichförmigkeit im Gange der Natur, welche er für das „Grundprinzip oder das allgemeine Axiom der Induktion“ erklärt, den in Rede stehenden logischen Prozess zu begründen. Meines Erachtens können Erscheinungen und Thatsachen wohl Material zu geistigen Vorstellungen liefern und die Veranlassung sein, dass geistige Vermögen in Thätigkeit treten; sie können aber nicht die Fähigkeit des Geistes, zu funktioniren, nicht die Gesetze, wonach der Geist funktionirt, nicht die Qualität der geistigen Vorstellung bedingen und begründen, insbesondere kein Erklärungsgrund für logische Prinzipien sein.

Muss man hiernach schon prinzipiell die Begründung der logischen Induktion durch physische Erscheinungen zurückweisen; so trägt die Ausführung jenes Versuches nur noch mehr dazu bei, denselben für ein jeder wissenschaftlichen Strenge entbehrendes Unternehmen zu halten. Zunächst gewinnt man im Cap. IV die Überzeugung, dass der Begriff Gleichförmigkeit alsbald dem Begriffe Ungleichförmigkeit Platz macht, indem er schon in §. 1 dieses Kapitels durch die Erklärung, dass „diese Gleichförmigkeit eigentlich aus einzelnen Gleichförmigkeiten bestehe“, vollständig verflüchtigt wird. Wie kann es auch anders sein! Ein einziger Blick in den Gang der Natur lehrt, dass dieser Gang nicht gleichförmig ist, insofern man das Wort Gleichförmigkeit nicht für jedes beliebige Variabilitätsgesetz gebrauchen will. Ein gestossener Körper, auf welchen keine Kraft weiter einwirkt, bewegt sich in gerader Linie mit konstanter Geschwindigkeit fort. Will man diese Bewegung eine gleichförmige nennen: nun wohl, so ist sie aber doch nicht die Quintessenz der mechanischen Gesetze. Denn wenn auf den gestossenen Körper eine konstante Kraft wirkt; so nimmt er eine beschleunigte Geschwindigkeit, auch wohl eine krummlinige Bahn, also eine Bewegung an, welche doch nicht ebenfalls eine gleichförmige genannt werden kann. Soll aber die letztere, unter konstanter Kraft erfolgende Bewegung die gleichförmige heissen; so ist die erstere keine gleichförmige; auch repräsentirt sie keineswegs besser als diese das mechanische Grundprinzip. Denn wenn der gestossene Körper einer variabelen Kraft ausgesetzt wird, was doch ein ebenso natürlicher, ja ein noch natürlicherer Fall ist, da es konstante Kräfte gar nicht giebt, ein Fall, welcher sich z. B. ereignet, wenn ein Körper zur Erde fällt oder sich um die Erde dreht (wie der Mond), weil die Anziehungskraft der Erde mit der Entfernung des Körpers variirt; so nimmt er eine ungleichmässig beschleunigte Geschwindigkeit an. In der Wirklichkeit konkurriren nun ausserdem stets unzählige Ursachen und bewirken, dass jede Naturerscheinung eine durchaus ungleichförmige ist.

Die im Cap. V. enthaltene Expektoration über das Kausalgesetz klärt, meines Erachtens, weder das Wesen der Naturgesetze, noch die behauptete Gleichförmigkeit der Naturerscheinungen auf, noch steht sie mit der logischen Induktion in irgend einem sachlichen Zusammenhange. Allerdings hat manches Objekt, insbesondere jedes aus einer Veränderung entspringende Objekt eine Ursache oder ist dem Kausalgesetze unterworfen. Durch diese Kausalität wird aber nur eine einzige von den

fünf Grundeigenschaften, welche jedem Objekte zukommen, bestimmt, nämlich seine Relation oder seine Beziehung zum absoluten Sein. Ausser dieser Relation kommen dem Objekte aber noch vier Grundeigenschaften zu: seine Quantität, seine Inhärenz (Beschaffenheit), seine Qualität und seine Modalität, welche ebenso selbstständig sind, wie die Relation und nicht im entferntesten durch die Kausalität bedingt sind. So hat z. B. eine auftretende Wärmeerscheinung eine Ursache, welche in einem konkreten Falle in einem chemischen Prozesse oder in einer Reibung oder in einer Zuleitung bestehen mag: was hat aber diese Ursache mit den Besonderheiten der Wärme, mit den Eigenschaften der Wärme, mit der Qualität der Wärme (als Naturerscheinung), mit der Modalität der Wärme (als Strahlungs-, als Leitungsphänomen u. s. w.) zu thun? Was bedeutet in dem Urtheile, der Grieche ist ein Europäer, welches eine rein quantitative Beziehung ausdrückt, oder in dem Urtheile, das Pferd hat vier Beine, welches eine reine Inhärenzbeziehung darstellt, die Kausalität?

Eine Grundeigenschaft ändert sich vermöge unseres Kardinalprinzipes primitiv nach einem einförmig fortschreitenden Grundgesetze. Diese Einförmigkeit (nicht Gleichförmigkeit) der Veränderung kömmt aber nicht bloss dem Kausalitätsgesetze (geometrisch dem Drehungsgesetze), sondern jedem Grundgesetze, insbesondere dem Erweiterungsgesetze, welches die Quantität ändert, dem Inhärenzgesetze (geometrisch dem Fortschrittsgesetze), welches die Beschaffenheit (den Ort) ändert, dem Abstraktionsgesetze (geometrisch dem Beschreibungs-, Expansions-, Dimensitäts- oder Potenzirungsgesetze), welches die Qualität ändert, und dem Abhängigkeitsgesetze (geometrisch dem Krümmungsgesetze), welches die Modalität (Form) ändert. Diese Einförmigkeit in der primitiven Äusserung eines jeden der fünf Grundgesetze bewirkt übrigens keineswegs einförmige Naturprozesse, weil diese Prozesse immer theils das komplizirte Resultat mehrerer Grundprozesse sind, theils aber nicht nothwendig auf der primitiven Thätigkeit der Grundkräfte beruhen. In keinem Falle ist die Betrachtung über einförmige Prozesse geeignet, den Grund der logischen Induktion aufzuklären.

Wenn es zulässig wäre, logische Denkprozesse durch Naturerscheinungen zu begründen; so würde es auch zulässig sein, die Mathematik durch solche Erscheinungen oder durch Erfahrungen oder empirisch zu begründen. Nach unserem Kausalprinzipe unterliegen zwar physische Erscheinungen, mathematische Anschauungen und logische Erkenntnisse analogen Gesetzen und in jeder Wissenschaft waltet einunddasselbe Grundprinzip, welches eben das Kardinalprinzip ist, das für jedes Grössengebiet nur eine dem spezifischen Wesen dieses Gebietes entsprechende Bedeutung annimmt: allein eben diese fundamentale Übereinstimmung der Grundgesetze in allen Grössengebieten beweis't, dass die Gesetze des einen Gebietes nicht durch die des anderen begründet, sondern höchstens illustrirt werden können, dass also die Grundgesetze der einen Wissenschaft nicht auf den Grundgesetzen der anderen, sondern auf dem generellen Kardinalprinzipe beruhen, welches nur durch generelle Argumente nachgewiesen werden kann. Insofern man dieses Kardinalprinzip nicht in seiner ganzen Allgemeinheit, sondern in der konkreten Form betrachten will, welche dasselbe für ein spezielles Grössengebiet annimmt,

kann man Analogien aus anderen Wissenschaften als Hülfsmittel der Erforschung zulassen; begründet kann jedoch die Mathematik nur mit mathematischen, die Physik nur mit physischen, die Logik nur mit logischen, nicht mit naturwissenschaftlichen Mitteln werden.

Die Verkettung der Logik mit der physischen Beobachtung gewährt die Mittel, aus Sinneswahrnehmungen Gesetze abzuleiten. Da das Gesetz, welchem eine Erscheinung gehorcht, etwas Allgemeineres ist, als die konkrete Erscheinung; so hat man das Verfahren, welches zur Auffindung solcher Gesetze dient, als eine Aufgabe der Insumtion angesehen und seit Mill legt man vornehmlich diesem Verfahren den Namen der Induktion bei, trennt auch die Logik in eine deduktive und eine induktive Logik und bezeichnet mit dem Namen der induktiven Wissenschaften vorzugsweise die Naturwissenschaften. Eine solche Unterscheidung zwischen Deduktion und Induktion ist allerdings zulässig, ja sogar nothwendig, wenn man unter Induktion nicht den auf unsere Insumtion hinauslaufenden Prozess der reinen Logik, sondern denjenigen Prozess der angewandten Logik versteht, welcher die Herstellung von logischen Prämissen aus Thatsachen betrifft und in §. 534 von uns als Induktion behandelt werden wird. Aber selbst bei dieser Verrückung des Begriffes der Induktion, welche die Unterscheidung zwischen Deduktion und Induktion rechtfertigen würde, kann ich mehreren sich daran knüpfenden Ansichten nicht zustimmen.

Indem ich davon absehe, dass die englischen Logiker den Gegensatz zwischen deduktiver und induktiver Logik wahrscheinlich etwas anders verstehen, als die deutschen, da unter Mill's „system of logic, ratiocinative and inductive“, wohl eher schliessende und induzirende, als deduzirende und induzirende Logik zu verstehen sein dürfte, zwischen schliessen und deduziren aber insofern ein Unterschied besteht, als der Schluss nur ein spezieller Bestandtheil der allgemeinen Deduktion ist; so geht meine Ansicht dahin, dass die Induktion so gut wie die Deduktion und der Schluss Operationen sind, die in jeder Wissenschaft, welchen Namen dieselbe auch trage, welches spezielle Grössengebiet sie auch zu ihrem Gegenstande haben möge, vorkommen und daselbst eine gleichberechtigte Rolle spielen, ferner, dass wenn man unter Deduktion den allgemeinen Ableitungsprozess versteht, welcher neben manchen anderen Prozessen auch die Insumtion und den Schluss in sich begreift, jede Wissenschaft deduktiv ist, dass aber, wenn man unter Deduktion einen speziellen Prozess, wie das Schliessen, versteht, es keine ausschliesslich deduktive Wissenschaft giebt, dass also in allen Fällen jede Wissenschaft deduktiv ist, endlich, dass die Beobachtung durchaus nicht ein Erbtheil der Naturwissenschaften, sondern ein Bedürfniss jeder Wissenschaft ist, dass also nicht ausschliesslich die Naturwissenschaft eine induktive ist, wiewohl nicht verkannt werden kann, dass für denjenigen Theil dieser Wissenschaft, welcher nicht die Entwicklung bereits gefundener, sondern die Entdeckung neuer Gesetze aus den sich darbietenden äusseren Thatsachen bezweckt, die Induktion eine vorherrschende Rolle spielt. Zur Erläuterung dieser Ansichten führe ich Folgendes an.

Dass die Mathematik und die Logik und überhaupt jede Wissenschaft, so auch die Naturwissenschaft ebenso gut Insumtionen bildet,

indem sie konkrete oder individuelle Urtheile zu Gattungsurtheilen verallgemeinert, geht aus der obigen Theorie der Insumtion und den angeführten Beispielen deutlich hervor, ist im Übrigen nach unserem Kardinalprinzipe, welches eine generelle Gültigkeit für alle Erkenntnissgebiete hat, selbstverständlich.

Ebenso gewiss ist, dass jede Wissenschaft, nicht bloss die Logik, sondern auch die Mathematik und die Naturwissenschaft Schlüsse bildet. Die Elimination eines Objektes zwischen zwei Urtheilen zum Zweck der Herstellung einer Beziehung zwischen den anderen beiden in jenen Urtheilen enthaltenen Objekten trägt in jeder Wissenschaft den Charakter eines Schlusses. Arithmetisch liefern die beiden Gleichungen $a + b = x$, $b + c = y$ durch Elimination von b die Gleichung $a + y = c + x$ zwischen den beiden Grössen a und c als getreue Analogie des logischen Schlusses. Der geometrische Vorgang ist in Fig. 1246 dargestellt, indem die erste Gleichung, wenn man die Linien a, b, x nach Länge und Richtung nimmt, die Beziehung der Schenkel des Winkels ABC, die zweite Gleichung dagegen die Beziehung der Schenkel des Winkels BCD, die Schlussgleichung aber die Beziehung zwischen dem Schenkel AB des ersten und dem Schenkel CD des zweiten Winkels darstellt, indem sie ausdrückt, dass der Weg $a + y = ABD$ und der Weg $x + c = ACD$ in den Endpunkt desselben Vektors $z = AD$ führt. Ganz analog der Mathematik und der Logik bildet die Naturwissenschaft einen Schluss wie diesen: der Ton d ist höher als der Ton c, der Ton e ist höher als d, folglich ist d höher als c, und die sinnliche Wahrnehmung sagt: dieser in mein Ohr schallende Ton d ist höher als jener c, der dritte Ton e erscheint mir höher als d, folglich halte ich auch diesen d für einen höheren als den c. Ein anderes Beispiel eines naturwissenschaftlichen Schlusses ist: dieser galvanische Strom magnetisirt jenen Eisenkern, das magnetisch gewordene Eisen zieht den Anker an, folglich bewirkt jener galvanische Strom die Bewegung dieses Ankers. Diese Beziehung zwischen dem galvanischen Strome und der Bewegung des Ankers ist weder eine Insumtion, noch eine unmittelbare Beobachtung oder Erfahrung, sondern eine entschiedene Schlussfolgerung aus zwei Beobachtungen.

Gleichwie die Naturwissenschaft Schlüsse bildet, ebenso erzeugt sie Erkenntnisse, welche den logischen Urtheilen, Definitionen und allen sonstigen Erkenntnissen und Prozessen der Logik analog sind, auch deduzirt sie aus richtigen Erkenntnissen ganz so wie die Mathematik und die reine Logik.

Aber auch, umgekehrt, kann die Mathematik und die Logik, gleichwie jede andere Wissenschaft nicht ohne Beobachtung bestehen: nur trägt Das, was man in der Naturwissenschaft ein Beobachtungs- oder Erfahrungsresultat nennt, in jeder Wissenschaft einen besonderen Namen. Im Allgemeinen ist es das Gegebene, nämlich Dasjenige, was von aussen her der wissenschaftlichen Forschung dargeboten wird oder was einen thatsächlichen Bestand hat, ein faktisches Sein in dem Grössengebiete darstellt. Dieses Gegebene oder Thatsächliche braucht nicht nothwendig ein durch Zufall Gegebenes oder ein zufällig Aufgefundenes zu sein, es kann auch ein systematisch Erzeugtes oder nach Regeln Gefundenes oder Entdecktes, es kann auch ein spontan Gebildetes sein: das Wesentliche ist, dass es

thatsächlichen Bestand habe, und unwesentlich sind die Umstände, unter welchen es unserer Erkenntniss als etwas Gegebenes dargeboten wird. Für die Naturwissenschaften bieten die Sinneserscheinungen die thatsächlich und zugleich zufällig gegebenen Grössen dar, aus deren Beobachtung die Gesetze der physischen Aussenwelt zu gewinnen sind. Ohne Beobachtungen äusserer Erscheinungen würde man eine fingirte, subjektiv mögliche, aber keine mit der äusseren Wirklichkeit übereinstimmende, also keine objektiv wahre Naturwissenschaft erhalten. Ebenso wie der Naturforscher, beobachtet der Mathematiker, aber nicht mit den Sinnen, sondern, weil es sich um Anschauungen handelt, mit dem Anschauungsvermögen. Der Geometer stellt sich unter Zuhülfenahme seiner Phantasie und anderer Kräfte Dreiecke, Vierecke, Kreise, Parabeln, Spiralen, Kegel u. s. w., der Chronologe Zeitabschnitte, Epochen, Ereignissreihen, geschichtliche Zusammenhänge u. s. w., der Mechaniker Kräfte, Momente, Bewegungen, Systeme u. s. w., der Chemiloge Äquivalente, Spannungen, Verwandtschaften u. s. w., der Physiometer Kohäsionen, Aggregatzustände, Krystallgestalten u. s. w., der Arithmetiker Summen, Produkte, Potenzen und Formeln jeder Art vor, um daran reine mathematische Gesetze zu entdecken, die Mathematik allseitig auszubilden, seine eigene mathematische Erkenntniss zu erweitern. Es ist gleichgültig, ob er diese Vorstellungen spontan bildet, oder ob sie ihm in Folge oder bei Gelegenheit mathematischer Entwicklungen dargeboten werden, ob ihm eine Anschauung, eine Formel ganz zufällig in den Schooss fällt, oder ob Diess auf einer systematischen Entdeckungsreise bei einer rationellen Rechnung, oder durch einen spontanen Entschluss geschieht. Ohne solche gegebenen Grössen oder Daten, welche die Analogie physikalischer Thatsachen sind, würde das mathematische Anschauungsvermögen leer bleiben, jene Daten sind die Voraussetzungen für die Erfüllung dieses Vermögens mit konkreten Grössen, Formen, Formeln u. s. w. Dass der Mathematiker diese Daten nicht unmittelbar von der physischen Aussenwelt empfängt, wie der Naturforscher, dass er dieselben vielmehr selbst, aus seinem eigenen Geiste schafft, ist für die Thatsächlichkeit jener Daten irrelevant. Übrigens ist die physische Aussenwelt bei dieser mathematischen Beobachtung doch insoweit betheiligt, als die Sinnlichkeit für das Anschauungsvermögen eine Aussenwelt ist und sowohl Elemente zu mathematischen Daten, als auch thatsächliche mathematische Daten liefert, zu welchen auch das Anschauungsvermögen selbst durch Spontaneität Daten fügt.

Von dem Logiker ist hinsichtlich der Beobachtung Dasselbe zu sagen, wie vom Mathematiker. Derselbe beobachtet übrigens mit dem Verstande oder Erkenntnissvermögen, und es ist namentlich das Anschauungsvermögen, welches als Aussenwelt des Verstandes dem Letzteren Elemente zu logischen Daten oder Objekten oder konkreten Begriffen liefert.

Dass die Logik, sowie die Mathematik und die Naturwissenschaft nur insoweit eine reale Bedeutung für die physische Aussenwelt haben, als ihre Daten aus dem Bereiche der äusseren Erscheinungen stammen, ist selbstverständlich. Ebenso selbstverständlich ist es aber auch, dass die Beschaffung von Daten, Thatsachen oder von Rohstoffen, welche einem Vermögen, wie dem Erkenntniss- oder dem Anschauungsvermögen zur

Verarbeitung dargeboten werden, Nichts mit der spezifischen Art und Weise dieser Verarbeitung oder mit den Gesetzen, wonach dieses Vermögen funktionirt, zu thun hat, dass also die thatsächliche Entlehnung von Daten aus der physischen Aussenwelt die heute sehr verbreitete Annahme durchaus nicht rechtfertigt, dass auch die Grundsätze der Wissenschaften von der Aussenwelt stammen und dem Geiste durch die Sinne zugetragen seien. Die Grundsätze sind ohne Frage ein spezifisches, von der Aussenwelt unabhängiges, ein a priori gegebenes, nicht ein a posteriori erworbenes Besitzthum des menschlichen Geistes, kraft dessen er die äusseren Eindrücke zu konkreten Vorstellungen verarbeitet. Diess schliesst nicht aus, dass auch die physische Aussenwelt in ihren Gesetzen die nämlichen oder analogen Grundsätze bethätigt: der einzelne Mensch, welcher sich selbst Geist zuspricht, räumt auch dem anderen Menschen Geist ein, er erkennt also an, dass die Gesetze seines eigenen Geistes auch in mehrfacher Auflage ausser ihm existiren, also nach einem höheren Weltgesetze im Universum verbreitet sein können, ohne dass doch der Geist des einen Menschen durch den Geist des anderen Menschen bedingt, d. h. mittelst irdischer Gesetze davon abhängig wäre. Ganz ebenso nehmen wir an, dass das Kardinalprinzip die ganze Welt beherrsche, den menschlichen Geist so gut wie die Pflanze und das Mineral. Da nun die Grundsätze, wie wir im ersten Theile dieses Werkes gezeigt haben, nichts Anderes sind, als die unmittelbaren Beziehungen zwischen den Grundeigenschaften; so leuchtet ein, dass die Grundsätze bei allen Prozessen der Welt, beim Denken, Anschauen, Wahrnehmen, bei der körperlichen Thätigkeit des Thieres, der Pflanze, des Minerals, sich bekunden werden, ohne dass doch der eine Prozess vom anderen direkt abhängig wäre oder sein spezifisches Wesen und seine maassgebenden Normen erst durch einen anderen Prozess empfinge.

Die Unhaltbarkeit der viel verbreiteten Ansicht, dass die Grundsätze der Mathematik durch die Sinne gegeben werden (wie z. B. der Satz, dass zwei gerade Linien keinen Raum einschliessen oder dass Gleiches, zu Gleichem addirt, Gleiches liefert), tritt auch durch die Konsequenzen hervor, welche sie nach sich zieht. Denn, wenn man einräumt, dass das Anschauungsvermögen seine Grundsätze von dem Sinnesvermögen (die Mathematik von der Erscheinung) empfange, weil Auge, Ohr, Haut, Zunge, Nase nicht ausschliesslich Sinnesorgane, sondern wegen ihrer räumlichen, zeitlichen, mechanischen, chemilogischen und physiometrischen Zusammensetzung auch Anschauungsorgane sind, es also möglich wäre, dass die rein sinnliche Affektion auch anschauliche Erkenntnisse hervorriefe; so drängt sich die Frage auf, woher denn der reine Verstand oder das Denkvermögen seine Grundsätze entlehne. Man würde doch konsequenterweise annehmen müssen, das Denkvermögen empfange seine Grundsätze von dem zunächst darunter stehenden, also von dem Anschauungsvermögen, mit anderen Worten, die Logik erhalte ihre Grundsätze aus der Mathematik, nämlich aus den Anschauungen des Raumes, der Zeit, der Kraft (Materie), der Neigung (des Stoffes) und des Triebes. Wäre aber Letzteres der Fall; so hätte man dem Anschauungsvermögen die Fähigkeit zugesprochen, die Grundsätze für ein höheres Vermögen zu beschaffen, während man ihm gleichzeitig die Fähigkeit abspricht,

die Grundsätze für sein eigenes Gebiet zu besitzen, eine Annahme, welche den Stempel der Willkür und Unmotivirtheit an der Stirn trägt.

Von ganz besonderem Werthe scheint mir noch folgende Argumentation zu sein. Die Anhänger der Meinung, dass die Grundsätze der Wissenschaften, insbesondere die der Mathematik sich auf einen sinnlichen Beweis stützen oder experimentelle Wahrheiten seien, räumen ein, dass mathematische Grössen in der äusseren Wirklichkeit nicht existiren, dass also kein menschliches Auge eine gerade Linie, am wenigsten eine unendliche Linie, auch keine zwei gleichen Dinge je gesehen habe und überhaupt nicht sehen könne. Mill nennt demzufolge den Grundsatz, dass zwei gerade Linien keinen Raum einschliessen können oder dass Gleiches, zu Gleichem addirt, Gleiches ergiebt, eine Generalisation aus der Beobachtung (zweites Buch, Cap. V, §. 4). Hiermit ist zugestanden, und die Unfähigkeit des Auges, gerade Linien, unendliche Linien, gleiche Grössen zu sehen, nöthigt zu diesem Zugeständnisse, dass nicht das Sehvermögen es ist, welches den Grundsatz erzeugt, dass vielmehr Das, was die Generalisation aus der Beobachtung genannt wird, die Thätigkeit eines anderen, höheren Vermögens ist, welches die Beobachtungen oder das von den Sinnen dargebotene Material in irgend einer Weise, welche doch eine gesetzliche sein muss, zu einem Grundsatze verarbeitet. Nun sind aber die Grundsätze eben die Grundlagen, die Ausgangssätze für die gesetzliche Thätigkeit irgend eines arbeitenden Vermögens, welche den Resultaten dieser Thätigkeit den Charakter der Gewissheit, Richtigkeit, Gesetzlichkeit verleihen und demzufolge eines Beweises durch das Vermögen selbst, welches sich auf sie stützen soll, nicht bedürftig und fähig sein können. Wie kann nun das Anschauungsvermögen (das mathematische Vermögen) oder wie kann der Verstand (das logische Vermögen) seine eigenen Grundsätze durch einen seiner Prozesse, nämlich durch die Generalisation ableiten? Es fehlt ihm ja hierzu, solange ihm die Grundsätze fehlen, jede Grundlage, welche seiner Operation Zuverlässigkeit verleihen könnte, und es ist eine offenbare Bewegung im Zirkel, wenn behauptet wird, dass ein Vermögen Dasjenige, ohne welches es keine rationelle Thätigkeit vollbringen kann, eben durch diese Thätigkeit erst rationell erzeuge. Ein Grundsatz wird hierdurch als Ursache und Wirkung zugleich hingestellt.

Ein jedes Hauptvermögen des Geistes birgt also in sich die auf das betreffende Vorstellungsgebiet bezüglichen Grundsätze; es erzeugt sie nicht, leitet sie nicht ab, sondern findet sie als etwas Gegebenes vor, auf welches sich seine Operationen wie auf ein Fundament stützen. Diese Grundsätze werden, da das fragliche Vermögen einunddemselben Geiste angehört, einem gewissen allgemeinen Prinzipe, dem Kardinalprinzipe folgen und demnach für alle Grössengebiete eine prinzipielle Übereinstimmung zeigen. Vermöge dieser gesetzlichen Übereinstimmung können die auf dem einen Gebiete gewonnenen Erkenntnisse durch die Mitwirkung eines geistigen Vermögens, welches die Fähigkeit zu einem Sprunge aus dem einen Erkenntnissvermögen in das andere verleiht, nämlich durch die Mitwirkung der Phantasie auf ein anderes Gebiet übertragen werden, ohne dass sich behaupten liesse, das eine Vermögen entnehme die Grundlagen seiner Thätigkeit aus einem anderen Gebiete.

Diese Übertragung ist nur ein Entdeckungsprozess, welcher uns befähigt, die Grundsätze des einen Vermögens mit Hülfe der bereits bekannt gewordenen Grundsätze eines anderen Vermögens aufzufinden, nicht aber ein Prozess, welcher die Grundsätze des einen Gebietes mit den Grundsätzen des anderen Gebietes in das Abhängigkeitsverhältniss versetzt, welches die Stellung eines Lehrsatzes zu einem Grundsatze charakterisirt und in der Ableitung besteht. Dieser Prozess hat Verwandtschaft mit dem Analogieschlusse zwischen heterogenen Dingen; er ist eine Verwandlung unter wesentlicher Betheiligung der Einbildungskraft (§. 523).

Indem wir hierdurch die Meinung, dass die Grundsätze der reinen Wissenschaften (Mathematik und Logik) aus sinnlicher Wahrnehmung entspringen, auch dass die der Logik aus den mathematischen hervorgehen und demzufolge durch die Letzteren zu begründen wären, entschieden zurückweisen, verwerfen wir mit gleicher Bestimmtheit die Meinung, dass die eine Wissenschaft ihre Operationen nach einem wesentlich anderen Grundprinzipe vollführe, wie die andere, dass also in der einen die Induktion, in der anderen die Deduktion das Spezifische sei. Die eine Wissenschaft deduzirt wie die andere, die eine induzirt wie die andere, die eine beobachtet wie die andere, die eine schliesst oder folgert wie die andere: man hat sich nur noch nicht gehörig und allgemein Rechenschaft davon gegeben, welches das Wesen eines Prozesses für die eine Wissenschaft sei, welchen die andere Wissenschaft mit einem gewissen Namen belegt, was z. B. der Prozess, welchen die Logik Folgerung oder Schluss nennt, in der Mathematik, insbesondere in der Arithmetik, in der Geometrie, in der Chronologie u. s. w., oder was er in der Naturwissenschaft, insbesondere in der sinnlichen Wahrnehmung des Auges, des Ohres u. s. w. zu bedeuten habe.

Wir werden uns später mit den letzteren Analogien näher beschäftigen und beschränken uns hier auf einige Bemerkungen in Betreff der logischen Induktion und Deduktion. Da die Prämisse einer Induktion ein begründetes Urtheil ist; so folgt, dass die Deduktion (wenn man unter Deduktion mit Mill vornehmlich den Schliessungs- oder Folgerungsprozess versteht) überall da ein unvermeidlicher Prozess ist, wo von einer Induktion die Rede ist, indem sie allein für die Induktion die erforderlichen Vorlagen schafft. Wer also die Naturwissenschaft für eine vornehmlich induktive Wissenschaft hält, muss zugestehen, dass er die Deduktion, welche diese Wissenschaft zu vollbringen hat, ehe sie an einen Induktionsprozess herantreten kann, mit einem Schleier bedeckt hat, unter welchem sie zwar ungesehen, aber dennoch mit aller Kraft eines unvermeidlichen Motors thätig ist. Unter diesem Schleier sinkt denn auch in Mill's Buche der Schluss oder die Folgerung gegenüber der Induktion auf eine bedauerlich tiefe Stufe der Unbedeutendheit herab. Das Obige und das in §. 514 Vorgetragene wird zur Rehabilitation des Schlusses beitragen; ich gestatte mir jedoch noch auf den Schlusssatz des §. 3 Cap. III des dritten Buches zur weiteren Klarstellung der Sache einzugehen. Dieser Satz lautet: „Warum ist in manchen Fällen ein einziges Beispiel zu einer vollständigen Induktion hinreichend, während in anderen Fällen Myriaden übereinstimmender Fälle, ohne eine einzige bekannte oder nur vermuthete Ausnahme, einen so kleinen Schritt zur

Festsetzung eines allgemeinen Urtheils thun? Wer diese Frage beantworten kann, versteht mehr von der Philosophie der Logik, als der erste Weise des Alterthums; er hätte das grosse Problem der Induktion gelös't".

Mir däucht, dass das Sachverhältniss durch die vorhergehenden Paragraphen vollständig aufgeklärt ist. Die erste Frage Mill's beantwortet sich dahin „weil die Induktion (Insumtion) nur einer einzigen Beobachtung bedarf", nämlich der Beobachtung des Spezialwerthes des Subjektes und Prädikates in der Prämisse, welche im übrigen ein begründetes Urtheil sein muss. Die zweite Frage erledigt sich durch den Nachweis, dass aus einer nochso grossen Anzahl von konkreten Urtheilen wohl ein Schluss durch Kolligation, aber keine Induktion (Insumtion) gebildet werden kann, dass vielmehr, wenn das Induktionsresultat durch Kolligation zu Stande kommen sollte, eine unendliche Menge von konkreten Urtheilen über alle denkbar möglichen Spezialfälle gegeben sein müsste. Auf den Nachsatz dürfte sodann zu erwiedern sein, dass Mill, indem er den Schluss gegen die Induktion nach Bedeutsamkeit, Wichtigkeit und Schwierigkeit so sehr in den Schatten stellt, eine ominöse Verwechslung begeht. Er unterscheidet bei diesem Vergleiche nicht zwischen der Herstellung der Prämissen und der Ausführung der Operation mit gegebenen Prämissen (nicht zwischen dem von uns Induktion und dem von uns Insumtion genannten Prozesse). Beim Schlusse schwebt ihm die Operation (die Folgerung aus gegebenen Prämissen), bei der Induktion dagegen die Herstellung der Prämissen vor, eine Verwechslung, welche aus der Unzulänglichkeit der Theorie über Schluss und Induktion entspringt. Die Herstellung der Prämisse einer Insumtion, nämlich die Auffindung des begründeten Urtheils zwischen den Objekten y und y_1, ist allerdings ein schwieriges Werk, weil es keine bestimmte Regel giebt und geben kann, nach welcher man Beobachtungen machen und zwar solche Beobachtungen machen kann, welche zur Ableitung eines Gesetzes geeignet sind. Der Mangel einer festen Regel zur Anstellung von Beobachtungen hat darin seinen Grund, dass Beobachtung und Erfindung nicht eine reine Operation des Verstandes oder Erkenntnissvermögens, sondern zugleich eine Operation der Phantasie ist, welche Letztere natürlich keinen Regeln des Verstandes, sondern ihren eigenen Regeln folgt. Die konkurrirende Wirkung zweier selbstständigen Geistesvermögen, wie Verstand und Phantasie, steht nicht unter einseitigen strengen Verstandesgesetzen, sondern unter allgemeinen Prinzipien.

Die Herstellung der Prämissen ist also weder die Aufgabe des Schlusses, noch die der Insumtion. Beides sind Operationen mit gegebenen Prämissen; sie setzen beide die Prämissen als gegeben voraus und haben nicht die Aufgabe, sie zu schaffen. Mit den gegebenen Prämissen ist sodann die Insumtion ebenso leicht und sicher zu vollführen wie der Schluss. Der Schluss ist das nach §. 510 ff. auf dem Kausalitätsgesetze beruhende Verfahren der Elimination eines Objektes aus den beiden Prämissen; die Insumtion ist das nach §. 517 ff. auf dem Qualitätsgesetze beruhende Verfahren der Abstraktion der Gattung Y aus dem Individuum y durch Verallgemeinerung des Attributes x dieses

Individuums. Die Herstellung der Prämissen zu Schlüssen, zu Insumtionen und zu anderen Denkprozessen ist Sache der von uns in §. 534 zu behandelnden Induktion.

§. 526.

Die Involvenz, als fünfte Apobase.

Die fünfte Apobase ist in den Lehrbüchern der Logik noch nicht behandelt: wir müssen dieselbe daher mit einem neuen Namen einführen und nennen sie Involvenz. Kurz gefasst, verstehen wir unter dem Resultate einer Involvenz oder unter einem Involvenzurtheile die Erkenntniss einer Übereinstimmung unter dem Modalitäts- oder Konditionalitätsgesetze, unter dem Involvenzprozesse oder der Involvirung also die Ableitung eines Gesetzes aus Urtheilen, und wir erläutern diese Definitionen folgendermaassen. Wenn die Änderung des Objektes x von einer Änderung des Objektes y begleitet ist; so ist zu vermuthen, dass das Objekt y von dem x abhängig sei oder in einem Abhängigkeitsverhältnisse zu ihm stehe oder dass ein Gesetz zwischen ihnen obwalte. Sobald diese Vermuthung zur Gewissheit wird, stellt dic Erkenntniss des Abhängigkeitsgesetzes zwischen den Objekten x und y auf Grund der einander begleitenden Änderungen dieser Objekte eine Involvenz dar, deren Prämisse jene mit einander verknüpften Änderungen von x und y sind. Diese Involvenz entspricht der Herstellung der mathematischen Funktionsformel $y = f(x)$, welche ausdrückt, dass y von x nach Vorschrift des Gesetzes oder der Funktion f abhängig sei, aus derjenigen Funktionsformel, welche die Abhängigkeit der Veränderungen ∂y und ∂x dieser Grössen darstellt, also aus der Formel $\partial y = \varphi(x) \partial x$.

Die allgemeine Aufgabe der Involvenz besteht darin, aus einem als erste Prämisse gegebenen Abhängigkeitsgesetze $\psi(y) = \varphi(x)$ den durch die zweite Prämisse mittelst des Symbols f angedeuteten Zusammenhang $f(\psi(y)) = f(\varphi(x))$ herzustellen. Wir beschäftigen uns jedoch zunächst mit der einfacheren Aufgabe, aus dem Abhängigkeitsgesetze zwischen den Differentialen das Abhängigkeitsgesetz der Objekte abzuleiten, indem sich hierin der Grundprozess der Involvenz darstellt.

Die blosse Vermuthung der Abhängigkeit zwischen x und y, welche sich auf den thatsächlichen Eintritt einer Änderung von y bei einer bestimmten Änderung von x stützt, genügt nicht zu der Behauptung der Involvenz, welche auf der Erkenntniss des gesetzlichen Zusammenhanges zwischen x und y beruht. Eine thatsächliche Änderung des y bei einer oder bei zwei oder bei tausend speziellen Änderungen des x kann eine zufällige oder durch ganz andere Umstände und Objekte bedingte sein; sie rechtfertigt den Involvenzschluss ebenso wenig, wie die thatsächliche Zugehörigkeit eines oder zwei oder tausend bestimmter Individuen zu einer gewissen Gattung den Insumtionsschluss hinsichtlich der nothwendigen Zugehörigkeit aller möglichen ähnlichen Individuen zu jener Gattung rechtfertigen würde (§. 517). Zur Involvenz gehört also noch die Erkenntniss des Zusammenhanges zwischen den Änderungen von x und y oder die Erkenntniss, dass diese Änderungen sich nicht zufällig, sondern gesetzlich begleiten. Man kann demnach sagen, wenn Änderungen

des Objektes x von gesetzlichen Änderungen des Objektes y, d. h. von solchen Änderungen dieses Objektes begleitet sind, welche mit jenen im Zusammenhange stehen; so fühlt sich der Verstand berechtigt, die allgemeine Involvenz zu bilden, dass das Objekt y von dem Objekte x abhängig sei. Das Abhängigkeitsgesetz selbst oder das Involvenzurtheil $y = f(x)$ ergiebt sich aus dem Zusammenhange, welchen jene Änderungen von x und y aufweisen, also, wenn man diese Änderungen oder Inkremente mit $\triangle x$ und $\triangle y$ bezeichnet, aus dem Zusammenhange, welcher zwischen $\triangle y = f(x + \triangle x) - f(x)$ und $\triangle x$ besteht, ein Zusammenhang, der mathematisch durch die Relation

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{f(x + \triangle x) - f(x)}{\triangle x}$$

ausgedrückt wird. Hieraus erkennt man, dass die Involvenz in der Herstellung des Abhängigkeitsgesetzes $y = f(x)$ zwischen den Objekten x und y aus der zwischen ihren Änderungen $\triangle x$ und $\triangle y$ stattfindenden Relation $\frac{\triangle y}{\triangle x} = a$ besteht, dass dieselbe also im mathematischen Sinne der Integration einer Differentialgleichung (zwischen endlichen oder unendlich kleinen Differenzen) entspricht.

Ehe wir die Grundzüge der Lösung dieser Aufgabe geben, bemerken wir, dass wenngleich wir die Involvenz ebenso wie die Insumtion auf die mathematische Analogie der Integration zurückführen, doch zwischen Beiden ein wesentlicher Unterschied besteht. Für die Insumtion ist die Integration ganz unwesentlich, nur ein Hülfsmittel zur Kolligation der durch Qualitätserhöhung der Individuen bereits erzeugten Gattungselemente, während das Wesen der Insumtion in der Gattungserhöhung oder Potenzirung liegt. Hier, für die Involvenz dagegen, kömmt die Integration als Formprozess (Modalitätsprozess) in Betracht; hier ist sie nicht Mittel, zur Erreichung eines Nebenzweckes, sondern zur Erfüllung des Hauptzweckes, nämlich zur Ableitung eines Gesetzes zwischen den Objekten x, y aus dem Zusammenhange, in welchem andere gleichartige Objekte $\triangle x, \triangle y$ stehen.

Die Insumtion stellt die Gattungsquantität F her, in welcher alle Individuen $y = f(x)$ liegen; sie bildet also die Summe aller Fälle

$$f(a)\partial x + f(a + \partial x)\partial x + \ldots + f(b)\partial x = \int_a^b f(x)\partial x = F(b) - F(a)$$

Die Involvenz dagegen stellt das Gesetz f zwischen y und x her, welches der Relation $\frac{\partial y}{\partial x} = \varphi(x)$ zwischen den Veränderungen ∂y und ∂x entspricht; sie bildet also aus der letzteren Relation, gestützt auf das Prinzip der Differenzreihen, die Funktion

$$\int \varphi(x)\partial x = f(x)$$

Zur allgemeinen Erläuterung des Wesens einer logischen Involvenz führen wir folgende Beispiele an, bei denen es sich zunächst um die Vermuthung einer Abhängigkeit, noch nicht um die Erkenntniss derselben handelt. Indem wir wahrnehmen, dass eine gegen den Sommer eintretende

Änderung des Wetters mit einer Änderung des Reiseverkehrs verknüpft ist, vermuthen wir, dass die Reiselust vom Wetter abhängig sei. Wenn wir sehen, dass der Komet bei der Annäherung an die Sonne seinen Schweif entwickelt oder vielmehr, dass die Änderung der Entfernung des Kometen von der Sonne mit einer Änderung der Schweiflänge verbunden ist, nehmen wir an, dass zwischen jener Entfernung und dieser Schweiflänge ein Abhängigkeitsverhältniss bestehe. Die mathematische Beobachtung, dass eine Vergrösserung der Basis eines Dreieckes bei unveränderter Höhe eine Vergrösserung des Flächeninhaltes nach sich zieht oder vielmehr, dass eine Veränderung jener Basis mit einer Veränderung dieses Inhaltes begleitet ist, führt uns zu der Annahme, dass der Inhalt eines Dreieckes von seiner Basis abhängig sei. Die mechanische Erfahrung, dass die Vermehrung der in einer menschlichen Hand ruhenden Masse von einer Verstärkung des Druckes begleitet ist, lässt uns muthmaassen, dass der Druck der Körper nach unten von ihrer Masse abhängig sei. Die Bewegungen des Barometers bei den Veränderungen des Wetters führen zu der Meinung, dass zwischen diesen Erscheinungen ein Abhängigkeitsgesetz bestehe. Die logische Betrachtung, dass die Erweiterung der akzidentiellen Zustände der Individuen einer Gattung bei unveränderter Beibehaltung der Attribute dieser Individuen, sowie auch die Erweiterung der Attribute der Individuen bei unveränderter Beibehaltung der Akzidentien mit einer Erweiterung der in dieser Gattung liegenden Zustände verbunden ist, veranlasst uns zu der Annahme, dass die Quantität einer Gattung (der darin liegenden Zustände) von der Weite der akzidentiellen und auch von der Weite der attributiven Eigenschaften der Individuen abhängig sei (mathematisch, dass die Fläche eines Rechteckes von seiner Länge und Breite abhänge).

Wie schon erwähnt, ist die thatsächliche Begleitung der Veränderung $\triangle y$ mit der Veränderung $\triangle x$ lediglich ein Beweggrund, ein Abhängigkeitsgesetz zwischen y und x zu vermuthen: der Involvenzschluss, dass ein solches Gesetz bestehe, kann auf derartige Thatsachen nicht gegründet werden. Die Prämisse einer Involvenz, welche die Beziehung zwischen $\triangle y$ und $\triangle x$ darstellt, kann also kein primitives, auf der Beobachtung einer Thatsache beruhendes Urtheil sein, wie es sich zur Prämisse eines Schlusses eignet. Es reicht auch nicht aus, dass dieses Urtheil ein einfach begründetes sei, wie es die Prämisse einer Insumtion erfordern würde: denn wenn dieses Urtheil nur für einen speziellen Werth der Objekte x und y oder unter der Voraussetzung, dass das Attribut dieser Werthe einen bestimmten konstanten Werth habe, begründet ist, in welcher Form es sofort eine geeignete Prämisse für eine Insumtion sein würde; so ist noch Nichts darüber ausgemacht, ob die in jenem Urtheile liegende Beziehung zwischen $\triangle x$ und $\triangle y$ auch für jeden beliebigen anderen Werth von x und y gelte. Die letztere Gewissheit muss aber vorliegen, wenn das fragliche Urtheil die Basis für die Erkenntniss eines Gesetzes sein soll, welches seiner Natur nach das Abhängigkeitsverhältniss zwischen x und y unter allen möglichen Umständen, also auch für alle möglichen Werthe von x und y darstellen oder Allgemeingültigkeit für jeden beliebigen Fall besitzen muss. Es muss also gewiss sein, dass eine Änderung von x mit einer Änderung von y nicht bloss für einen speziellen

Werth von x, sondern für jeden möglichen Werth von x begleitet sei, insbesondere, dass wenn man für einen speziellen Werth von x und y die korrespondirenden bestimmten Änderungen $\triangle x$ und $\triangle y$ ins Auge fasst, alle zwischen 0 und $\triangle x$ liegenden Änderungen von x mit zwischen 0 und $\triangle y$ liegenden Änderungen von y begleitet sind. Damit aber ein Urtheil für jeden beliebigen Fall seines Subjektes und Prädikates oder für ein variabeles Subjekt und Prädikat gelte, muss es das Resultat einer Insumtion oder ein Insumtionsurtheil sein (§. 522).

Demgemäss ist in dem obigen Beispiele der Schweifentwicklung des Kometen die Prämisse zu einer Involvenz erst dann gegeben, wenn durch Insumtion das Urtheil gefunden ist, dass jeder mögliche Komet bei der Annäherung an die Sonne seinen Schweif ändert, dass insbesondere bei einem in bestimmtem Abstande von der Sonne gegebenen Kometen jede Annäherung eine entsprechende Schweifentwicklung hervorbringt. Aus diesem Insumtionsurtheile kann sodann ein Involvenzschluss gebildet werden, welcher dahin lautet, dass die Schweiflänge des Kometen vom Sonnenabstande abhängig oder durch diesen Abstand bedingt sei oder mit diesem Abstande in einem gesetzlichen Zusammenhange stehe. Die letztere Erkenntniss charakterisirt indess die Beziehung zwischen dem Kometenschweife und dem Sonnenabstande nur in einer generellen Weise; sie sagt noch Nichts aus über das Wesen des fraglichen gesetzlichen Zusammenhanges. Die Ermittlung des Wesens oder der Modalität des Abhängigkeitsgesetzes ist aber eine spezielle Aufgabe der Involvenz.

Zur Entzifferung des Involvenzverfahrens führen wir die Analogien zwischen den wichtigsten Sätzen der Differential- und Integralrechnung und den entsprechenden logischen Sätzen vor.

Zunächst erinnern wir daran, dass das mathematische Endliche seine Analogie in dem logisch Limitirten hat. In rein quantitativer Hinsicht ist das Endliche ein Etwas, ein begreifbares Etwas; in Hinsicht auf Modalität kann das Endliche mathematisch sowohl konstant wie variabel sein, und ebenso kann dasselbe logisch sowohl einen bestimmten, als auch einen veränderlichen Begriff darstellen. Das Unendliche ist mathematisch, ebenso wie logisch die Totalität von allem Möglichen (nicht von allem Wirklichen) ein quantitativ jeden Werth übersteigender, in Beziehung auf Modalität stets ein veränderlicher, illimitirter, nicht ein konstanter Begriff. Letzteres gilt auch vom unendlich Kleinen, welches logisch das Verschwindende, Unmerkliche, verschwindend Unbedeutende genannt werden kann und nicht bloss ein quantitativ sehr Kleines, sondern ein Variabeles, dem Verschwinden sich unausgesetzt Näherndes, Illimitirtes ist.

Wenn y der durch irgend ein Gesetz f von x abhängige Begriff ist, mag nun y eine effizirende und x eine kausale Thätigkeit oder mag y ein Individuum und x sein Attribut bedeuten oder mögen y und x andere Bedeutungen haben; so muss es für einen (schon in §. 519 erwähnten) logischen Grundsatz gelten, dass eine unmerkliche Änderung von x auch nur eine unmerkliche Änderung von y zur Folge hat oder dass mit der ersten Änderung auch die andere verschwindet. Demnach ist ein Individuum $y = AB$, welches einem anderen Individuum CD unendlich benachbart ist oder sich nur durch eine unmerkliche Änderung ∂x des Attributes x davon unterscheidet, bis auf eine unmerkliche Differenz dem

ersteren Individuum gleich (Fig. 1097). So muss z. B. ein möglicher Mensch, welcher sich von Plato nur durch unmerkliche Attribute unterscheidet, welcher also von nahezu gleichen Eltern unter nahezu gleichen Umständen durch einen nahezu gleichen Embryonalprozess aus nahezu gleichen Keimen zu nahezu gleicher Zeit an nahezu gleichem Orte geboren, mit nahezu gleichen Mitteln ausgestattet, einem nahezu gleichen Geschäfte gewidmet, in nahezu gleicher Weise erzogen, unter nahezu gleiche Lebensverhältnisse gebracht ist, dem Plato nahezu gleich sein. Wird also das unendlich benachbarte Individuum CD durch $y + \partial y$ dargestellt; so ist ∂y unmerklich gegen y und verschwindet mit ∂x vollständig.

Das Nämliche, was von dem unendlich benachbarten Individuum CD gilt, gilt von jedem zwischen AB und CD liegenden Individuum, ein jedes von ihnen unterscheidet sich von dem $AB = y$ nur unmerklich. Wenn man also für jedes dieser Individuen das Individuum y setzt; so wird der Inbegriff $ABDC$ der ersteren den Inbegriff $ABEC$ der letzteren bis auf eine Differenz BED decken, welche trotz der unendlichen Menge der in jedem Inbegriffe enthaltenen Individuen doch verschwindend gegen diesen Inbegriff selbst ist, weil jeder Theil des ersten Inbegriffes sich von dem korrespondirenden Theile des anderen Inbegriffes nur unendlich wenig unterscheidet.

Da nun eine verschwindende Änderung eines Objektes gegen dieses Objekt zu vernachlässigen oder für die Bedeutung dieses Objektes als unwesentlich zu betrachten ist; so kann man alle zwischen AB und CD liegenden Individuen dem Individuum $AB = y$ gleich, ihren Inbegriff $ABDC$ also der Gattungspartikularität $y \times \partial x = y \partial x$ gleich erachten, welche sich ergiebt, wenn das Attribut x des Individuums y um den Betrag ∂x variirt, ohne die Quantität des gleichzeitig variirenden Individuums y zu ändern. Der Inbegriff $ABDC$ ist die Erweiterung, welche die Gattung $OABP$ bei der Verallgemeinerung des Attributes x um den Betrag ∂x erleidet: bezeichnet man also diese Gattung mit $F(x)$ und ihren Zuwachs mit $\partial F(x)$; so ergiebt sich die Beziehung

$$\partial F(x) = y \partial x$$

Die Gattung $F(x)$ ist der Inbegriff aller solcher Zuwachse oder, im mathematischen Sinne, das Integral davon. Die vorstehende Gleichung enthält also in der Form

$$F(x) = \int y \partial x$$

den Satz, dass der Inbegriff unendlich vieler Gattungselemente, welche lauter unendlich kleine Gattungspartikularitäten von der Form $y . \partial x$ darstellen, einen endlichen, durch ein bestimmtes Gesetz F von x abhängigen Werth besitzt.

Da man in der Mathematik die Differentialrechnung der Integralrechnung voranzustellen beliebt, wie wohl die Letztere die direkte und die Erstere die indirekte Operation ist; so kömmt der vorstehende wichtige Satz gewöhnlich in umgekehrter, nämlich in folgender Bedeutung zur Erkenntniss. Man denke sich das Intervall $AC = \partial x$ in eine beliebige Zahl n gleicher Theile $\frac{1}{n} \partial x$ zerlegt; so wird $x + \frac{r}{n} \partial x$

das Attribut (die Abszisse) irgend eines zwischen $AB = y$ und $CD = y + \partial y$ liegenden Individuums sein. Der Übergang von diesem Individuum zu dem nächsten entspricht der Variation des Attributes x um den Betrag $\frac{1}{n}\partial x$ in dem Abhängigkeitsgesetze $y = f(x)$, also dem Übergange von $f\left(x + \frac{r}{n}\partial x\right)$ zu $f\left(x + \frac{r+1}{n}\partial x\right)$. Da aber das Attribut $x + \frac{r}{n}\partial x$ sich nur unendlich wenig von x unterscheidet; so ist die Variation beim Übergange von $f\left(x + \frac{r}{n}\partial x\right)$ auf $f\left(x + \frac{r+1}{n}\partial x\right)$ keine andere, als die von (fx) auf $f\left(x + \frac{1}{n}\partial x\right)$. Demzufolge ist der Inbegriff aller jener Variationen oder die Grösse $ED = \partial y$ das n-fache der letzteren Variation: wenn man also diese Variation mit η bezeichnet, so ist $\partial y = n . \eta$, mithin $\eta = \frac{1}{n}\partial y$. Hieraus geht hervor, dass bei unendlich kleinen Variationen das von dem Attribute x abhängige Objekt y proportional mit dem bedingenden Attribute oder entsprechend der Änderung des Attributes sich ändert. Durch diese Deduktion ist die Grundformel der Differentialrechnung, nämlich die Formel

$$\partial y = y' . \partial x$$

oder auch die Formel

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{f(x + \partial x) - f(x)}{\partial x} = \varphi(x)$$

welche sagt, dass der Differentialkoeffizient einen bestimmten Funktionswerth habe, sowohl logisch, als auch mathematisch erwiesen, und wir können die Bemerkung nicht unterdrücken, dass die mathematischen Lehrbücher zwar Bestätigungen dieses Satzes für spezielle Funktionen und Entwicklungen des Differentials für solche speziellen Fälle, nicht aber einen generellen Nachweis desselben enthalten.

Dem früheren Satze, dass eine verschwindende Änderung eines Objektes gegen dieses Objekt vernachlässigt werden kann, reihen wir den aus dem Vorstehenden sich unmittelbar ergebenden Satz an, dass eine verschwindende Änderung der Bedingung oder des bedingenden Objektes x nur eine verschwindende, aber entsprechende Änderung des bedingten oder abhängigen Objektes y zur Folge hat.

Hierzu gesellt sich als unmittelbare Konsequenz des Vorstehenden der dritte Fundamentalsatz, dass mehrere unbedeutende Änderungen des bedingenden Objektes sich einander bei der Änderung des davon abhängigen Objektes nur unbedeutend oder in verschwindender Weise beeinflussen. Ist also ein Objekt $y = f(x, x', x'')$ von mehreren Variabelen x', x'', x''' abhängig; so ist seine durch die Änderungen von x, x', x'' bedingte Gesammtänderung der Inbegriff der Einzeländerungen, welche die Variation einer jeden Variabelen, unbekümmert um die Änderungen der übrigen Variabelen und um die Reihenfolge, in welcher sie ausgeführt werden, hervorbringt, d. h. es ist

$$\partial y = \frac{\partial y}{\partial x}\partial x + \frac{\partial y}{\partial x'}\partial x' + \frac{\partial y}{\partial x''}\partial x''$$

oder das totale Differential ist die Summe der partiellen Differentiale.

Die Variabelen x, x', x'' haben zuweilen die Bedeutung der verschiedenen Eigenschaften eines Objektes v, von welchem das Objekt y abhängig ist. Wenn man beispielsweise den Satz aufstellt, der Krieg v bedingt eine Störung des Handels y; so führt eine Zergliederung dieses mit kurzen Worten ausgesprochenen Gesetzes zu dem näher präzisirten Gesetze, sowohl die Dauer x des Krieges, als auch die Intensität x' desselben, als auch die Rücksichtslosigkeit x'', womit er geführt wird, und manche andere Eigenschaft des Krieges v bedingt nach der Formel $y = f(x, x', x'')$ eine Störung ∂y des Handels dergestalt, dass nach der vorstehenden Formel sowohl eine geringe Verlängerung eines bestimmten Krieges, als eine geringe Steigerung seiner Intensität, als eine geringe Erhöhung der Rücksichtslosigkeit, womit er geführt wird, eine geringe Verstärkung der Störung des Handels in der Weise erzeugt, dass jede dieser Verstärkungen der betreffenden erzeugenden Ursache entspricht und von der Wirkung der übrigen Ursachen unabhängig ist. Dauerte also der fragliche Krieg nur wenig länger; so würde die daraus entspringende Störung des Handels dieselbe sein, gleichviel, ob daneben die Intensität und die Rücksichtslosigkeit ebenfalls ein wenig zunimmt, und steigerte sich die Intensität derselben ein wenig; so würde die daraus erwachsende Störung die nämliche sein, unbekümmert, ob zugleich eine geringe Verlängerung des Krieges eintritt.

Sowie die bedingenden Objekte x nicht eine verschwindend kleine, sondern eine endliche Änderung erleiden, kann die Proportionalität oder Gleichmässigkeit der Veränderung zwischen dem bedingenden und dem bedingten Objekte, sowie die Unabhängigkeit der verschiedenen Änderungen voneinander nicht mehr behauptet werden. In allen Fällen nun besteht das Abhängigkeitsgesetz zwischen dem bedingenden Objekte x und dem abhängigen Objekte y darin, dass das letztere in jedem beliebigen Stadium seiner Entwicklung den Inbegriff aller verschwindend kleinen Änderungen ∂y darstellt, welche durch sämmtliche verschwindend kleinen Änderungen ∂x des bedingenden Objektes bedingt sind. Wäre also die Abhängigkeit zwischen den unmerklichen Änderungen von x und y durch die Formel $\frac{\partial y}{\partial x} = \varphi(x)$ oder $\partial y = \varphi(x) . \partial x$ gegeben; so würde das Abhängigkeitsgesetz zwischen x und y durch die Formel $y = \int \varphi(x) . \partial x$ ausgedrückt sein, welche für jeden beliebigen Grenzwerth von x Gültigkeit hat.

Die logischen Erkenntnisse werden aber nicht durch strenge mathematische Gleichungen, sondern durch freiere Urtheile gegeben: das Urtheil nun, welches die Abhängigkeit zwischen den unmerklichen Änderungen von x und y ausdrückt, hat die allgemeine Form

$$\partial y + \partial u = \varphi(x)\partial x + \psi(x)\partial x$$

worin alle vier Glieder als positiv oder bejahend gedacht werden. Dieselbe sagt, dass die Änderung ∂y des Objektes y theilweise von dem Objekte $\varphi(x)\partial x$ gedeckt werde, theilweise jedoch nicht. Stellt man dieses Urtheil in die Form

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} = \varphi(x) + \psi(x)$$

so sagt dasselbe, dass die Relation zwischen der Änderung des abhängigen und des bedingenden Objektes theilweise von der Relation $\varphi(x)$ gedeckt werde, theilweise jedoch nicht.

Dieses Urtheil in der einen oder anderen Form bildet die erste Prämisse einer Involvenz. Die zweite Prämisse liegt in dem Urtheile $\partial x = \partial x$ oder auch $x = x$, welches ausspricht, dass den Objekten ∂y und $\varphi(x)\partial x$ oder auch den Relationen $\frac{\partial y}{\partial x}$ und $\varphi(x)$ dasselbe Attribut x zukomme und dass diese Übereinstimmung sowie die gegebene erste Prämisse für jeden beliebigen Werth dieser Objekte oder für die ganze Erstreckung des Attributes x oder für jedes Element von x Gültigkeit habe. Man kann das erste Urtheil als den Gesammtausdruck der beiden Involvenzprämissen betrachten, sowie man darin das Objekt x nicht als ein konstantes, sondern als ein variabeles ansieht, mithin jene Prämisse für alle möglichen Werthe von x gültig erklärt. Das Involvenzresultat entspricht nun der Integralgleichung

$$y + u = \int \varphi(x)\partial x + \int \psi(x)\partial x$$

Dieses Resultat enthält das gesuchte Abhängigkeitsgesetz zwischen x und y in Form eines Urtheils, welches der Form nach mit dem in den Prämissen gegebenen Urtheile übereinstimmt. Indem wir zur Vereinfachung der Formeln $\varphi(x)\partial x = \partial y_1$, $\psi(x)\partial x = \partial u_1$ setzen, wird die Insumtionsprämisse

$$\partial y + \partial u = \partial y_1 + \partial u_1$$

oder auch

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial y_1}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial x}$$

und das Insumtionsresultat

$$y + u = y_1 + u_1$$

Der allgemeine Sinn dieses Resultates lässt sich in folgende Worte kleiden. Wenn das Objekt y von dem Objekte x abhängig ist (was sich daraus ergiebt, dass jede beliebige Änderung von x mit einer Änderung von y begleitet ist); so ist das Objekt y in jedem beliebigen Stadium der Inbegriff aller unmerklichen Änderungen ∂y, welche dasselbe unter allen unmerklichen Änderungen ∂x des Objektes x in den verschiedenen Stadien, in welche y allmählich eintritt, erleidet: insofern also jede Änderung ∂y des Objektes y mit der korrespondirenden Änderung ∂y_1 eines anderen von x gleichfalls abhängigen Objektes y_1 durch dasselbe Urtheil verknüpft ist, ist auch das ganze Objekt y mit dem ganzen Objekte y_1 in jedem beliebigen Stadium, soweit jene Beziehung besteht, durch dasselbe Urtheil verbunden. Man kann auch sagen: wenn jede Änderung des Objektes y, welche einer Variation von x entspricht, mit einer Änderung des Objektes y_1, welche derselben Variation von x entspricht, durch ein Urtheil von bestimmter Form verknüpft ist; so sind auch beliebige korrespondirende Werthe der Objekte y und y_1 durch dieses Urtheil miteinander verbunden.

Die Involvenzschlüsse klassifiziren sich hiernach ebenso wie die Insumtionsschlüsse nach der Eintheilung der Urtheile. Für die von uns gewählte Eintheilung kommen daher vier Formen in Betracht. Die erste, auf die Prämisse $\partial y + \partial u = \partial y_1$ basirte ist die direkt umfassende Involvenz $y + u = y_1$, welche sagt: wenn jede Änderung von y der Änderung von y_1 angehört; so ist auch das Objekt y in jedem Stadium in den Objekten y_1 enthalten. Geometrisch ist dieses Resultat durch Fig. 1247 dargestellt. Indem $\frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial y_1}{\partial x}$ die Differentialkoeffizienten oder ∂y, ∂u, ∂y_1 die dem Differentiale ∂x entsprechenden Differentiale der einer gemeinsamen Richtung parallel laufenden Sehnen $y = CD$, $y_1 = CE$, $u = DE$ darstellen, sagt der vorstehende Satz, dass bei der gegebenen Beziehung zwischen den Differentialen die Kurve AD ganz zwischen AC und AE oder, allgemeiner, der von den beiden Kurven AC und AD mit der Sehne y begrenzte Raum ganz in dem von den beiden Kurven AC und AE mit der Sehne y_1 begrenzten Raume liegt. Wäre $u = 0$; so würde die Kurve AD mit AE identisch und das Resultat $y = y_1 = \int \varphi(x) \partial x$ sagt, dass das Objekt y der genaue Inbegriff aller Änderungen ist, welche durch die unendlich kleinen Änderungen von x in den verschiedenen Stadien von y bedingt sind.

Bei der mathematischen Involvenz ist stets $u = 0$; es handelt sich dann um die Integration der Gleichung $\partial y = \varphi(x) \partial x$ oder $\frac{\partial y}{\partial x} = \varphi(x)$. Ein Beispiel hierzu ist die Beobachtung, dass bei jeder Erhöhung der Temperatur x das Volum y eines Körpers sich vergrössert, dass also das Volum von der Temperatur abhängig ist. Es zeigt sich, dass bei verschwindender Temperaturerhöhung ∂x die Volumvergrösserung der Temperaturerhöhung proportional ist, dass aber das Verhältniss Beider von dem erzeugten Volum y oder der zugeführten Gesammtwärme abhängig ist, dass also $\frac{\partial y}{\partial x}$ den variabelen Werth $\varphi(x)$ hat. Die Involvenz, resp. Integration ergiebt hierauf das Abhängigkeitsgesetz zwischen Temperatur und Volum. Wenn das Volum y nicht bloss von der Temperatur x, sondern auch von anderen Grössen, z. B. vom äusseren Drucke x' abhängt; so stellt sich die Prämisse in der Form $\partial y = \varphi(x) \partial x + \psi(x') \partial x'$ dar und liefert das Involvenzresultat $y = \int \varphi(x) \partial x + \int \psi(x') \partial x'$.

Die vorstehende Abhängigkeit zwischen Temperatur und Volum wird nun zu einem Beispiele rein logischer Involvenz, wenn man erwägt, dass die gegebene Ausdehnung eines bestimmten physischen Körpers eine Anschauung ist, welche als Begriff einem speziellen Fall des allgemeinen logischen Begriffes von Ausdehnung darstellt. Demzufolge lehrt die Beobachtung, dass die Volumveränderung, welche aus der Erwärmung entspringt, ein Fall von Ausdehnung ist. Diese logische Erkenntniss, welche keine mathematische Messung des Ausdehnungsgrades $\frac{\partial y_1}{\partial x}$ oder mathematische Werthbestimmung der Funktion $\varphi(x)$ ist, welche auch keine mathematische Identität zwischen der Volumveränderung ∂y und

der Ausdehnung ∂y_1, sondern nur eine Deckung der Volumveränderung ∂y mit einem speziellen Falle der Ausdehnung ∂y_1 involvirt, drückt sich durch das Urtheil $\partial y + \partial u = \partial y_1$ aus, worin ∂y_1 die Ausdehnung darstellt und die Volumveränderung ∂y als ein Fall der Ausdehnung dargestellt wird. Aus dieser Prämisse ergiebt sich, insofern dieselbe für jeden beliebigen Werth von x Gültigkeit hat, das Involvenzresultat $y + u = y_1$, und dasselbe lautet mit Voranstellung der Prämisse: wenn jede Erwärmung (Wärmevermehrung) eine Volumveränderung bedingt, welche eine Ausdehnung ist; so bedingt jede endliche Wärmemenge ein endliches Volum, als Inbegriff unendlich kleiner Volumveränderungen. Kommen noch andere bedingenden Objekte, wie der äussere Druck in Betracht; so hat Diess nur zur Folge, dass sich die Glieder u und y_1 in mehrere Theile spalten und dass der Involvenzschluss die Abhängigkeit des Volums von allen diesen Bedingungen ausspricht.

Die indirekt umfassende Involvenz hat die Prämisse $\partial y = \partial y_1 + \partial u_1$ und das Resultat $y = y_1 + u_1$. Dasselbe ist in Fig. 1248 dargestellt, worin die Kurve AD ganz ausserhalb der beiden Kurven AC und AE oder, allgemeiner, der von den beiden Kurven AC und AE mit der Sehne y_1 begrenzte Raum ganz in dem von den Kurven AC und AD mit der Sehne y begrenzten Raume liegt. Diese Involvenz lautet: wenn eine jede Veränderung ∂y die Veränderung ∂y_1 umfasst; so umfasst auch das Objekt y in jedem Stadium das Objekt y_1, oder, wenn die Veränderung ∂y_1 nur durch eine Veränderung ∂y bedingt ist; so ist auch das Objekt y_1 nur durch ein Objekt y bedingt. Wenn z. B. jedes Wachsthum durch Erwärmung bedingt ist oder nur durch Erwärmung hervorgebracht werden kann; so ist auch jede beliebige Entwicklungsstufe durch eine endliche Wärmemenge bedingt oder nur dadurch hervorzubringen.

Die beschränkende Involvenz erzeugt aus der Prämisse $\partial y + \partial u = \partial y_1 + \partial u_1$ das Resultat $y + u = y_1 + u_1$, welches durch Fig. 1249 oder 1250 dargestellt ist. Hierin ist die Sehne $CD = y$ und $FE = y_1$. Die Kurven AD, AF, deren Abstand gleich y ist, können gegen die Kurven AE, AF, deren Abstand die Sehne y_1 ist, verschiedene Lagen, insbesondere die Lagen Fig. 1251 oder 1252 annehmen, auch kann AD gegen AE und ebenso AC gegen AF nach Fig. 1249 oder Fig. 1250 die Lage ein- und mehrmals wechseln, allgemein aber, deckt der von den Kurven AC und AD mit der Sehne y begrenzte Raum theilweise den von den Kurven AF und AE mit der Sehne y_1 begrenzten Raum, theilweise aber nicht. Der Wortlaut der beschränkenden Involvenz ist: wenn jede Veränderung von y theilweise in der Veränderung von y_1, theilweise jedoch nicht darin enthalten ist; so ist auch das Objekt y theilweise in dem Objekte y_1, theilweise jedoch nicht darin enthalten. Wenn z. B. die in einen Körper eingeführte Wärme theilweise ausgestrahlt wird, theilweise aber dessen Temperatur erhöht, also nur zum Theil eine Ausdehnung bedingt; so erzeugt auch eine endliche aufgewandte Wärmemenge nur theilweise eine Ausdehnung oder die Ausdehnung des Körpers ist nur theilweise durch die aufgewandte Wärmemenge bedingt.

Die ausschliessende Involvenz führt von der Prämisse $\partial y + \partial y_1 = \partial y_1 + \partial y$ zu dem Resultate $y + y_1 = y_1 + y$, welches lautet: wenn keine Änderung von y in der Änderung von y_1 enthalten ist; so ist

auch das Objekt y in keinem Stadium in y_1 enthalten. Diese Involvenz verkündet die Unabhängigkeit zwischen den Objekten x und y und ist durch Fig. 1153 dargestellt, worin die beiden Kurven AC und AD, deren Sehne $CD = y$ ist, ganz ausserhalb der beiden Kurven AF und AE liegen, deren Sehne $FE = y_1$ ist. Ein Beispiel hierzu ist: chemische Verbindung der Stoffe ändert nicht ihr Gewicht, Chemismus und Gravitation sind also voneinander unabhängig; das Gewicht eines Körpers ist nicht durch seine chemische Struktur bedingt; jede dieser beiden Eigenschaften kann sich ändern (z. B. die Struktur durch Erwärmung, das Gewicht durch Entfernung von der Erde), ohne die andere zu beeinflussen.

Bei fortgesetzter Variation von x kann eine der vorstehenden vier Hauptformen der Involvenz in eine andere übergehen. Auf diese Weise erzeugen sich zusammengesetzte Involvenzen. Eine vollständige Involvenz erfordert in solchem Falle die Zerlegung des Involvenzprozesses nach den Involvenzgrenzen, innerhalb deren jene einfachen Formen herrschen.

Es leuchtet ein, dass die in §. 519 betrachtete Insumtion aus variabelen Prämissen eine Kombination von eigentlicher Insumtion mit Involvenz ist.

Evolvenz nennen wir die umgekehrte Operation der Involvenz, also denjenigen logischen Prozess, welcher die Analogie zur mathematischen Differentiation einer Gleichung bildet, während die Involvenz der Integration einer Gleichung entsprach. Die mathematische Differentiation einer Gleichung liefert ein ebenso bestimmtes Resultat wie die Integration und zwar stellt sich durch diese Differentiation genau diejenige Differentialgleichung her, aus welcher die Integralformel gewonnen ist. Diese Bestimmtheit findet bei der logischen Evolvenz nicht statt: nur unter gewissen Umständen, nicht aber allgemein führt die Evolvenz zu demselben Urtheile, aus welchem das Involvenzurtheil geflossen ist. Nämentlich kann ein beschränkendes und auch ein zusammengesetztes Involvenzurtheil aus verschiedenen Prämissen hergeleitet werden. Diese generelle Unthunlichkeit der Erzeugung der Prämisse einer Involvenz durch Evolvenz entpricht ganz der Unthunlichkeit der Herstellung der Prämisse einer Insumtion durch Esumtion, sowie der Prämisse eines Schlusses durch den Rückschluss.

Die Integration ist zwar das systematische Verfahren zur Ableitung einer Funktion oder eines Gesetzes; indessen können auch auf andere Weise durch Erweiterung jeder anderen Operation Funktionen gewonnen werden. So führt uns z. B. die Integralrechnung zu der Formel $\frac{1}{2}xy$ für den Flächeninhalt eines Dreieckes aus der Grundlinie y und der Höhe x, indem wir konstatiren, dass das Differential dieser Fläche, wenn die Höhe x um ∂x wächst, $y \partial x = ax \partial x$ ist, dass mithin jener Flächeninhalt dem Integrale $\int ax \partial x = \frac{1}{2}ax^2 = \frac{1}{2}xy$ entspricht. Ausser dieser systematischen Rechnung können wir jedoch zu derselben Formel auf manche andere Weise, z. B. durch die Erwägung gelangen, dass das Dreieck die Hälfte eines Parallelogrammes, das Parallelogramm gleich einem Rechtecke von gleicher Basis und Höhe und der Inhalt dieses Rechteckes gleich dem Produkte aus Grundlinie und Höhe ist. Der letztere Weg führt uns zu der fraglichen Formel durch eine Anzahl von Gleichungen, welche

in gewisser Weise miteinander verknüpft sind, welche also nach ihrer Zahl, ihrem Inhalte und ihrer Verknüpfungsweise ein System von Formeln bilden. Die als Endresultat dieser Operationen daraus gewonnene Formel stellt die Resultante des ganzen Systems von Gleichungen dar; in ihr verkörpert sich dieses System; sie ist der Repräsentant derselben, eine Funktion, welche alle jene Gleichungen in einem bestimmten gesetzlichen Zusammenhange in sich aufnimmt: unser Geist, indem er die letzte Formel irgend eines Entwicklungsganges als wahr erkennt, durchläuft den ganzen Entwicklungsprozess, auf welchem sie beruht; dieser Prozess oder das System von Operationen, welches zur Schlussformel führt, ist dem in dieser Formel liegenden Gesetze völlig äquivalent.

So mannichfaltig nun die Wege sein mögen, auf denen man zu einem Gesetze gelangt, immer ist die Konstruktion einer Grösse aus ihren Veränderungen oder, allgemeiner, aus Veränderungen, welche von gewissen Bedingungen abhängen, das Charakteristische. Dieser Prozess wurzelt also in der Veränderung oder Variation und zwar in der gesetzlichen oder bedingten oder abhängigen Variation. Man darf sich bei der Operation mit scheinbar konstanten Grössen nicht darüber täuschen, dass kein allgemeines Gesetz ohne Variation zu Stande kommen kann und dass eine konstante Grösse nur ein durch momentanen Stillstand erzeugtes Resultat eines Variabilitätsprozesses ist. Der Begriff der Allgemeinheit, d. h. der Inbegriff von allen möglichen, zwischen Grenzen oder nicht zwischen Grenzen liegenden Fällen ist ohne Variabilität nicht denkbar, da eine allgemeine Grösse nicht bloss einen einzigen, sondern jeden möglichen Werth vertreten soll. Eine konstante allgemeine Grösse a bedeutet daher eine fest begrenzte Grösse, deren Grenzen aber beliebig weit genommen werden können, welche also einen beliebigen speziellen Fall einer variabelen Grösse x darstellt, wogegen die variabele Grösse x nicht einen, sondern jeden beliebigen Fall oder alle Fälle zugleich darstellt. Soll also die Formel $\frac{1}{2}ab$ für den Inhalt des Dreieckes allgemeingültig sein; so kann man an die Stelle der konstanten Grundlinie a auch eine variabele Grundlinie x und an die Stelle der konstanten Höhe b auch eine variabele Höhe y setzen. Der Inhalt des Dreieckes erscheint alsdann als eine von zwei unabhängigen Variabelen x und y bedingte oder abhängige Variabele u. In dieser Form $u = \frac{1}{2}xy$ gestattet die Formel sowohl die Differentiation, als auch die Integration. Die Differentiation giebt Kunde von der Veränderung, welche u erleidet, wenn x oder wenn y oder wenn beide sich ändern. Ändert sich bloss x, während $y = b$ konstant bleibt; so ergiebt sich $\partial u = \frac{1}{2} b \partial x$. Ändert sich bloss y, während $x = a$ konstant bleibt; so wird $\partial u = \frac{1}{2} a \partial y$. Ändert sich x und y zugleich; so erhält man $\partial u = \frac{1}{2} y \partial x + \frac{1}{2} x \partial y$. In Beziehung auf die Integration, welche Grössen erzeugt, von welchen die Dreiecksfläche ein variabeles Element bildet, hat man in dem ersten Falle, wenn man mit ∂x multiplizirt und $u \partial x = \partial U$ setzt,

$$U = \int u \partial x = \int \frac{1}{2} b x \partial x = \frac{1}{4} b x^2$$

im zweiten Falle, wenn man $u \partial y = \partial V$ setzt,

$$V = \int u \partial y = \int \frac{1}{2} a y \partial y = \frac{1}{4} a y^2$$

und im dritten Falle, wenn man $U\partial y$ oder $V\partial x = \partial W$ setzt,

$$W = \int\int u\partial x\partial y = \int\int {}^1/_2 xy\partial x\partial y = {}^1/_8 x^2y^2$$

Die Anschauung der Veränderung der Grösse u bei variirenden x und y oder die Anschauung der Grössen U, V, von welchen u selbst die Veränderung darstellt, ist nicht immer der Zweck der Rechnung. Häufig ist die Variation überhaupt nicht der Zweck, sondern nur ein Mittel zu anderen Zwecken, und tritt dann, wenn der Zweck erreicht ist, unvermerkt in den Hintergrund. Eine unbekannte Grösse ist durchaus keine variabele oder unbestimmte: gleichwohl kann man weder mathematisch zur Kenntniss einer unbekannten Grösse noch logisch zur Erkenntniss des Unbekannten ohne Variation gelangen. Das Suchen und Finden setzt mathematisch wie logisch eine sukzessive Annäherung voraus. Um z. B. dasjenige Dreieck zu bestimmen, welches bei der Höhe von 6 Meter einen Flächeninhalt von 12 Quadratmeter hat, ist die unbekannte Basis b aus der Gleichung ${}^1/_2 . 6 . b = 12$ oder $3b = 12$ zu ermitteln. Hier scheint allerdings nichts weiter als eine Division zweier konstanten Zahlen erforderlich zu sein, um die unbekannte Grösse $b = {}^{12}/_3 = 4$ ohne Variation zu finden: allein Diess beruht doch insofern auf Täuschung, als der Ansatz der Gleichung ${}^1/_2 . 6 . b = 12$ den Gedankengang verdeckt, auf welchem er beruht. Dieser ist folgender. Die allgemeine Formel für den Inhalt des Dreieckes u lautet ${}^1/_2 a . b = u$. Wenn die drei Grössen a, b, u als Konstanten angesehen werden, repräsentiren sie aus einem Systeme von zulässigen Werthen irgend drei, aber drei fest bestimmte Zahlen, z. B. die Zahlen $a = 4$, $b = 5$, $u = 10$. Soll nun u irgend einen anderen gegebenen Werth 12 annehmen; so ist offenbar erforderlich, dass der erstere Werth von u in der Formel eine Änderung erleide, dass er nämlich von 10 auf 12 übergehe. Demnach haben wir es, obgleich für u ein konstanter Werth 12 gegeben ist, von Haus aus mit einer Variation von u zu thun, d. h. die Aufgabe fordert nothwendig, sich u augenblicklich als eine Variabele zu denken, welche von irgend einem bestimmten Werthe zu einem anderen bestimmten Werthe überzugehen vermag. Die Variation von u bedingt dann auch eine Variation von a und b. Die Variation von a ist eine gegebene, indem a den Werth b annehmen soll: die Variation von b aber ist eine gesuchte, welche so sein soll, dass sie die gegebene Gleichung erfüllt. Hieraus ist klar, dass die Auffindung einer Unbekannten einen Variationsprozess auf beiden Seiten jener Gleichung nöthig macht. Dieser Variationsprozess besteht aus zwei Theilen, einem direkten, in Folge dessen eine Konstante in eine Variabele verwandelt wird, und einem indirekten, in Folge dessen die Variation in einem gewissen Stadium unterbrochen oder die Variabele wieder in eine Konstante verwandelt wird.

Jede Auflösung einer Gleichung, z. B. der Gleichung $x^2 + ax + b = 0$, worin a, b und 0 gegebene oder bekannte Konstanten und x eine gesuchte oder unbekannte Konstante ist, erfordert die eben erörterte Variation. Denkt man sich nämlich unter x irgend einen bestimmten konstanten Werth p; so liefert die linke Seite der gegebenen Gleichung nicht den Werth 0, sondern irgend einen bestimmten Werth q, d. h. man hat $p^2 + ap + b = q$. Die Aufgabe besteht nun darin, die Grösse p

innerhalb des reellen, imaginären, komplexen, überhaupt innerhalb des Zahlengebietes so zu variiren, dass die nun gleichfalls als Variabele erscheinende Grösse q den Nullwerth annimmt.

Allerdings ist für das Resultat dieser Operation die Variation nur eine Hülfsoperation, welche dieses Resultat nicht unmittelbar, sondern die Entstehung derselben bedingt. Sofern jedoch das Resultat einer Operation ein eigentliches Gesetz, also eine Funktion ist, welche nicht bloss eine bestimmte Grösse, sondern ein System von Grössen im Zusammenhange, also einen wirklichen Entstehungsprozess darstellen soll, ist die dauernde Variabilität gewisser Grössen etwas Wesentliches. Hieraus ist klar, dass die in §. 517 ff. mehrfach hervorgehobene Variabilität der Objekte, aus welchen ein Insumtionsschluss abstrahirt wird, für das Ergebniss dieses Schlusses, wie es am Ende des §. 520 ausgesprochen worden, unwesentlich, für die Entstehung dieses Ergebnisses aber wesentlich ist, dass dagegen die Variabilität oder Beliebigkeit der bedingenden und der abhängigen Objekte für den Involvenzschluss, welcher ein Abhängigkeitsgesetz darstellen soll, etwas Wesentliches ist. Die Insumtion geht auf die Umfassung aller möglichen Objekte, die Involvenz auf die Berücksichtigung jedes beliebigen Objektes, resp. jeder beliebigen Änderung eines Objektes. Für die Insumtion ist die Potenzirung der Hauptprozess und die Integration ein Hülfsprozess (abgesehen von dem Falle, wo die Insumtionsprämissen als variabele Urtheile gegeben sind, wo also eine Vermischung von Insumtion und Involvenz vorliegt); für die Involvenz ist die Integration der Hauptprozess und die Potenzirung ein Hülfsprozess, (welcher sich mit der Integration dergestalt verbindet, dass das zu integrirende Differential $y \partial x$ wie ein Produkt zu verstehen ist, dessen einer Faktor ∂x normal auf der Bildungsrichtung des anderen Faktors y steht, sodass dieses Produkt eine Dimension mehr hat, als der Differentialkoeffizient y oder alle möglichen Werthe von y in sich vereinigt, die den Werthen von x zwischen 0 und ∂x entsprechen).

§. 527.

Involvenz und Evolvenz bei verschiedenen Koordinatensystemen.

Im vorhergehenden Paragraphen haben wir das Prinzip der Involvenz und Evolvenz im Generellen, d. h. soweit es unterschiedslos für alle Modalitätsgesetze besteht, betrachtet: es handelt sich jetzt um die Spezialisirung jenes Prinzipes behuf Charakterisirung der Hauptformen dieser Gesetze.

Die erste Hauptform entspricht der Konstanz oder Unveränderlichkeit des Objektes a. Ein konstantes Objekt, da es sich überhaupt nicht ändert, wie z. B. die Zahl 5, kann nicht von einem veränderlichen Objekte x abhängig sein. An einem konstanten Objekte ist nicht bloss eine gewisse, sondern jede Eigenschaft unveränderlich. Etwas ganz Anderes als ein konstantes Objekt ist daher ein Objekt, von welchem eine Eigenschaft y konstant bleibt, während sich ein gewisses Objekt x ändert. Jetzt ist das gegebene Objekt variabel und von x abhängig; allein die Eigenschaft y ist von x unabhängig und behält einen konstanten Werth b. Das letztere Modalitätsgesetz entspricht der geometrischen geraden Linie

CD, welche mit der Grundaxe der x in konstantem Abstande $y = b$ parallel läuft, also einem einförmigen Gesetze (Fig. 1254). Indem die Eigenschaft y bei der Variation von x konstant bleibt, ist die Veränderung von y gleich null oder es findet keine Veränderung der Eigenschaft y statt.

Die Unabhängigkeit der Eigenschaft y von der Variabelen x zieht die Einförmigkeit des Modalitätsgesetzes nach sich, ist aber nur eine spezielle, keine allgemeine Bedingung für die Einförmigkeit. Das einförmige Gesetz verlangt nicht nothwendig, dass die Veränderung y null sei, sondern, allgemeiner, dass diese Veränderung konstant sei oder dass die Relation zwischen der Veränderung ∂y und ∂x, d. h. der Differentialkoeffizient $\frac{\partial y}{\partial x}$ einen konstanten Werth habe, wie es bei der unter einem konstanten Winkel geneigten geraden Linie CD' der Fall ist. Stellt also $x = AE$ die Wärme eines Körpers und $y = EF'$ sein Volum dar und zeigt es sich, dass eine bestimmte Wärmezunahme stets eine gleiche Volumvergrösserung bedingt; so bezeichnet das konstante Verhältniss zwischen den letzten beiden Grössen ein einförmiges Abhängigkeitsgesetz CD', von welchem das Gesetz CD, bei dem das gedachte Verhältniss den Nullwerth hat, ein spezieller Fall ist.

Das allgemeine Involvenzresultat wird, wie schon erwähnt, von der speziellen Form des Modalitätsgesetzes nicht berührt; dasselbe nimmt aber für jedes spezielle Gesetz einen speziellen Ausdruck an. Insbesondere lautet derselbe für das einförmige Gesetz der Ordinaten y der Geraden CD: wenn die Eigenschaft y bei der Variation von x keine Änderung erleidet; so ist sie von x unabhängig oder in Beziehung zu x konstant.

Für das einförmige Gesetz der Ordinaten der Geraden CD' lautet der Involvenzschluss: wenn die Veränderung der Eigenschaft y lediglich von der Veränderung von x, nicht aber von x selbst abhängig ist, wenn also die Veränderung von y zu der Veränderung von x in einer konstanten Relation $\frac{\partial y}{\partial x} = a$ steht; so steht auch jeder Inbegriff von Änderungen der Eigenschaft y zu jedem Inbegriffe von Änderungen der Eigenschaft x in derselben Relation. Das mathematische Resultat

$$y = \int \partial y = \int a \partial x = a x$$

entspricht dann dem logischen Satze, dass unter den gemachten Voraussetzungen die Eigenschaft y in jedem Stadium eine der Eigenschaft x entsprechende (proportionale) sei. Hierbei ist der Anfang C von x und y in dem Anfangs- oder Nullpunkte A des Seins angenommen: nähme die Linie CD' in einem anderen Punkte ihren Anfang; so gälte die allgemeinere Formel $y - y_0 = a(x - x_0)$.

Wenn die Änderung von y bei der Variation der Grösse x nicht stets denselben Werth behält, sondern sich nach Fig. 1255 sukzessiv um den Betrag JE, LF u. s. w. ändert; so entsteht für endliche oder diskrete oder sprungweise Änderungen ein Polygon $CDEF$ und bei stetigen Änderungen eine Kurve. In letzterem Falle, wo $AC = y$ und $GD = \partial y$ ist, hat die Grösse JE oder die Änderung des Differentials ∂y die Bedeutung des zweiten Differentials $\partial(\partial y) = \partial^2 y$. Was bei der Geraden von der Änderung ∂y der Ordinate y galt, gilt bei der Kurve

auch von der Änderung $\partial^2 y$ der Änderung ∂y. Beginnt die Kurve in einem Punkte B, welcher eine mit der Grundaxe AB parallele Tangente hat; so ist der Anfangswerth des ersten Differentials $\partial y = 0$ also der Anfangswerth des zweiten Differentials $\partial^2 y = GD = \partial y$ und es leuchtet ein, dass jede spätere Änderung von y ein Inbegriff der zweiten Differentiale oder dass

$$\partial y = \int \partial^2 y$$

ist. Wenn der zweite Differentialkoeffizient oder der erste Differentialkoeffizient des ersten Differentialkoeffizienten einen konstanten Werth hat, wenn also $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)}{\partial x} = a$ ist; so liefert die vorstehende Gleichung (wenn der Anfang der Kurve in O angenommen wird) das Resultat $\partial y = a x \partial x$ oder $\frac{\partial y}{\partial x} = a x$.

Die Konstanz des zweiten Differentialkoeffizienten ist nicht das Kriterium eines gleichförmigen, der Kreislinie entsprechenden Gesetzes. Ein solches Gesetz erfordert nicht die Konstanz des zweiten Differentials JE bei gleicher Variation der Abszisse $OM = x$, sondern die Konstanz des Winkels JDE bei gleicher Variation des Kurvenbogens $AD = s$. Natürlich kann das Modalitätsgesetz der Kurve $BCDEF$ ebenso gut in der Abhängigkeit zwischen der Kurvenlänge s und dem Neigungswinkel φ, welche die Tangente der Kurve in dem Endpunkte von s hat, als auch in der vorstehend betrachteten Abhängigkeit zwischen den rechtwinkligen Koordinaten x und y angeschaut werden. Das Wesen der Kurve $BCDEF$, ihr objektives, von subjektiver Auffassung unabhängiges Gesetz, ihre Form, wird weder durch das erste, noch durch das zweite, noch durch irgend eines der übrigen schon in §. 493 erwähnten Koordinatensysteme beeinflusst. Aus dem für rechtwinklige Koordinaten gültigen Gesetze ergiebt sich das für schiefwinklige, das für Polarkoordinaten, das für natürliche Koordinaten u. s. w. gültige Gesetz sofort vermöge des Kardinalprinzipes, welches alle Grundeigenschaften (Länge, Ort, Richtung u. s. w. oder logisch Quantität, Inhärenz, Relation u. s. w.) miteinander durch Grundsätze verbindet.

Das Koordinatensystem, vermittelst welches eine Kurve dargestellt wird, macht also nicht das Gesetz dieser Kurve oder ihre Form aus, ist vielmehr ganz ohne Einfluss darauf und dient nur als Hülfsmittel zur Erkenntniss jenes Gesetzes. Allerdings stehen die Koordinaten einundderselben Kurve für das eine Koordinatensystem zueinander in ganz anderen Beziehungen, als die Koordinaten aus einem anderen Systeme. Wenn man also den gesetzlichen Zusammenhang der Koordinaten ins Auge fasst; so konstituirt derselbe für eine gegebene Kurve ein durch das Wesen des angenommenen Koordinatensystems bedingtes, also von willkürlich gewählten Hülfsgrössen oder von der subjektiven Auffassung abhängiges Gesetz. Trotz der Willkürlichkeit der Wahl des Koordinatensystems hat doch das Gesetz der Koordinaten für die Erkenntniss des objektiven Werthes des Kurvengesetzes einen entschiedenen Werth, weil jedes Koordinatensystem eine Beziehung auf besondere Grundeigenschaften

oder Basen unseres Anschauungsvermögens darstellt, also die vielseitige, resp. allseitige subjektive Erkenntniss einer objektiv fest gegebenen Form ermöglicht. So lehrt z. B. eine Koordinatenverwandlung, dass eine Kurve, deren Gesetz für rechtwinklige Koordinaten $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ ist, wenn man dieselbe durch Polarkoordinaten r und φ darstellt, dem Gesetze $r = a$ entspricht, welches einen von dem Neigungswinkel φ ganz unabhängigen Radius von konstanter Länge a bezeichnet, dass jene Kurve also ein Kreis oder eine gleichförmig gekrümmte Linie ist. Das Koordinatengesetz des Kreises ist hiernach ein wesentlich anderes für rechtwinklige, als für Polarkoordinaten, obwohl die Form dieser Kurve objektiv stets dieselbe bleibt: die Verschiedenheit jener Koordinatengesetze beruht auf der subjektiven Wahl der Hülfsmittel der Erkenntniss, ist aber trotz dieses subjektiven Bestimmungsstückes oder vielmehr eben wegen dieses subjektiven Bestimmungsstückes für die vollständige Erkenntniss jener Form wichtig, weil sie uns die Beziehungen dieser Figur zu den verschiedenen Basen unseres Anschauungsvermögens aufdeckt.

Alles, was wir soeben in rein mathematischen Anschauungen ausgedrückt haben, lässt sich leicht in allgemeine logische Begriffe übertragen. Ein objektiv gegebenes Gesetz oder das Gesetz eines Objektes kann in seinen Beziehungen zu verschiedenen Basen unseres Erkenntnissvermögens aufgefasst und betrachtet werden; in jeder dieser Erkenntnissformen wird uns dasselbe verschiedene Eigenthümlichkeiten enthüllen, ohne dass doch das Wesen des Objektes ein anderes würde. Demgemäss wird die Darstellung eines Formgesetzes mit Hülfe der Richtung des Kurvenbogens $BD = s$ in seinem Endpunkte D oder des Neigungswinkels $HDE = \varphi$ dieses Bogens oder Längenelementes $DE = \partial s$ im gedachten Punkte andere Beziehungen zu Tage treten lassen, als die Darstellung mit Hülfe des Inkrementes $DH = \partial x$ der Abszisse x und des Inkrementes $HE = \partial y$ der Ordinate y. Während x und y als Fortschritts- oder Ortsbestimmungsgrössen logische Eigenschaften und Attribute oder als Längengrössen logische Quantitäten gewisser Hülfsobjekte darstellen, repräsentirt der Tangentenwinkel φ eine Kausalität, deren Ursache in der Abszissenrichtung, deren Wirkung aber in der Kurvenrichtung DE oder in der effizirenden Thätigkeit liegt. Die Veränderungen des Winkels φ oder seine Differentiale $\partial \varphi = JDE$ entsprechen jetzt den Veränderungen der Kausalität, wozu die unmittelbare oder nächste Ursache in der Richtung CDJ, die fernere oder höhere Ursache jedoch in jeder anderen Richtung, insbesondere in der Grundrichtung DH liegend gedacht werden kann.

Das objektive Gesetz oder die objektive Modalität $BCDEF$ besteht immer in einer Abhängigkeit oder Konditionalität, und wenn man die Kausalität φ als die eine Variabele annehmen will, kann als die andere Variabele ebenso wohl die effizirende Thätigkeit $BCD = s$, als auch die Eigenschaft $OM = x$ angenommen werden. Das Kurvenelement $DE = \partial s$ vertritt eine elementare Wirkung, von welcher $DH = \partial x$ der Subjektsantheil und $HE = \partial y$ der Objektsantheil ist. Unter Heranziehung der Kausalität als Variabele zur Bestimmung eines Gesetzes charakterisiren sich die Hauptformen folgendermaassen.

Die Konstanz, als erste Hauptform, ist das als feste, unveränderliche Thatsache ohne alle Kausalität und ohne alle effizirende Thätigkeit Gegebene.

Die Einförmigkeit, als zweite Hauptform, entsprechend dem geometrisch Geraden oder Ebenen, ist das Resultat einer konstanten Kausalität, welche von einer Grundursache ausgeht. Die Konstanz der Kausalität $\varphi = HDE$ fordert nicht die Konstanz des Subjektes, welches diese Kausalität ausübt, d. h. das Subjekt, welches in der Grundaxe OP liegend gedacht wird, braucht nicht konstant zu bleiben, sondern kann nach und nach eine beliebige Quantität annehmen: dabei wird jede Quantitätszunahme dieses Subjekts stets dieselbe Kausalität ausüben, also stets eine in der geraden Linie DE liegende Wirkung hervorbringen. Beispielsweise erzeugt Steinkohle durch Verbrennung Wärme; die Steinkohle ist also ein Subjekt, welches stets mit konstanter Kausalität thätig ist, um Wärme zu erzeugen. Indem dieses Subjekt seine Quantität ändert, vermehrt sich zwar in gleichem Maasse die Quantität seiner Wirkung, d. h. viel Kohle giebt viel Wärme, schlesische Kohle giebt schlesische Wärme, nämlich die der Menge und Qualität der schlesischen Kohle entsprechende Wärme u. s. w., die in der Wärmebildung liegende Kausalität bleibt aber stets dieselbe. Allgemein, ändert sich die Wirkung des einförmigen Gesetzes nur durch die Umstände, welche die Quantität des wirkenden Subjektes bedingen und sie ist eine der Änderung dieser Umstände entsprechende oder eine gleichmässige, d. h. eine mit der Quantität des Subjektes gleichmässig fortschreitende.

Ist die Kausalität des einförmigen Gesetzes null (also $\varphi = 0$); so bezeichnet Diess einen speziellen Fall eines solchen Gesetzes, nämlich den Fall, wo die gerade Linie DE zur Grundaxe OP parallel wird. Jetzt fällt die Wirkung mit der Ursache zusammen oder doch in dieselbe Grundrichtung des Seins; es ergiebt sich aber keineswegs ein konstantes Gesetz oder eine konstante Thatsache: denn immer bleibt das wirkende Subjekt eine variabele Grösse, welche eine ebenso variabele Wirkung nach sich zieht. Ein Beispiel hierzu ist das Gesetz, welches sich in dem Satze ausdrückt: der Knabe wird zum Manne. Hierin ist das Subjekt der Mensch in einer gewissen Periode seines Lebens (der Kindheit), die Kausalität ist das Altern, die Wirkung der gealterte Mensch (der Mann). Diese Wirkung fällt in die Grundrichtung OP, in welcher auch die Ursache liegt, sie ist also gleich null (d. h. sie entspricht der mathematischen Multiplikation mit einem reellen Faktor a oder mit einem Richtungskoeffizienten $e^{\alpha + \varphi \sqrt{-1}} = a e^{\varphi \sqrt{-1}}$, dessen imaginärer Exponent φ gleich null ist). Man kann sich unter dem Knaben denselben Menschen in beliebigem Knabenalter, auch jeden beliebigen Knaben denken, immer wird sich eine andere Wirkung als Mann ergeben, jedoch stets eine solche, welche in der Lebenslinie des Menschen liegt.

Wenn man die Kausalität nicht auf die Grundursache OP oder das in der Grundrichtung OP variirende Grundsubjekt bezieht, sondern jede neue Wirkung DE als die unmittelbare Wirkung der zuletzt erzeugten Wirkung CD oder DJ ansieht; so charakterisirt sich das einförmige Gesetz dadurch, dass diese letztere Wirkung stets null ist. Das einförmige

Gesetz kann daher in dem Satze zusammengefasst werden: die Wirkung eines diesem Gesetze unterworfenen Subjektes ist ohne Einfluss auf dessen Kausalität, oder, spätere Wirkungen hängen nicht von früheren ab. Dieser logische Satz entspricht dem geometrischen Satze, dass die Abweichung der Tangente DE von der Tangente CD oder dass der Winkel JDE stets null ist, oder auch, dass die Linie JE stets null ist, und dem arithmetischen Satze, dass das Differential des Winkels φ, nämlich $\partial\varphi = 0$ oder dass das Differential von ∂y, d. h. das zweite Differential von y, nämlich $\partial^2 y = 0$ ist. In dem Beispiele der mit konstanter Kausalität Wärme erzeugenden Steinkohle liegt es auf der Hand, dass die wärmeerzeugende Wirkung jeder neuen Kohlenmenge nicht von der Wärmewirkung der bereits wirksam gewordenen Kohlenmenge abhängt.

Die dritte Hauptform, die Gleichförmigkeit, ist das Gesetz, in welchem die Kausalität dergestalt variabel ist, dass sie mit jeder neuen Wirkung gleichmässig wächst, in welchem also jede spätere Wirkung von der früheren so abhängt, dass ihre Intensität mit konstanter Beschleunigung zunimmt. Geometrisch entspricht Diess der Kreislinie, resp. dem regulären Polygone $BCDEF$, überhaupt dem Falle, wo die Winkel JDE, LEF etc. für dieselbe Kurvenlänge DE, EF etc. einen konstanten Werth behalten, wo also der erste Differentialkoeffizient $\frac{\partial\varphi}{\partial s}$ konstant oder der zweite $\frac{\partial^2\varphi}{\partial s^2} = 0$ ist. Ein Beispiel hierzu ist der Vorgang, dass das Reis eines Baumes, welches im ersten Jahre gewachsen ist, im zweiten Jahre neue Reiser treibt. Indem die Reiser des zweiten Jahres neue Reiser im dritten Jahre treiben, wächst offenbar die Kausalität des Baumes, indem die Wirkung im dritten Jahre von der Wirkung im zweiten Jahre so abhängt, dass ihre Intensität in gleichem Maasse gesteigert ist. Dasselbe Gesetz äussert sich in der Fortpflanzung des Menschengeschlechtes.

Wenn die Kausalität der erzeugten Wirkungen zwar variirt, aber nicht gleichmässig, wenn also der Winkel JDE oder der Koeffizient $\frac{\partial\varphi}{\partial s}$ ungleichmässig variirt, die Wirkung aber stets in der Gattungsgemeinschaft des ursprünglichen Subjektes und Objektes sich hält; so entsteht als Analogie zur ebenen Kurve das ungleichförmige Gesetz in konstanter Gattungsgemeinschaft oder mit konstanter Grundlage des Kausalitätsverhältnisses. Von dieser Art ist z. B. die Ausdehnung, welche ein Körper bei fortgesetzter Erwärmung erleidet. Die empfangene Wärme und der dadurch bewirkte Expansionszustand beeinflusst die fernere Expansionswirkung, welche eine neu hinzugefügte gleiche Wärmemenge hervorbringt: die Letztere erzeugt also wohl Ausdehnung, d. h. Ursache und Wirkung bleiben in derselben Gattungsgemeinschaft; allein die Intensität der Kausalität wächst nicht in demselben Maasse wie die erzeugte Wirkung.

Die vierte Hauptform, die gleichmässige Abweichung, liefert das Gesetz, wonach der Grund der Kausalität gleichmässig variirt. Die geometrische Analogie ist die Schraubenlinie oder bei diskreter Variation

das schraubenförmig gewundene regelmässige Polygon, bei welchem die Ebene je zweier benachbarten Polygonseiten ihre Richtung ändert, indem sie sich um die vorhergehende Seite dreht. Diese sukzessiven Drehungen um die Seiten BC, CD, DE, EF des Polygons $BCDEF$ sind in Fig. 1256 dargestellt. Die Gleichmässigkeit der Krümmung und der Torsion bei dem Fortschritte in dem Polygone, resp. in der Kurve verlangt arithmetisch die Konstanz des Kontingenzwinkels und des Torsionswinkels oder die Nullität des Differentials eines jeden, also $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} = 0$ und $\frac{\partial^2 \tau}{\partial s^2} = 0$, wenn $\partial \tau$ den Torsionswinkel bezeichnet. Jede zuletzt erzielte Wirkung wie CD beeinflusst nicht bloss die nächstfolgende Wirkung, sondern auch den Grund dieser Wirkung oder die Gattungsgemeinschaft, in welcher diese Wirkung erfolgt (vergl. S. 256 ff., sowie S. 271 ff.).

Wenn bei gleichem Wachsthume der Quantität der wirkenden Ursache (bei gleicher Zunahme der Länge des Polygonumfanges oder bei gleicher Seitenlänge BC, CD, DE, EF) die Wirkung oder der Grund nicht gleichmässig variirt, entsteht eine unregelmässige torquirte Figur und logisch das allgemeine Abweichungsgesetz. Beispielsweise kann die Ausdehnung, welche durch Erwärmung erzeugt wird, als der Grund zur Veränderung des natürlichen Vibrationssystemes eines Körpers, also als der Grund der Veränderung seines natürlichen Tones oder seiner natürlichen Farbe angesehen werden. Die Abhängigkeit des Tones eines Körpers von seiner Wärme auf Grund der Ausdehnung repräsentirt hiernach einen Fall der vierten Hauptform oder der vierten Hauptformklasse der Abhängigkeitsgesetze.

Der Grund einer Kausalität zwischen Individuen ist zugleich eine Kausalität zwischen Gattungen; so ist in letzterem Beispiele der Grund, welcher die Wirkung zwischen Wärme und Ausdehnung in eine Wirkung zwischen Wärme und Vibrationszustand verwandelt, eine Gattungswirkung zwischen allen möglichen Ausdehnungszuständen und Vibrationszuständen. Während nun in der ersten Gesetzesform gar keine Variabilität, in der zweiten Gesetzesform gleichmässige Variabilität des Zustandes bei konstanter Kausalität, in der dritten Gesetzesform gleichmässige Variabilität der Kausalität bei konstantem Grunde oder bei konstanter Gattungsgemeinschaft, in der vierten Gesetzesform gleichmässige Variabilität des Grundes oder der Gattungsgemeinschaft bei konstanter Gesammtheit herrscht; so herrscht in der fünften Gesetzesform gleichmässige Variabilität des Grundes vom Grunde oder Variabilität der Gesammtheitsgemeinschaft, und hiermit schliesst die Reihe der Hauptformen der Abhängigkeitsgesetze, weil es keine wirklichen Qualitäten von mehr als den drei Dimensionen der Gesammtheit giebt.

Die gleichmässige Variation der Gesammtheit bei gleichmässiger Variation der Gattungseigenschaft, der Kausalität und des Zustandes entspricht der geometrischen Form der logarithmischen Spirale und dem arithmetischen und logischen Gesetze der gleichmässigen Steigung. Nach diesem Gesetze variirt in Fig. 1256 die Länge der Elemente BC, CD, DE, EF, indem die grösser oder kleiner werdenden Kurvenelemente sich stets ähnlich bleiben. Ein hierher gehöriges Beispiel

würde es sein, wenn immer grössere oder kleinere Wärmemengen erforderlich wären, um vermittelst der Ausdehnung und vermöge der zwischen Ausdehnung und Vibrationszustand bestehenden Gattungsrelation dieselben Erhöhungen des Tones zu erzielen.

Durch diese Erörterungen über das Wesen des Gesetzes wird auch die Involvenz, welche die Aufgabe hat, aus Urtheilen ein Gesetz abzuleiten, an Klarheit gewonnen haben. Unverkennbar enthalten die Auseinandersetzungen mancher Logiker über die Insumtion manche Anklänge an die Involvenz; namentlich ist Diess bei Mill der Fall. Alles, was dieser Schriftsteller im dritten, vierten und fünften Kapitel des dritten Buches seines Systems der Logik über die Gleichförmigkeit im Gange der Naturgesetze und über das allgemeine Kausalgesetz sagt, ist, soweit es den Gang der Gesetze betrifft, ein Gegenstand der Involvenz und, soweit es die Kausalität betrifft, ein Gegenstand des Schlusses. Abgesehen von der aus völliger Unklarheit der Grundprinzipien entspringenden Verwirrung dieser Gegenstände der Involvenz und des Schlusses miteinander und mit der Insumtion, sowie mit der in §. 534 zu behandelnden Induktion, so haben wir schon in §. 524 den materiellen Inhalt der erwähnten Kapitel für durchaus falsch erklärt. Die letzteren Betrachtungen, durch welche wir die Hauptformen der Modalitätsgesetze mit Hülfe der Kausalität dargestellt haben, wird unsere dessfallsige Kritik bestätigen. Dieselben lassen nämlich deutlich erkennen, dass man allerdings jedes Gesetz ebenso gut mit Hülfe der Kausalität zwischen den darin herrschenden Ursachen und Wirkungen, als auch mit Hülfe der Inhärenz (der Akzidentien und Attribute) der sich ändernden Objekte bestimmen kann (gleichwie man mathematisch eine Kurve ebenso gut durch natürliche wie auch durch rechtwinklige Koordinaten darstellen kann), dass jedoch das Wesen des Gesetzes, um welches es sich handelt, weder in der Kausalität, noch in der Inhärenz (auch nicht in der Quantität und auch nicht in der Qualität), sondern lediglich in der Modalität oder in der Konditionalität oder Abhängigkeit beruht.

Die vorstehend nachgewiesene Konstanz, welche die erste Hauptform charakterisirt, die Gleichmässigkeit in der Änderung der Wirkung bei variirendem Subjekte, welche die zweite Hauptform charakterisirt, die Gleichmässigkeit in der Änderung der Kausalität bei variirendem Subjekte, welche die dritte Hauptform charakterisirt, die Gleichmässigkeit in der Änderung des Grundes bei variirendem Subjekte, welche die vierte Hauptform charakterisirt, die Gleichmässigkeit in der Änderung des Grundes vom Grunde, welche die fünfte Hauptform charakterisirt, diese Gleichmässigkeit der Relation eben ist eine Stufe in der Leiter der Modalität, nicht in der Leiter der Kausalität oder eines anderen Kategorems; auf ihr beruht das Wesen des betreffenden Gesetzes; sie stellt eine Bedingung dar, welche, wenn sie realisirt ist, dem allgemeinen Gesetze eine der fünf Hauptformen der Modalität verleiht.

Das, was wir Gleichmässigkeit nennen, entspricht dem mathematischen Begriffe der Proportionalität. Bei Mill trägt eine gleichmässige Änderung den Namen einer Gleichförmigkeit, welchen wir vermeiden müssen, da wir unter Gleichförmigkeit die gleichmässige Abweichung nach der Form der Kreislinie verstehen.

Nach Vorstehendem ist Gleichmässigkeit der Wirkung einer Ursache oder die Proportionalität zwischen Ursache und Wirkung das Kennzeichen der zweiten, dritten, vierten und fünften Hauptgesetzesform, jenachdem unter der Ursache und Wirkung Dinge verstanden werden, welche in ihrer Qualität immer höher hinaufrücken. Die Gleichmässigkeit bedingt also gewisse Hauptstufen des Gesetzes, also gewisse Spezialgesetze, nicht aber das generelle Wesen des Gesetzes. Alle zwischen den Hauptstufen liegenden Gesetze, welche die verschiedenen Klassen von Gesetzen ausmachen, beruhen entschieden nicht auf Gleichmässigkeit, sondern auf Ungleichmässigkeit. Eine Ellipse, eine Parabel, eine Hyperbel, eine Zykloide und unendlich viel gesetzliche Kurven sind weder gerade, noch kreisförmig, noch schraubenförmig, noch logarithmisch spiralförmig, also nicht gleichmässig geformt. Die unendlich überwiegende Mehrzahl der Gesetze beruht also auf der Negation der Gleichmässigkeit und dieser Gegensatz wird dadurch nicht beseitigt, dass man Ungleichmässigkeiten durch Gleichmässigkeiten zu messen oder zu bestimmen sucht (ähnlich wie man die Länge einer Kurve durch eine gerade Linie, die Krümmung einer Kurve in ihren verschiedenen Punkten durch die Krümmung von Kreisen, die Torsion einer Kurve in den einzelnen Punkten durch die Torsion von Schraubenlinien bestimmt), denn durch diese Messung wird die Verschiedenheit der zu messenden Grösse in den verschiedenen Stadien des Gesetzes, also die in Rede stehende Variabilität, resp. Ungleichmässigkeit nicht in eine Konstanz, resp. Gleichmässigkeit verwandelt.

§. 528.

Kombination mehrerer Koordinatensysteme.

Die logischen Koordinaten sind nach Vorstehendem die Begriffe, durch deren Verhalten gegeneinander oder Abhängigkeit voneinander ein Gesetz oder eine Modalität dargestellt wird. Sie spielen die Rolle von subjektiven Hülfsmitteln zur Erkenntniss eines objektiven Gesetzes. Wir haben gesehen, dass diese Koordinatensysteme in der Logik ebenso mannichfaltig sind, wie in der Mathematik, dass aber das darzustellende Gesetz in seiner Objektivität ganz unabhängig ist von den gewählten Hülfsmitteln und dass daher der unmittelbare Zusammenhang zwischen den Hülfsbegriffen ein ganz anderes Gesetz befolgen kann, als der Zusammenhang zwischen den Hauptbegriffen.

Ausser der Wahl zwischen den verschiedenen Koordinatensystemen steht aber auch die Kombinatien mehrerer derselben frei. Eine wichtige Kombination für die Logik ist die der rechtwinkligen mit den natürlichen Koordinaten. Die rechtwinkligen Koordinaten x, y stellen nach Fig. 1155 die Veränderung dar, welche das Objekt oder die Eigenschaft y bei der Variation des anderen Objektes oder des Attributes x erleidet: die natürlichen Koordinaten s, φ stellen die Veränderung dar, welche die Kausalität $\varphi = HDJ$ bei der Variation der Wirkung oder der effizirenden Thätigkeit $s = BCD$ erleidet. Bei den natürlichen Koordinaten erscheint also die in jedem Stadium sich äussernde Kausalität φ oder ihre Änderung $\partial\varphi = JDE$ als eine unmittelbare Wirkung der zuletzt erzeugten Thätigkeit oder vielmehr als eine unmittelbare Wirkung des Zuwachses $\partial s = DJ$,

welche diese Thätigkeit erleiden würde, wenn sie sich mit der im Stadium $s = BCD$ erlangten Kausalität φ, d. h. in der Richtung CDJ fortsetzte, oder mit anderen Worten, jede Kausalitätsänderung erscheint als eine unmittelbare Wirkung der letzten Wirkung CDJ.

Diese beiden Systeme kombiniren sich, wenn man die Kausalität φ oder ihre Änderung $\partial \varphi$ als eine mittelbare Wirkung eines in der Grundaxe OP variirenden Subjektes x oder einer Variation ∂x dieses Subjektes ansieht, was mathematisch die Aufstellung einer Funktion zwischen φ und x in der Form $\varphi = f(x)$ bedeutet.

Statt des in der Grundaxe OP variirenden Grundsubjektes x, welches sukzessiv die Erweiterungen $\partial x = OA$, AM, AN, NP erleidet, kann man auch ein Subjekt annehmen, welches sukzessiv sein Attribut $y = OB$ ändert, welches also nachundnach in die zur Grundaxe parallelen Linien CG, DH, EK einrückt und hierbei die Zuwachse ∂x von der Länge der eben bezeichneten Linienstücke erfährt. Diese Kombination bedeutet mathematisch die Herstellung der Funktion zwischen φ und der Ordinate y in der Form $\varphi = f(y)$.

Folgende Beispiele mögen zur Erläuterung dienen. Der Genuss verschiedener Substanzen bringt verschiedene Erscheinungen im menschlichen Körper hervor, welche theils von dem Stoffe, theils von der Quantität, theils von dem Aggregatzustande jener Substanzen, theils von dem Organe, welchem dieselben unmittelbar zugeführt werden, theils von der Konstitution des assimilirenden Körpers, theils von anderen Umständen abhängen. Die Abhängigkeit jener Erscheinungen, also die etwaige Sättigung, die Ernährung, die Schmerzen, die Aufregungen, die Zerstörungen u. s. w. von den Umständen, unter welchen sie erfolgen, bildet den Gegenstand des zu bestimmenden Gesetzes. Man kann jetzt unter x einen Stoff als das Grundsubjekt verstehen, welches mit seiner Quantität x eine Wirkung auf den menschlichen Körper zu äussern vermag oder welches mit den Zuständen dieses Körpers in einem gesetzlichen Kausalzusammenhange steht. Der Endpunkt M, M, N der verschiedenen Werthe, welcher x annehmen kann, mag in der Reihe aller möglichen Stoffe das Brod, den Wein, den Arsenik in grösseren und kleineren Mengen und in beliebigen Aggregatzuständen bezeichnen. Die in diesen Punkten errichteten Ordinaten $y = AC$, MD, NE mögen durch ihre Länge die verschiedenen Erscheinungen darstellen, welche mit der Assimilation jener Stoffe begleitet sind, und zwar in der Weise, dass diese Längen die Beschaffenheiten eines menschlichen Körpers, z. B. eine Fülle, einen Schmerz, eine Blässe anzeigen. Die Kurvenlänge $s = CD$, CE, CF repräsentirt eine effizirende Thätigkeit, also die besonderen Zustände, in welche der Lebensprozess versetzt wird, z. B. eine Ernährung, eine Störung, eine Lähmung. Diese Thätigkeit ist eine Wirkung, welcher die Kausalität $\varphi = GCD$, HDE, KEF des Grundsubjektes x entspricht und welche zu diesem Subjekte in der durch den Koeffizienten $e^{\varphi \sqrt{-1}}$ oder durch die Richtung CD, DE, EF dargestellten Relation steht. Die Punkte C, D, E vertreten die besonderen Umstände, unter welchen auf den Lebensprozess $CDEF$ eingewirkt wird oder die Ausgangspunkte dieser Wirkungen; sie können, als Organe des menschlichen Körpers, den

Magen, die Haut, das Blut vertreten. Wollte man die letzteren Organe als selbstständige Objekte auffassen, welche von den Wirkungen der Stoffe x getroffen werden und sodann als vermittelnde Subjekte die Wirkung dieser Stoffe fortpflanzen; so würden derartige Objekte durch die mit der Grundaxe parallel laufenden Linien CT, DU, EV, FW, denen als Attribute die Ordinaten $y = AC$, MD, NE, PF angehören, dargestellt sein. Solche Objekte stehen zu der effizirenden Thätigkeit s nicht vermöge ihrer Anfangspunkte C, D, E, F, sondern vermöge ihrer Richtung CT, DU, EV, FW, d. h. vermöge der ihnen zukommenden, mit dem Wesen des Grundsubjektes AP übereinstimmenden Kraft in der Relation φ, sie kommen also nicht einfach als Objekte, sondern als wirksame Ursachen in Betracht, welche eine chemilogische Affinität zu äussern vermögen: mit anderen Worten, wenn sich zeigt, dass die Zuführung der Stoffe x durch den Magen, die Haut, das Blut die Wirkung jener Stoffe beeinflusst; so muss geschlossen werden, dass diese Organe die Fähigkeit besitzen, einen chemilogischen Prozess herbeizuführen, welcher die Wirkung jener Stoffe verändert.

§. 529.

Rückblick auf die fünf Apobasen.

Die Definition, als erste Apobase, hat Merkmale zu Prämissen und stellt eine Erkenntniss durch Deckung unter dem Quantitätsgesetze dar. Das Urtheil, als zweite Apobase, hat Definitionen zu Prämissen und stellt eine Erkenntniss durch Vergleichung vermöge der Übereinstimmung von Eigenschaften unter dem Inhärenzgesetze dar. Der Schluss, als dritte Apobase, hat Urtheile zu Prämissen und stellt eine Erkenntniss durch Begründung auf dem Wege der Vermittlung unter dem Kausalitätsgesetze, also vermöge der Übereinstimmung in einer gemeinschaftlichen Relation dar; der Schlusssatz erscheint daher als ein begründetes Urtheil in der Formel A ist C, weil etc. Die Insumtion, als vierte Apobase, hat begründete oder Schlussurtheile zu Prämissen und stellt eine Erkenntniss der Zusammengehörigkeit unter dem Qualitäts- oder Abstraktionsgesetze durch Generalisation, also vermöge einer Gattungsgemeinschaft dar, sodass das Insumtionsresultat als ein generelles Urtheil (von höherer Qualität) erscheint. Die Involvenz, als fünfte Apobase, hat generalisirte oder Insumtionsurtheile zu Prämissen und stellt eine Erkenntniss der Abhängigkeit unter dem Modalitätsgesetze vermöge einer Gesetzesgemeinschaft dar, sodass das Involvenzresultat als ein bedingtes Urtheil erscheint.

Die arithmetischen Analogien dieser fünf Apobasen sind die folgenden. Die Definition entspricht der Werthbestimmung einer Grösse a durch quantitative Messungen. Das Urtheil entspricht der Gleichung $a = b$, welche auf der Gemeinschaft des Fortschrittswerthes oder Fundamentalwerthes der beiden Grössen a und b (ihres geometrischen Vektors) beruht, in Folge dessen $a - b = 0$ den Fortschritt vom Nullwerthe zum Werthe a und die Rückkehr durch den Werth b nach dem Nullpunkte anzeigt. Der Schluss entspricht der Elimination einer Unbekannten x (einer Vermittlungsgrösse) aus zwei Gleichungen, welche beide x enthalten und in einfachster Form $a = x$, $b = x$ sind. Die Insumtion entspricht der Auf-

stellung von allgemeinen Formeln, d. h. von Formeln mit Symbolen a, b, c, welche eine generelle Bedeutung haben (eine Operation, welche die Werthbestimmung von Grössen jedes beliebigen Gebietes aus den Dimensionen dieses Gebietes, also auch die Anwendung von Formeln mit einschliesst). Die Involvenz endlich entspricht der Funktionsbildung oder der Aufstellung eines Abhängigkeitsgesetzes $y = f(x)$ zwischen sich bedingenden Variabelen x, y.

Die geometrischen Analogien zu den fünf Apobasen sind diese. Der Definition entspricht die Deckung durch kongruente Grössen. Dem Urtheile entspricht das Treffen oder Zusammentreffen in einem gemeinschaftlichen Orte, welches die geschlossene Figur erzeugt. Dem Schlusse entspricht die Vermittlung durch Hülfskonstruktionen. Der Insumtion entspricht die Bestimmung der Grösseninhalte durch ihre Dimensionen, insbesondere durch ihre Grenzfiguren, z. B. einer Fläche durch ihre Seitenlinien oder durch ihre Eckpunkte. Der Involvenz entspricht die Bestimmung einer Figur durch ihre Koordinaten.

Es wäre mir lieb, den im ersten Theile dieses Werkes enthaltenen §. 234 über den mathematischen Prozess beseitigen zu können, da sich in jenem Paragraphen Grundoperationen und Prinzipaloperationen durchkreuzen, deren deutliche Unterscheidung ich erst einer späteren Erkenntniss verdanke.

Wie die Grundoperationen, so sind auch die Prinzipaloperationen ein Bestandtheil jeder Wissenschaft, also nicht bloss der Logik und der Mathematik, sondern auch der Naturwissenschaft. Hier nehmen sie eine der sinnlichen Erscheinung entsprechende Form an. Das Merkmal stellt sich in diesem Gebiete als ein Sinneseindruck dar und der Definition durch Merkmale entspricht physisch die Sinneserkenntniss durch übereinstimmende Eindrücke: das Auge definirt ein Objekt als ein rothes, wenn es erkennt, dass der Eindruck, welchen dieses Objekt macht, mit dem des Roth übereinstimmt. Das physische Urtheil beruht auf der Vergleichung des einen Objektes mit einem anderen, nicht, wie die Definition, auf der Übereinstimmung mit dem letzteren; das physische Urtheil unterscheidet also die Objekte voneinander. Ebenso unterscheiden wir vermöge des sinnlichen Urtheils die Theile einunddesselben Objektes voneinander, da jeder Theil eines Objektes selbst wieder ein für sich bestehendes Objekt ist, und wir erkennen kraft sinnlicher Beurtheilung die Theile eines Objektes als die ein Objekt bildenden Bestandtheile. Ein solches Urtheil liegt z. B. in der Wahrnehmung vor, dass jener Baum Blätter trägt, dass das Buch auf dem Tische liegt, dass jenes Haus eine Umgebung, einen Hintergrund hat. Das Zusammentreffen zweier verschiedenen Objekte an ihren Grenzen ist das Charakteristische im Urtheile, die Deckung des einen Objektes durch das andere ist das Charakteristische der Definition: die Ortsgemeinschaft charakterisirt also auch eine Eigenschaft oder Beschaffenheit (ein Akzidens und ein Attribut), die Quantitätsgemeinschaft dagegen ein Merkmal. Der Hintergrund, auf welchem ich das Objekt a sehe oder seine Umgebung b, welche mit ihm Ortsgemeinschaft auf der Grenze hat, bezeichnet hiernach einen möglichen Zustand des Objektes a, nicht das Objekt a selbst, ist also ein Akzidens von a und dient zu seiner physischen Beurtheilung. Die Farbe dagegen,

welche das Objekt a trägt, deckt das ganze Objekt, bezeichnet also ein Merkmal desselben (welches nicht nothwendig ein dauerndes, wesentliches, unveräusserliches zu sein braucht, sondern auch ein zufälliges sein kann).

Der physische Schluss, die physische Folgerung beruht auf mittelbarer Wahrnehmung oder auf Vermittelung der Wahrnehmung durch Zwischeneindrücke, Hülfsmittel u. s. w. Wenn ich vermöge der Ortsgemeinschaft an der Grenze durch das Auge das optische Urtheil bilde, das Glas steht auf dem Tische, ferner in derselben Weise, der Tisch steht in der Stube; so erzeugt ein physischer Schluss die Erkenntniss, dass sich das Glas in der Stube befindet. Unmittelbar ist diese Erkenntniss nicht zu gewinnen, da das Glas sich nicht unmittelbar auf die Zimmerwände projizirt, mit denselben also keine sinnliche Ortsgemeinschaft hat, diese Gemeinschaft vielmehr erst durch Vermittlung des Tisches erkannt wird. Die physische Insumtion lässt uns in einer Sinneserscheinung ein einer Gattung angehöriges Individuum erkennen. Indem wir ein aus rothen, grünen, braunen Bestandtheilen bestehendes Gesichtsobjekt für eine Rose erklären oder indem wir sagen, das ist eine Rose, sprechen wir eine physische Insumtion aus, da uns das Auge nur einen konkreten Gesichtseindruck, nicht die Gattung von Objekten vorführt, welcher wir jenes Objekt zusprechen. Aber auch die sinnliche Erkenntniss, dass eine Erscheinung ein Objekt, d. h. ein Individuum darstelle, dass z. B. alle Punkte eines Lichtbildes in unserem Auge, welche wir in ihrer unendlichen Menge durchaus nicht mit Bewusstsein sehen können, eine Zusammengehörigkeit bilden, welche wir vielleicht den Vesuv oder den Sokrates oder diese Rose nennen, ist lediglich das Resultat einer physischen Insumtion. Die physische Involvenz beruht in der Erkenntniss der Abhängigkeit der Erscheinungen, z. B. in der Erkenntniss, dass bei der Bewegung eines Menschen der Fuss mit dem Schenkel, das eine Bein nach dem anderen, der Arm in korrespondirenden Schwingungen mit dem Beine, der Kopf dagegen unabhängig sich bewegt.

Jede Wissenschaft hat ihre Apobasen, jede hat ihre Grundoperationen, jede hat ihre Thatsachen. Während die reinen Thatsachen, nämlich Diejenigen, welche dem Gebiete des ungeistigen Äussern ausschliesslich angehören, durch den Dienst der Sinne den oberen Geistesvermögen (dem Anschauungs- und Erkenntnissvermögen) zugetragen werden, also durch Vermittlung der Sinne in die Mathematik und Logik eintreten, alle nicht reinen Thatsachen aber, nämlich die spontan gegebenen oder fingirten mit Existenzen der Sinneswelt in unmittelbarem Zusammenhange oder als geistige Vorstellungen äusserer Objekte gedacht werden, vollziehen sich die Grundoperationen in allen Gebieten unter dem spezifischen Einflusse des Anschauungsvermögens oder bilden ein mathematisches Element in den Wissenschaften, wogegen die Apobasen in allen Gebieten unter dem Einflusse des Verstandes zur Geltung kommen oder einen logischen Bestandtheil darin ausmachen. Demzufolge tragen die Veränderungen der Thatsachen oder die thatsächlichen Veränderungen überall den Stempel der Möglichkeit, die Grundoperationen den der Wirklichkeit, die Apobasen den der Nothwendigkeit. Hiermit ist jedoch nicht gesagt, dass das Resultat einer Apobase ein apodiktisches Urtheil enthalte oder eine Nothwendigkeitsbeziehung zwischen Subjekt und Prädikat ausdrücke,

sondern nur, dass dieses Urtheil auf apodiktische Weise zu Stande gekommen sei oder dass es mit Nothwendigkeit bestehe, welches auch die Qualität seines Inhaltes sei. Demnach kann die Apobase sehr wohl ein wirkliches, ein mögliches, ein zufälliges, ja sogar ein fingirtes, ein falsches, ein unmögliches Urtheil enthalten. Die Prinzipaloperation mit den Prämissen vollzieht sich mit Nothwendigkeit; sie ist eine prinzipielle: die Qualität der Prämissen und des Endresultates kömmt dabei nicht in Betracht. Man definirt durch Merkmale, man urtheilt aus Definitionen, man schliesst aus Vorder- und Hintersatz, aber mit Nothwendigkeit. So folgt, wenn a wirklich gleich b und b wirklich gleich c ist, mit Nothwendigkeit, dass a wirklich gleich c ist. Ebenso folgt daraus, wenn a möglicherweise gleich b und b wirklich gleich c ist, mit Nothwendigkeit, dass a möglicherweise gleich c ist. Wenn a unmöglich gleich b und b wirklich gleich c ist; so folgt mit Nothwendigkeit, dass a unmöglich gleich c ist. Wenn a nothwendig gleich b und b wirklich gleich c ist, so folgt mit Nothwendigkeit, dass a nothwendig gleich c ist.

Die Nothwendigkeit des Bestehens des Resultates eines logischen Prozesses bedingt die Unmöglichkeit des Nichtbestehens desselben. Wenn vermöge eines Schlusses, also mit Nothwendigkeit folgt, dass $a = b$ ist; so ist es unmöglich, dass a nicht gleich b sei. Wenn a gleich b sein muss, kann nicht a verschieden von b sein: denn nothwendig ist Das, was nicht anders sein kann. Wäre a und b nur vermöge einer unmittelbaren Beobachtung oder vermöge der Thatsache der Gemeinschaft ihrer Endpunkte einander gleich; so könnte man nicht behaupten, dass a unmöglich von b verschieden sei, sondern nur, dass es thatsächlich davon verschieden sei: wäre dagegen a und b vermöge ihrer Definitionen und wegen der Gemeinschaft ihrer Endpunkte, also auf Grund einer logischen Operation und Erkenntniss einander gleich; so müssen sie einander gleich und können nicht ungleich sein.

Die Nothwendigkeit der logischen Apobase betrifft natürlich das in derselben ausgesprochene Gesammtresultat, nicht die einzelnen Partikularfälle, welche in einem solchen Resultate zuweilen liegen und welche nur Möglichkeiten desselben darstellen (§. 516). So ergiebt sich z. B. aus den Prämissen, kein Mensch ist ein Adler, jeder Adler hat einen Kopf, mit Nothwendigkeit der Schlusssatz, einige mit einem Kopfe versehenen Geschöpfe sind keine Menschen. In diesem Satze liegen drei mögliche Fälle: entweder hat kein Mensch einen Kopf, oder manche Menschen haben einen Kopf, oder jeder Mensch hat einen Kopf. Der letzte Fall ist nun zwar der thatsächlich richtige: er folgt aber aus den Prämissen nicht mit Nothwendigkeit, sondern stellt nur eine logische Möglichkeit dar.

§. 530.

Die Wahrheit im logischen Prozesse.

Über die Wahrheit im logischen Prozesse, d. h. über die Richtigkeit stellen wir noch folgende Betrachtungen an. Wir haben gesehen, dass richtige Prämissen einer Definition, eines Urtheils, eines Schlusses, einer Insumtion und einer Involvenz bei richtiger Ausführung der Operation

ein richtiges Resultat liefern. Da die Deduktion oder der allgemeine logische Prozess eine Reihenfolge von Apobasen ist, bei welcher das Resultat einer vorhergehenden Apobase zur Prämisse einer späteren wird; so leuchtet der Satz ein,

1) dass richtige Sätze bei richtiger Verknüpfung durch logischen Prozess oder dass richtige Deduktionen aus richtigen Sätzen ein richtiges Resultat liefern.

Hieraus entspringt sofort der Satz

2) dass wenn eine Deduktion ein unrichtiges Resultat ergiebt, sich mindestens ein Fehler, sei es ein fehlerhafter Satz, sei es eine fehlerhafte Operation, darin befinden muss.

Um ein anschauliches Bild von dem Wesen der Richtigkeit und der Unrichtigkeit (Fehlerhaftigkeit) zu geben, beziehen wir uns auf die Fig. 1257. Die Richtigkeit des Satzes A kann als das Liegen seiner Fälle innerhalb des Flächenraumes A, welcher einen bestimmten Theil der allgemeinen Richtigkeitssphäre A' ausmacht, angesehen werden. Der von A' ausgeschlossene Raum ist die Unrichtigkeitssphäre. Eine bestimmte Unrichtigkeit ist das Liegen in einem bestimmten Theile B der Unrichtigkeitssphäre. Der Raum B' bezeichnet zugleich eine eventuelle Richtigkeitssphäre, d. h. ein Gebiet, welches eine Richtigkeitssphäre sein würde, wenn der eben erwähnte Fehler kein Fehler, sondern eine Wahrheit wäre. Die wirkliche und die eventuelle Richtigkeitssphäre A' und B' können sich möglicherweise schneiden, jedoch nur dann, wenn die logischen Resultate A und B nicht in ihrer Totalität, in welcher sie mit Nothwendigkeit bestehen, sondern in solchen Partikularitäten genommen werden, in welchen sie nur möglicherweise bestehen. Die Sphären der nothwendigen Richtigkeits- und Unrichtigkeitsgebiete A' und B' schneiden sich nie. Auch findet niemals ein Schneiden der mathematischen Richtigkeits- und Unrichtigkeitssphären statt, weil für diese die nothwendige und die mögliche Richtigkeit zusammenfällt. Einen Fehler begehen oder fehlerhaft operiren, heisst, aus einer gewissen Richtigkeitssphäre A' hinaustreten. Einen bestimmten Fehler begehen, bedeutet, aus dem Gebiete A' in ein bestimmtes äusseres Gebiet B hinaustreten.

Wenn mit einem fehlerhaften Satze richtig operirt wird, verbleibt das Resultat innerhalb der eventuellen Richtigkeitssphäre B', also im Allgemeinen ausserhalb der Sphäre A', nur unter besonderen Umständen und wenn die beiden Sphären A' und B' sich schneiden, ist es möglich, dass ein Eintritt in die Sphäre A' erfolgt. Wenn mit einem falschen Resultate fehlerhaft operirt wird, erfolgt der Austritt aus der Sphäre B', etwa in den Raum C. Bei letzterer Operation ist es möglich, in die Sphäre A', welche richtige Resultate enthält, zu gelangen. Diess wird sicher geschehen, wenn der zweite Fehler zu dem ersten in einem bestimmten und zwar in solchem Verhältnisse steht, dass er den ersten aufhebt. Wenn die Fehler bekannt sind, sind sie keine absoluten Fehler, keine Irrthümer, weil ihnen alsdann Rechnung getragen wird: mit bekannten Fehlern lässt sich wie mit richtigen Sätzen operiren. Der eigentliche Fehler ist etwas Unbekanntes und Unbestimmtes. Demzufolge ist das Eintreten in die richtige Sphäre A' beim Austreten aus der

Sphäre B' nur eine Möglichkeit, keine Gewissheit: die Richtigkeit einer mit Fehlern behafteten Deduktion ist daher eine zufällige.

Wie der zweite Fehler aus der Sphäre B' allgemein in eine andere Unrichtigkeitssphäre C' führt; so führt ein dritter Fehler in eine neue Unrichtigkeitssphäre D', kann aber durch Zufall auch in die Richtigkeitssphäre A' führen.

Die vorstehende Darstellung veranschaulicht folgende Sätze.

3) Ein einziger Fehler in einer logischen Deduktion liefert ein Resultat, welches von dem nothwendig richtigen abweicht, unter Umständen jedoch mit einem zufällig richtigen übereinstimmt.

4) Ein einziger Fehler in einer mathematischen Deduktion liefert immer ein unrichtiges Resultat.

5) Ein Fehler in einer Deduktion veranlasst eine Fehlerhaftigkeit des Resultates innerhalb einer dem Fehler entsprechenden Sphäre.

6) Zwei und mehr Fehler können sich möglicherweise aufheben und ein thatsächlich, aber nicht nothwendig richtiges Resultat liefern: die Aufhebung der Fehler setzt eine bestimmte Beziehung zwischen ihnen voraus.

Unter dem nothwendig richtigen Resultate verstehen wir in den Sätzen 3 und 6 dasjenige Resultat, welches sich aus den fehlerfreien Prämissen logisch ergeben würde. So ergiebt in Anwendung des Satzes 3 das Beispiel, jeder Mensch ist ein Adler, jeder Adler hat einen Kopf, folglich hat jeder Mensch einen Kopf, ein richtiges Resultat, obwohl sich ein Fehler und zwar nur ein einziger Fehler, nämlich die falsche erste Prämisse darin befindet. Obgleich dieses Resultat allgemeine Gültigkeit hat und die Beziehung des Menschen zum Kopfe vollständig umfasst; so ist diese allgemeine Gültigkeit doch nur eine zufällige, nicht eine nothwendige, denn das Resultat stimmt durchaus nicht mit demjenigen überein, welches sich aus richtigen Prämissen mit Nothwendigkeit ergiebt. Die richtige Prämisse würde nämlich lauten, kein Mensch ist ein Adler, und aus dieser und der zweiten Prämisse ergiebt sich das nothwendige Urtheil, einige Köpfe kommen nicht den Menschen zu, welches mit dem vorstehenden durchaus nicht übereinstimmt, wohl aber dasselbe als eine mögliche Spezialität mit umfasst.

§. 531.
Deduktion und Beweis.

Deduktion ist Herstellung des Resultates gegebener Operationen mit gegebenen Prämissen (Ableitung von Wahrheiten aus Wahrheiten). Beweis ist Aufstellung (Zusammenstellung) der Prämissen und Operationen, welche ein gegebenes Resultat hervorbringen. Induktion ist Aufsuchung der Prämissen und Operationen, welche ein als Thatsache gegebenes Resultat hervorbringen. Im Beweise erkennen wir, in der Induktion finden wir. Die Induktion involvirt selbstredend auch das Verfahren, einen Beweis zu finden: sie ist, wie schon früher erwähnt, keine Funktion des reinen Verstandes, sondern vollzieht sich unter der Mitwirkung der Einbildungskraft. Wir werden sie später genauer betrachten: für jetzt beschäftigt uns der Beweis oder die Demonstration, welche die Richtigkeit eines gegebenen Satzes durch die Zurückführung desselben auf richtige Prämissen

zur Erkenntniss bringt, ohne sich um das Verfahren zu kümmern, wie diese Prämissen zu finden sind.

Unsere gegenwärtige Untersuchung bezweckt die Bezeichnung der Kriterien eines gültigen Beweises. An die Spitze derselben stellen wir den Satz:

1) Der Beweis muss zu Prämissen zurückführen, welche selbst keines Beweises bedürftig, also vollkommen evident sind. Diess sind die Grundsätze der Wissenschaft. Im Gebiete der Thatsachen spielen unleugbare Thatsachen die Rolle von Grundsätzen.

Von den Grundsätzen werden wir in §. 533 handeln. Indem wir hier bloss das System einer beweiskräftigen Deduktion im Auge haben, sagen wir weiter:

2) Ein durch Grundsätze bewiesener Satz, ein Lehrsatz, ist eine zulässige Prämisse eines Beweises: es genügt also die Zurückführung auf Lehrsätze, indem Diess die Zurückführung auf Grundsätze involvirt.

3) Die Deduktion aus richtigen Prämissen durch richtige Operationen enthält den Beweis für das sich ergebende Resultat. Diese Beweisführung, welche aus richtigen Prämissen durch Deduktion unmittelbar das Resultat erzeugt, ist der sogenannte direkte Beweis, welcher in dieser Form als eine Ableitung eines richtigen Resultates aus richtigen Sätzen erscheint.

4) Wenn ein deduktives Beweisverfahren zu einem unrichtigen Satze führt; so muss nothwendig ein Fehler oder ein falscher Satz in jenem Verfahren liegen: wenn also alle Operationen in jenem Verfahren richtig ausgeführt und alle darin verflochtenen Sätze bis auf einen nachweisbar richtig sind, dieser letztere Satz aber auf einer Annahme beruht; so muss er falsch sein.

Dieser Satz beweis't die Unrichtigkeit einer Behauptung.

5) Das Verfahren, welches die Unrichtigkeit eines Satzes beweis't, bewei'st die Richtigkeit des Gegensatzes. Wenn bewiesen ist, dass die Gleichung $a = b$ unrichtig oder dass a nicht gleich b ist; so ist damit bewiesen, dass a verschieden von b ist. Wenn bewiesen ist, dass a nicht verschieden von b ist; so ist damit bewiesen, dass a gleich b ist.

Der Beweis der Unrichtigkeit eines Satzes ist seine Widerlegung.

6) Lässt sich also, um das Urtheil $a = b$ zu beweisen, zeigen, dass das Gegentheil, d. h. derjenige Satz, welcher besteht, wenn jenes Urtheil nicht besteht, bei richtiger Deduktion zu einem falschen Satze führt; so ist damit das Urtheil $a = b$ bewiesen. Dieses Verfahren bildet den sogenannten indirekten oder apagogischen Beweis oder den Beweis aus dem Gegentheile.

Um den letzteren Beweis zu führen, kömmt es darauf an, nachzuweisen, dass ein Endresultat falsch sei. Dieser Beweis ist erbracht, sobald ein erhaltenes Resultat mit einem bereits bewiesenen Satze im Widerspruche steht. Die Auffindung eines solchen Widerspruches mit einem bereits bewiesenen Satze ist nur eine Abkürzung des Erkenntnissweges, auf welchen es eigentlich ankömmt: der wahre Entscheidungsweg endigt bei einem Grundsatze; der indirekte Beweis verlangt also den Nachweis eines Widerspruches mit einem Grundsatze. Ein solcher Widerspruch ist Absurdität. Da der Grundsatz nicht einfach wirklich gilt,

sondern nothwendig gilt; so bezeichnet die Absurdität nicht eine einfache Unrichtigkeit, sondern eine Unmöglichkeit. Der indirekte Beweis muss also zeigen, dass das Gegentheil des zu beweisenden Satzes unmöglich ist.

Der logische Schluss bedingt nicht den Rückschluss und überhaupt bedingt keine direkte Prinzipaloperation die indirekte Operation, wie wir weiter oben gezeigt haben; demnach bedingt allgemein die logische Deduktion nicht die umgekehrte Operation, welche man die logische Reduktion nennen könnte. Hieraus folgt

7) Wenn eine Behauptung durch richtige Deduktion zu einem falschen Urtheile führt; so ist sie nach Satz 4 falsch: wenn sie aber zu einem nachweislich richtigen Urtheile führt; so ist damit nicht der Beweis ihrer Richtigkeit geliefert. Wohl kann man aber in diesem Falle schliessen, dass die Behauptung möglich sei.

8) Bei mathematischer Deduktion (welche die Reduktion bedingt) beweis't jedoch die Ableitung eines richtigen Satzes aus dem gegebenen Satze die Richtigkeit des letzteren. Kann man also aus einem mathematischen Satze durch Ableitung Grundsätze herstellen; so ist damit jener Satz bewiesen, weil man nun auch von diesen Grundsätzen durch die umgekehrten Operationen den gegebenen Satz ableiten kann. Man könnte dieses Verfahren, welches jedoch nur in der Mathematik zulässig ist, den Beweis durch Reduktion nennen.

Wäre z. B. die Behauptung ausgesprochen, dass $5 \times 7 = 35$ sei; so müsste, wenn beiderseits mit 7 dividirt wird $\frac{5 . 7}{7}$ oder 5 gleich $\frac{35}{7}$ sein. Nun ist in der That, wenn die Division von 7 in 35 ausgeführt wird, $\frac{35}{7} = 5$; es müsste also $5 = 5$ sein. Letzteres ist wirklich und zwar grundsätzlich der Fall, da jede Grösse sich selbst gleich ist. Die Zurückführung auf diese Wahrheit beweis't also die Richtigkeit der Behauptung.

Die sogenannte Probe einer mathematischen Rechnung ist nichts Anderes, als der Beweis der Richtigkeit des Rechnungsresultates durch Reduktion.

9) Wenn deduzirt werden kann, dass ein Satz, welcher mit irgend einem Satze X in einer bestimmten Beziehung steht, richtig ist, und wenn zugleich konstatirt werden kann, dass der gegebene Satz A mit jenem Satze X in der fraglichen Beziehung steht; so ist damit die Richtigkeit des Satzes A erwiesen. Dieses Verfahren könnte man den Beweis durch Relation, auch durch Vermittlung nennen.

Ein Beispiel hierzu ist die Behauptung, dass Friedrich II. den siebenjährigen Krieg führte. Diese Behauptung ist erwiesen, wenn dargethan wird, dass der Thronfolger von Friedrich Wilhelm I. jenen Krieg führte und dass Friedrich II. dieser Thronfolger war.

Der nach 6 geführte indirekte Beweis setzt das Gegentheil des zu beweisenden Satzes A als Prämisse und deduzirt daraus einen Widerspruch. Wenn man aber anerkannt wahre Sätze zu Prämissen nimmt und auf direktem Wege das Resultat deduzirt, dass das Gegentheil von A nicht bestehe; so liegt kein eigentlicher indirekter, sondern ein Beweis durch

Relation vor. Denn wenn das Gegentheil von A nicht besteht; so besteht das Gegentheil vom Gegentheile: nun ist aber A das Gegentheil von seinem Gegentheile; folglich besteht der Satz A.

Wenn der zu beweisende Satz in mehrere Fälle zerfällt; so muss der Beweis sich auf sämmtliche Fälle erstrecken, darf sich jedoch nicht auf Fälle erstrecken, welche von jenem Satze ausgeschlossen sind, weil der Satz für das ausgeschlossene Gebiet ungültig ist. Ist also der zu beweisende Satz richtig;

10) so ist der Beweis, der zuviel beweis't (d. h. der die von dem gegebenen Satze ausgeschlossenen Fälle beweis't), ein falscher Beweis, mithin überhaupt kein Beweis; derselbe beweis't also auch nicht, dass der gegebene Satz für eine geringere Zahl von Fällen gilt.

Wäre z. B. die Behauptung aufgestellt, nur der Mensch habe Verstand, und führte der Beweis zu der Erkenntniss, dass die Individuen A, B, C Verstand haben, wovon jedoch C ein Elephant ist; so muss der Beweis falsch sein, und demnach beweis't derselbe auch nicht, dass überhaupt ein Mensch Verstand habe.

Der Begriff des Zuviel darf nicht missverstanden werden. Derselbe muss das von dem gegebenen Satze gegentheilig oder gegensätzlich Ausgeschlossene treffen: träfe er nur ein quantitativ Weiteres, welches den gegebenen Satz einschliesst; so ist durch den Beweis, welcher den erweiterten Satz beweis't, nicht ein Zuviel, sondern mehr als nöthig, mithin der gegebene Satz gewiss bewiesen. So würde z. B. die Behauptung, der Mensch hat Verstand, sicher bewiesen, wenn erwiesen wird, dass das animalische Wesen Verstand hat, weil das letztere Wesen den Menschen quantitativ einschliesst.

Der Beweis, welcher quantitativ zu wenig beweis't, beweis't eine Partikularität des Ganzen, ist also für diese Partikularität richtig, für das Ganze aber unzulänglich, lässt den zu beweisenden Satz aber als eine Möglichkeit zu. Wenn z. B. zum Nachweise, dass der Mensch sterblich sei, dargethan wird, dass alle bisher geborenen Menschen gestorben sind; so ist damit nicht der gegebene Satz, sondern nur ein Theil desselben erwiesen.

Wird das Zuwenig nicht quantitativ, sondern im generellen Sinne der Unzulänglichkeit verstanden; so ist der Beweis, welcher zu wenig beweis't, ein unzutreffender, also überhaupt kein Beweis.

11) Wenn ein Beweis von gewissen Merkmalen oder Eigenschaften oder Relationen unabhängig ist; so gilt er für alle Fälle, welche sich nur durch den Werth jener Merkmale unterscheiden. Man könnte diesen Beweis den Beweis durch Insumtion nennen.

Wenn z. B. der Beweis eines Lehrsatzes über ein Dreieck von der Grösse seiner Seiten und Winkel unabhängig ist; so gilt er allgemein für jedes Dreieck. Wenn der Beweis des binomischen Lehrsatzes so geführt wird, dass er von dem speziellen Werthe des Exponenten n unabhängig ist; so gilt er für alle Potenzen. Wenn ein Satz über den Menschen, z. B. seine Sterblichkeit, von der Individualität desselben unabhängig ist, gilt er für alle Menschen.

Insofern die Veränderung der Merkmale eine Veränderung der Dimensität, des Grades oder der Qualität ist, würde ich das Verfahren einen

Beweis durch Analogie nennen. Wenn z. B. ein Satz arithmetisch für Grössen von der Qualität λ^n erwiesen und von dieser Qualität unabhängig ist; so gilt er für alle Grössenarten, für Raumgrössen, Zeitgrössen, Kräfte u. s. w.

Man sieht, durch Konstatirung der Unabhängigkeit eines Satzes von gewissen Merkmalen können viele generellen Sätze, also auch Prinzipien bewiesen werden, und die Meinung der Logiker, dass die Erkenntniss der Wahrheit der Prinzipien nicht ohne den indirekten Beweis 6 zu gewinnen sei (cfr. Ueberweg, §. 135, S. 398), scheint mir nicht begründet zu sein. Das auf S. 399 von Ueberweg vorgeführte Beispiel des Beweises, dass das Differential nicht als feste, sondern als fliessende Grösse zu denken sei, verfehlt meines Erachtens den Zweck. Dieser Satz kann ganz direkt bewiesen werden, oder vielmehr er bedarf gar keines Beweises, weil derselbe schon in der richtig verstandenen Bedeutung des Differentials als unendlich kleine Grösse liegt. Will man aber dessenungeachtet noch der Form genügen; so kann man so deduziren. Das Unendliche (unendlich Grosse) ist, wie diess Wort sagt, das, was kein Ende, keine Grenze, also auch keine Bestimmtheit hat; es ist also nicht bloss grösser, als alles Bestimmte, sondern es ist überhaupt unbestimmt, unfest oder fliessend, insofern man das Wort fliessend als synonym mit unfest gebrauchen will. Wenn nun das unendlich Grosse ∞ unfest ist; so ist auch der unendlich kleine Theil der Einheit $\frac{1}{\infty} = \partial x$ oder das unendlich Kleine oder das Differential, welches in seinem Verhältnisse zur Einheit nur den durch Zerlegung in eine unendlich grosse Zahl von Theilen sich ergebenden Theil darstellt, ebenfalls unbestimmt, unfest, fliessend.

12) Wenn gezeigt werden kann, dass ein Satz, falls er für irgend einen beliebigen Fall richtig sei, auch für den nächst folgenden Fall einer bestimmten Reihe gültig ist; so ist damit die allgemeine Gültigkeit des Satzes für alle möglichen Fälle bewiesen, sobald noch dargethan wird, dass er für einen einzigen konkreten Fall jener Reihe richtig ist.

Dieses Verfahren, welches man den Beweis durch Induktion nennt, welches aber nach unserer Terminologie ein Beweis durch Insumtion ist, findet in der Mathematik häufig Anwendung durch den Schluss vom Zeiger n auf den Zeiger $n + 1$. Wird z. B. gezeigt, dass wenn der binomische Lehrsatz für irgend einen positiven ganzen Exponenten n gilt, er auch für den nächst höheren ganzen Exponenten $n + 1$ gilt; so ist dieser Lehrsatz allgemein für positive ganze Exponenten gültig, sobald noch dargethan wird, dass er für einen einzigen konkreten Fall gilt, was für $n = 1$ in der Thatsache $(a + b)^1 = 1 . a + 1 . b$ geschieht.

Es ist durchaus nicht nöthig, dass die Reihe von Fällen, um die es sich handelt, eine diskrete, z. B. die Reihe der ganzen Zahlen sei: es kann auch eine stetige Reihe sein, bei welcher also ein nächster Fall sich von dem vorhergehenden durch eine unendlich kleine Änderung des betreffenden Merkmals unterscheidet. Als Beispiel diene der Beweis der Formel $F = \pi r^2$ für den Flächeninhalt des Kreises. Angenommen, diese Formel sei für einen beliebigen Werth des Radius r richtig; so wird für den nächstfolgenden Kreis, nämlich für den Kreis, dessen Radius

nur um den unendlich geringen Betrag $\triangle r$ grösser ist als r der Inhalt $F + \triangle F$ um eine Ringfläche grösser sein, deren innerer Umfang $2\pi r$, deren äusserer Umfang $2\pi(r + \triangle r)$ und deren Breite $\triangle r$ ist, deren Inhalt also $\frac{1}{2} \cdot 2\pi(r + r + \triangle r) \triangle r = 2\pi r \triangle r + \pi(\triangle r)^2$ ist. Hiernach hat man $F + \triangle F = \pi r^2 + 2\pi r \triangle r + \pi(\triangle r)^2 = \pi(r + \triangle r)^2$. Der Satz gilt also auch für den nächsten Fall, wenn er für den vorhergehenden gilt. Nun bestätigt er sich aber für den allerersten Fall oder für $r = 0$; mithin gilt er allgemein oder ist eine richtige Formel zur Berechnung des Kreisinhaltes.

Als zweites Beispiel führen wir folgendes an. Angenommen, die Parabelfläche F für die Koordinaten x, y habe die Grösse von $\frac{2}{3}$ des über x und y entworfenen Rechteckes, es sei also $F = \frac{2}{3} xy$; so vergrössert sich bei dem Wachsthume der Koordinaten um die unendlich kleinen Inkremente $\triangle x$, $\triangle y$ jene Fläche um einen Streifen von der Breite $\triangle x$, welcher an der einen Seite die Höhe y, an der anderen die Höhe $y + \triangle y$, also den Inhalt $\frac{1}{2} \triangle x(2y + \triangle y)$ hat. Die vergrösserte Fläche ist hiernach $F + \triangle F = \frac{2}{3} xy + \frac{1}{2} \triangle x(2y + \triangle y) = \frac{2}{3}(xy + \frac{3}{2} y \triangle x + \frac{3}{4} \triangle x \triangle y)$. Nach der Gleichung der Parabel $y = \sqrt{px}$ ist $\triangle y = \frac{1}{2} \triangle x \sqrt{\frac{p}{x}} + X = \frac{y \triangle x}{2x} + X$ und demnach $\frac{1}{2} y \triangle x = x \triangle y - xX$, worin X eine Grösse darstellt, welche nicht bloss unendlich klein, sondern ein unendlich kleiner Theil der unendlich kleinen Grösse $\triangle x$ ist, oder kurz. Indem man jetzt $\frac{3}{2} y \triangle x = y \triangle x + \frac{1}{2} y \triangle x = y \triangle x + x \triangle y - xX$ setzt, wird der Ausdruck der grösseren Parabelfläche $F + \triangle F = \frac{2}{3}(xy + y \triangle x + x \triangle y - z \triangle x \triangle y)$ worin z einen endlichen Werth hat. Dieser Ausdruck ist $= \frac{2}{3}(x + \triangle x)(y + \triangle y) - z' \triangle x \triangle y$, unterscheidet sich also von $\frac{2}{3}(x + \triangle x)(y + \triangle y)$ durch einen Werth, welcher nicht bloss unendlich klein gegen F, sondern auch unendlich klein gegen $\triangle F$ ist und mithin bei genugsamer Verkleinerung von $\triangle F$ verschwindet. Demnach ist auch die nächstfolgende Parabelfläche gleich $\frac{2}{3}$ des Rechteckes der Koordinaten, insofern die vorhergehende Fläche es ist. Nun hat man aber in der That für die allererste Fläche oder für $x = 0$, $y = 0$ $F = 0 = \frac{2}{3} \cdot 0 \cdot 0$; das Gesetz gilt also allgemein für die Parabelfläche.

13) Wenn jede denkbar mögliche Konsequenz eines Satzes richtig ist; so ist der Satz selbst richtig: die Konstatirung der Richtigkeit aller jener Konsequenzen beweis't mithin die Richtigkeit des Satzes. Diese Konstatirung würden wir einen Beweis durch Involvenz nennen.

Wenn der in Rede stehende Satz nur für ein bestimmtes Gebiet von Fällen gelten soll, so beschränken sich natürlich die in Frage kommenden möglichen Konsequenzen auf das gegebene Gebiet. Beispielsweise handelt es sich, wenn der gegebene Satz die Beziehung der Ordinate y einer ebenen Kurve zu der Abszisse x ausdrücken soll, lediglich um die möglichen Veränderungen, welche die Grösse x in der reellen Zahlenreihe erleiden kann. Wüsste man also, dass die Veränderungen der vom Scheitel und von der Axe aus genommenen Koordinaten der Parabel in der Beziehung $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{y}{x}$ zueinander ständen; so würde

die Formel $y = \sqrt{px}$ wirklich eine Parabel darstellen, wenn gezeigt wird, dass sich jene Beziehung für jede möglichen Werthe von x erfüllt, was sie in der That thut.

Wollte man dagegen beweisen, dass der Lichtstrahl auf einer transversalen Undulation des Äthers beruhte und dass seine Farbe durch die Schwingungszahl bedingt wäre; so käme eine viel weitere Möglichkeitssphäre in Betracht. Zunächst die Möglichkeit eines ponderabelen Mediums, dann die Möglichkeit einer Emanation statt der Undulation, dann die Möglichkeit einer longitudinalen Schwingung, dann die Möglichkeit eines beliebigen anderen Bewegungszustandes, dann die Möglichkeit einer Abhängigkeit von Affinitätskräften u. s. w. Der Nachweis der Übereinstimmung aller möglichen Konsequenzen der Behauptung mit der Wirklichkeit wird umso schwieriger, je allgemeiner das Möglichkeitsgebiet wird. Der Gültigkeit des Satzes über die Beweiskräftigkeit des bezeichneten Verfahrens thut Diess keinen Abbruch.

Wenn man unter einer Hypothese schlechthin eine als wahr angenommene, jedoch beweisbedürftige Behauptung versteht, kann dieselbe je nach ihrer Natur bald durch das eine, bald durch das andere der vorstehend bezeichneten Verfahren bewiesen werden. Diejenigen Hypothesen, welche ein Gesetz, d. h. ein Abhängigkeitsgesetz annehmen, sind vorzugsweise auf den Beweis 13 durch Involvenz angewiesen. Unter manchen Umständen, namentlich bei den naturwissenschaftlichen Hypothesen und überall da, wo es sich um den Beweis durch Thatsachen handelt, erfordert das letztere Verfahren eine Bestätigung durch unendlich viel Thatsachen. Da eine solche Bestätigung unausführbar ist; so wird durch diese Bestätigungen meistens nur die Möglichkeit der Hypothese dargethan werden können. Nicht die Zahl solcher Bestätigungen, sondern die Weite des durch die Bestätigungen gedeckten Theiles der Möglichkeitssphäre, welche durch die Zahl der Beobachtungen und durch die Länge der Beobachtungsreihen zuweilen, aber nicht immer wesentlich vergrössert wird, bedingt durch ihr Verhältniss zur gesammten Möglichkeitssphäre die Wahrscheinlichkeit der Hypothese.

Die Konstatirung der Wahrheit aller möglichen Konsequenzen einer Hypothese ist Dasselbe wie die Erklärung aller möglichen dem Gebiete des betreffenden Gesetzes angehörigen Erscheinungen durch jene Hypothese.

14) Eine Hypothese ist also richtig, wenn sie alle möglichen ihrem Gesetze angehörigen Erscheinungen unter Zuhülfenahme anerkannt richtiger Sätze, jedoch ohne Zuhülfenahme unerwiesener Hypothesen erklärt.

Folgende Sätze sind ein unmittelbarer Ausfluss der obigen Sätze.

15) Wenn die Hypothese auf einen unwahren Satz oder auf ein mit der Wirklichkeit nicht übereinstimmendes Resultat führt, ist sie falsch.

16) Wenn ein wahrer, mit der Wirklichkeit übereinstimmender Satz gefunden werden kann, welcher nur möglich ist, insofern die Hypothese gilt; so ist die Hypothese richtig.

17) Wenn jede mögliche andere Hypothese ein falsches Resultat erzeugt oder wenn die von der Hypothese gegensätzlich ausgeschlossene Annahme auf ein falsches Resultat führt; so ist die Hypothese richtig.

Die Anwendung einer reinen Wissenschaft auf irgend ein Gebiet von thatsächlichen Erscheinungen, also die praktische Wissenschaft erfordert Hypothesen über den gesetzlichen Zusammenhang der Thatsachen mit den reinen Gesetzen des Geistes. Die deduktive und induktive Ausführung dieser Hypothesen liefert die Theorie der fraglichen Erscheinungen.

18) Aus erwiesenen Gesetzen können andere Gesetze durch direkte logische Operationen ohne einer weiteren Bestätigung zu bedürfen, abgeleitet werden. Wenn es z. B. feststeht, dass eine Erscheinungsreihe durch das Gesetz der geraden Linie oder durch die Gleichung $y = a + bx$ dargestellt wird und durch zwei Thatsachen der Werth der beiden Koeffizienten a und b, also die spezielle Richtung und Lage der geraden Linie konstatirt ist; so ist dieses spezielle Gesetz richtig, ohne einer Bestätigung für beliebige Werthe von x und y zu bedürfen.

Wir schliessen mit folgenden allgemeinen Sätzen über das Beweisverfahren.

19) Wenn Dasjenige, was bewiesen werden soll, oder Etwas, das aus dem zu beweisenden Satze erst folgt, als eine wahre Prämisse vorausgesetzt wird (petitio principii) hat der Beweis keine bindende Kraft. Das Nämliche findet statt, wenn der zu beweisende Satz mit Hülfe von Sätzen bewiesen wird, welche selbst erst durch ihn erwiesen werden (Zirkelbeweis).

20) Im Übrigen ist es zulässig, an jeder Stelle einer Entwicklung richtige Sätze einzuflechten.

21) Die Richtigkeit eines Satzes ist unabhängig von der speziellen Form seiner Begründung oder seines Beweises.

§. 532.

Die Postulate.

Die Funktion des Verstandes besteht in der Erkenntniss, nicht in der Ausführung, Herstellung oder Erzeugung. Der Verstand erkennt die Grundeigenschaften, also auch die Objekte, mit welchen operirt wird, den Operand, den Operator, das Operat, er erkennt auch das Wesen, das Ziel, den Effekt einer Operation; er vollführt jedoch nicht diese Operation, weiss also auch nicht zu bezeichnen, auf welche Weise oder mit welchen Mitteln der Operationsprozess zu vollbringen ist. Die Einbildungs- resp. Vorstellungskraft aber, welche diesen Prozess vollzieht, ist eben kein Erkenntnissvermögen; sie operirt in erzeugender und darstellender, nicht in intellektueller Thätigkeit; erst ihre Erzeugnisse, die Objekte, sind intelligibel, der Erzeugungsprozess selbst nicht. Komplizirte Operationen setzen sich aus einfacheren zusammen: der Verstand kann das System von einfacheren Operationen erkennen, welches zur Erzielung irgend eines wissenschaftlichen Resultates in Anwendung zu bringen ist, und insofern kann derselbe darlegen, wie ein zusammengesetzter Prozess auszuführen, d. h. aus einfacheren Prozessen zu komponiren sei; er wird jedoch die absolut einfachsten Prozesse, welche das eigentliche Wesen des Schaffens

enthalten, nicht weiter zergliedern und das zu ihrer Ausführung dienende Verfahren definiren können.

Diese einfachsten Grundprozesse, deren Ausführbarkeit zugestanden werden muss, ohne dass die Ausführungsmittel erkennbar und angebbar wären, sind die Postulate oder Grundforderungen. Eine Aufgabe, ein Problem ist die Forderung einer zusammengesetzten Operation, welche auf Postulate zurückzuführen ist, gleichwie eine Deduktion von Grundsätzen auszugehen hat oder ein Beweis auf Grundsätze zurückzuführen ist. Jede Wissenschaft hat ihre Postulate, und wir behaupten, dass dieselben für alle Wissenschaften von gleichem Range dasselbe System bilden. Die Postulate der Geometrie, der Arithmetik und der Mechanik haben wir in §§. 240, 241 und 252 besprochen, müssen jedoch jetzt, wo sich unser Erkenntnisskreis erweitert hat, eine Sichtung der dort ausgesprochenen Sätze vornehmen, um daraus allgemeinere Prinzipien zu gewinnen.

Schon in §. 9 des „Situationskalkuls" haben wir auf den charakteristischen Unterschied geometrischer Konstruktion und arithmetischer Rechnung aufmerksam gemacht und gezeigt, dass das geometrische Verfahren, wenn man dasselbe in Formeln darstellt, in der Aufstellung von Prämissen von bestimmter Form, in welchen unbekannte Grössen in unentwickelter Form enthalten sind, also in der Aufstellung ungelös'ter Gleichungen ersten und zweiten Grades, das arithmetische Verfahren dagegen in der Berechnung der unbekannten Grössen mittelst Auflösung jener Gleichungen besteht. Ein solcher Unterschied des geometrischen und arithmetischen Verfahrens bedingt natürlich eine entsprechende Verschiedenheit der geometrischen und arithmetischen Postulate, welche wir zunächst durch Vorführung einiger speziellen Postulate konstatiren wollen.

Die Geometrie räumt ein, dass eine gerade Linie beliebig verlängert, durch einen Punkt gelegt, durch zwei Punkte gezogen werden könne, dass ein Kreis mit bestimmtem Radius beschrieben, dass der Durchschnittspunkt zweier Geraden, zweier Kreise und einer Geraden mit einem Kreise gefunden werden könne oder mit diesen Linien selbst gegeben sei. Die Geometrie postulirt aber nicht, dass man eine gegebene Linie 2, 3, 4 ... n-mal vervielfältigen oder in 2, 3, 4 ... n gleiche Theile zerlegen könne; sie postulirt nicht, dass man auf einer geraden Linie ein Perpendikel errichten könne; sie postulirt nicht, dass man eine Parallele zu einer gegebenen Geraden ziehen oder diese Gerade ohne Änderung ihrer Richtung in einen anderen Ort transportiren könne; sie postulirt nicht, dass man eine gegebene Linie durch eine andere gegebene Linie messen könne: sie behandelt diese Aufgaben vielmehr als Probleme oder als zusammengesetzte Operationen, welche mittelst Postulate zu lösen sind (auch das n-fache einer geraden Linie wird durch Konstruktion mittelst der Durchschnitte einer beliebig verlängerten geraden Linie und n Kreisen, deren Mittelpunkte sukzessiv vorgerückt werden, hergestellt).

Ganz anders die Arithmetik. Dieselbe räumt ein, dass die Einheit nicht bloss 2, 3, 4 ... n-mal zu nehmen, sondern auch in 2, 3, 4 ... n gleiche Theile zu zerlegen, auch dass der Werth der imaginären Einheit $\sqrt{-1}$ (des Vertreters der geometrischen Perpendikularität) erkennbar

sei, auch dass eine gegebene Grösse durch die Einheit gemessen sei. Sie postulirt aber nach gewöhnlicher Auffassung nicht die Herstellung aller Werthe, welche die Funktion y einer Variabelen x annimmt, wenn x stetig variirt, mag diese Funktion in rechtwinkligen Koordinaten vom ersten Grade wie $y = b + ax$ oder vom zweiten Grade wie $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ sein, oder mag sie in natürlichen Koordinaten die Form $y = b + xe^{a\sqrt{-1}}$ oder die Form $y = re^{x\sqrt{-1}}$ haben. Sie postulirt auch nicht, dass ohne Weiteres der Werth der Variabelen x zu erkennen sei, für welchen zwei Funktionen von x einander gleich sind, z. B. $b + ax = b_1 + a_1 x$ oder $b + ax = \sqrt{r^2 - x^2}$ oder $\sqrt{r^2 - x^2} = \sqrt{r_1{}^2 - x^2}$ ist; sie behandelt vielmehr diese Forderungen wie Aufgaben, welche durch Postulate zu lösen sind.

Nähme man die geometrischen Postulate auch für die Arithmetik an; so verschwänden damit gewisse Postulate der Letzteren, indem sie sich in lösbare Aufgaben verwandelten. So ergäbe sich z. B. der n-te Theil der Einheit, wenn alle Werthe der Funktion $y = x$ und alle Werthe der Funktion $y = b - (n-1)x$ als gegeben angenommen werden und wenn der Werth von x, für welchen beide Funktionen gleich werden, für welche also $x = b - (n-1)x$ ist, als erkennbar angesehen wird: denn der Werth von x, welcher dieser Bedingung genügt, ist $= \frac{1}{n} b$. Ebenso würde sich der Werth einer imaginären Grösse durch jene Postulate bestimmen lassen: denn wenn alle Werthe der Funktion $y = -a + re^{x\sqrt{-1}}$ und der Funktion $y = a + re^{z\sqrt{-1}}$, worin x und z zwei unabhängige Variabelen sind, als bekannt vorausgesetzt werden und eingeräumt wird, dass die Werthe von x und z erkennbar seien, für welche beide Funktionen einander gleich werden; so wird für diese Werthe

$$-a + r\cos x + r\sin x\sqrt{-1} = a + r\cos z + r\sin z\sqrt{-1}$$

also

$$\begin{aligned} -a + r\cos x &= a + r\cos z \\ r\sin x &= r\sin z \end{aligned}$$

mithin nothwendig $z = \pi - x$, $\cos z = -\cos x$, $r\cos x = a$, $x = \arccos\frac{a}{r}$, $r\sin x = \sqrt{r^2 - a^2}$ sein. Alsdann wird aber der korrespondirende Werth von $y = \sqrt{r^2 - a^2} . \sqrt{-1}$; derselbe stellt also eine imaginäre Grösse von der Länge $\sqrt{r^2 - a^2}$ oder ein auf der Grundaxe errichtetes Perpendikel dar.

Nähme man dagegen, umgekehrt, die arithmetischen Postulate für die Geometrie an, räumte man also die Theilbarkeit einer Linie in beliebig viel gleiche Theile, die Konstruirbarkeit eines rechten Winkels, die Messbarkeit einer Linie durch eine andere u. s. w. ein; so würden diejenigen geometrischen Postulate verschwinden, welche die Möglichkeit der Vergleichung aller Punkte einer geraden Linie und eines Kreises, sowie die Erkennbarkeit der Durchschnittspunkte solcher Linien fordern, weil mit Hülfe jener Theilbarkeit, Konstruirbarkeit und Messbarkeit die fraglichen Durchschnittspunkte durch rechtwinklige und Polarkoordinaten bestimmt werden können.

Hiernach scheint eine gewisse Willkür bei der Zulassung der Postulate für die einzelnen Wissenschaften zu herrschen. In Wahrheit hat man aber weder die Frage nach den berechtigten, noch nach den thatsächlich gehandhabten Postulaten überhaupt aufgeworfen, sondern bei den wissenschaftlichen Operationen die Postulate gleichwie die Grundsätze bewusstlos geübt. Die Geometrie des Euklid ist vielleicht das einzige Buch der Welt, in welchem der Begriff des Postulates als ein zur Begründung der Wissenschaft nothwendiges Element aufgestellt ist, ohne doch bis jetzt eine systematische Entwicklung zu finden. Trotz der in dieser Beziehung, sowie in anderen sich dokumentirenden Strenge ist die euklidische Geometrie dennoch in hohem Grade unvollkommen geblieben. Sie kennt eine der fünf Grundeigenschaften, nämlich die Richtung gar nicht, und sieht sich darum genöthigt, einen Satz, welcher nichts weniger als evident ist, als Grundsatz zu proklamiren, um die Parallelentheorie doch wenigstens nominell mit einem Fundamente zu versehen. Sie bezeichnet einige Postulate, aber nicht alle und lässt es ganz unerörtert, warum gerade diese und nicht gewisse andere. So kennt Euklid kein Postulat, welches eine Verschiebung gestattete, und doch ist das verschiebliche Dreieck und die Reissschiene das fast unentbehrliche Instrument jedes Zeichners, dessen mathematisch genaue Herstellung nicht mehr und nicht weniger Schwierigkeiten machen würde, als die von Euklid zugelassene Herstellung und Anwendung von Lineal und Zirkel, dessen Genauigkeit, Dauerhaftigkeit und Gebrauchsfähigkeit ein unlösbares Problem bleibt. Die mit Lineal und Zirkel zu vollführenden Postulate des geradlinigen Fortschrittes eines Punktes und der Drehung einer geraden Linie nebst dem Postulate der Herstellung einer Ebene haben nur ein beschränktes Geltungsgebiet. Die höhere Geometrie ist damit nicht möglich; ein Kegelschnitt und irgend eine andere Kurve kann damit nicht dargestellt werden. Und doch fragt man verwundert: wenn ich einräumen soll, dass der Tischler ein gerades Lineal zu machen versteht, wozu ihm der feinste Verstand keine Anweisung geben kann, dass der Mechaniker die geheime Kraft hat, ein Instrument zu fabriziren, welches sich um einen Punkt drehen lässt, ohne durch Zug und Druck und Wärme seine Länge zu ändern, und dass ich selbst die mir ganz unbegreifbare Geschicklichkeit eines korrekten Gebrauches solcher Hülfsmittel besitze; warum soll es dann nicht einen undehnsamen Faden geben, mit welchem man sofort eine Ellipse verzeichnen kann, warum sollen dann nicht mit ebenso einfachen Instrumenten Parabeln, Zykloiden und andere Kurven stetig beschrieben werden können?

Nach diesen Betrachtungen über die Unzulänglichkeit und Systemlosigkeit der anerkannten mathematischen Postulate wenden wir uns zur Darlegung der Grundzüge des eigentlichen Systems der Postulate und erklären mit kurzen Worten, dass in jeder Wissenschaft ohne Ausnahme die Postulate das Zugeständniss der Ausführbarkeit aller in dem Kardinalprinzipe liegenden Grundoperationen und der einfachen Prinzipaloperationen enthalten. Hierdurch scheiden sich die Postulate in zwei grosse Gruppen: die Fundamentalpostulate, welche die Grundoperationen ermöglichen, und die Prinzipalpostulate, welche die Prinzipaloperationen oder Apobasen ermöglichen.

Um zunächst das System der geometrischen Postulate zu skizziren; so zerfallen die Fundamentalpostulate nach den fünf Grundeigenschaften in die Postulate der Erweiterung, des Fortschrittes, der Drehung, der Beschreibung und der Krümmung. Die Postulate der Erweiterung ermöglichen die Vermehrung und Verminderung von Punkten, die Verlängerung und Verkürzung einer geraden Linie, einer Kreislinie und überhaupt einer jeden konstruirbaren Linie, die Erweiterung einer Ebene und konstruirbaren Fläche und eines Körpers. Die Postulate des Fortschrittes ermöglichen den Fortschritt eines Punktes, einer geraden Linie, eines Kreises, einer Ebene, eines Körpers und jeder konstruirbaren Figur in gegebener linearer, superfizieller und kubischer Richtung. Die Postulate der Drehung fordern die Drehung einer geraden Linie und jeder konstruirbaren ebenen Figur in einer Ebene um einen Punkt, einer geraden Linie, einer Ebene und jeder konstruirbaren Figur um eine gerade Linie. Die Postulate der Beschreibung bedingen die Beschreibung einer geraden Linie und überhaupt einer konstruirbaren Linienfigur durch Expansion eines Punktes, die Beschreibung einer Ebene und überhaupt einer konstruirbaren Fläche durch zweiseitige Expansion eines Punktes oder durch einseitige Expansion einer Linie, die Beschreibung eines Körpers durch dreiseitige Expansion eines Punktes oder zweiseitige Expansion einer Linie oder einseitige Expansion einer Fläche. Die Postulate der Krümmung fordern die Ausstreckung in gerader Linie, die Krümmung einer Linie im Kreise, einer Ebene zur Zylinderfläche, zur Kegelfläche, zur Kugelfläche, sodann der geraden Linie in die Form einer Schraubenlinie (vermittelst der Umwicklung einer Ebene mit schräger gerader Linie um einen Zylinder), auch in die Form einer logarithmischen Spirale (vermittelst der Umwicklung einer Ebene mit einer ebenen logarithmischen Spirale, welche aus der Drehung eines in geometrischem Verhältnisse bei gleichmässiger Drehung wachsenden Radius entsteht) und überhaupt in die Form jeder konstruirbaren Linie.

Die Spezialisirung dieser Postulate überlassen wir dem Leser und bemerken nur noch, dass die Ausführung derselben einen der Natur aller Anschauungen entsprechenden stetigen Prozess voraussetzt, welcher alle denkbar möglichen Zwischenpunkte durchläuft, auch dass es sich dabei um einen in seiner Ausdehnung oder Begrenzung völlig unbestimmten, unbegrenzten Vorgang handelt, vermittelst dessen also der Prozess in beliebiger Ausdehnung und in aller Vollständigkeit vollbracht werden kann. In diesen Postulaten liegt also nicht ein diskreter, sprungweiser Prozess über gleiche oder ungleiche Zwischenräume, überhaupt keine Unterbrechung an bestimmten Stellen, welche eine Begrenzung sein würde. Noch weniger aber liegt darin das Zugeständniss einer Messung durch Einheiten. Ein geometrisches Fundamentalpostulat lässt überhaupt erst einen Entstehungsprozess, welcher eine Grösse erzeugen kann, noch nicht das Geben dieser Grösse, als ein bestimmtes oder begrenztes Resultat jenes Prozesses zu. Gegeben wird eine Grösse durch ein Prinzipalpostulat, welches wir sogleich betrachten werden; aber auch dieses giebt eine geometrische Grösse als ein anschauliches Objekt, nicht als eine gemessene, auf eine Einheit bezogene oder arithmetische Grösse. Der arithmetische Werth einer geometrischen Grösse kann nicht postulirt

werden; er bildet vielmehr für das Anschauungsvermögen eine Aufgabe, welche mit Hülfe von Postulaten zu lösen ist.

Was nunmehr die geometrischen Prinzipalpostulate betrifft; so zerfallen dieselben wie die Prinzipaloperationen in fünf Klassen: in Postulate der Begrenzung, der Begegnung, der Vermittlung, der Insumtion und der Involvenz. Die Postulate der Begrenzung verlangen die Begrenzung eines Prozesses im Anfange oder am Ende oder beiderseits an einer gegebenen Stelle oder mittelst der Deckung durch eine gegebene Grösse, also unter Anderem, einen Punkt in einer gegebenen Linie, einer gegebenen Fläche, einem gegebenen Körper, eine Linie in einer gegebenen Fläche u. s. w. anzunehmen, eine Gerade durch einen und durch zwei gegebene Punkte, eine Ebene durch eine und durch zwei gegebene Linien zu legen, eine Verschiebung in einem gegebenen Orte, eine Drehung in einem gegebenen Punkte, eine Wälzung in einem gegebenen Punkte oder in einer gegebenen Linie aufzuhalten, eine Beschreibung in einem gegebenen Stadium zu unterbrechen, eine Linie durch gegebene Punkte, eine Fläche durch gegebene Linien, einen Körper durch gegebene Flächen zu begrenzen, einen Kreis und eine Kugel mit einem gegebenen Radius und überhaupt eine postulirbare Figur mit gegebenen Abmessungen zu konstruiren.

Die Postulate der Begegnung verlangen die Bestimmung des Ortes, in welchem zwei gegebene stetige Grössen sich treffen oder schneiden, insbesondere die Bestimmung der Durchschnittspunkte zweier Geraden, einer Geraden mit einem Kreise, zweier Kreise, einer Geraden mit einer Ebene und mit einer Kugelfläche, eines Kreises mit einer Ebene und mit einer Kugel, der Durchschnittslinie zweier Ebenen, einer Ebene mit einer Kugelfläche, zweier Kugelflächen, überhaupt die Bestimmung der Durchschnitte zwischen zwei unmittelbar durch Postulate gegebenen Figuren, also z. B. auch zwischen zwei gegebenen Kegelschnitten.

Die Postulate der Vermittlung verlangen im Allgemeinen, wenn die Beziehung zwischen den beiden Grössen A und B, sowie zwischen den beiden Grössen B und C oder auch, wenn A durch seine Beziehung zu B und wenn auch C durch seine Beziehung zu B gegeben ist, die Erkenntniss der unmittelbaren Beziehung zwischen A und C durch Elimination der Hülfsgrösse B. Die Erkenntniss des Resultates c einer Grundoperation mit gegebenem Operand a und Operator b, z. B. die Erkenntniss der Summe c der beiden Summanden a und b nach der Formel $c = a + b$ erfordert ein solches Prinzipalpostulat, indem nach Fig. 1258 das Operat c oder die Erkenntniss der zwischen den Endpunkten A und C liegenden Grösse durch den Operand a oder die Beziehung zwischen den Punkten A und B und den Operator b oder die Beziehung zwischen den Punkten B und C vermittelt wird (mag es sich um eine Vermittlung durch Addition, Multiplikation, Potenzirung oder durch eine andere Grundoperation handeln). Indem an die Stelle der Punkte A, B, C die postulirbaren Grössen und an die Stelle der Beziehungen a, b, c die im Wesen der verschiedenen Grundoperationen liegenden Beziehungen treten, ergeben sich die verschiedenen hier in Betracht kommenden Postulate. Nimmt man z. B. für B, C, A die in Fig. 1259 gezeichneten Geraden, für a die durch Winkel und

Ort bestimmte Beziehung von A zu B, für b die durch Winkel und Ort bestimmte Beziehung von C zu B; so ist c die durch Winkel und Ort zu bestimmende Beziehung zwischen A und C, und das betreffende Postulat räumt ein, dass die letztere Beziehung durch die ersten beiden unmittelbar zu finden sei, dass man also, wenn zwei gerade Linien A und C gegen eine dritte B gegeben sind, den Durchschnitt derselben ohne Weiteres finden könne. Man kann diese Postulate allgemein so formuliren: wenn zwei postulirbare Figuren gegen eine dritte durch Postulate festgelegt sind; so ergeben sich ihre postulirbaren, gegenseitigen Beziehungen, insbesondere ihre Durchschnitte ohne Weiteres oder sie lassen sich durch die Festlegung der ersten beiden Figuren gegen die dritte ohne Weiteres konstruiren. Sind z. B. zwei Kreise gegen einen dritten Kreis oder gegen eine gerade Linie gegeben; so sind auch ihre Durchschnittspunkte und die Lage ihrer gemeinschaftlichen Sehne als bekannt, die Richtung ihrer Tangenten in den Durchschnittspunkten aber wie aus gegebenen Punkten eines Kreises konstruirbare Tangenten anzusehen. Wir wiederholen nochmals, dass geometrisches Gegebensein nicht die Bedeutung des arithmetischen Gemessenseins durch eine Einheit hat.

Die Postulate der Insumtion verlangen eine Erkenntniss der Gattung aus ihren Elementen, also einer Grösse von höherer Dimensität aus ihren Dimensionen von niedrigerer Dimensität, z. B. eines Flächenraumes aus seinen linearen Abmessungen, mögen es rechtwinklige oder schiefwinklige oder Umfangsabmessungen sein. Diese Postulate räumen die Möglichkeit ein, den unendlichen Inbegriff von Grössen, welche eine postulirbare Figur in allen ihr durch einen Grundprozess angewiesenen denkbar möglichen Zuständen anzunehmen vermag, als eine Grösse höherer Dimension herzustellen. So kann durch diese Postulate die postulirbare Linie als der Inbegriff aller ihrer möglichen Punkte, die Rechtecksfläche als Inbegriff aller Lagen einer längs der Grundlinie fortschreitenden Höhenlinie, eine Kreisfläche als Inbegriff aller ihrer Radien, auch als Inbegriff aller durch Expansion sich ergebenden Kreisumfänge, die postulirbare Fläche als der Inbegriff aller ihrer möglichen Punkte und Linien erkannt oder es können in einer Grösse alle ihre denkbar möglichen Elemente oder Bestandtheile aufgenommen, vereinigt, zusammengefasst werden. Diese Erkenntniss ist, wie wir nochmals sagen, eine geometrische Anschauung, keine arithmetische Messung; sie postulirt also nicht etwa die Erkenntniss des Zusammenhanges zwischen allen beliebigen Abmessungen der erzeugten oder der erzeugenden Figur, auch nicht die Erkenntniss der Beziehung zu beliebigen anderen gegebenen Grössen, also z. B. nicht die Erkenntniss, dass die Kreisfläche vom Radius r zu einem Quadrate von der Seitenlänge 1 in dem arithmetischen Verhältnisse $r^2\pi$ stehe. Derartige Beziehungen werden nicht postulirt, sondern mit Hülfe der Postulate als Lösungen von Aufgaben gefunden.

Die Postulate der Involvenz gestehen die Konstruktion einer Form oder Figur aus ihren Koordinaten zu. Im Allgemeinen nehmen dieselben also eine Figur als vollständig gegeben an, wenn deren Koordinaten, mögen es nun rechtwinklige oder schiefwinklige oder Polar- oder natürliche Koordinaten sein, gegeben sind; oder vielmehr, wenn das Gesetz bekannt ist, nach welchem diese Koordinaten voneinander abhängen oder

nach welchem die abhängig variabelen Koordinaten sich ändern, sobald die unabhängig variabelen Koordinaten beliebige Änderungen erleiden. In der Voraussetzung z. B., dass die Länge der Linie y aus den Linien p und x nach dem Gesetze $y = \sqrt{px}$ konstruirbar sei, dass also alle zusammengehörigen Werthe von x und y darstellbar seien, gestattet das allgemeine Postulat der Involvenz, den stetigen Zug der Parabel wirklich herzustellen. Ebenso ist, wenn $z = \sqrt{r^2 - y^2}$ eine Kreislinie vom Radius r in einer zur vertikalen Ebene YZ parallelen Ebene darstellt, wenn der Radius r variabel gemacht und $= ax$ gesetzt wird, die durch $z = \sqrt{a^2x^2 - y^2}$ bestimmte Kegelfläche als der Ort einer fortschreitenden und sich erweiternden Kreislinie oder auch als der Ort eines nach zwei Dimensionen variirenden Punktes gegeben.

Zur Verhütung von Missverständnissen sei bemerkt, dass das Gegebensein einer Figur nicht das Gegebensein irgend welcher davon abhängigen Grössen einschliesst, dass die Bestimmung der Letzteren vielmehr eine Aufgabe bildet. So ist, wenn ein Kreis gegeben ist, keineswegs sein Mittelpunkt gegeben, sondern muss gesucht werden, oder wenn eine Kurve durch rechtwinklige Koordinaten gegeben ist, so sind damit nicht die zugehörigen Polarkoordinaten gegeben. Ebenso wenig sind mit einer Ellipse zugleich ihre Axen, Pole, Mittelpunkt, Brennpunkte u. s. w. gegeben. Wenn die Letzteren mit gegeben sind, verwandeln sich natürlich manche Konstruktionen, die sonst Postulate sind, in Aufgaben, welche mittelst Postulate gelös't werden können. Darum darf man sich nicht der Täuschung hingeben, dass wenn sich manche Durchschnitte zwischen Kegelschnitten durch die euklidischen Postulate der niederen Geometrie konstruiren lassen, die Auffindung des Durchschnittes zweier gegebenen Kegelschnitte nicht ein wahres Postulat sei. Das ist es in der That, und die fraglichen Konstruktionen sind nur möglich, wenn ausser den Kegelschnitten selbst noch andere Grössen, wie z. B. Pole, Axen und dergl. gegeben sind.

Wir überlassen dem Leser, die Postulate der übrigen mathematischen Anschauungswissenschaften, also der Chronologie, der Mechanik, der Chemilogie und der Physiometrie zu klassifiziren und zu spezialisiren. Dieselben werden ein mit den geometrischen Postulaten genau übereinstimmendes System bilden. Um aber die wahren Postulate der reinen Wissenschaften zu finden, darf man sich durch die Postulate der auf das Gebiet der Thatsachen angewandten Wissenschaften nicht beirren lassen. So kann man für die reine Chemilogie einen Grundstoff von jeder beliebigen Valenz, Spannung, Affinität u. s. w. postuliren: für die praktische Chemie dagegen können nur Grundstoffe aus der beschränkten Zahl der auf der Erde thatsächlich existirenden Stoffe postulirt werden. Diese Beschränkung trifft aber nicht bloss die praktische Chemie, sondern jede praktische Wissenschaft: auch die praktische Mechanik kann nur Materie von solchen Dichtigkeitsgraden oder spezifischen Gewichten postuliren, welche thatsächlich existiren; die praktische Chronologie kann nur faktische Ereignisse postuliren; die praktische Geometrie kann nur thatsächlich bestehende Raumgrössen postuliren: denn die Gesammtheit aller möglichen Raumfiguren existirt nur in unserer Vorstellung, nicht in thatsächlichen Objekten der sinnlichen Aussenwelt; diese Sinneswelt bietet in jedem Zeitmomente durch die in ihr erscheinenden Körper immer nur eine be-

schränkte Menge von Raumgrössen dar, welche nicht nach Willkür geändert werden kann, sie verhält sich also zum reinen Anschauungsgebiete des Raumes ganz ebenso, wie sich ihre Stoffe zu dem reinen chemilogischen Anschauungsgebiete verhalten.

Hiernach wenden wir uns zu den Postulaten der Arithmetik oder der abstrakten, mit Begriffen operirenden, also logischen Mathematik. Zuvor heben wir jedoch hervor, dass jedes Grundgesetz ein Prozess ist, welcher, von einer Basis ausgehend, mittelst eines Effizienten nach einem gewissen Passus operirt (cfr. §. 44 ff.). Die Postulate haben nun eben die Ausführung dieser Operation zum Zwecke; es leuchtet aber ein, dass die Grundgrössen, womit und an welchen diese Operation vollzogen werden soll, selbst als von vorn herein gegebene Dinge, welche der Geist zu dieser Operation mitbringt, angesehen werden müssen. Demzufolge involvirt das Postulat eines Grundgesetzes auch das Postulat der Vorstellbarkeit der betreffenden Grundeigenschaften, sowie der Basis, des Effizienten und des Passus des in Rede stehenden Gesetzes. Obgleich Diess selbstverständlich ist, erscheint es doch nützlich, sich davon Rechenschaft zu geben und die Anforderungen, welche hinsichtlich der Ausführung einer Operation gestellt werden, von denjenigen zu scheiden, welche hinsichtlich des Gebens der darin verflochtenen Grössen zu machen sind. Demgemäss postulirt also die Geometrie als eine Vorbedingung zur Ausführung der Grundgesetze die Vorstellung der geometrischen Grundeigenschaften wie Länge, Ort, Richtung, Dimensität, Form mit ihren Hauptstufen und ausserdem die Vorstellung der Basis, des Effizienten und des Passus eines jeden Grundgesetzes. Da das Grundgesetz eine einfache Wiederholung einunddesselben Grundaktes ist (§. 50); so kömmt es hinsichtlich der letzten drei Grössen wesentlich auf die Vorstellung der Basis und des Effizienten an, welche für die Geometrie in §. 69 erörtert sind. Es wird also vorausgesetzt, dass man im Stande sei, sich eine beliebige Länge und einen Längenzuwachs, einen beliebigen Null- oder Anfangspunkt und einen Abstand (eine Nachbarschaft, Ortsverschiedenheit), eine beliebige Richtung (als Grundrichtung) und eine Winkelabweichung, eine beliebige Dimensität und eine nächst höhere Dimension, eine beliebige Grundform und eine Variabilität der Form (Biegung) vorzustellen oder dieselben zu geben, zu setzen, anzunehmen.

Wenn wir die arithmetischen Postulate mit den letzteren Voraussetzungen beginnen; so postuliren wir zunächst die Vorstellbarkeit der arithmetischen Grundeigenschaften mit ihren Hauptstufen, sowie mit ihren Basen und Effizienten, also einer Einheit und einer Vielheit (Anzahl), ferner einer Stelle, einer Null als Anfangsstelle, eines Gliedes und einer Reihe, sodann eines ganzen Vielfachen, eines Zeichens, insbesondere eines positiven und negativen, eines imaginären und überimaginären Zeichens und eines Richtungskoeffizienten, ferner eines Exponenten und einer Potenz mit positiv ganzen Exponenten, endlich einer konstanten und einer unabhängig variabelen Grösse, sowie eines unendlich kleinen Inkrementes.

Die arithmetischen Fundamentalpostulate verlangen sodann, erstens, Zusammenzählung einer gegebenen Menge von Einheiten zu einer Anzahl, die Auflösung einer solchen Anzahl in ihre Einheiten oder die Zählung

einer gegebenen Menge von Einheiten, auch die Zerlegung einer Einheit in eine bestimmte Menge gleicher Theile, und zwar unbekümmert um den Werth einer solchen Einheit. Zweitens, die Zu- und die Abzählung einer Einheit zu, resp. von einer gegebenen Anzahl von Einheiten oder die Aneinanderreihung von Einheiten oder die Versetzung einer Einheit an eine bestimmte Stelle einer Reihe, deren Ursprung oder Basis die Null ist, gleichviel, ob es sich um positive, negative, imaginäre oder sonstige Einheiten handelt. Drittens, die Herstellung eines bestimmten Vielfachen von der Einheit oder von einer gegebenen Anzahl von Einheiten (die Bildung des Einmaleins), die Behaftung einer absoluten Quantität mit einem Zeichen oder Richtungskoeffizienten. Viertens, die Erhebung einer Grösse, mag es eine absolute oder eine benannte Zahl (der Repräsentant einer wirklichen Grösse) sein, zu Graden von positiven ganzen Exponenten, sowie die Zerlegung einer solchen Potenz in ihre Faktoren oder die Herstellung der Wurzel daraus (die Bildung einer Potenztafel). Fünftens, die Differentiation der einfachen Funktionen $y = F(x)$, deren Differenz $\triangle y$ bei genugsamer Verkleinerung der Differenz $\triangle x$ sich als das Produkt einer bestimmten Funktion $f(x)$ und des Faktors $\triangle x$ darstellt, sowie umgekehrt, die Integration derjenigen Funktionen $f(x) \triangle x$, welche sich als Differenzen einer Funktion $F(x)$ darstellen (die Aufstellung einer Differential- und Integraltafel).

Die arithmetischen Prinzipalpostulate postuliren, erstens, das Geben einer Grösse mit bestimmten Grundeigenschaften oder die Erkenntniss der Grundeigenschaften einer gegebenen Grösse oder die Messung einer solchen Grösse, vorausgesetzt, dass sich die Messung für jede Grundeigenschaft mittelst der Fundamentalpostulate bewerkstelligen lässt. Zweitens, die Möglichkeit, zu erkennen, dass gegebene Grössen für sich allein oder mit angenommenen Hülfsgrössen (Unbekannten) im Sinne des einen oder anderen Grundgesetzes dasselbe Resultat liefern oder dass sie in einer Stelle einer Grundreihe zusammentreffen oder sich daselbst begegnen oder verbinden, d. h. Grössen miteinander zu vergleichen und das Resultat der Vergleichung in Gleichungen darzustellen. Drittens, die Möglichkeit, aus zwei gegebenen Gleichungen eine Grösse (welche in der Regel die Rolle einer unbekannten Hülfsgrösse spielt) zu eliminiren, also die durch unbekannte Grössen vermittelte Beziehung zwischen bekannten Grössen unmittelbar herzustellen, vorausgesetzt, dass die Elimination durch postulirbare Grundoperationen geschehen kann. Viertens, die Möglichkeit, mit Gleichungen wie mit einfachen Grössen zu operiren, dieselben zu addiren, subtrahiren, multipliziren, potenziren, integriren, differentiiren u. s. w., soweit die Operation durch Fundamentalpostulate ausführbar ist. Fünftens, aus der Abhängigkeit der Elemente das Abhängigkeitsgesetz der Ganzen, und umgekehrt, herzustellen, allgemeiner aber, ein Abhängigkeitsgesetz aus seinen Bedingungen zu erkennen und zu konstruiren, insoweit die Fundamentalpostulate es gestatten, also auch das System von Gleichungen, welches zur Darstellung eines Gesetzes oder eines Zusammenhanges erforderlich ist, aufzustellen und aufzulösen, eine gestellte Aufgabe zu formuliren und nach Regeln zu lösen (den Ansatz einer Rechnung und die Ausrechnung zu machen).

Aus den vorstehenden mathematischen Postulaten ergeben sich leicht

die logischen. Die Fundamentalpostulate verlangen die Ausführung der Grundoperationen unter den einfachsten Verhältnissen, also erstens, die Bildung eines Inbegriffes gegebener Fälle oder Partikularitäten durch Umfassung derselben, die Erweiterung oder Verallgemeinerung eines Begriffes um gegebene Partikularitäten, die Spezialisirung eines Begriffes und die Herstellung der einem Begriffe zu Grunde liegenden Begriffseinheit. Zweitens, die Möglichkeit, einem Objekte gegebene Eigenschaften beizulegen oder zu entziehen, ein Objekt mit gegebenen Eigenschaften zu denken, gleichviel, ob es sich um reelle oder imaginäre oder überimaginäre Eigenschaften (um Eigenschaften desselben Individuums oder um Eigenschaften, welche das Sein eines anderen Individuums oder welche das Sein einer anderen Gattung von Individuen charakterisiren) handelt; durch fortgesetzte Entziehung die betreffende Eigenschaft auf Nichts zu reduziren, überhaupt das Nichts als Anfang des Seins zu denken, auch entgegengesetzte und neutrale Eigenschaften zu denken. Drittens, die Möglichkeit, dass ein gegebenes Subjekt eine gegebene Wirkung (kausale oder effizirende Thätigkeit) auf ein gegebenes Objekt ausübt und das Letztere in einem vorstellbaren Zustande trifft, dass eine Kausalität sich verstärkt, dass sie aus einem gewissen Grunde erfolgt, dass dieser Grund sich ändert oder dass eine sekundäre Wirkung erfolgt. Viertens, die Möglichkeit, aus unendlich viel Zuständen ein endliches Individuum (auch eine individuelle, effizirende Thätigkeit), aus unendlich viel Individuen eine endliche Gattung, aus unendlich viel Gattungen eine endliche Gesammtheit zu bilden, aus konkreten Fällen einen Begriff zu abstrahiren und, umgekehrt, einen einem abstrakten Begriffe angehörigen konkreten Fall vorzustellen. Fünftens, die Möglichkeit, eine Bedingung und ihr Resultat, das Abhängigkeitsgesetz, unter einfachen Voraussetzungen, also namentlich die Modalität der Konstanz, des einförmigen Seins, der gleichförmigen Thätigkeit, der gleichmässig abweichenden und der steigend abweichenden Thätigkeit vorzustellen und nach dem Grade der variabelen Bedingung zu variiren.

Die logischen Prinzipalpostulate können in folgenden Sätzen zusammengefasst werden. Erstens, es ist möglich, das Objekt zu denken, welchem mehrere einfache Merkmale zukommen, sich also den Inbegriff von Fällen zu vergegenwärtigen, in welchen mehrere Merkmale sich decken oder das durch diese Merkmale definirte Objekt zu erkennen (zu subsumiren). Zweitens, es ist möglich, zwei einfach definirte Objekte miteinander zu vergleichen oder das eine Objekt mit Hülfe des anderen zu beurtheilen, d. h. die Fälle, in welchen beide sich begegnen, zu erkennen, ein einfaches Urtheil über zwei Objekte zu bilden. Drittens, es ist möglich, aus zwei einfachen Urtheilen einen Schluss zu ziehen, nämlich durch Elimination des Mittelgliedes die Relation zwischen dem Vorder- und Hintergliede herzustellen. Viertens, es ist möglich, aus einem einfachen konkreten Urtheile über ein Individuum ein allgemeines Urtheil über die Gattung dieser Individuen zu abstrahiren, eine einfache Insumtion auszuführen. Fünftens, es ist möglich, aus den in einem Urtheile ausgesprochenen einfachen Bedingungen, welchen die Veränderungen eines Objektes unterliegen, das Bildungsgesetz dieses Individuums zu erkennen, eine einfache Involvenz zu bilden.

§. 533.
Die Grundsätze.

Die Grundsätze einer Wissenschaft sind die einfachen und unmittelbaren Beziehungen, in welchen die Grundeigenschaften und Grundveränderungen der Grössen des betreffenden Grössengebietes in Gemässheit des Kardinalprinzipes zueinander stehen. Die logischen Grundsätze sind also die Beziehungen der Grundbegriffe (Kategoreme) und der Grundveränderungen (Metabolien) zueinander. Gleichwie die Grundeigenschaften und Grundveränderungen (Grundgesetze) Ausgangspunkte unserer Vorstellung, so sind die Grundsätze Ausgangspunkte oder Grundlagen unseres Denkens, welche nicht erst durch Denkprozesse bewiesen werden können, sondern welche den beweisenden Denkprozess erst möglich machen, also so evident sind, dass sie keines Beweises bedürfen, auch keines Beweises fähig sind, vielmehr die Basis für den Beweis eines jeden zusammengesetzten Satzes (Lehrsatzes) bilden. Die Grundsätze bilden daher ebenso wie die Grundeigenschaften und die Grundprozesse die von vorn herein gegebenen Daten, die Grundbedingungen eines Denkvermögens; sie können nicht erst durch dieses Vermögen, also auch nicht durch Abstraktion aus anderen Erkenntnissgebieten erworben sein. Die Meinung mancher Logiker, dass die Grundsätze des Denkens ebensowie die Grundbegriffe dem Verstande durch die Sinne aus der sinnlichen Wahrnehmung zugetragen seien, halte ich für einen entschiedenen Irrthum, welcher wahrscheinlich aus der Beobachtung entspringt, dass sich das Denkvermögen allmählich entwickelt und ausbildet, dass diese Ausbildung mit der Ausbildung aller übrigen Vermögen, also auch der Sinne zugleich erfolgt und dass zwischen allen Vermögen ein Zusammenhang besteht, welcher jedes Vermögen als ein nach demselben Grundprinzipe geordnetes System erscheinen lässt. Die Gleichmässigkeit im Systeme aller Vermögen, welche bei der Organisation des Menschengeistes die Wirkung des den gesammten Organismus beherrschenden Kardinalprinzipes ist, ohne die Selbstständigkeit der einzelnen Vermögen zu beeinträchtigen, scheint als eine Abhängigkeit des einen Vermögens von dem anderen oder als die Erzeugung des einen Vermögens durch das andere gedeutet zu sein.

Schon in §. 506, 500 und 497 haben wir verschiedene Gründe für die Selbstständigkeit des Denkvermögens und der logischen Grundsätze angeführt und fügen denselben hier nur noch die Bemerkung hinzu, dass Nichts so sehr gegen die Abstraktion der Grundsätze aus den Sinneserscheinungen spricht, als der Umstand, dass die Grundbegriffe und Grundsätze der Logik und der logischen Mathematik zum Theil in Grössengebieten liegen, welche schlechterdings in keiner wirklichen Anschauung und in keiner wirklichen Erscheinung existiren, auch nach der Organisation unseres Anschauungs- und Wahrnehmungsvermögens gar nicht darin existiren können. Hierzu gehören die Begriffe von einer 4ten, 5ten . . . n-ten Dimension, von gebrochenen Dimensionen, von Reklinations- und solchen Drehungen, welche über die Wälzung oder den Effekt des Zeichens $\div 1$ hinausgehen, überhaupt aber sämmtliche Begriffe des Kardinalprinzipes, soweit sie die untersten, lediglich dem Anschauungsgebiete angehörigen Stufen überschreiten.

Die Grundsätze jeder Wissenschaft, also auch die der Logik, bilden einunddasselbe System: wenn dieselben also für irgend eine Wissenschaft vollständig entwickelt sind, ergeben sie sich daraus für jede andere Wissenschaft leicht durch Analogie. Im ersten Theile unseres Werkes haben wir versucht, das Gebäude der Grundsätze der Mathematik wenigstens in seinem Hauptgerüste aufzuführen, die Vervollständigung Anderen überlassend. Wir beschränken uns hier darauf, aus dem Systeme der logischen Grundsätze einige herauszuheben und zwar so, dass die Analogie mit den korrespondirenden mathematischen Grundsätzen erkennbar wird. Zu dem Ende unterscheiden wir nach §. 242 wieder die generellen Grundsätze, welche in §. 243 bis 247 vorgetragen sind, von den speziellen, welche sich für die Geometrie in §. 250, für die Arithmetik in §. 251 und für die Mechanik in §. 253 vorfinden. Indem wir die gleichnamigen logischen Grundsätze unter denselben Littern und Nummern aufführen, bilden wir folgende Zusammenstellung, deren Ergänzung wir dem Ermessen des Lesers verstellen. Wir machen übrigens darauf aufmerksam, dass die bei jedem Grundprinzipe unter der Litter A an die Spitze gestellten Sätze die Säulen sind, welche das Gebäude des menschlichen Denkens tragen; man könnte sie die leitenden Grundsätze nennen.

Grundsätze unter dem Primitivitätsprinzipe (§. 243).

A. Primitive Begriffe und Operationen vereinigen sich vollständig oder verstärken sich bei der Vereinigung dergestalt, dass ihr Inbegriff sie sämmtlich vollständig, nicht mehr, nicht weniger, nicht andere Fälle enthält, mag es sich um primitive Quantitäten, Inhärenzen, Relationen (Kausalitäten), Qualitäten oder Modalitäten handeln. Daher umfasst ein Begriff alle seine Fälle, eine Universalität alle ihre Partikularitäten, eine Partikularität alle ihre Singularitäten, das Allgemeine umfasst das Besondere, jeder folgende Fall liegt über jeden vorhergehenden hinaus, jede mittelbare Wirkung ist das Resultat aller darin liegenden unmittelbaren Wirkungen, eine Gesammtheit enthält alle ihre Gattungen, eine Gattung alle ihre Individuen, ein Individuum alle seine Zustände, das Mögliche umfasst alles Wirkliche, das Wirkliche alles Nothwendige.

B. Ein Begriff stimmt mit sich selbst überein, deckt sich selbst; er liefert das Urtheil, a ist a; er enthält alle seine Fälle und Eigenschaften, er ist nicht verschieden von sich oder unterscheidet sich von sich durch Nichts; er steht zu sich selbst in der Relation des Seins oder in keinem Kausalitätsverhältnisse; er ist keine Abstraktion und keine Konkretion von sich, sondern bildet den ersten oder primitiven Qualitätsgrad von sich.

C. Übereinstimmende Begriffe und Operationen können für einander gesetzt werden.

D. Von zwei verschiedenen Quantitäten ist die eine die weitere, die andere die engere. Der weitere Begriff schliesst den engeren ein, der engere schliesst den weiteren aus.

E. Ein Begriff, welcher einen weiteren einschliesst, ist der weiteste. Wenn a weiter als b und b weiter als c; so ist a weiter als c.

F. Die Basis eines Operationsgesetzes ist der Anfang aller primitiven Werthe, also enger als jeder primitive Werth der aufsteigenden Reihe

G. Es giebt keinen absolut weitesten Primitivitätsbegriff; jeder Begriff kann erweitert, es können ihm neue Fälle, neue Eigenschaften beigelegt werden, jede Wirkung kann die Ursache einer weiteren Wirkung sein.

H. Von mehreren verschiedenen Primitivitätsbegriffen ist einer der weiteste und einer der engste; von zwei Zuständen einer Reihe ist einer der vorhergehende und einer der folgende, von mehreren ist einer der früheste (erste) und einer der späteste (letzte).

J. Primitive Veränderungen von grösserem Umfange geben umfassendere Resultate; wenn also a allgemeiner als b und c allgemeiner als d ist; so ist auch der Inbegriff von a und c allgemeiner als der von b und d.

K. Bestimmte Operationen erzeugen bestimmte Resultate.

L. Jeder Begriff kann zur speziellen Basis eines primitiven Grundgesetzes angenommen werden und führt zu jedem dem betreffenden Begriffssysteme angehörigen speziellen Begriffe.

M. Die Reihenfolge der Primitivitätsakte ist für das dadurch erzeugte Resultat irrelevant. Der Inbegriff von a und b ist dem von b und a gleich; die Wirkung der Kausalitäten a und b ist der von b und a gleich.

N. An der Grundoperation mit einem primitiven Begriffe betheiligen sich alle seine Partikularitäten in derselben Weise.

O. Ein primitiver Prozess, welcher sich bei jedem ferneren Schritte einer bestimmten Grenze bis auf einen verschwindenden Unterschied nähert, erreicht jene Grenze vollständig.

P. Die primitive Erweiterung eines Begriffes entspricht einer Anreihung von neuen Gliedern oder dem Fortschritte einer Grenze, einer Fortsetzung, einem Inhärenzprozesse.

Grundsätze unter dem Kontrarietätsprinzipe (§. 244).

A. Gegensätze heben sich bei der Verbindung auf, sie bestehen nicht zusammen, sie schliessen sich aus. Die Verallgemeinerung hebt die Spezialisirung, die Ausschliessung die Einschliessung, die Verneinung die Bejahung, die Beeigenschaftung die Enteigenschaftung, die Passivität die Aktivität, die positive Wirkung die negative Wirkung, die Abstraktion die Konkretion, die Bedingung die Abhängigkeit auf. Wenn man diesen Satz in die Worte kleidet, kontradiktorisch entgegengesetzte Urtheile können nicht beide wahr sein, erkennt man darin den von den Logikern als den Grundsatz des Widerspruches aufgestellten Satz*).

*) Wie der denkende Geist zuweilen mit den Grundsätzen des Verstandes Missbrauch treibt, beweist der scholastische Gebrauch des obigen Satzes. Manche Philosophen meinen, die Bewegung und überhaupt die Veränderung enthalte in sich selbst einen Widerspruch, sie sei der daseiende Widerspruch (Hegel), mithin gelte für diesen Fall der obige Grundsatz nicht, weil in Beziehung auf denselben Moment zwei einander widersprechende Urtheile wahr seien, wogegen andere Philosophen, welche den Grundsatz aufrecht erhalten wollen, die Wirklichkeit oder Realität der Veränderung, des Anderswerdens leugnen (Herbart). Offenbar ist der Zustand eines sich verändernden Objektes in jedem Augenblicke ein völlig bestimmtes Sein, welches durchaus nicht ein bestimmtes Etwas ein- und zugleich ausschliesst. Die Tendenz, einen erreichten Zustand

B. Ein Inbegriff aller möglichen Fälle kann jede endliche Quantität annehmen (eine unendliche Menge unendlich kleiner Grössen kann jeden Werth haben).

C. Ein bejahter Begriff kann nur einen bejahten Begriff, überhaupt ein durch eine direkte Grundoperation entstandener Begriff nur einen eben solchen decken. Eine Bejahung kann keine Verneinung desselben Objektes, ein Folgendes kein Vorhergehendes in Beziehung auf denselben Zustand, eine Ursache keine Wirkung desselben Objektes, ein Konkretes kein Abstraktes, ein Bedingendes kein Abhängiges sein.

D. Trennung einer Verbindung ist entgegengesetzter Verbindungsprozess.

E. Der Gegensatz ist gegenseitig. Die Verneinung ist der Gegensatz der Bejahung, gleichwie die Bejahung der Gegensatz der Verneinung ist. Die Aktivität und Passivität sind wechselseitig einander entgegengesetzt.

F. Gegensätze haben die Basis zur gemeinsamen Grenze. Der weitere und der engere Begriff haben den gegebenen Begriff zur Grenze, welcher weder weiter, noch enger ist, als er selbst. Quantitative Verneinung und Bejahung haben ein Etwas zur Grenze. Kontradiktorische Verneinung und Bejahung haben das Nichts zur Grenze (sie vernichten sich gegenseitig). Aktive und passive Thätigkeit haben das Sein (des Subjektes) zur Grenze. Möglichkeit und Nothwendigkeit haben die Wirklichkeit zur Grenze. Positive und negative Bedingung haben das unbedingte Sein zur Grenze.

G. Was von einem Begriffe nicht eingeschlossen ist, ist davon ausgeschlossen, abgesehen von den Grenzbegriffen.

H. Ein entgegengesetztes Sein erscheint als eine Wirkung des Seins, nämlich als eine vernichtende Wirkung, welche die Mitte hält zwischen dem ursprünglichen Sein und der Wiederholung des Seins (dem Wiedersein).

J. Die Hauptklasse des bejahten und des kontradiktorisch verneinten oder gegensätzlichen Seins bildet das Bereich des reellen Seins.

K. Die vollständige unendliche Reihe von möglichen Zuständen oder Fällen des reellen Seins deckt sich bei jeder reellen Beeigenschaftung des durch sie repräsentirten Individuums, ebenso die vollständige reelle Gattung von Individuen und die vollständige reelle Gesammtheit von Gattungen.

---

zu verlassen, um in einen anderen überzugehen, die mechanische Geschwindigkeit, ist ein vollkommen bestimmtes Merkmal des Zustandes jenes Objektes in dem gedachten Augenblicke, welches nicht mit einem davon ausgeschlossenen Merkmale zugleich existirt. Der Gegensatz dieses Merkmals würde die entgegengesetzte Veränderungstendenz, also das Bestreben sein, nicht einen späteren Zustand anzunehmen, sondern in einen früheren zurückzukehren. Solche zwei entgegengesetzte Eigenschaften hat aber das Objekt nicht: die Veränderung hat also wahrhafte Realität und der Grundsatz des Widerspruches ebenfalls. Die Tifteleien an dem Wesen eines in Bewegung begriffenen Körpers entspringen aus unklaren Anschauungen. Ein in Geschwindigkeit begriffener Körper ist in jedem mathematischen Zeitpunkte an einem mathematisch bestimmten Orte; zu einer anderen Zeit ist er an einem anderen Orte, die Änderung des Ortes ist eine Folge oder Begleiterin der Änderung der Zeit: hier ist nirgends eine Spur von Unbestimmtheit oder Zweideutigkeit und noch weniger von Widerspruch.

Grundsätze unter dem Neutralitätsprinzipe (§. 245).

A. Neutralitäten beeinflussen sich bei der Zusammenwirkung nicht. Die Partikularisation einer Singularität (die Sonderung gegebener Einzelfälle) ist ohne Einfluss auf das Wesen der Singularität, und umgekehrt. Die Änderung des Falles ändert nicht die Merkmale des Begriffes: der eine Fall hat dieselben Merkmale des Begriffes wie der andere. Akzidentien und Alternitätsattribute beeinflussen sich nicht. Die Verbindung einer imaginären Eigenschaft mit einem reellen Individuum (die Beilegung einer Eigenschaft, welche die Alternität oder den Unterschied zwischen Individuen charakterisirt) beeinflusst nicht die reellen Eigenschaften des Individuums; dieselben akzidentiellen Eigenschaften können jedem anderen Individuum einer Gattung beigelegt werden. Der Grund einer kausalen Thätigkeit ist ohne Einfluss auf diese Thätigkeit selbst, und, umgekehrt, die Thätigkeit ohne Einfluss auf den Grund derselben. Die Quantität der Ursache ist ohne Einfluss auf die Kausalität oder Relation und, umgekehrt, die Kausalität oder Relation ohne Einfluss auf die Quantität der Ursache. Die Wirkung ist die Zusammensetzung aus der Quantität der Ursache und der Relation, ohne dass sich diese beiden Faktoren bei der Zusammenwirkung beeinflussen.

B. Primäres kann nur mit Primärem, Sekundäres mit Sekundärem, Tertiäres mit Tertiärem übereinstimmen.

C. Das Neutrale vermittelt den Gegensatz, wie der Gegensatz das Wiedersein vermittelt.

D. Ein mit imaginärer Eigenschaft versehenes reelles Sein kann möglicherweise die Wirkung eines Subjektes sein, d. h. die Wirkung eines Subjektes kann jedes Objekt in jedem Zustande treffen.

F. Die fortgesetzten kausalen Thätigkeiten erzeugen Relationen, welche periodisch wiederkehren.

G. Durch Beeigenschaftung eines Individuums mit allen möglichen imaginären Eigenschaften entsteht jedes Individuum der Gattung, jedoch keines mehr als einmal.

Grundsätze unter dem Heterogenitätsprinzipe (§. 246).

A. Ein Objekt verschwindet gegen seine Gattung, ist von verschwindender Bedeutung für die Letztere, bildet ein verschwindendes Element, eine Wurzel derselben. Allgemein, verschwindet der wirkliche Fall vor dem Inbegriffe aller möglichen Fälle. Ein Individuum wird durch einzelne mögliche Zustände, eine Gattung durch einzelne Individuen, eine Gesammtheit durch einzelne Gattungen, ein Begriff durch einzelne mögliche Fälle weder erweitert, noch beschränkt, auch nicht in sonstiger Weise verändert. Dasselbe gilt so gut von Quantitäten, also für die Beziehung von einzelnen Fällen zum unendlichen Inbegriffe aller möglichen Fälle, als auch von Inhärenzen, also für die Beziehung von Eigenschaften einzelner Individuen zum Inbegriffe der Eigenschaften der Gattung, als auch von Wirkungen, also für die Beziehung von Individualwirkungen zu Gattungswirkungen, als auch von Modalitäten, also für die Beziehung von dem Gesetze eines Individuums zu dem Gattungsgesetze.

B. Nur Objekte von gleicher Qualität können übereinstimmen, nur Individuen mit Individuen, Gattungen mit Gattungen, konkrete mit konkreten, abstrakte mit abstrakten Begriffen.

C. Die Partikularitäten und Singularitäten eines Begriffes sind mit diesen von gleicher Qualität.

Grundsätze unter dem Alienitätsprinzipe (§. 247).

Der leitende Grundsatz *A* in §. 247 liefert den logischen Satz: eine höhere Modalitätsstufe (ein höheres Bildungsgesetz) enthält jede niedrigere als einen Anfangszustand. Es scheint uns jedoch angemessen, den mathematischen Grundsatz der Alienität so auszudrücken: ein unendlich kleines Element eines gegebenen Hauptgesetzes ist zugleich ein Element jedes niedrigeren Hauptgesetzes von ganz bestimmter Formstärke: umgekehrt aber, kann ein Element eines gegebenen Hauptgesetzes jedem höheren Hauptgesetze von ganz beliebiger Formstärke angehören. So ist ein Element einer gegebenen geraden Linie ein konstanter Punkt, ein Punkt an bestimmtem Orte, mit bestimmter Richtung oder Fortschrittstendenz; aber nicht ist, umgekehrt, ein bestimmter Punkt ein Element einer bestimmten geraden Linie, vielmehr ein Element von unendlich viel verschiedenen geraden Linien. Das Element eines Kreises ist zugleich das Element einer bestimmten geraden Linie, der Tangente; aber nicht ist, umgekehrt, das Element einer geraden Linie das Element eines bestimmten Kreises, sondern ein Element von unendlich viel nach Radius und Ebene verschiedenen Kreisen. Das Element einer Schraubenlinie ist zugleich das Element eines bestimmten Kreises, des Krümmungskreises (eines Kreises von bestimmtem Radius und bestimmter Ebene); aber nicht ist, umgekehrt, das Element eines Kreises ein Element einer bestimmten Schraubenlinie, sondern das Element von unendlich viel verschiedenen Schraubenlinien. Das Element einer logarithmischen Spirale ist zugleich das Element einer bestimmten Schraubenlinie, nicht aber ist, umgekehrt, das Element einer Schraubenlinie das Element einer bestimmten logarithmischen Spirale, sondern das Element von unendlich viel solchen Spiralen.

Was soeben von den Linienformen gesagt ist, gilt auch von den Flächenformen. Das Element einer gegebenen Ebene ist zugleich ein konstanter Punkt (ein Punkt an bestimmtem Orte mit zwei bestimmten Fortschrittsrichtungen). Das Element einer gewölbten Fläche (einer krummlinigen Generatrix, welche längs einer krummlinigen Direktrix fortschreitend sich dreht, §. 494) ist zugleich das Element einer bestimmten Ebene, der Tangentialebene, umgekehrt aber, gehört das Element einer Ebene unendlich viel verschiedenen gewölbten Flächen an. Das Element einer Schraubenfläche, nämlich einer Fläche, welche dadurch entsteht, dass eine krummlinige Generatrix sich dreht und wälzt, also nach einer Schraubenlinie sich bewegt, ist zugleich das Element einer gewölbten Fläche, wogegen, umgekehrt, das Element einer gewölbten Fläche unendlich viel verschiedenen Schraubenflächen angehört. Das Element einer logarithmischen Spiralfläche ist zugleich das Element einer bestimmten Schraubenfläche, umgekehrt aber, gehört das Element einer

Schraubenfläche unendlich viel verschiedenen logarithmischen Spiralflächen an.

Dem vorstehenden Grundsatze müssen wir den nachstehenden hinzufügen. Jedes Gesetz besteht aus Elementen von Hauptgesetzen und zwar sind die Elemente eines Gesetzes, welches einer Hauptklasse angehört, Elemente desjenigen Hauptgesetzes, welches einen Ausgangspunkt dieser Klasse bildet (§. 494). So besteht z. B. eine ebene Kurve aus lauter Kreiselementen. Hiernach gilt von jedem Elemente eines beliebigen Gesetzes der voranstehende Grundsatz so, dass irgend ein Element eines Gesetzes einer Hauptklasse zugleich das Element eines bestimmten Hauptgesetzes von derjenigen Hauptstufe ist, welche den Ausgangspunkt der betreffenden Hauptklasse bildet.

Jedes Bildungsgesetz ist daher auf eine verschwindend kleine Erstreckung einförmig. Daher ist eine jede unendlich kleine Bewegung mit beliebig variabeler Richtung eine Bewegung mit konstanter Richtung. Eine jede unendlich kleine Drehung um einen Punkt mit Veränderung der Drehungsaxen ist eine Drehung um eine konstante Axe.

Arithmetisch ist das Differential jeder Funktion $f(x)$ für jeden bestimmten Werth von $x = a$, also die Grösse $f'(a) . \partial x$ eine einförmig variirende Grösse, nämlich das Produkt des unendlich kleinen, also quantitativ unbestimmten oder einförmig variabelen Differentials ∂x und des konstanten Faktors $f'(a)$, nämlich des Differentialkoeffizienten von $f(x)$ für $x = a$. Wenn, allgemein, das Differential einer Funktion y in der Form

$$\partial y = \partial x e^{f(x)} e^{f_1(x) . \sqrt{-1}} e^{f_2(x) . \sqrt{\div 1}}$$

erscheint; so stellt dasselbe, wenn man $\partial x = 0$ setzt, eine annullirte Linie, nämlich den Endpunkt der Grösse y dar, sagt also, dass ein Element von y in dem primoformen Nullwerthe verschwindet. Denkt man ∂x als eine nicht annullirte, aber verschwindend kleine Grösse; so ist das Differential von y eine unendlich kleine sekundoforme oder einförmige, mit ∂x variirende Grösse mit der Deklination $f_1(x)$, der Inklination $f_2(x)$ und der Stauchung $f(x)$. Fasst man zwei aufeinander folgende Differentiale von y zu einer Summe zusammen, welche ein zweigliedriges Element von y bildet, so kann man dafür setzen

$$\begin{aligned} 2\partial y &= \partial x e^{f(x)} e^{f_1(x)\sqrt{-1}} e^{f_2(x)\sqrt{\div 1}} + \partial x e^{f(x+\partial x)} e^{f_1(x+\partial x)\sqrt{-1}} e^{f_2(x+\partial x)\sqrt{\div 1}} \\ &= \partial x e^{f(x)} e^{f_2(x)\sqrt{\div 1}} \left(e^{f_1(x)\sqrt{-1}} + e^{f_1(x+\partial x)\sqrt{-1}}\right) \end{aligned}$$

In dieser Form erscheint das Element als eine tertioforme, zweigliedrige Grösse, deren beide Glieder verschiedene Deklinationskoeffizienten haben, also ein Element einer gleichförmig variirenden Grösse darstellen. Fasst man drei Differentiale zusammen; so kann man für das dreigliedrige Element

$$3\partial y =$$
$$\partial x e^{f(x)}\left(e^{f_1(x)\sqrt{-1}} e^{f_2(x)\sqrt{\div 1}} + e^{f_1(x+\partial x)\sqrt{-1}} e^{f_2(x+\partial x)\sqrt{\div 1}} + e^{f_1(x+2\partial x)\sqrt{-1}} e^{f_2(x+2\partial x)\sqrt{\div 1}}\right)$$

setzen, wodurch das dreigliedrige Element als eine quartoforme, dreigliedrige Grösse erscheint, deren Glieder sich sowohl durch das Deklinationszeichen, als auch durch das Inklinationszeichen unterscheiden.

Fasst man endlich vier Differentiale zusammen; so kann man das viergliedrige Element

$$4\partial y = \partial x \left(e^{f(x)}\, e^{f_1(x)\sqrt{-1}}\, e^{f_2(x)\sqrt{\div 1}} + e^{f(x+\partial x)}\, e^{f_1(x+\partial x)\sqrt{-1}}\, e^{f_2(x+\partial x)\sqrt{\div 1}} + e^{f(x+2\partial x)}\, e^{f_1(x+2\partial x)\sqrt{-1}}\, e^{f_2(x\div 2\partial x)\sqrt{\div 1}} + e^{f(x+3\partial x)}\, e^{f_1(x+3\partial x)\sqrt{-1}}\, e^{f\ (x+3\partial x)\sqrt{\div 1}} \right)$$

setzen. Hierin erscheint das Element als eine quintoforme, viergliedrige Grösse, deren Glieder sich durch Deklination, Inklination und Stauchung unterscheiden.

Nach dieser mathematischen Erörterung sprechen wir nun den leitenden logischen Grundsatz unter dem Alienitätsprinzipe folgendermaassen aus.

A. Jedes Bildungsgesetz ist auf eine unendlich geringe Erstreckung oder bei verschwindender Wirkung oder in jedem augenblicklichen Stadium einförmig und zwar in einer ganz bestimmten Weise oder in einer ganz bestimmten Wirkungsrichtung, nämlich unter einer ganz bestimmten Bedingung einförmig. Jedes einförmige Gesetz ist aber in jedem Augenblicke ein unveränderlicher, konstanter, bestimmter Zustand. Demzufolge ist das Beharrliche, Dauernde, Konstante ein Elementarzustand des Veränderlichen. Die Reihe der sukzessiven Zustände eines einförmigen Seins oder einer einförmigen Thätigkeit ist ein Elementarzustand des Abhängigkeitsgesetzes, welches aus der Wirkung einer konstanten Bedingung entspringt. Der Zwang in einer bestimmten Weise ist ein Anfangsstadium der Freiheit in der betreffenden Richtung oder der Unabhängigkeit von diesem Zwange.

Umgekehrt, kann ein konstanter Zustand unendlich viel einförmigen Gesetzen als ein Stadium angehören und ein einförmiges Bildungselement kann unendlich viel verschiedenen höheren Gesetzen jeder Stufe angehören.

Wenn man das Gesetz, welches ein beliebiges Gesetz einer Hauptklasse darstellt, ein verallgemeinertes Hauptgesetz nennt (wonach z. B. eine ebene Kurve ein verallgemeinerter Kreis wäre); so ist jedes verallgemeinerte Gesetz in jedem Stadium ein Hauptgesetz der Hauptklasse, welchem jenes Gesetz angehört, also ein Gesetz, in welchem Dasjenige Bestimmungsstück, welches in dem verallgemeinerten Gesetze beliebige Variabilität zeigt, einfach oder einförmig variabel ist, oder worin dasjenige Bestimmungsstück, welches in dem verallgemeinerten Gesetze einfache Variabilität zeigt, unveränderlich oder konstant ist. Demzufolge ist das Gesetz, welches aus einer beliebig variabelen Wirkung entspringt, in jedem Stadium ein Gesetz, welches aus einer einförmig variabelen Wirkung entspringt (eine ebene Kurve von beliebig variabeler Tangente ist in jedem Punkte ein Kreis von einförmig variabeler Tangente oder eine ebene Kurve von variabeler Krümmung ist in jedem Punkte ein Kreis von konstanter Krümmung).

Einige andere Grundsätze aus §. 247 können so gefasst werden:

B. Nur Begriffe von gleichen Bildungsgesetzen können sich decken.

C. In Begriffen, welche nach demselben Gesetze gebildet sind, stehen homologe Partikularitäten in gleichen Relationen zu einander (so entsprechen z. B. in der europäischen Völkerfamilie den Deutschen die deutschen Sitten, den Franzosen die französischen Sitten, den Engländern die englischen Sitten).

F. Die Reihenfolge, in welcher voneinander unabhängige Grundeigenschaften eines Objektes kombinirt werden, ist irrelevant für das Resultat*).

G. Unwesentliche Eigenschaften eines Objektes können unbeschadet der Bedeutung desselben beliebig geändert werden.

H. Was für ein einzelnes Objekt für die Voraussetzung gilt, dass eine gewisse Eigenschaft einen willkürlichen Werth zwischen gegebenen Grenzen habe, gilt für alle Objekte, bei welchen die betreffende Eigenschaft einen jenen Grenzen entsprechenden Werth hat.

K. In jedem Bildungsgesetze entspricht eine verschwindende Änderung des bedingenden Objektes auch einer verschwindenden Änderung des abhängigen Objektes.

Den vorstehenden generellen Grundsätzen fügen wir als Parallelen zu den in §. 250 enthaltenen Sätzen einige spezielle oder konstitutive Grundsätze hinzu.

I. Änderung der Quantität. — Erweiterung.

1) Bei der Erweiterung eines Begriffes werden alle möglichen Quantitätswerthe erreicht, von welchen jeder folgende jeden vorhergehenden einschliesst.

2) Bei der Erweiterung ändert der Grenz- oder Endfall seine Eigenschaft, während der Anfangsfall ungeändert bleibt. Indem die der Grenzerweiterung entsprechende Quantitätsbildung als ein Fortschritt der Grenze gedacht wird, kann dieser Grundsatz auch so ausgesprochen werden: das Merkmal eines Objektes kann ihm als eine Eigenschaft beigelegt werden oder inhärirt ihm. In dieser Fassung erkennt man den von den Logikern als Grundsatz der Identität aufgestellten Satz.

3) Erweiterung eines Begriffes ist zugleich Verallgemeinerung.

6) Bei der Verallgemeinerung eines einförmigen Begriffes verbleiben alle Partikularitäten in der ursprünglichen Relation, welche der Kausalität null oder dem Mangel an kausaler Beziehung entspricht.

7) Alle Partikularitäten eines einförmigen Begriffes sind einförmig.

8) Die bei der Verallgemeinerung eines Begriffes eine umfassendere Eigenschaft annehmende Grenze ist ein Begriff nächst niedrigerer Qualität (bei der Verallgemeinerung eines Individuums ist diese Grenze ein Zustand, bei der Verallgemeinerung einer Gattung ist die Grenze ein Individuum, bei der Verallgemeinerung eines abstrakten Begriffes ist die Grenze ein konkreter Begriff).

9) Der absolute Inbegriff aller möglichen Zustände, aller möglichen Fälle, aller möglichen Individuen u. s. w. kann nicht mehr erweitert, nicht weiter verallgemeinert werden.

10) Ein absoluter Inbegriff von Fällen enthält alle möglichen Partikularitäten und Singularitäten.

11) Ein durchaus bestimmter Begriff ist auch ein endlicher. Ein Begriff von unendlich kleiner oder grosser Quantität oder ein unendlicher

*) Der mathematische Satz F in §. 247 ist zur Verhütung von Irrthümern besser so zu fassen: die Reihenfolge voneinander unabhängiger Operationen ist unwesentlich für das Endresultat.

Begriff ist auch unbestimmt (nicht vollständig bestimmt) oder von variabeler Quantität.

13) Ein nicht völlig bestimmter Begriff kann nicht mit einem bestimmten übereinstimmen.

II. Änderung der Inhärenz. — Veränderung (Beeigenschaftung).

1) Durch fortgesetzte Veränderung eines Zustandes im Sein eines Individuums oder durch Veränderung seiner reellen Eigenschaften oder Akzidentien wird jeder mögliche Zustand erreicht oder das Individuum als Inbegriff aller möglichen Zustände vollständig hergestellt. Durch fortgesetzte einförmige Veränderung eines Umstandes, von welchem die Alternität eines Individuums abhängt, oder durch Veränderung seiner imaginären oder komplexen Eigenschaften oder Attribute werden alle möglichen Individuen einer Gattung, also auch die Gattung selbst hergestellt, ohne dass ein bereits dargestelltes Individuum oder auch nur ein Zustand desselben zum zweiten Male erscheint. (Immer andere Menschen bezeichnen immer neue Menschen, von welchen je zwei niemals einen Zustand gemein haben. Wenn eine Wissenschaft in unserer Vorstellung jeden möglichen Menschen, also nach und nach alle Menschen erleuchtet, geht die effizirende Thätigkeit der Erleuchtung auf immer andere Menschen über, von welchen je zwei keinen Zustand gemein haben). Zwei Individuen (zwei einförmige Reihen des einförmigen individuellen Seins) sowie zwei Gattungen (zwei einförmige Reihen einförmiger Individuen), überhaupt zwei Reihen des Seins oder zwei einförmige effizirende Thätigkeiten von gleicher und konstanter Kausalität oder von derselben Relation treffen in keinem Zustande oder Falle zusammen, haben keinen Zustand miteinander gemein oder begegnen sich nicht. (So ist z. B. das Schreiben oder das Denken des einen Menschen in jedem Zustande ein anderes als das eines anderen Menschen).

2) Der Rückschritt deckt den Fortschritt oder führt zum Ausgangspunkte zurück.

5) Eine Thätigkeit, welche gegen eine andere Thätigkeit eine bestimmte Relation hat, und zu ihr in einer bestimmten Kausalität steht, verbleibt in diesem Kausalitätsverhältnisse, auch wenn ihr eine beliebige Eigenschaft oder ein beliebiger Ausgangspunkt verliehen wird. (So hat die durch Erwärmung erzeugte Ausdehnung zur Wärme stets dieselbe Relation, mag es sich um eine starke oder schwache, um eine heutige oder zukünftige, um eine an diesem oder an jenem Objekte zur Erscheinung kommende Wärme oder Ausdehnung handeln).

6) Bei der Änderung des Alternitätsattributes eines Objektes ändern sich alle seine Akzidentien in derselben Weise.

9) Die Alternitätsänderung (der Übergang zu einem anderen Sein) involvirt eine kausale Thätigkeit von unendlich schwacher Kausalität um einen unendlich entlegenen Ausgangspunkt.

10) Veränderung eines Zustandes entspricht einer Wirkung unter gleichzeitiger Änderung der Quantität des wirkenden Subjektes.

11) Jede Änderung eines Zustandes in einer Gattung kann als eine gemeinschaftliche Änderung einer reellen und einer imaginären Eigenschaft (eines Akzidens und eines Attributes) eines Individuums dieser Gattung

angesehen werden. Die Änderung eines Zustandes in einer Gesammtheit ist der gemeinsame Effekt einer reellen, einer imaginären und einer überimaginären Eigenschaftsänderung (die Änderung einer überimaginären Eigenschaft eines Individuums ist zugleich die Änderung einer imaginären Eigenschaft einer Gattung und die Änderung einer reellen Eigenschaft einer Gesammtheit).

III. Änderung der Relation. — Wirkung.

1) Durch fortgesetzte Wirkung mit zunehmender Kausalität ändert sich unaufhörlich die Relation; es erzeugen sich alle möglichen Relationen, wovon die späteren die Wirkungen der früheren sind. Periodisch kehren früher erzeugte Relationen wieder; dazwischen liegen Relationen, welche mit dem kontradiktorischen Gegensatze des ursprünglichen Subjektes übereinstimmen, und zwischen diesen liegen Neutralitätsrelationen.

Jeder Ursache entspricht eine Wirkung und jeder Wirkung eine Ursache von bestimmter Kausalität. Jedes Sein, jedes Objekt, jede Thätigkeit steht mit jedem anderen Objekte in einer bestimmten Relation, kann also die Ursache und auch die Wirkung desselben sein, d. h. es ist jederzeit ein Objekt denkbar oder es giebt möglicherweise ein Objekt, welches die Ursache oder Wirkung eines anderen sein kann (ob ein solches Objekt aber wirklich oder faktisch oder physisch existirt, ist hiermit durchaus nicht gesagt: die reine Logik kann überhaupt durch allgemeine Grundsätze nur ein gedachtes Sein, nicht ein physisches Sein konstatiren, ob also irgend ein physisches Objekt eine Ursache habe oder eine Wirkung sei, ob seine faktische Existenz auf einer faktischen Kausalität beruhe, ob ein physisches Objekt eine Wirkung vollbringen oder eine Ursache sein könne, lässt sich durch rein logische Grundsätze nicht ausmachen).

Das Sein steht zum Sein in dem Kausalitätsverhältnisse null oder in keinem Kausalitätsverhältnisse: das Sein erscheint daher nicht als eine Ursache oder Wirkung des Seins (sondern als eine Alternitätsänderung desselben). Wenn also ein Sein eine Ursache oder eine Wirkung hat; so besteht dieselbe nicht in einem anderen Sein, sondern in einer Thätigkeit von bestimmter Relation.

Vermöge einer solchen möglichen Wirkung kann ein jedes Objekt mit jedem möglichen anderen Objekte in Verbindung treten oder sich begegnen. (Diese Begegnung wird zwar in gewöhnlicher Sprachweise eine Wirkung des Subjektes auf das Objekt genannt, ist aber sehr wohl von der Bewirkung des Objektes durch das Subjekt oder von der Erzeugung des Objektes durch das Subjekt vermöge der Kausalität zu unterscheiden, indem eine Wirkung der letzteren Art nicht gemeint ist. So malt der Maler ein Bild, nicht, indem er durch malen ein Sein, ein seiendes Individuum erzeugt; denn der aus Leinwand und Farbstoffen bestehende Inbegriff von physischen Partikeln wird vom Maler nicht erzeugt, sondern ist ein mit dem Maler zusammen existirendes Sein: Das, was der Maler durch malen erzeugt, ist vielmehr eine Relation zu diesem seienden Objekte, welche in der Komposition, in der Auftragung von Linien und Farben u. s. w. besteht und in dem Wort Bild ihren Ausdruck findet).

Nach Vorstehendem kann jedes Subjekt mit jedem Objekte durch jede Kausalität verbunden gedacht werden, d. h. jedes logische Subjekt ist mit jedem logischen Objekte durch jede logische Relation logisch verbunden und es existirt ein logischer Zustand, in welchem diese Verbindung stattfindet: es ist damit aber nicht gesagt, dass diese logischen Existenzen in der physischen Wirklichkeit bestehen, ebenso wenig wie mathematische Wirklichkeiten (z. B. geometrische Beziehungen) sich in der physischen Welt zu realisiren brauchen. (Rafael's Madonna kann von jedem Menschen gemalt gedacht werden, ohne faktisch von ihm gemalt zu sein).

4) Bei der Wirkung verwandelt sich eine Ursache in die Wirkung; hierbei bleibt ihre Quantität ungeändert, es ändern sich nur ihre Zustände, mit Ausnahme des Anfangszustandes, indem sie die der Kausalität entsprechende Relation annehmen.

5) Die Veränderung, welche ein Zustand im Sein der Ursache bei der Ausübung der Wirkung erleidet, ist eine kausale Thätigkeit, welche sich unter konstant bleibender Bedingung, also gleichförmig ändert und endlich in sich zurückkehrt.

10) Bei fortgesetzter Wirkung mit verstärkter Kausalität trifft ein Subjekt von unbegrenzter Quantität jeden Zustand der ganzen Gattung von erreichbaren Objekten.

17) Eine unbegrenzte Reihe aller möglichen Zustände wird durch jeden dieser Zustände, eine unbegrenzte Gattung durch jedes ihrer Individuen, die unbegrenzte Gesammtheit durch jede ihrer Gattungen in zwei kongruente Hälften getheilt, welchen entgegengesetzte Eigenschaften zukommen.

19) Ob ein Inbegriff von Wirkungen, welche zueinander in Kausalität stehen, von einem Subjekte unter denselben Umständen oder nachundnach unter verschiedenen Umständen gethan wird, ist für die Relation des letzten Resultates gleichgültig.

20) Zwei Thätigkeiten von verschiedener Kausalität stehen zu jeder anderen Thätigkeit in verschiedener Relation, sie können zu keiner Thätigkeit in einundderselben Relation stehen oder aus dieser Thätigkeit durch einunddieselbe Kausalität erzeugt werden (schreiben und lieben kann nicht dieselbe Wirkung einundderselben Thätigkeit, einunddesselben Subjektes sein, selbst wenn dieses Subjekt unter veränderten Umständen wirksam wird). Aus diesem Grundsatze kann mit Hülfe anderer Grundsätze als ein Lehrsatz gefolgert werden, dass zwei einförmige Thätigkeiten von verschiedener Kausalität, welche sich in einer Gattung von Objekten vollziehen, in einem Zustande zusammentreffen und von hier aus in einer unmittelbaren Relation stehen, welche durch den ihnen zukommenden Kausalitätsunterschied bezeichnet ist. In dieser Form vertritt der Satz den elften Euklidischen Grundsatz, welcher unseres Erachtens nicht die Qualität eines Grundsatzes, sondern die eines Lehrsatzes hat.

21) Die fortgesetzt verstärkte Wirkung eines Subjektes von konstanter Quantität kann nicht mit einer Wirkung desselben Subjektes von anderer konstanter Quantität übereinstimmen. (Die Wirkung des Europäers kann logisch und allgemein nicht mit irgend einer gleichnamigen oder ungleichnamigen Wirkung des Spaniers übereinstimmen; nur in konkretem Falle ist Diess möglich).

IV. Änderung der Qualität. — Abstraktion.

1) Die Qualität der Begriffe ändert sich sprungweise, die Abstraktion ist eine Qualitätsverwandlung; die Fortsetzung der Abstraktion ist aber mit einer allmählichen Quantitätsänderung verbunden.

2) Der durch Abstraktion gebildete Begriff hat eine logische Dimension mehr als der konkrete Fall, von welchem jener abstrahirt ist. Es giebt nur vier Qualitätsgrade, den Elementarbegriff, den konkreten Begriff, den abstrakten Begriff und den ideellen Begriff, welcher sich resp. als Zustand, Individuum, Gattung und Gesammtheit objektivirt.

5) Der abstrakte Begriff ist der logische Ort und Inbegriff aller möglichen konkreten Fälle, überhaupt ist der höhere Begriff das Möglichkeitsgebiet und der niedrigere Begriff das Nothwendigkeitsgebiet für alle wirklich existirenden Fälle, d. h. jeder wirkliche Fall gehört dem Möglichkeitsgebiete an und jeder nothwendige Fall gehört dem Wirklichkeitsgebiete an: jeder Fall des Möglichkeitsgebietes kann möglicherweise existiren, jeder Fall des Wirklichkeitsgebietes existirt in der That, jeder Fall des Nothwendigkeitsgebietes muss existiren; das mathematisch anschauliche Objekt ist ein möglicher logischer Fall, das physisch oder sinnlich erscheinende Objekt eine mögliche mathematische Anschauung.

11) Die Qualitätsstufen stehen in Neutralitätsbeziehung zueinander; keine beeinflusst die andere.

15) Begriffe von verschiedener Qualität können nicht übereinstimmen; ein konkreter Begriff kann kein abstrakter sein.

V. Änderung der Modalität. — Bedingung.

1) und 2) Eine Modalität ist ein Inbegriff von Zuständen, welchen ein unter gegebenen Bedingungen sich veränderndes Element erzeugt; die gesetzliche Abhängigkeit kann daher auf eine effizirende Thätigkeit mit variabeler Relation zurückgeführt werden.

3) und 4) Eine jede Modalität kann in lauter verschwindend kleine einförmige Veränderungen, d. h. in solche zerlegt werden, bei welchen eine sehr kleine Thätigkeit unter konstanter Relation ausgeübt wird.

5) Eine verschwindend kleine Thätigkeit oder Veränderung ist stets einförmig, hat also eine konstante Kausalität oder Relation.

7) Eine jede Modalität kann auf eine fortgesetzte Wirkung mit variabeler Quantität und Kausalität zurückgeführt werden.

8) Einer unmerklichen Veränderung des Bedingenden entspricht eine unmerkliche Veränderung des Abhängigen.

10) Eine jede Modalität kann als das Resultat reeller und imaginärer Veränderungen, d. h. als das Resultat der Veränderung der Alternität eines Objektes, in Abhängigkeit von der Veränderung der Eigenschaften eines anderen Objektes oder als das Resultat der Veränderung von Akzidentien und Attributen in Abhängigkeit voneinander aufgefasst werden.

12) und 13) Auf welche variabelen Objekte ein Abhängigkeitsgesetz auch bezogen sei, eine verschwindend kleine Änderung des Bedingenden ist nicht bloss mit einer verschwindend kleinen, sondern auch mit einer der Quantität nach proportionalen Veränderung des Abhängigen begleitet.

Indem wir uns mit den vorstehenden Analogien zwischen mathematischen und logischen Grundsätzen begnügen, bringen wir in Er-

innerung, dass wir nur eine Auswahl von Grundsätzen zu geben beabsichtigen, die Vervollständigung und Ordnung des Systems aber Anderen überlassen. Hierbei bemerken wir, dass es sich empfehlen wird, die Grundsätze ebenso wie die Postulate in Prinzipal- und Fundamental-Grundsätze zu sondern, von welchen die ersteren die Beziehungen zwischen den Grundprinzipien und die letzteren die Beziehungen zwischen den Grundeigenschaften darzustellen haben. Schliesslich heben wir hervor, dass es im Geiste unseres Kardinalprinzipes liegt, sowohl die prinzipalen, als auch die fundamentalen Grundsätze in fünf Klassen zu gruppiren: erstens, Grunderkenntnisse (Grunderklärungen), zweitens, Grundveränderungen oder Grundkonstruktionen (Postulate), drittens, Grundrelationen, viertens, Grundabstraktionen, fünftens, Grundbedingungen.

§. 534.

Theorie der Induktion.

Schon in §. 498 haben wir die Aufgabe angedeutet, welche darin besteht, zu einem als Thatsache oder Faktum gegebenen Resultate die Prämissen zu finden, d. h. ein in irgend einem inneren oder äusseren Grössengebiete gegebenes Objekt zu erkennen oder die diesem Objekte entsprechende Erkenntniss zu bilden.

Es liegt auf der Hand, dass diese Aufgabe nichts Anderes ist, als ein Theil der allgemeinen Aufgabe der Entdeckung der Wahrheit, da sie ja eben die Herstellung der Übereinstimmung unserer Erkenntniss mit der Wirklichkeit verlangt. Diese Aufgabe ist in ihrer Allgemeinheit kein Gegenstand der Logik, sondern der Philosophie: wenn wir uns gleichwohl hier mit einem Theile derselben beschäftigen; so geschieht es, weil sie ein Gegenstand der neueren Lehrbücher der Logik geworden ist.

Aus einem thatsächlich gegebenen Objekte kann der Verstand die Erkenntniss nur durch gewisse Operationen gewinnen, welche ein Experimentiren mit dem Objekte oder eine Beobachtung desselben zu dem Zwecke voraussetzen, gewisse Eigenschaften zu entdecken, deren Bekanntschaft zu der gesuchten Erkenntniss verhilft. Die Regeln, welche zu dieser Erkenntniss führen, welche also wesentlich in der Auffindung der Prämissen zu einem als Thatsache gegebenen Resultate bestehen, machen die Induktion aus.

Die Frage nach dem Wesen eines Objektes zerlegt sich, da dieses Objekt den verschiedensten Grössengebieten angehören und mit den verschiedensten Eigenschaften begabt sein kann, in eine grosse Zahl von Spezialfragen, welche systematisch, nämlich nach Anleitung des Kardinalprinzipes für alle einzelnen Grössengebiete zu stellen und zu beantworten sind. Man wird also zunächst fragen, ist es ein äusseres oder ist es ein inneres Objekt, eine Vorstellung, oder ist es Beides zugleich? Sodann, ist es ein sinnliches oder ein anschauliches oder ein begriffliches oder ein gemischtes Objekt, d. h. steht es unter dem physischen oder dem mathematischen oder dem logischen Gesetze oder unter mehreren dieser Gesetze zugleich? Ferner, welchem einzelnen der fünf Sinnes- oder der fünf Anschauungs- oder der fünf Begriffsgebiete (von welchen letzteren wir erst ein einziges, das Erkenntnissgebiet des Verstandes, kennen gelernt

haben), oder welchen mehreren dieser Gebiete zugleich gehört es an? Schliesslich, welches ist der Werth seiner Grund-, seiner Kardinal- und seiner Haupteigenschaften?

Zur Beantwortung der ersten Fragen über das Grössengebiet, welche zugleich als generelle Vorfragen für die vierte Grundeigenschaft, nämlich die Qualität anzusehen sind, vergegenwärtigen wir uns die übereinander gebauten Qualitätsordnungen des Seins sowohl in subjektiver Bedeutung, wo sie Qualitäten der geistigen Vorstellungsvermögen bezeichnen, als auch in objektiver Bedeutung, wo sie Qualitäten äusserer Objekte, welche auf jene Vorstellungsvermögen wirken oder die betreffenden Vorstellungen erzeugen, bezeichnen. Das äussere Objekt, welches dem physischen Gesetze gehorcht, ist dasjenige, welches Sinneserscheinungen (Licht-, Schall-, Gefühls-, Geschmacks-, Geruchseindrücke) erzeugt; das äussere Objekt, welches dem mathematischen Gesetze gehorcht, ist dasjenige, welches Anschauungen von Raum, Zeit, Materie, Stoff, Struktur hervorruft; das äussere Objekt, welches dem logischen Gesetze gehorcht, ist dasjenige, welches Begriffe und Eindrücke in den übrigen koordinirten, bis jetzt aber noch nicht betrachteten logischen Gebiete erzeugt. Unmittelbar wirken äussere Objekte nur auf die Sinne der Menschen, also vermöge ihrer physischen Kräfte, welche darauf beruhen, dass sie aus Äther gebildet sind. Die Wirkung äusserer Objekte auf das Anschauungsvermögen ist eine mittelbare, durch die Sinne vermittelte: ein äusseres Objekt, welches uns eine räumliche, zeitliche, mechanische etc. Vorstellung gewährt, ist zugleich auch ein physisches oder sinnliches, welches durch Farben, Töne u. s. w., nämlich durch einen unendlichen Inbegriff von zugleich bestehenden Lichtpunkten, aufeinander folgenden Schallerscheinungen u. s. w. wirkt. Als Objekt unseres Anschauungsvermögens ist das äussere Objekt Ponderabeles oder Materie oder Mineral: das mathematische Gesetz ist das Gesetz der ponderabelen Materie. Da das Mineral ponderabilisirter oder materialisirter Äther ist; so ist dasselbe immer Sinnes- und Anschauungsobjekt zugleich. Die Wirkung äusserer Objekte auf das Begriffsvermögen wird durch das Anschauungsvermögen und diese Wirkung wird durch das Sinnesvermögen vermittelt: ein äusseres Objekt, welches eine Begriffsvorstellung gewährt, ist zugleich ein anschauliches, welches in Raum, Zeit, Materie etc. wirkt, und zugleich ein sinnliches, welches durch Licht, Schall etc. wirkt, also ein Objekt von gemischter Qualität. Als Objekt unseres Begriffsvermögens ist das äussere Objekt organisirte Materie oder Pflanze (wie wir erst später näher zeigen können). Da die Pflanze organisirte Materie und die Materie ponderabilisirter Äther ist; so ist die Pflanze immer Sinnes-, Anschauungs- und Begriffsobjekt zugleich. Wie die Anschauung ein unendlicher Inbegriff von Erscheinungen ist; so ist der Begriff ein unendlicher Inbegriff von Anschauungen (die Rose kann in unendlich vielen räumlichen, zeitlichen, mechanischen, stofflichen, physiometrischen Anschauungen auftreten). Die Wirkung der äusseren Objekte, welche die zunächst über dem Pflanzenreiche stehende Qualitätsordnung einnehmen, nämlich der beseelten Organismen oder geistigen Wesen oder Thiere können wir erst in dem späteren Theile genügend charakterisiren.

Wenn unserer Vorstellung nicht durch ein äusseres Objekt hervor-

gerufen wird; so handelt es sich um eine reine oder subjektive Vorstellung oder um ein inneres Sein. Eine solche Vorstellung kann zunächst eine subjektive Sinneserscheinung, ein spontan gebildeter, auch ein durch andere subjektive Prozesse veranlasster Sinneseindruck sein. Sodann kann die Vorstellung eine subjektive Anschauung, d. h. eine mathematische Grösse, nämlich eine Raumgestalt, eine Zeitgrösse (ein Ereigniss), eine mechanische Grösse (Kraftgrösse, Materie), eine chemilogische Grösse (Neigungsgrösse, Stoff), eine physiometrische Grösse (eine von Trieben abhängige Grösse, ein Krystall) sein. Endlich kann die Vorstellung ein subjektiver Begriff, nämlich ein unendlicher Inbegriff aller gewissen Merkmalen entsprechenden möglichen Fälle sein, gleichviel, welchem äusseren Grössengebiete diese Fälle angehören mögen.

Selbstredend können sich in einem Objekte mehrere innere und äussere Qualitäten kombiniren, um ein Objekt von gemischter Qualität zu ergeben.

Indem wir die Frage nach dem Bereiche, welchem ein Objekt angehört, an die Spitze stellen, geht die erste Untersuchung dahin, ob einer gegebenen Vorstellung ein äusseres Objekt zu Grunde liege. Da jedes äussere Objekt unmittelbar nur auf die Sinne wirkt; so setzt die Beantwortung dieser Frage voraus, dass wir Herr sind über die Mittel, jedes unserer Sinnesvermögen für äussere Objekte zugänglich und unzugänglich zu machen oder dasselbe zu öffnen und zu verschliessen. Unter dieser Voraussetzung sind folgende Sätze für die Theorie der Induktion von Bedeutung.

1) Wenn, während ich eine Vorstellung habe, irgend einer meiner Sinne offen ist; so kann jene Vorstellung möglicherweise die Erscheinung eines äusseren Objektes vor dem offenen Sinne sein.

Empfinde ich also einen Schmerz zu derselben Zeit, wo mein Auge offen steht; so ist es möglich, dass der Schmerz eine Gesichtserscheinung eines äusseren Objektes ist. Steht zugleich mein Ohr offen; so kann der Schmerz möglicherweise ein Schall sein. Steht Auge und Ohr offen; so kann der Schmerz eine Licht-, oder eine Schall- oder eine kombinirte Licht- und Schallerscheinung sein.

2) Wenn eine Vorstellung beim Schliessen eines Sinnes unter allen Umständen fortbesteht; so ist sie keine diesem Sinne angehörige Erscheinung eines äusseren Objektes. (Möglicherweise kann diese Vorstellung aber eine diesem Sinnesgebiete angehörige subjektive Erscheinung sein).

Wenn ein Schmerz beim Schliessen des Auges in allen Fällen fortbesteht; so ist er keine Gesichtserscheinung eines äusseren Objektes, kann aber möglicherweise eine subjektive Gesichtserscheinung sein.

3) Wenn eine Vorstellung beim Schliessen eines Sinnes jedenfalls ganz oder theilweise verschwindet; so gehört sie ganz, resp. theilweise dem Erscheinungsgebiete dieses Sinnes an und wird von einem äusseren Objekte hervorgebracht.

Wenn die Vorstellung eines grünen Objektes beim Schliessen der Augen sicher verschwindet; so ist sie eine Gesichtserscheinung eines äusseren Objektes.

4) Wenn eine Vorstellung bei Änderungen, welche in der Aussenwelt vor sich gehen (ohne meine Sinnesorgane und sonstigen Vermögen

zu beeinflussen), sich oder seine Beziehung zur Aussenwelt ändert oder einen anderen Werth in der Aussenwelt annimmt; so beruht jene Vorstellung auf einem äusseren Objekte, und wenn alle möglichen äusseren Veränderungen die Vorstellung unbeeinflusst lassen, beruht sie nicht auf einem äusseren Objekte, sondern ist eine subjektive Vorstellung oder ein inneres Objekt.

5) Wenn in vorstehendem Falle die Änderung der Aussenwelt eine Änderung in einem bestimmten Grössengebiete ist, z. B. nur im Gebiete des Lichtes vor sich geht, also nur eine optische Veränderung, oder nur im Gebiete des Raumes vor sich geht, also nur eine geometrische Veränderung ist; so gehört das in Rede stehende äussere Objekt eben dem letzteren Gebiete an, resp. nicht an.

Wenn z. B. das Objekt, welches ich mit dem Namen Brocken bezeichne, seine Farbe ändert, sobald draussen die Sonne scheint; so liegt ihm ein äusseres optisches Objekt zu Grunde. Wenn dasselbe durch Änderungen, welche im äusseren Raume vor sich gehen, sein geometrisches Verhältniss zum äusseren Raume ändert, also eine andere Entfernung von mir oder eine andere Stellung gegen mich einnimmt, sobald ich meinen äusseren Ort ändere, oder wenn dasselbe eine variabele Stellung gegen ziehende Wolken annimmt; so beruht es auf einer äusseren Raumgestalt. Wenn dasselbe bei der Berührung meinen Leib am Vordringen hindert oder wenn dasselbe anderen äusseren materiellen Körpern einen Widerstand entgegensetzt; so ist es ein äusserer materieller Körper. Wenn dasselbe, indem ich altere und beim Eintritte aller möglichen Ereignisse in der äusseren Welt keine Veränderung zeigte, also ewig unverändert bliebe, abgesehen von den veränderten Beziehungen, welche es durch geometrische, mechanische, optische u. s. w., überhaupt durch nichtchronologische Änderungen der Aussenwelt annimmt und welche keinen Zeitwerth haben; so würde es keine Zeitgrösse, kein äusseres chronologisches Objekt, kein Ereigniss sein (thatsächlich erleidet der Brocken Änderungen mit der Zeit, ist also thatsächlich ein äusseres Zeitobjekt).

Das Auge ist vermöge jeder optischen Primitivfaser ein Organ des Sinnesvermögens, vermöge des im Raume vertheilten Systems von Primitivfasern aber auch ein Organ des Anschauungsvermögens und zwar des räumlichen Anschauungsvermögens: das äussere Raumobjekt wirkt aber unmittelbar doch nur durch den optischen Prozess in den Primitivfasern, also unmittelbar auf das Sinnesorgan und nur dadurch, dass die erregten Primitivfasern ihrer räumlichen Anordnung nach empfunden werden, also mittelbar durch das Sinnesorgan auf das Anschauungsvermögen. Durch die Dauer des optischen Prozesses wird das Auge auch ein Organ für das zeitliche Anschauungsvermögen, durch die Intensität des optischen Prozesses auch ein Organ für das mechanische Anschauungsvermögen, durch die Farben- und Glanzerscheinungen auch ein Organ für das chemilogische und physiometrische Anschauungsvermögen. Das Nämliche gilt vom Ohre, von der Haut, von der Zunge, von der Nase: jedes Sinnesorgan vermittelt Anschauungen für jedes Anschauungsvermögen mit grösserer oder geringerer Vollkommenheit.

Die Einrichtung der einzelnen Sinnesorgane befähigt ein jedes zur mittelbaren Erkenntniss gewisser Klassen von Anschauungen, welche ein anderes Organ nicht zu gewähren vermag. Das Auge dringt in den Raum, kann also über mechanische Grössen Zeugniss ablegen, welche von meinem Körper entfernt sind, wogegen die sensibelen Nerven in Verbindung mit dem motorischen Apparate zwar ein vollkommenes Zeugniss über materielle Grössen liefern, aber doch auf solche beschränkt sind, mit welchen unser Leib in unmittelbarer Berührung steht. Undurchsichtige Körper hemmen den Blick; die Hand dagegen fühlt um einen undurchsichtigen und undurchdringlichen Körper herum, giebt also Raumanschauungen in Fällen, wo das Auge unzulänglich wird. Das Ohr hört nicht bloss in die Ferne, sondern auch um undurchsichtige und undurchdringliche Körper herum, ja in materielle Körper hinein, giebt also Zeugniss über manche Vorgänge, welche dem Auge, dem Gefühle, der Zunge und der Nase verschlossen sind. Das Gefühl äussert sich zwar nur bei unmittelbarer Berührung, aber um undurchsichtige und undurchdringliche Körper herum und auch durch dieselben hindurch (Fühlen mit dem Stocke, durch Fäden und andere Zwischenmittel), ferner im Dunkeln und in undurchsichtige Flüssigkeiten hinein; ausserdem ist das Gefühl ein guter Zeuge für die Dauer unhörbarer Objekte. Die Zunge und die Nase, wiewohl sie nur bei unmittelbarem Kontakte wirken, bezeugen unsichtbare, unhörbare, unfühlbare Objekte.

Hierdurch ist klar, dass die Sinne fähig sind, die im Satze 4 und 5 erwähnten Änderungen in der Aussenwelt zu konstatiren, selbst wenn sich unser Leib nicht in unmittelbarer Berührung mit den betreffenden Objekten befindet.

Das Zeugniss des Sinnes- und auch das des Anschauungsvermögens wird übrigens erst eine Erkenntniss unter der Mitwirkung des Verstandes. Der Letztere, als das eigentliche Organ des Begreifens, Verstehens, Erkennens, liefert die Erkenntniss des abstrakten oder allgemeinen Gesetzes, welches die sinnlichen und anschaulichen Grössen und Prozesse erzeugt, verändert, verbindet; der Verstand regelt die Anwendung dieses Gesetzes, er misst, bestimmt, berechnet die Erscheinungen und die Anschauungen nach den beobachteten Daten durch jenes Gesetz, welches, wenn wir nicht über das Anschauungsgebiet hinaus steigen wollen, das mathematische Gesetz in Verbindung mit dem auf die Sinneserscheinungen Bezug habenden physischen Gesetze ist. So bestimmt sich z. B. aus den mit dem Auge gesehenen fernen Objekten und ihren Veränderungen und Begegnungen vermittelst der mechanischen Gesetze über die im Raume und in der Zeit vor sich gehenden Wirkungen der Materie das Vorhandensein und das Wesen der materiellen Körper und Kräfte, welche an entfernten, für unseren Leib ganz unzugänglichen Orten sich befinden. Eine solche Bestimmung hat, da sie eine reine Verstandesoperation ist und auf der Hypothese beruht, dass jene sichtbaren Veränderungen durch materielle Körper hervorgebracht werden, für die Aussenwelt vorläufig nur die Bedeutung einer Möglichkeit, nicht die einer Wirklichkeit; zur Wirklichkeit wird sie erst, wenn erkannt wird, dass die beobachteten optischen Veränderungen nicht anders, als durch die vorausgesetzten materiellen Körper hervorgebracht werden können. Die letztere Erkenntniss verlangt die

Konstatirung der Richtigkeit einer Hypothese und wird somit eine Aufgabe der Induktion, welche zu diesem Behuf zunächst den Satz aufstellt:

6) Eine Anschauung, d. h. eine räumliche, zeitliche, mechanische, chemilogische, physiometrische Vorstellung, welche durch Sinneserscheinungen vermittelt wird, die unmittelbar aus äusseren sensuellen Prozessen entspringen, beruht auf einem äusseren anschaulichen Objekte, d. h. auf einem äusseren, in Raum, Zeit, Materie, Stoff und Struktur bestehenden (natürlich auch ponderabelen) Objekte, insofern die durch die Sinne vermittelte Anschauung irgend einen endlichen Grad von Bestimmtheit, Beständigkeit, Regelmässigkeit hat. Mit diesem Satze soll übrigens nicht gesagt sein, dass die Vorstellung von den anschaulichen Eigenschaften mit den wirklichen anschaulichen Eigenschaften des Objektes übereinstimmen oder die richtigen sind, sondern nur, dass jene Anschauung nicht aus dem reinen Äther stammen oder auf rein ätherischen Kräften und Prozessen beruhen kann, weil dieser Äther eine den ganzen Raum unterschiedlos erfüllende, zeitlose, durch sich selbst nicht veränderbare, affinitätslose, formlose Substanz ist, welche nur in der Wechselwirkung mit ponderabeler Materie oder unter dem Einflusse höherer Kräfte (Schöpfungskräfte), welche doch zunächst Ponderabeles schaffen, eine konkrete Thätigkeit annehmen kann.

Zur Entscheidung der Frage, welchem Anschauungsvermögen eine Anschauung angehört, bedarf es noch der Klarstellung Dessen, was es heisst, ein Vermögen in oder ausser Funktion setzen. Unter der Funktionirung eines unserer Vermögen verstehen wir die Ausübung einer bestimmten. durch das diesem Vermögen innewohnende Gesetz geregelten, auf ein bestimmtes Objekt gerichteten oder eine bestimmte Vorstellung bezweckenden Thätigkeit, wobei es gleichgültig ist, ob dieselbe durch ein äusseres Objekt oder durch innere, spontane Selbstbestimmung veranlasst ist. Ganz allgemein, für jedes Vermögen und für jedes äussere oder innere Objekt verlangt diese Funktionirung eine Identifizirung unserer selbst mit dem Objekte dadurch, dass wir das fragliche Vermögen in einen diesem Objekte entsprechenden, jedes andere Objekt ausschliessenden Zustand versetzen. Das Gegentheil dieser Verrichtung, also derjenige Prozess, durch welchen wir ein Vermögen ausser Funktion setzen oder suspendiren, besteht darin, dass wir dieses Vermögen von jeder bestimmten Vorstellung, insbesondere von einer bestimmt gegebenen abwenden oder uns mit allen möglichen anderen Objekten als dem gegebenen identifiziren.

Beispielsweise ist unser äusseres Gesichtsorgan in Funktion mit einem äusseren Lichtpunkte, wenn wir das Auge für den äusseren Lichtstrahl offen halten, und es ist für den Verkehr mit der Aussenwelt suspendirt, wenn wir das Auge schliessen.

Als äusseres Anschauungsorgan ist das Auge in Funktion, wenn wir dasselbe auf ein äusseres Objekt akkommodiren, und es ist suspendirt, wenn wir dasselbe von dem äusseren Objekte abwenden oder nicht auf ein gegebenes äusseres Objekt akkommodiren. Unser inneres Sehvermögen (im Sensorium) funktionirt, wenn wir uns eine bestimmte Licht- oder Farbenerscheinung vorstellen, und es ist suspendirt, wenn wir keine bestimmte Sinneserscheinung zulassen. Unser inneres Anschauungsvermögen ist in Funktion, wenn wir uns eine bestimmte Raumgestalt vergegen-

wärtigen, und es ist suspendirt, wenn wir uns keine bestimmte Figur vorstellen. Unser inneres Anschauungsvermögen ist mit dem optischen Sinnesvermögen zugleich in Funktion, wenn wir uns eine bestimmte Raumfigur als bestimmte Lichterscheinung vergegenwärtigen; indem das Sinnesvermögen ausser Funktion tritt, verliert die optische Lichterscheinung ihren Bestand; indem das Anschauungsvermögen ausser Funktion tritt, verliert die Raumfigur ihre geometrische Form, Lage, Beständigkeit. Unsere Haut oder unsere sensibelen Nerven sind in Funktion, wenn wir mit denselben die Berührung eines äusseren Objektes empfinden, und sie sind suspendirt, wenn sie sich dieser Berührung entziehen (oder auch durch Narkotiken paralysirt sind). Unser motorischer Apparat ist als äusseres Organ des mechanischen Anschauungsvermögens in Funktion, wenn wir uns mit einem äusseren materiellen oder mechanischen Objekte ins Gleichgewicht oder in den Zustand der bestimmten Verzögerung seiner Geschwindigkeit versetzen (uns mit ihm identifiziren), womit die Anschauung des äusseren Objektes verbunden ist; derselbe ist aber suspendirt, wenn wir dem äusseren Objekte nicht den zum Gleichgewichte oder zu einer bestimmten Verzögerung erforderlichen Widerstand entgegensetzen. Unser inneres mechanisches Anschauungsvermögen funktionirt, wenn wir uns bestimmte mechanische Grössen vorstellen (in Gedanken eine Masse setzen oder beseitigen, einen Druck empfinden oder ausüben, eine Geschwindigkeit vernichten oder erzeugen), und es ist suspendirt, wenn wir jeder bestimmten Vorstellung dieser Art ausweichen. In ähnlicher Weise ist die Funktionirung und die Suspension eines jeden anderen Vermögens zu erklären und wir sprechen auf Grund dieser Erläuterung folgenden Satz aus.

7) Wenn ein Vermögen in Funktion ist, während wir eine bestimmte Vorstellung haben; so kann das Objekt möglicherweise jenem Vermögen angehören.

Wenn ein Vermögen hierbei suspendirt ist; so kann das Objekt diesem Gebiete nicht angehören. Das Objekt kann überhaupt nur den Gebieten der in Funktion befindlichen Vermögen angehören.

Wenn ich z. B. die Vorstellung eines Dreieckes habe, während alle meine Vermögen in Funktion sind; so kann das Dreieck möglicherweise eine Schallerscheinung, auch eine mechanische Grösse, auch ein logischer Begriff sein. Wenn ein Blinder die Vorstellung eines Dreieckes hat; so kann dieselbe jedenfalls nicht von einem äusseren Lichtobjekte herrühren. Wenn ein Mensch jene Vorstellung hat, dem das äussere und innere Sehorgan fehlt; so kann das Dreieck überhaupt keine Sinneserscheinung sein.

8) Wenn ich, während ich eine Vorstellung von einem Objekte unter Funktionirung aller Vermögen habe, ein Vermögen suspendire; so wird sich an der Vorstellung nothwendig Etwas ändern (indem die Bestimmtheit der in das Gebiet des suspendirten Vermögens fallenden Eigenschaften aufhört) und Etwas wird durchaus unverändert bleiben, wie willkürlich auch das suspendirte Vermögen operiren mag. Das Veränderliche nun gehört dem Gebiete des suspendirten Vermögens, das Unveränderliche dagegen den Gebieten der funktionirenden Vermögen an.

Mit Hülfe dieses Satzes kann durch sukzessive Suspension der einzelnen Vermögen entschieden werden, welchem Gebiete oder welcher

Qualitätsordnung ein Objekt angehört. Da z. B. in der Vorstellung eines konkreten dreieckigen Objektes die Vorstellung des konkreten Dreieckes ungeändert bleibt, wenn wir alle Sinne suspendiren (indem die Farbe, der Schall, das Gefühl, der Geschmack und der Geruch dieses Objektes ganz beliebig angenommen werden können, ohne seine Dreiecksfigur zu ändern), ferner, wenn wir das Anschauungsvermögen der Zeit, der Materie, des Stoffes und des Krystallisationstriebes suspendiren (indem das Alter und die Epoche, in welcher das Objekt sich befindet, die Masse, das Gewicht und die Geschwindigkeit der Materie, woraus es besteht, der chemische Stoff desselben und seine Neigungen, sowie sein Gestaltungstrieb, den dasselbe als Formelement bethätigen mag, für seine Dreiecksfigur ganz irrelevant sind), ferner, wenn wir das logische Begriffsvermögen suspendiren (indem es für jene konkrete Dreiecksfigur gleichgültig ist, ob das Objekt mit beliebig vielen anderen Objekten einer höheren Gemeinschaft oder Begriffsgattung subsumirt werden kann); so folgt, dass das bei diesen Suspensionen unverändert Bleibende, nämlich die Figur des Dreieckes, allen den genannten Vermögen nicht angehören kann, dass Dieses vielmehr dem Anschauungsgebiete des Raumes angehören muss oder dass das Dreieck eine Raumgestalt ist (insofern es nicht etwa den bislang von uns noch gar nicht betrachteten Vermögen angehört, was allerdings nicht der Fall ist).

9) Die Bestätigung eines durch Suspension gewisser Vermögen gefundenen Resultates ergiebt sich, wenn konstatirt wird, dass eine Suspension der übrigen Vermögen die bis dahin konstant gebliebene Vorstellung aufhebt. In der That, verschwindet im letzten Beispiele die Dreiecksfigur bei der Suspension des räumlichen Anschauungsvermögens, indem an die Stelle der bestimmten Dreiecksfigur jede mögliche Raumgestalt tritt, womit die Vorstellung des Dreieckes vernichtet ist.

Wir bemerken noch, dass die drei Sätze 7, 8, 9 auch sogleich auf das äussere Grössengebiet mit ausgedehnt werden können, wenn man unter der Funktionirung und Suspendirung dieses Gebietes die Zusammenwirkung mit der Aussenwelt, resp. die gänzliche Isolirung des Objektes von der Aussenwelt oder die gänzliche Unzugänglichkeit für die Aussenwelt, resp. für ein gewisses äusseres Grössengebiet versteht, da die letzteren Sätze sich alsdann mit den Sätzen 1 bis 5 verschmelzen.

So ist z. B. ein äusseres Objekt kein Zeitobjekt, kein Ereigniss, wenn dasselbe in aller Zeit und bei allen Ereignissen unverändert fortdauert; es ist ein äusseres Raumobjekt, wenn es sich in andere Orte, in andere Stellungen u. s. w. bringen lässt; es ist ein äusseres materielles Objekt, wenn es sich drücken oder durch Druck in Geschwindigkeit versetzen lässt oder wenn es einem materiellen Körper Widerstand leistet; es ist kein äusseres materielles Objekt, wenn es für Kräfte unzugänglich ist, keinen Widerstand leistet und keine Geschwindigkeit annimmt.

Sobald über die geeigneten subjektiven Erkenntnissmittel oder Erkenntnissorgane kein Zweifel obwaltet, kann unter Umständen von folgenden Sätzen ein nützlicher Gebrauch gemacht werden.

10) Das Sensorium des Menschen hat fünf Grundvermögen zugleich, d. h. es ist zugleich Gesichts-, Gehör-, Gefühls-, Geschmacks- und Geruchssinn. Der Mensch hat zugleich das Vermögen zu sehen, zu hören, zu

fühlen, zu schmecken und zu riechen: wenn er also einen Sinneseindruck empfängt, kann er möglicherweise zugleich sehen, hören, fühlen, schmecken und riechen. Die Intensität, womit ein Sinn in einem gegebenen Falle wirklich thätig ist, kann jedoch jeden, also auch den Nullwerth haben, d. h. der eine oder andere Sinn kann faktisch unthätig sein oder die subjektive Erscheinung kann faktisch nur diesem oder jenem Sinne angehören.

11) Ein physisches Objekt hat stets zugleich das Vermögen, optisch, akustisch, ästhematisch, gustisch und osmetisch zu vibriren, dasselbe ist also zugleich das Objekt einer subjektiven Gesichts-, Gehör-, Gefühls-, Geschmacks- und Geruchserscheinung. Die Intensität der wirklich ausgesandten Vibrationen der einen oder der anderen Art kann jeden speziellen Werth, also auch den Nullwerth haben, was mit ihrer faktischen Nichtexistenz und demzufolge mit der faktischen Nichtbetheiligung des betreffenden Sinnes gleichbedeutend ist. Die faktische Annullirung der Vibrationsintensität ist keine Annullirung des Vibrationsvermögens.

So ist z. B. eine reine Gesichtserscheinung eine Erscheinung, deren akustische, ästhematische, gustische und osmetische Intensität faktisch null ist.

12) Eine Erscheinung, bei welcher von den fünf Sinnen vier nicht betheiligt sind, muss nothwendig dem Bereiche des fünften angehören. Wenn es also gewiss ist, dass eine Vorstellung, welche wir soeben haben, ein Sinneseindruck ist, und wenn es ebenso gewiss ist, dass wir weder etwas hören, noch fühlen, noch schmecken, noch riechen; so muss jene Vorstellung nothwendig eine Gesichtserscheinung sein.

13) Wenn eine Erscheinung aus differenten Eindrücken besteht, es aber gewiss ist, dass von vier Sinnen ein jeder aus allen Elementen der Erscheinung konstante Eindrücke empfängt (gar kein Eindruck ist einem konstanten Eindrucke mit dem Nullwerthe gleich); so gehört das Differente in der Erscheinung dem fünften Sinne an. Empfingen wir z. B. differente Sinneseindrücke, während jedes Element des Objektes mit demselben Tone oder gar nicht schallte, mit derselben mechanischen oder kalorischen Kraft oder mit gar keiner Kraft uns affizirte, denselben oder gar keinen Geschmack und Geruch hätte; so müsste die Erscheinung nothwendig eine Gesichtserscheinung mit optischen Differenzen sein.

14) Das Anschauungsvermögen des Menschen hat zugleich die fünf Grundvermögen der räumlichen, zeitlichen, mechanischen, chemilogischen und physiometrischen Anschauung. Eine subjektive Anschauung kann zugleich eine geometrische, chronologische, mechanische, chemilogische und physiometrische sein. Alle fünf sind voneinander unabhängig; die faktische Bethätigung jedes dieser fünf Anschauungsvermögen kann jeden Werth, also auch den Nullwerth haben, d. h. in einem konkreten Falle kann das eine oder andere Spezialvermögen thatsächlich unbetheiligt sein. So sind z. B. bei einer reinen Raumanschauung die übrigen vier Anschauungsvermögen unbetheiligt.

15) Ein äusseres Anschauungsobjekt hat die Fähigkeit, zugleich in jedem der fünf äusseren Weltgebiete, welchen die fünf subjektiven Anschauungsgebiete entsprechen, zu existiren, d. h. jedes Anschauungsobjekt hat die Fähigkeit, im Raume zu sein, in der Zeit zu dauern, mit Kraft

zu wirken, mit Affinität sich zu verbinden, durch Triebe sich zu konstituiren. Diese Fähigkeit kann in jedem Gebiete jeden Spezialwerth, also auch den Nullwerth haben, im konkreten Falle kann mithin ein Anschauungsobjekt faktisch einem einzigen dieser Gebiete angehören. Die Fähigkeit eines äusseren Objektes, auch in den übrigen Anschauungsgebieten zu existiren, erlischt übrigens niemals, ein solches Objekt hat immer die allgemeine Qualität der Zugehörigkeit zu jedem dieser Gebiete, und Diess bekundet sich dadurch, dass dasselbe immer als ein mögliches Element dieser Gebiete erscheint.

So nimmt z. B. ein 10 Jahre dauerndes Massentheilchen Gold, welches vermöge seiner Dauer, seiner Gravitation, seiner Affinität und seiner Struktur eine chronologische, mechanische, chemilogische und physiometrische Grösse ist, keinen Raum ein, ist also keine vollkommene geometrische Grösse, immer existirt es aber doch in einem Orte und bildet einen Punkt, also ein Raumelement. Ebenso hat ein plötzlich entstehender und wieder verschwindender Meteorstein alle übrigen Eigenschaften, nur keine vollständigen chronologischen, immer bildet er aber doch ein Ereigniss in einem bestimmten Zeitpunkte von der Dauer eines Augenblickes, ist also ein chronologisches Element.

Es erscheint nützlich, die fünf Anschauungsgebiete in ihrer subjektiven und in ihrer objektiven Bedeutung unter Berücksichtigung der durch unsere logischen Untersuchungen gewonnenen Resultate nochmals zu charakterisiren; Diess geschieht folgendermaassen.

16) Der Raum, als subjektive Anschauung ist das Nebeneinandersein, die Zeit das Nacheinandersein, die Materie das Ineinandersein, der Stoff das Durcheinandersein und das Wesen das Füreinandersein. Das geometrische Nebeneinandersein ist eine Vereinigung oder Umfassung, das chronologische Nacheinandersein eine Folge, das mechanische Ineinandersein eine Zusammensetzung (Zusammenwirkung), das chemilogische Durcheinandersein oder Vermögeeinandersein eine Befähigung des Einen durch den Anderen oder eine Gemeinschaft des Seins, das physiometrische Füreinandersein ein systematisches Sein, eine Konstitution, ein Abhängigsein, ein Sein in einem gesetzlichen Organismus oder Wesen, in welchem das Eine dem Anderen und dem Ganzen dient oder dasselbe bedingt, mit ihm nach einem Gesetze zusammenhängt, überhaupt ein gesetzliches Sein.

Der geometrische Hauptprozess ist die Ausdehnung, der chronologische die Dauer, der mechanische die Wirkung, der chemilogische die Verbindung (Verschmelzung), der physiometrische die Ordnung, Bildung, Konstituirung, Organisirung, überhaupt die Bedingung durch ein Gesetz.

Die Bestandtheile einer Raumgrösse erscheinen wesentlich als Theile, die einer Zeitgrösse als Abschnitte, die einer mechanischen Grösse als Komponenten oder Faktoren, die einer chemilogischen Grösse als Exponenten oder Grade, die einer physiometrischen Grösse als Elemente einer Funktion. Demnach sind die räumlichen Gesetze vornehmlich Entwicklungen der Gesetze der Quantität, die zeitlichen die der Inhärenz, die mechanischen die der Relation, die chemilogischen die der Qualität und die physiometrischen die der Modalität.

Der Operator, welcher die Veränderung hervorbringt, indem er aus dem Operand ein Operat herstellt, ist bei der räumlichen Operation ein Merkmal (welches eine Vielheit von Fällen deckt), bei der zeitlichen eine Eigenschaft, ein Akzidens oder Attribut (welches eine Änderung durch Kombination, Anreihung oder Verschiebung veranlasst), bei der mechanischen eine Kraft (eine Tendenz zur Thätigkeit nach aussen oder eine Bewegungstendenz), bei der chemilogischen eine Affinität, Neigung oder Fähigkeit (welche eine Gemeinschaft stiftet, also differente individuelle Fähigkeiten bindet), bei der physiometrischen ein Trieb (welcher das Wesen bildet, das Verhalten bedingt, die Konstitution regelt).

In objektiver Beziehung heisst eine Raumgrösse ein Körper, eine Zeitgrösse ein Ereigniss, eine mechanische Grösse eine Materie (Masse), eine chemilogische Grösse ein Stoff, eine physiometrische Grösse ein Wesen (System, Organismus). Der Ausdruck Materie kann auch im weiteren Sinne von den nicht anschaulichen Grössen (z. B. von den ätherischen Grössen oder den Objekten der Sinneserscheinungen, kurz, vom Äther selbst) gebraucht werden: hier ist jedoch nur die anschauliche Materie oder die mechanische Materie im engeren Sinne gemeint und diese ist gleichbedeutend mit der ponderabelen oder gravitirenden Materie.

Ausdehnung ist hiernach die vornehmlichste Eigenschaft der Körper, Dauer die der Ereignisse, Kraft die der Materie, Affinität die des Stoffes, Trieb die des Wesens. Mechanische Kraft ist Bewegungstendenz oder Wirkungstendenz, d. h. in positiver Bedeutung Bestreben zum Ineinandersein oder zum Eindringen in denselben Raum (Attraktion) und in negativer Bedeutung Bestreben zum Auseinandersein oder zum Hinaustreiben aus demselben Raume (Repulsion); immer involvirt die Kraft ein Bestreben, Etwas zu thun oder nach aussen zu tragen, ist Tendenz zu einer nach aussen gerichteten Thätigkeit. Chemilogische Affinität ist Neigung zur Stiftung einer Gemeinschaft; sie involvirt die Fähigkeit zu einem Können. Trieb ist Regung oder Disposition zum Verhalten nach einem Gesetze (Bildungsgesetze).

Ein Körper sein oder körperlich sein, heisst hiernach nichts Anderes, als im Raume sein, ferner, ein Ereigniss sein oder sich ereignen, nichts Anderes, als in der Zeit sein, ferner, Materie sein oder materiell sein, nichts Anderes, als Kraft besitzen oder Wirkungsvermögen haben, ferner, Stoff sein nichts Anderes, als Neigungen zur Verbindung mit anderen eigenartigen Objekten haben, endlich, ein Wesen sein, nichts Anderes, als Triebe haben, d. h. einem Abhängigkeitsgesetze gehorchen.

Ein äusseres anschauliches Objekt ist nach dem vorhergehenden Satze zugleich Körper, Ereigniss, Materie, Stoff und Wesen. In jedem dieser Grössengebiete ist dasselbe prinzipiell selbstständig, d. h. die Werthe, welche dasselbe in dem einen Gebiete besitzt, bedingen nicht nothwendig die Werthe, welche es in dem anderen einnimmt, es kann in jedem Gebiete beliebige Werthe haben, wennauch die speziellen Werthe eines faktischen Objektes in faktischen Beziehungen, welche das Naturgesetz des Objektes ausmachen, zueinander stehen. Es ist daher entschieden falsch zu denken, ein Objekt erfülle desshalb den Raum oder habe desshalb chemische Affinität, weil es materiell sei, ein Gedanke, welcher in den Worten

seinen Ausdruck findet: die Materie ist der Träger der chemischen Affinität. Materialität hat Nichts mit Räumlichkeit und Affinität zu thun, sondern nur mit Bewegbarkeit, Wirksamkeit: mag die Masse eines Körpers und seine mechanische Eigenschaft sich ändern, wie sie wolle, immer behält derselbe Räumlichkeit und chemische Eigenart, selbst wenn sich die Materialität im Verschwinden befindet.

Überhaupt ist die gewöhnliche Vorstellung von dem Träger einer Eigenschaft eine irrthümliche. Kein Objekt ist ein Träger irgend einer seiner Eigenschaften in dem Sinne, dass das Objekt von seiner Eigenschaft faktisch getrennt werden, also das Objekt ohne die Eigenschaft und die Eigenschaft ohne das Objekt faktisch bestehen könnte. Nur in unseren Gedanken ist eine solche Trennung möglich, nicht in der Wirklichkeit; hier besteht ein Objekt nur durch oder in seinen Eigenschaften, welche in konkreten Fällen beliebige spezielle Werthe, also auch Nullwerthe annehmen können, aber doch immer als Vermögen des Objektes fortbestehen und niemals für sich bestehende Objekte werden können.

Der Raum hat also keine Dauer, keine Ursache, keine Neigung, keinen Trieb, sondern Ausdehnung. Die Zeit hat keine räumliche Ausdehnung, keine Ursache, keine Neigung, keinen Trieb, sondern Dauer. Die Kraft (oder das durch Kraft Bestehende, die Materie) hat keine Ausdehnung, keine Dauer, keine Neigung, keinen Trieb, sondern Kausalität oder Wirkungstendenz. Die Affinität (oder das durch Neigung Bestehende, der Stoff) hat keine Ausdehnung, keine Dauer, keine Ursache, keinen Trieb, sondern Neigung zur Gemeinschaft. Das Wesen hat keine Ausdehnung, keine Dauer, keine Ursache, keine Neigung, sondern Bildungs- oder Organisationstrieb.

Nur, insofern ein Objekt mehreren Grössengebieten zugleich angehört, wie z. B. ein Bergkrystall, kann es Ausdehnung, Dauer, Kraft, Neigung und Trieb zugleich haben und, da jedes äussere Objekt faktisch allen Anschauungsgebieten angehört, hat jedes äussere Objekt faktisch die Grundeigenschaften aller fünf Anschauungsgebiete.

Hiernach leuchten folgende Sätze für anschauliche Objekte ein.

17) Wenn in einem anschaulichen Objekte keine chronologischen, mechanischen, chemilogischen und physiometrischen Änderungen vor sich gehen; so sind die vor sich gehenden anschaulichen Änderungen geometrische, oder, wenn in diesem Objekte keine chronologischen, mechanischen, chemilogischen und physiometrischen Unterschiede bestehen; so sind die bestehenden Unterschiede geometrische, d. h. das Objekt ist ein bestimmter Raumkörper, oder, wenn sich bei dem Übergange von einem Zustande a dieses Objektes zu einem anderen oder differenten Zustande b weder die Zeit, noch die Masse oder sonstige mechanische Eigenschaft, noch der Stoff, noch die Struktur, sondern lediglich der Ort oder eine andere räumliche Eigenschaft ändert (indem a und b zu gleicher Zeit, mit gleicher Masse, Kraft und Geschwindigkeit, mit gleichem Stoffe und mit gleicher Struktur bestehen); so können a und b nur räumliche Verschiedenheiten sein.

18) Wenn keine räumlichen, mechanischen, chemilogischen und physiometrischen Veränderungen vor sich gehen; so sind die vor sich gehenden anschaulichen Veränderungen zeitliche. Wenn also ein Objekt

in demselben Raume mit derselben Kraft, Affinität und Struktur fortbesteht; so können die an ihm gemachten Wahrnehmungen, welche sich voneinander unterscheiden, nur seine Dauer oder Geschichte betreffen.

19) Wenn keine räumlichen, zeitlichen, chemilogischen und physiometrischen Veränderungen vor sich gehen; so sind die vor sich gehenden Veränderungen mechanische. Diess ist z. B. bei einem Objekte der Fall, welches in demselben Raume plötzlich (in einer keine differenten Augenblicke enthaltenden Zeit) ohne Änderung seiner chemischen Neigungen und Verbindungen verdichtet oder beschleunigt wird (verschiedene Dichtigkeits- oder Geschwindigkeitskomponenten erhält).

20) Wenn keine räumlichen, zeitlichen, mechanischen und physiometrischen Veränderungen vor sich gehen; so sind die vor sich gehenden Veränderungen chemilogische. Diess ist z. B. bei einem Objekte der Fall, welches in demselben Raume, in derselben mechanischen und physiometrischen Beschaffenheit (etwa im Gaszustande) ohne Zeitverlust einen chemischen Stoffwechsel erleidet.

21) Wenn keine räumlichen, zeitlichen, mechanischen und chemilogischen Veränderungen vor sich gehen; so sind die vor sich gehenden Veränderungen physiometrische. Diess ist z. B. bei einem Objekte der Fall, welches in demselben Raume, mit derselben Masse und als derselbe Stoff ohne Verzug vom flüssigen in den starren Zustand übergeht.

Verflösse über den Veränderungen unter Nr. 17, 19, 20, 21 eine gewisse Zeit; so würden sich Zeitdifferenzen mit räumlichen, resp. mechanischen, chemilogischen oder physiometrischen Unterschieden kombiniren, das fragliche Objekt würde also zugleich der Zeit und einem anderen Anschauungsgebiete angehören. Es ist leicht, die übrigen möglichen Kombinationen von mehreren Gebieten zu bilden.

§. 535.

Erkenntniss der Quantität.

Nachdem durch die vorstehenden und ähnliche Sätze, deren Vervollständigung wir dem Leser überlassen, das Grössengebiet, welchem das Objekt angehört, oder seine Qualitätsordnung ermittelt, mithin auch festgestellt ist, ob es der Aussenwelt oder der geistigen Innenwelt oder Beiden zugleich angehört, wird man sich zu der Frage über den Werth seiner Grundeigenschaften in dem fraglichen Grössengebiete wenden. Die Lösung dieser Frage verlangt zuvörderst die Scheidung der einzelnen Grundeigenschaften oder die Isolirung jeder einzelnen als desjenigen Objektes, dessen spezieller Werth zu bestimmen ist: es handelt sich also zunächst um die logische oder begriffliche Erkenntniss einer Grundeigenschaft, noch nicht um die mathematische Erkenntniss oder Messung derselben, insofern das Objekt überhaupt ein Objekt des Anschauungsvermögens ist. Wir wollen die Sache gleich allgemein behandeln, also die Frage stellen: woran erkennt man die Quantität, die Inhärenz, die Relation, die Qualität und die Modalität? oder, indem man von dem allgemeinen Wesen der Grundeigenschaft zu dessen konkretem logischen Werthe übergeht, woran erkennt man ein Merkmal, eine Eigenschaft,

eine Wirkung, eine Verwandtschaft und eine Abhängigkeit? Für die erste Grundeigenschaft, die Quantität, gelten folgende Sätze.

Ein wesentliches Merkmal kömmt dem Objekte unter allen Umständen, in allen Zuständen unabänderlich zu, es umfasst also das ganze Objekt oder alle seine möglichen Fälle, auch alle seine Singularitäten und Partikularitäten (Theile); es deckt alle diese Fälle und Bestandtheile, schliesst dieselben in eine gemeinsame Grenze ein, fasst eine bestimmte Menge von Substanz durch Abgrenzung (Definition) zusammen. Hat das Objekt nur ein einziges Merkmal; so bildet dasselbe auch seine Quantität. Ein Merkmal deckt also eine bestimmte Substanz oder stimmt mit ihr überein. Bei mehreren Merkmalen bezeichnet das Zusammen- oder Zugleichsein aller wesentlichen Merkmale, d. h. die Substanz, welche von allen Merkmalen zugleich gedeckt wird, die Quantität des Objektes. Zur Verhütung von Missverständnissen ist sorgfältig zwischen der Ausschliessung oder Verneinung eines Merkmals, welche eine Verlegung des Objektes in das ausserhalb dieses Merkmals liegende Erkenntnissgebiet verlangt, und der Aufhebung eines Merkmals, welche die Beseitigung einer Grenze verlangt, zu unterscheiden. Hiernach sprechen wir folgende Sätze aus.

1) Wenn die Ausschliessung einer bestimmten Vorstellung (einer Vorstellung von bestimmt begrenztem Umfange) unter allen Umständen die Vernichtung des Objektes herbeiführt; so ist jene Vorstellung ein wesentliches Merkmal dieses Objektes.

So bedingt z. B. die Ausschliessung der Geistigkeit die Vernichtung des Menschen; folglich ist die Geistigkeit ein wesentliches Merkmal des Menschen. Der Tod zieht die Vernichtung des irdischen Menschen nach sich; folglich ist das Leben ein wesentliches Merkmal des irdischen Menschen. Die Ausschliessung der Schwere (Gravitation), auch die Ausschliessung des Beharrungsvermögens oder der Trägheit vernichtet die Materie; folglich sind Schwere und Trägheit wesentliche Merkmale der Materie. Die Ausschliessung oder Veränderung des Äquivalentgewichtes 8 zieht die Vernichtung des Sauerstoffes nach sich; folglich ist dieses Äquivalentgewicht ein chemilogisches Merkmal des Sauerstoffes. Die Ausschliessung der Dreizahl der Eckpunkte bedingt die Aufhebung des Dreieckes; folglich ist diese Dreizahl ein Merkmal des Dreieckes.

2) Wenn die Ausschliessung einer bestimmten Vorstellung die Vernichtung einer Partikularität des Objektes nach sich zieht; so ist jene Vorstellung ein wesentliches Merkmal für diese Partikularität und ein unwesentliches Merkmal für das Objekt im Allgemeinen.

So vernichtet die Ausschliessung der Vierbeinigkeit das normale Pferd; die Vierbeinigkeit ist daher ein wesentliches Merkmal für das normale Pferd, aber ein unwesentliches Merkmal für das Pferd. Das Gold erscheint gelb bei der Bestrahlung mit Sonnenlicht, bei der Bestrahlung mit bengalischem Feuer kann es in anderen Farben erscheinen und ohne Bestrahlung erscheint es gar nicht oder schwarz. Hiernach ist die gelbe Farbe ein wesentliches Merkmal des Goldes im Sonnenlichte, im allgemeinen aber ein unwesentliches Merkmal für ein faktisches Stück Gold (die Farbe des Goldes lässt sich faktisch ändern, ohne das Wesen des Goldes als Stoff zu ändern). Die Ausschliessung der Gleichheit der

Winkel, also die Ungleichheit der Winkel vernichtet das Quadrat oder das quadratische Viereck, nicht das Viereck: jene Winkelgleichheit ist daher ein wesentliches Merkmal für das Quadrat, aber ein unwesentliches Merkmal für das Viereck.

3) Wenn in einer Vorstellung ausser dem gegebenen Objekte auch andere Objekte Platz finden, oder wenn jene Vorstellung eine Einschränkung durch neue Merkmale zulässt, ohne das gegebene Objekt irgendwie zu beschränken; so deckt oder definirt jene Vorstellung nicht die Quantität des Objektes, sondern ist zu weit. Wenn aber jede Einschränkung der Vorstellung durch neue Merkmale eine Beschränkung des Objektes und jede Erweiterung der Vorstellung durch Aufhebung von Merkmalsgrenzen eine Zulassung anderer Objekte zur Folge hat, erschöpft oder deckt die Vorstellung das Objekt.

So findet in der Vorstellung Baum nicht bloss der als Objekt gegebene Begriff der Eiche, sondern auch der Begriff Tanne Platz, oder jene Vorstellung gestattet Einschränkungen durch Merkmale, wie z. B. Waldbaum, ohne das Objekt Eiche zu beschränken; daher deckt die Vorstellung Baum nicht das Objekt Eiche, sondern ist zu weit. Sie deckt aber sich selbst, also den Begriff Baum, indem sie keine Beschränkung und keine Erweiterung zulässt, ohne das Objekt Baum zu beschränken.

4) Der Inbegriff aller in einer Vorstellung unabänderlich zusammen bestehenden und dieselbe ganz erschöpfenden Fälle, welche sich gegenseitig vollständig ausschliessen oder wovon keiner einen anderen (weder ganz, noch theilweise) deckt, welche mithin ein zwischen festen Grenzen liegendes Gebiet vollständig ausfüllen, macht die Quantität dieser Vorstellung aus (nicht deren logischen Inhalt, dessen Bestandtheile wie Komponenten sich gegenseitig decken). Bei äusseren Objekten tritt das faktische Zusammenbestehen an die Stelle des vorgestellten.

So ergiebt sich die Quantität des Begriffes Spanier aus dem Inbegriffe aller möglichen individuellen Spanier, welche sämmtlich darin enthalten sind und den Begriff erschöpfen, ohne sich gegenseitig ganz oder partiell zu decken, welche auch stets darin enthalten bleiben, gleichviel, welche Änderungen die einzelnen Spanier oder ganz Spanien erleidet. Ebenso erhält man die Quantität des individuellen Begriffes von Friedrich dem Grossen durch die unabänderlich zusammen bestehenden möglichen Zustände dieses konkreten Menschen.

Der vorstehende Satz enthält das Kriterium für die räumliche Ausdehnung, wenn das Zusammenbestehen als ein Nebeneinandersein aufgefasst wird. Da das Nebeneinandersein die gegenseitige Ausschliessung bedingt und keine gegenseitige partielle Deckung zulässt, auch das Zugleichsein voraussetzt, da ferner eine feste Grenze die Unabänderlichkeit der Quantität nach sich zieht; so kann man kürzer sagen:

5) Der Inbegriff alles innerhalb gegebener Grenzen nebeneinander Bestehenden macht die räumliche Quantität oder die Ausdehnung eines Objektes aus.

Für die Zeitgrössen hat das Zusammenbestehen die Bedeutung des Nacheinanderseins, für mechanische oder materielle Grössen die des Ineinanderseins.

6) Ein Inbegriff von Fällen, welcher nicht die ganze Vorstellung, aber einen bestimmt umgrenzten Theil derselben erschöpft, ist eine Partikularität derselben.

7) Ein bestimmt umgrenzter Inbegriff, welcher durch eine endliche Zahl von Einzelfällen vollständig erschöpft wird, ist eine Singularität.

8) Die Abstreifung aller unwesentlichen und zufälligen Merkmale lässt die wesentlichen Merkmale, also die Quantität des Objektes zurück.

So bleiben bei Abstreifung der für einen Stoff unwesentlichen physischen Merkmale (der optischen, akustischen, ästhematischen, gustischen und osmetischen Merkmale), sowie der anschaulichen Merkmale des Raumes, der Zeit, der Materie und der Struktur die chemilogischen Merkmale als die wesentlichen zurück. Betrachtet man aber ein Objekt nicht ausschliesslich von der chemilogischen, sondern auch von der materiellen Seite, d. h. als Kombination von Stoff und Materie; so dürfen die materiellen Merkmale (z. B. spezifisches Gewicht) nicht mit abgestreift werden. Gilt der Körper auch als Sinneserscheinung; so dürfen auch seine spezifischen physischen Eigenschaften nicht mit abgestreift werden.

9) Ein Merkmal, welches für eine Singularität wesentlich ist, ist ein unwesentliches Merkmal für die Partikularität, welche jene Singularität enthält, und ein Merkmal, welches für eine Partikularität wesentlich ist, ist ein unwesentliches Merkmal für die Universalität, welche jene Partikularität enthält.

Während z. B. das Gewicht von 3 Pfund ein wesentliches Merkmal einer gegebenen Masse ist, ist jenes bestimmte Gewicht ein unwesentliches Merkmal einer Masse überhaupt.

10) Wenn mehrere Vorstellungen alle Partikularitäten eines Objektes einzeln decken; so decken sie in ihrer Gesammtheit das ganze Objekt, gleichviel, in welcher Weise das Objekt in jene Partikularitäten zerlegt ist.

Haben wir also eine gegebene Masse in Theilen gewogen; so entspricht das Gesammtgewicht aller Theile dem Gewichte der ganzen Masse. Der Inbegriff der Definitionen aller einzelnen europäischen Völker enthält auch die Definition des Europäers.

11) Wenn ein Objekt neue Substanz in sich aufnimmt, sodass das Neue mit dem Alten zusammen als Objekt fortbesteht oder sich vereinigt; so erweitert sich das gegebene Objekt. Wenn das Objekt von seinem früheren Bestande Etwas verliert, sodass von dem Alten nur ein Theil als Objekt fortbesteht; so beschränkt sich seine Quantität.

§. 536.

Erkenntniss der Inhärenz.

Wir wenden uns jetzt zu der Erkenntniss der Inhärenz und heben zu dem Ende hervor, dass während das Merkmal das Objekt in seiner Ganzheit oder nach seiner ganzen Substanz bestimmt oder deckt, indem es alle darin liegenden Fälle umfasst oder mit denselben übereinstimmt, die Eigenschaft unmittelbar nicht das Objekt selbst, sondern einen Zustand desselben bestimmt, dass sie eine Vorstellung ist, welche nach dem Objekte hin führt, sich mit demselben verknüpft, indem sie mit demselben in einem Zustande zusammentrifft, oder an welches sich das Objekt in

einem Punkte anreiht, um dadurch einen bestimmten Ort in unserem Erkenntnissgebiete (nicht einen bestimmten Raum darin) zu erlangen. Die Eigenschaft rückt das Objekt an einen bestimmten Ort des Erkenntnissgebietes, das Merkmal grenzt eine bestimmte Substanz dieses Gebietes ab. Was ein Objekt durch Deckung mit sich selbst oder mit einem anderen Objekte besitzt, ist ein Merkmal; was es vermöge der Verknüpfung oder Begegnung mit einem anderen Objekte besitzt, ist Eigenschaft. Vermöge der Eigenschaft ist das Objekt ein Glied in einer Reihe von Objekten. Das Merkmal bezeichnet eine Übereinstimmung, die Eigenschaft einen Unterschied oder eine Verschiedenheit. Die Eigenschaft als Objekt hat Merkmale, aber diese Merkmale sind nicht die Merkmale des damit behafteten Hauptobjektes.

Die Inhärenzverbindung oder Verknüpfung durch Grenzzustände ist quantitative Ausschliessung. Die Eigenschaft (sowohl das Akzidens, als auch das Attribut) ist von der Quantität des damit behafteten Objektes ausgeschlossen, d. h. die Merkmale, welche die Eigenschaft definiren, decken einen anderen Theil des Begriffsgebietes, als die Merkmale, welche das mit jener Eigenschaft behaftete Objekt decken. Demzufolge ist die Eigenschaft der wahre Ausdruck eines Unterschiedes, nämlich des Unterschiedes zwischen einem Zustande des Objektes und dem Anfangszustande unseres Vorstellungsgebietes.

Wir stellen folgende Sätze auf.

1) Was sich in einer Vorstellung ändern lässt, ohne die Verbindung mit derselben zu verlieren und ohne dass in dem übrigen Theile der Vorstellung sich irgend Etwas ändert, ist eine akzidentielle Eigenschaft des letzteren Theiles der Vorstellung. Bei thatsächlich existirenden Dingen muss die Verbindung, deren Fortbestand zwischen Eigenschaft und Objekt vorausgesetzt wird, eine thatsächliche sein: bei den in unserem Inneren existirenden Dingen braucht diese Verbindung nur eine vorgestellte zu sein. (Gänzliche Vernichtung der akzidentiellen Eigenschaft ist nur eine Änderung ohne Verlust der Verbindung mit dem Objekte: die Verbindung einer Eigenschaft mit dem Objekte geht nicht durch Verneinung der Quantität dieser Eigenschaft, sondern durch ausdrückliche Verneinung der Verbindung verloren).

Man kann den vorstehenden Satz auch so ausdrücken: wenn ein Objekt in einen anderen Zustand versetzt wird; so ist Das, was sich an ihm ändert, ein Akzidens.

Indem wir Kolumbus von Spanien nach Amerika versetzen, ändern wir seinen terrestrischen Ort, einen Zustand seines Seins, ohne an dem Menschen Kolumbus sonst irgend Etwas zu ändern: Kolumbus bewahrt in voller Integrität seiner Person die Verbindung mit einem Objekte, welches sich ändert, ohne seine Verbindung mit ihm zu verlieren. Demgemäss ist das Sein in Spanien und in Amerika ein Akzidens für Kolumbus. Am singenden Vogel lässt sich der Gesang ändern, ohne den Vogel zu ändern; daher ist das Singen ein Akzidens des Vogels. Indem der Vogel verstummt, also sein Gesang ganz erlischt, hat sich doch nur die Intensität des Gesanges bis auf den Nullpunkt verändert; die Verbindung mit ihm besteht logisch fort, weil die Möglichkeit des Gesanges vorliegt. Am Kaiser Napoleon lässt sich die Kaiserwürde ändern,

auch vernichten, ohne das menschliche Individuum, welches in Verbindung mit jener Würde besteht, zu ändern; demzufolge ist die Kaiserwürde ein Akzidens.

Eine Eigenschaft eines Objektes kann für ein anderes Objekt, auch für eine Partikularität des gegebenen Objektes ein Merkmal sein. So ist z. B. der Schweif eine akzidentielle Eigenschaft des Pferdes schlechthin, aber ein Merkmal des normalen Pferdes, welches eine Partikularität des Pferdes bildet. Ebenso ist die Kaiserwürde eine akzidentielle Eigenschaft Napoleons, aber ein Merkmal einer gewissen Partikularität von Zuständen Napoleons, nämlich ein Merkmal für diejenige Periode von Napoleons Leben, welche in die Kaiserzeit fällt.

2) Wenn ein Objekt A durch die Änderung eines damit verbundenen Objektes B unbedingt seine Alternität, aber auch nur seine Alternität ändert, d. h. in ein anderes gleichnamiges Objekt von sonst gleichem Werthe übergeht, ist Das, was sich ändert, ein Attribut des Objektes A. Man kann auch sagen, wenn das Aufgeben eines Zustandes ein Aufgeben des Individuums unter Beibehaltung seiner Merkmale bedingt; so ist die jenen Zustand bezeichnende Eigenschaft ein Attribut.

Was also dem Objekte A unter allen Umständen oder untrennbar anhaftet, ohne doch sein Wesen auszumachen, gehört ihm attributiv an, z. B. sein Anfang (Geburtszeit, Geburtsort, Eigenname etc.).

3) Jedes Akzidens ist ein momentanes Attribut, d. h. ein Attribut für die augenblicklich gegebenen Umstände. Ein Objekt kann nicht zugleich mit verschiedenen Werthen eines Akzidens, z. B. nicht zugleich an verschiedenem Orte, nicht auf einmal in verschiedenem Alter, nicht als dieselbe Ursache mit verschiedener Kraft u. s. w. existiren. Die Möglichkeit der Existenz desselben Objektes mit einem veränderten Akzidens setzt also die gleichzeitige Änderung mindestens eines zweiten Akzidens voraus, z. B. Änderung des Alters bei Änderung des Ortes oder Änderung des Raumes bei Änderung der Dichtigkeit. Aus Vorstehendem folgt:

4) Wenn zwei übereinstimmende Objekte existiren, welche sich lediglich durch die Verschiedenheit des Werthes einer einzigen Grundeigenschaft unterscheiden; so stellen sie zwei verschiedene Individuen (resp. Gattungen) dar.

Wenn ein Mensch zugleich in Paris und in London anwesend ist, kann er nicht derselbe sein (wiewohl derselbe Mensch heute in Paris, morgen in London sein kann). Wenn zwei Schiffe zugleich über den Ozean segeln, müssen es verschiedene Schiffe sein.

5) Akzidentien und Attribute sind voneinander ganz unabhängig: die Änderung der Einen beeinflusst nicht die Anderen. Bei Aufhebung aller möglichen akzidentiellen Eigenschaften bleiben also die attributiven zurück.

Wenn beispielsweise als akzidentielle Eigenschaften eines Pferdes seine Farbe, seine Mähne, ein Auge, ein Ohr, zwei Beine und mehr Derartiges beseitigt wird; so bleibt endlich ein rudimentärer Rumpf über, dessen Attribut lediglich die Vitalität eines Individuums des Pferdegeschlechtes mit irgend einem Grade von Energie darstellt. Ganz anders, wenn es sich nicht um ein Pferd schlechthin, sondern um ein besonderes

Pferd handelt, an welches gewisse Anforderungen gestellt werden oder welches einer bestimmten Definition genügen soll, z. B. um ein Reitpferd (ein zum Reiten bestimmtes und befähigtes Pferd) oder um ein normales Pferd.

Für reine Sinneserscheinungen, z. B. für optische Erscheinungen vertritt jede Farbe ein Individuum, welches akzidentiell mit einer anderen Farbe verbunden oder gemischt sein kann, welchem aber eine bestimmte Farbenstufe attributiv zukömmt.

6) Das Attribut eines Zustandes ist ein Akzidens des Individuums, welchem jener Zustand angehört, das Attribut eines Individuums ist ein Akzidens der Gattung, welcher jenes Individuum angehört, und das Attribut einer Gattung ist ein Akzidens der Gesammtheit, welcher jene Gattung angehört.

So ist z. B. der bestimmte Geburtstag ein Attribut eines konkreten Individuums, aber ein Akzidens des beliebigen Menschen. Die Farbenstufe eines bestimmten Blau ist ein Attribut dieser Farbe, aber ein Akzidens der Farbe überhaupt.

7) Die Vernichtung oder Aufhebung oder Abtrennung einer Eigenschaft ist gleichbedeutend und wird erzielt durch die Verbindung mit einer direkt entgegengesetzten Eigenschaft von derselben Quantität.

Zeitgrössen, Ereignisse oder Begebenheiten sind die natürlichen Reihengrössen oder Gliederungen: das Nacheinandersein der Zeit oder die Sukzession ist der anschauliche Repräsentant der logischen Inhärirung, der arithmetischen Anreihung, des geometrischen Fortschrittes. Zwei aufeinanderfolgende Ereignissreihen schliessen sich quantitativ unbedingt aus; sie hängen nur durch einen Ereignissfall zusammen; indem die eine erlischt, beginnt die andere. Demnach kann man sagen:

8) Zwei faktisch bestehende Objekte, von welchen niemals ein Theil des einen mit einem Theile des anderen zusammen besteht, wovon vielmehr immer das eine ohne das andere besteht, stehen in chronologischem Zusammenhange oder bilden eine Zeitgrösse. Wenn dieselben einen Grenzzustand (Ereignissfall) mit einander gemein haben, wenn also das Ende des einen der Anfang des anderen ist; so sind sie Abschnitte einundderselben kontinuirlichen Ereignissreihe.

9) Der Inbegriff der aufeinander folgenden Ereignisse macht die Quantität der Ereignissreihe oder die Dauer des Zeitobjektes aus; das eine Zeitobjekt aber, auf welches ein anderes folgt, drückt das Verfliessen der Zeit bis zum Eintritte des letzteren Objektes aus oder bestimmt als chronologische Inhärenzgrösse die Epoche des letzteren Objektes. Ein Zeitobjekt, welches die Epoche eines folgenden Ereignisses bestimmt, ist eine Zukunftsgrösse, ein Objekt dagegen, welches die Epoche eines vorhergehenden Ereignisses bestimmt, eine Vergangenheitsgrösse.

Das vorstehende Kriterium der Epoche betrifft die reellen Zeitgrössen (die positiven oder zukünftigen und die negativen oder vergangenen). Gleichzeitige Ereignisse sind durch imaginäre Zeit (Mitzeit) verknüpft, d. h. die Epoche einer in der Gegenwart des Ereignisses A beginnenden Ereignissreihe BC ist eine imaginäre Zeitgrösse für den in der Gegenwart

von A angenommenen chronologischen Anfangspunkt. Die Erkenntniss einer imaginären Zeit vermittelt der Satz:

10) Ein Ereigniss, von welchem das dauernde Objekt unter keinen Umständen, selbst wenn es eine unendliche Vergangenheit und Zukunft hätte, betroffen wird (oder unmöglich betroffen werden kann), hat eine imaginäre Zeitepoche gegen dieses Objekt oder existirt in einem möglichen Augenblicke (am Ende einer reellen Zeit von möglicher Länge) gleichzeitig mit diesem Objekte oder vielmehr mit der von Ewigkeit zu Ewigkeit dauernd angenommenen Ereignissreihe dieses Objektes. Die imaginäre Epoche gehört einem anderen Zeitobjekte an; sie bestimmt also eine chronologische Alternität oder das Attribut eines Zeitobjektes.

11) Zwei thatsächlich oder in der äusseren Zeit zugleich bestehende Ereignisse haben immer eine imaginäre Epoche gegeneinander, weil zwei gleichzeitige verschiedene faktische Ereignisse faktisch nicht zusammentreffen und das eine unmöglich in der mit dem anderen beginnenden positiven oder negativen reellen Zeit angetroffen werden kann.

Beim Fortschritte im Raume in der Richtung OX kann jeder darin liegende Punkt X in reeller Zeit t erreicht werden. Jeder in der Normalen OY liegende Punkt Y kann jedoch bei diesem Fortschritte nur in der imaginären Zeit oder in der Mitzeit $t\sqrt{-1}$ erreicht werden. Die reelle Zeit t, in welcher Y erreicht würde, wenn der Fortschritt längs OY mit gleicher Geschwindigkeit erfolgte, misst quantitativ die imaginäre Zeit $t\sqrt{-1}$.

Die imaginäre Epoche $t\sqrt{-1}$ verbindet mit der reellen Zeit des Objektes OX die Zeit einer bestimmten Klasse von Objekten, welche mit dem Objekte OX in Gattungsgemeinschaft stehen (Objekte, deren Anfänge in der chronologischen Normalen OY liegen). Die Epoche eines Objektes, welches einer anderen Gattungsgemeinschaft angehört, dessen Anfang Z also in der dritten chronologischen Axe OZ liegt, ist überimaginär gleich $t\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$.

§. 537.

Erkenntniss der Relation.

Wirken heisst, durch die Kausalität eines Subjektes oder, wenn man sich des in der Mechanik üblichen Ausdruckes bedienen will, durch die Kraft eines Subjektes eine Relation annehmen oder mit einem Objekte in Relation, d. h. in Kausalitätsbeziehung treten. Die primäre Wirkung oder das Resultat der primären Kraftäusserung des Subjektes A oder der darin wirksamen Ursache a ist ein Etwas $ae^{\alpha\sqrt{-1}}$, welches zu der Ursache in der Relation oder dem Kausalitätsverhältnisse $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ steht, sonst aber sich von dieser Ursache in Nichts unterscheidet, indem es dieselbe Quantität, Inhärenz, Qualität und Modalität wie die Ursache hat (entsprechend dem arithmetischen Produkte aus a und dem Richtungskoeffizienten $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ oder der geometrischen Drehung der Linie a um den Winkel α). Die Relation $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ ist die Wirkung einer Ursache, welche die Quantitätseinheit darstellt, d. h. die Wirkung irgend Jemandes unter

der gegebenen Kausalität α, also das Resultat der geometrischen Drehung der Linie 1 um den Winkel α. Hiernach kann man auch sagen, Relation beruht auf Wirkung.

Durch die Wirkung $ae^{\alpha\sqrt{-1}}$ tritt das Subjekt A mit einem Objekte B in Verbindung. Diese Verbindung ist der Kausalzusammenhang zwischen Subjekt und Objekt. Das durch die Wirkung des Subjektes A getroffene oder mit ihm durch Kausalität verbundene Objekt B darf nicht mit der Wirkung des Subjektes verwechselt werden, wenngleich wir der Kürze wegen zuweilen Subjekt als synonym mit Ursache und Objekt als synonym mit Wirkung gebrauchen. Die Wirkung $ae^{\alpha\sqrt{-1}}$ ist der Ursache a oder der in dem Subjekte A wirksam werdenden oder in Thätigkeit tretenden Kraft, wie schon erwähnt, nach Quantität, Inhärenz, Qualität und Modalität völlig gleich; sie hat aber mit dem getroffenen Objekte B nur einen Zustand gemein, stellt also eine Eigenschaft dieses Objektes dar, indem sie den logischen Ort, in welchem das Objekt mit dem Subjekte in Beziehung steht, gegen den Anfangspunkt der wirkenden Ursache feststellt.

So ist z. B. die Wärme eine Wirkung, welche die Kohle bei der Verbrennung hervorbringt: sie ist aber nicht das davon erwärmte Objekt, welchem sie nur wie ein Akzidens anhaftet, indem sie dieses Objekt zu einem erwärmten Objekte macht.

Der eben erwähnten Wirkung mit primärer Kausalität, welche wir kurz als Relationswirkung bezeichnen, entspricht die geometrische Drehung und die arithmetische Multiplikation mit einem Zeichen oder Richtungskoeffizienten (§. 490, Nr. 3 und §. 497) der geometrischen und arithmetischen Vervielfachung oder Multiplikation mit einer zeichenlosen Quantität oder der numerischen Multiplikation mit dem Faktor b, welcher ein numerisches Verhältniss zur Einheit darstellt, entspricht die Intensitätswirkung (Verstärkung, Verdichtung). Die Intensitätswirkung steht zu der primären Relationswirkung in der Beziehung einer ersten zu einer zweiten Neutralitätsstufe der Wirkung. Wir haben die Intensitätswirkung auch die Arbeit oder Leistung des Subjektes genannt.

Die Kausalität einer Intensitätswirkung haben wir innere Kausalität genannt, weil sie im Wesen des Subjektes selbst vor sich geht (indem sie eine Verstärkung bewirkt); die Kausalität einer Relationswirkung haben wir äussere Kausalität genannt, weil sie unmittelbar gegen ein äusseres Objekt gerichtet ist. Wenn eine Intensitätswirkung auf ein äusseres Objekt übertragen wird, findet eine Kombination von Intensitäts- und Relationswirkung statt. Diese Kombination, sowie auch die reine Relationswirkung, überhaupt eine auf ein äusseres Objekt übergehende Wirkung nennen wir eine objektive Wirkung, eine reine Intensitätswirkung aber, welche lediglich das Subjekt verstärkt, eine subjektive Wirkung.

Wenn für den Multiplikator b Grössen von beliebiger Qualität zugelassen werden; so verknüpft sich mit der Multiplikation ein Qualitäts- oder Potenzirungsprozess, welcher dem Produkte eine von der Qualität des Multiplikands abweichende Qualität verleiht, indem man $a\lambda^m \times b\lambda^n = ab.\lambda^{m+n}$ oder, allgemeiner, $a\lambda \times b\mu = ab.\lambda\mu$ hat.

Zunächst schreiben wir verschiedene, das Wesen der Wirkung charakterisirende Sätze nieder, welche zu den Induktionsregeln hinüber-

leiten, die zur Erkenntniss eines Kausalitätsverhältnisses aus Beobachtungen dienen. Diese Sätze sind im Grunde genommen nur nähere Ausführungen von Grundsätzen.

1) Eine faktische Ursache hat eine faktische Wirkung; eine faktische Wirkung hat eine faktische Ursache; ein faktisches Subjekt trifft durch faktische Thätigkeit ein faktisches Objekt. Eine rein physische (sinnesfällige) Ursache hat eine physische Wirkung, und, umgekehrt, eine Erscheinung, wenn sie eine reine Wirkung ist, ist nur die Wirkung einer Erscheinung; rein optische, akustische etc. Ursachen haben resp. optische, akustische etc. Wirkungen. Eine rein mathematische (anschauliche) Ursache hat eine mathematische Wirkung, und zwar hat eine rein räumliche, zeitliche, mechanische, chemilogische, physiometrische Ursache resp. eine räumliche, zeitliche, mechanische, chemilogische, physiometrische Wirkung, und umgekehrt. Eine rein logische Ursache hat eine logische Wirkung, und umgekehrt.

Hiernach hat allerdings eine thatsächliche Wirkung thatsächlich eine Ursache: allein, hieraus folgt nicht, dass ein thatsächlich existirendes Objekt eine Ursache habe, da die Existenz eines Objektes nicht beweis't, dass dieses Objekt als eine Wirkung existirt, dass es überhaupt hervorgebracht ist: denn sein und wirken sind zwei voneinander völlig unabhängige Grundprozesse. Das Sein betrifft unmittelbar die Quantität, nicht die Relation: die Quantität entsteht durch Zusammenfassung, nicht durch Wirkung; das Seiende braucht nicht nothwendig ein Bewirktes oder eine Wirkung zu sein. (Zur Konstatirung, ob ein Objekt eine Wirkung sei, dienen spätere Sätze).

Da sich neutrale Prozesse nicht beeinflussen, Relationswirkung (Drehung) und Intensitätswirkung (Verstärkung) aber in Neutralitätsbeziehung stehen; so ergiebt sich der Satz:

2) Vermehrte Ursache erzeugt vermehrte Wirkung, beeinflusst aber nicht die Relation. Veränderung der Relation beeinflusst nicht die Quantität der Wirkung. Bei der Intensitätswirkung ab bedingt die Veränderung des Verhältnisses oder Multiplikators b eine Änderung der Intensität der Wirkung, nicht aber eine Änderung der Quantität (der Vielheit der Theile) derselben. Sobald man jedoch die bei der Intensitätswirkung ineinandergelagerten Komponenten der Wirkung oder ihre Dichtigkeitskomponenten wie Theile von ursprünglicher Dichtigkeit nebeneinander lagert oder die Wirkung nach ihrem Inhalte misst, gleichviel, ob ihre Bestandtheile ineinander oder nebeneinander existiren, ist die Intensitätswirkung einer Quantitätswirkung äquivalent und die Änderung des Multiplikators b entspricht dann auch einer Änderung der Quantität der Wirkung.

3) Relationswirkung hat die Quantität, sowie die Inhärenz, die Qualität und die Modalität der Ursache. Eine singuläre Ursache hat daher eine singuläre Wirkung, eine partikuläre Ursache hat eine partikuläre Wirkung, eine universelle Ursache hat eine universelle Wirkung, und umgekehrt. (Der Engländer bringt englische, der Mensch menschliche Wirkungen hervor). Ein Subjekt mit gegebenen Attributen erzeugt Wirkungen, welchen dieselben Attribute anhaften (die Werke Schiller's

können nicht die Werke Göthe's sein). Ein Individuum erzeugt individuelle Wirkungen, eine Gattung erzeugt Gattungswirkungen oder Wirkungsgattungen. Eine bedingte Ursache erzeugt bedingte Wirkungen (eine Ursache, welche vom Wetter abhängt, erzeugt Wirkungen, welche vom Wetter abhängen). In der Intensitätswirkung erscheint die Ursache a in jedem Punkte des Multiplikators oder numerischen Verhältnisses b in ursprünglicher Quantität, Inhärenz, Qualität und Modalität.

Die Parallelbegriffe im Gebiete der Kausalität, welche im Gebiete der Quantität den wesentlichen und unwesentlichen Merkmalen und im Gebiete der Inhärenz den attributiven und akzidentiellen Eigenschaften entsprechen, sind die unvermeidlichen oder zwingenden und die gelegentlichen (vermeidlichen) Kausalitäten. Ein Mensch kauft gelegentlich, er kann kaufen; ein Hund beisst gelegentlich, er kann beissen; das Holz brennt gelegentlich, es kann brennen; der Stein fällt gelegentlich, er kann fallen. Unvermeidlich aber kauft der Käufer, beisst der Beisser, brennt das brennende Holz, fällt der fallende Stein. Die Unvermeidlichkeit ist keine Thatsächlichkeit: denn wenn der Käufer auch sicherlich kauft; so braucht darum kein Mensch thatsächlich ein Käufer zu sein oder thatsächlich zu kaufen. Die Unvermeidlichkeit bezeichnet die Wirklichkeit eines logischen Kausalitätsgesetzes, sie besteht also nur in unserer Vorstellung; die Gelegentlichkeit bezeichnet die Möglichkeit eines solchen Gesetzes, also etwas für möglich Gehaltenes. Von besonderer Wichtigkeit für die Induktion sind diejenigen unvermeidlichen und gelegentlichen Kausalitäten, welche faktisch bestehen und diejenigen, welche faktisch möglich sind, d. h. welche bei der faktischen Erfüllung von Bedingungen auch faktisch eintreten. Die letzteren Wirkungen, welche ein Objekt unter gegebenen Umständen unvermeidlich vollführen wird, entspringen aus den diesem Objekte innewohnenden, sein Wesen ausmachenden Fähigkeiten; sie sind also zur Erkenntniss dieser Fähigkeiten von erheblichster Wichtigkeit und bilden einen Hauptgegenstand der Naturforschung: da diese Wirkungen aber nur faktische Möglichkeiten darstellen; so können sie nicht unmittelbar beobachtet werden, sondern müssen aus den faktischen gelegentlichen Wirkungen nach Induktionsregeln geschlossen werden. Beispielsweise ist die Gravitation eine der Materie (dem Ponderabelen) innewohnende Grundfähigkeit oder Grundkausalität. Vermöge dieser Fähigkeit gravitirt jede Masse m, d. h. sie sollizitirt den Äther rings um sich herum und sendet Gravitationsstrahlen nach allen Richtungen aus (§. 318), welche, wenn sie eine andere ponderabele Masse treffen, die Anziehung derselben unvermeidlich bewirken. Ob ein Gravitationsstrahl der ersten Masse eine andere Masse trifft, hängt von den Umständen, insbesondere von der zufälligen Vertheilung der Massen im Raume ab; die faktische Anziehung ist also eine gelegentliche Wirkung, welche, wenn sie sich faktisch ereignet, Veranlassung zur Erkenntniss der unvermeidlichen Wirkung oder des Gravitationsgesetzes geben kann, welches, wenn es erkannt ist, lehrt, dass die Anziehung sicher eintreten wird, sobald ein Gravitationsstrahl der einen Masse die andere erreicht.

4) Eine zwingende, aus seinem Grundwesen nothwendig entspringende Wirkung äussert ein Subjekt grundsätzlich auf jedes erreichbare Objekt, also auch auf alle erreichbaren Objekte zusammen. Die zwingende

Kausalität ist daher eine universelle. So gravitirt ein Massentheilchen auf jedes andere erreichbare Massentheilchen und auf die gesammte materielle Welt.

Gleichwohl ist die Wirkung eines bestimmten Subjektes a auf das Objekt b_1 eine andere Wirkung, als auf das Objekt b_2; die Gesammtwirkung des Subjektes a ist der Inbegriff aller Partialwirkungen. So bezeichnet z. B. die Gravitation des Massentheilchens a auf zwei Objekte b_1 und b_2, welche in verschiedenen Winkeln, deren Scheitel a ist, liegen, zwei verschiedene Wirkungen von a. Auch wenn die beiden Objekte b_1 und b_2 in demselben Winkel hintereinander liegen, handelt es sich um zwei verschiedene Wirkungen, indem das näher liegende Objekt früher von dem Gravitationsstrahle erreicht wird, als das entfernter liegende, die Gravitation auf b_1 und die auf b_2 also in zwei zeitlich verschiedenen Thätigkeiten der Masse a beruhen (vergl. unsere Gravitationstheorie im zweiten Theile).

Ebenso ist die von verschiedenen Subjekten a_1 und a_2 ausgehende Wirkung eine verschiedene, wenn dieselbe auch gegen das nämliche Objekt b gerichtet ist.

5) Wenn mehrere Subjekte a_1, a_2, a_3 als Theile eines Ganzen den Inbegriff $A = a_1 + a_2 + a_3$ bilden, welcher als Ursache auf mehrere Objekte b_1, b_2, b_3, die als Theile eines Ganzen das Objekt $B = b_1 + b_2 + b_3$ bilden, wirkt; so besteht die Wirkung des zusammengesetzten Subjektes A auf das zusammengesetzte Objekt B in den betreffenden Partialwirkungen der Subjektspartikularitäten a_1, a_2, a_3 auf die Objektspartikularitäten b_1, b_2, b_3.

Wenn die Kausalität im letzten Falle eine zwingende ist, findet eine Wirkung von jeder Partikularität a_1, a_2, a_3 auf jede Partikularität b_1, b_2, b_3 statt. Versteht man jetzt unter dem Produkte ab die Wirkung von a auf b; so stellt sich die zwingende Wirkung des zusammengesetzten Subjektes A auf das zusammengesetzte Objekt B in der Formel $AB = (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots)(b_1 + b_2 + b_3 + \ldots)$ dar.

6) Sind a_1, a_2, a_3 die m unterschiedslosen gleichen Elemente des Subjektes A und ebenso b_1, b_2, b_3 die n unterschiedslosen gleichen Elemente des Objektes B; so erscheint die Wirkung in der Formel $AB = mn.g$. Von dieser Beschaffenheit ist die Gravitationsformel.

7) Wenn A und B gleichartige Wesen sind; so wird, insofern A eine zwingende Wirkung auf B ausübt, auch B eine zwingende Wirkung auf A ausüben, und beide Wirkungen werden nach Vorstehendem den gleichen Werth $AB = BA = mng$ haben. In diesem Satze liegt die Grundformel der Gravitation, welche ausdrückt, dass die Masse A auf die Masse B ebenso stark gravitirt, wie B auf A, und wenn A eine bestimmte Masse, B aber die ganze Masse der übrigen Welt bedeutet, erkennt man, dass das Objekt A eine seiner Masse m proportionale Bewegungstendenz $m(ng)$ in einer bestimmten Richtung äussern wird, dass also das Gewicht des Objektes A das Resultat der Zusammenwirkung mit der Weltmaterie ist.

Von zwei gegeneinander gravitirenden Massen A und B kann ebenso gut A als Subjekt und B als Objekt, wie auch B als Subjekt und A als Objekt angenommen werden. Um jedoch, wenn A als Subjekt

angenommen ist, die logische Bedeutung von Ursache und Wirkung in dem Gravitationsprozesse richtig zu beurtheilen, kann man sich vorstellen, die Masse m des Subjektes A sei die Ursache, welche mit einer ihr proportionalen Anziehungskraft, als Kausalität, auf die Masse n des Objektes B mit der Kraft p wirkt. Indem die Körper A und B um den Weg s einander näher rücken, vollbringt das Subjekt A als subjektive oder Intensitätswirkung die Arbeit sp. Dieselbe überträgt sich auf das Objekt B, indem sie dasselbe beschleunigt, also als objektive Wirkung die lebendige Kraft des Letzteren erzeugt.

8) Alle Relationswirkung eines Subjektes, da sie auf einer Beziehung zu einem äusseren Objekte beruht, setzt die Existenz eines Objektes voraus. Ohne Objekt kann es keine Relationswirkung, also auch kein wirksames Subjekt geben.

9) Die Wirkung des Subjektes A auf das Objekt B ist daher auch eine Zusammenwirkung Beider. Das Objekt ist bei der Wirkung so gut betheiligt wie das Subjekt; es ist mitthätig. Während die Thätigkeit des Subjektes sich als Aktivität ausspricht, bekundet sich die des Objektes als Passivität oder als Leiden, worunter, wie wir schon in §. 490 erörtert haben, nicht Unthätigkeit, sondern der Gegensatz der Thätigkeit des Subjektes zu verstehen ist. Wenn die Passivität des Objektes als eine aktive, gegen das Subjekt gerichtete Thätigkeit aufgefasst wird, ist sie die Reaktion, Rückwirkung, Gegenwirkung.

10) Jede Aktion des Subjektes ist hiernach mit einer Reaktion des Objektes nothwendig verbunden. Beide Thätigkeiten sind einander nach Quantität, Beschaffenheit, Qualität und Modalität gleich, nach Kausalität aber entgegengesetzt.

Bei der mit äusserer Kausalität vor sich gehenden Relationswirkung, welche das Subjekt a mit der Relation $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ ausübt, haben wir den durch die Kausalität erzeugten Endzustand $a e^{\alpha\sqrt{-1}}$, welcher das Subjekt a in der Richtung $e^{\alpha\sqrt{-1}}$, also die eigentliche Wirkung darstellt, von dem Gesammteffekte unterschieden, welcher alle Zwischenzustände enthält, die das Subjekt durchlaufen muss, um in jenen Endzustand zu gelangen. Der letztere Effekt entspricht geometrisch der mit dem Radius a beschriebenen Fläche des Winkels α: derselbe hat für die Relationswirkung keine erhebliche Bedeutung, da er eine Summe von verschiedenen möglichen Wirkungen des Subjektes a auf entsprechende mögliche Objekte darstellt; für die Relationswirkung ist nur der Endzustand $a e^{\alpha\sqrt{-1}}$ von Bedeutung, weil dieser die Wirkung des Subjektes a unter der gegebenen, einzigen, wirklichen Relation $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ auf dasjenige Objekt bezeichnet, welches eben mit dem Subjekte a in dieser Relation steht. Die Veränderung der Einheit des Subjektes a bei der Wirkung unter der Relation α entspricht einer Relationsänderung oder Drehung jener Einheit ohne Quantitätsänderung. Anders ist es bei der mit innerer Kausalität sich vollziehenden Intensitätswirkung $a.b$, wo die Relation b ein Quantitätsverhältniss ist, welches die Einheit des Subjektes a quantitativ verwandelt: hier ist die Veränderung, welche das Subjekt bei der Wirkung erleidet, eine Intensitätsänderung, nämlich das numerische Produkt ab, welches, wenn die Intensitätskomponenten als extensive Theile koexistirend gedacht werden,

zugleich die Summe aller Zwischenzustände, in die a hierbei eintritt, nach der Formel $ab = a + a + a + \ldots$ darstellt.

11) Die Intensitätswirkung entspricht hiernach einem Gesammteffekte ohne Änderung der äusseren Relation; die Relationswirkung dagegen entspricht einem Endeffekte ohne Änderung der Quantität.

Bei der Intensitätswirkung durchläuft das Subjekt wirklich alle Zwischenzustände; bei der Relationswirkung existiren die Zwischenzustände nur als gedachte Zustände; die wirklichen Zustände, in welche das Subjekt bei der Relationswirkung eintritt, ist nur der Anfangszustand, wo das Subjekt als Ursache erscheint, und der Endzustand, wo es als Wirkung erscheint.

Jeder bei der Intensitätswirkung durchlaufene Zwischenzustand ist ein momentaner End- und ein Anfangszustand resp. für die bis dahin vollbrachte und für die noch ferner zu vollbringende Wirkung. In jedem solchen Zustande erscheint das Subjekt in ursprünglicher Quantität und zwar als Ursache für eine folgende elementare Wirkung.

12) Bei der Intensitätswirkung, welche mit innerer Kausalität vor sich geht, häuft das Subjekt die Wirkung, welche es vollbringt, in sich selbst an. Wenn hiernach auch kein äusseres Objekt die Wirkung empfängt; so besteht doch ein äusseres Objekt in Gestalt eines äusseren Grössengebietes, einer Aussenwelt, eines äusseren Mediums, mit welchem das Subjekt zusammenwirkt, um seine Wirkung zu vollbringen.

Wenn z. B. die Kraft p, indem ihr Angriffspunkt in der Richtung dieser Kraft den räumlichen Weg s durchläuft, die Arbeit ps als eine Intensitätswirkung hervorbringt; so wirkt die Kraft p doch nicht auf sich selbst oder nicht mit sich selbst zusammen, sondern sie wirkt im Raume oder sie tritt mit dem Raume in unmittelbare Beziehung.

13) Wenn ein mit innerer Kausalität b wirkendes Subjekt a mit gar keinem äusseren Objekte, sondern nur mit sich selbst in Beziehung tritt, hat b den Werth einer abstrakten Zahl oder reinen Quantität (nicht den Werth einer wirklichen Grösse). In diesem Falle gestaltet sich die Intensitätswirkung ab zu einer Quantitätswirkung (das Produkt zu einer Summe), die Intensitätskomponenten lagern sich als Theile nebeneinander: die eigentliche Wirkung verwandelt sich in eine Erweiterung.

14) Die Übertragung einer Intensitätswirkung ab von dem Subjekte A, in welchem diese Wirkung erzeugt ist, auf ein anderes Objekt B ist ein der Relationswirkung gleicher Prozess, also ein Prozess, bei welchem Aktion von A zu B und Reaktion von B gegen A stattfindet. Diese Übertragung einer in dem Subjekte A angehäuften Intensitätswirkung oder Arbeit auf das Objekt B hat die Bedeutung einer objektiven Intensitätswirkung des Subjektes A oder einer Intensitätswirkung von A auf B. (Es ist hierbei irrelevant, ob die Übertragung von A auf B in einer endlichen Menge mit einem Male, oder ob dieselbe sukzessiv in unendlich kleinen Mengen, vielleicht während des Entstehens in A geschieht).

Beispielsweise liegt eine objektive Intensitätswirkung eines drückenden Körpers A vor, wenn derselbe, indem sein Druck p den Weg s durchläuft, also die Arbeit ps vollbringt, mit dieser Arbeit auf einen anderen Körper B wirkt und darin lebendige Kraft erzeugt.

15) Das Sein als Ursache einer möglichen Wirkung ist nicht einfaches quantitatives (oder extensives) Sein, es ist vielmehr das Sein in einer bestimmten Relation zu einem Objekte oder mit einer bestimmten Kausalität, ein intensives Sein, eine Fähigkeit zu wirken, ein Vermögen. Die in diesem Vermögen liegende Kausalität entspricht, solange das Subjekt seine kausale Thätigkeit noch nicht ausgeübt hat, einer Tendenz dazu. Der aktiven Wirkungstendenz des Subjektes steht eine passive Wirkungstendenz (ein Vermögen zum Leiden) gegenüber, welche jener quantitativ gleich, jedoch entgegengesetzt ist; die eine setzt die andere nothwendig voraus, sie kann nicht ohne die andere bestehen.

Mechanischer Druck ist nichts Anderes, als mechanische Wirkungstendenz, und zwar Tendenz zu einer objektiven Intensitätswirkung, welche die Materie (die Masse) äussert, indem sie als mechanische Ursache (als Ursache zur Bewegung) auftritt. Im Drucke manifestirt sich die Materie als eine mechanische Ursache; die Wirkung dieser Ursache ist die Bewegung oder, bestimmter, die Bewegungsgrösse, d. h. die Masse, welche Geschwindigkeit erlangt hat.

Mechanischer Druck ist aktive Tendenz des drückenden Subjektes, welches ihn als Ursache zur Bewegung äussert. Derselbe bedingt als passive Tendenz die Reaktion des gedrückten Objektes, also den Gegendruck oder Widerstand des Letzteren, welcher dem Drucke des Subjektes gleich und entgegengesetzt ist.

Wenn die mechanische Ursache, die Bewegungstendenz oder der Druck, seine Wirkung vollbringt, also wirklich Bewegung erzeugt, indem sie unausgesetzt das Objekt in derselben Weise und mit derselben Relation wirklich affizirt, d. h. indem sie das Objekt stets in derselben Richtung beschleunigt; so vollbringt sie eine Intensitätswirkung, bei welcher das Subjekt in jedem Zwischenzustande als eine Ursache zu fernerer Bewegungserzeugung erscheint und stets dieselbe Quantität behält. Dieser aktiven Tendenz entspricht immer die passive Tendenz des Objektes: während sich die Intensitätswirkung oder der Gesammteffekt bildet, erscheint daher zwischen Subjekt und Objekt fortwährend Druck und gleicher Gegendruck.

Wenn ein Subjekt als eine Ursache a gedacht wird, erscheint es als eine Tendenz zu einer Thätigkeit oder als eine Kraft von gewisser Intensität oder Dichtigkeit oder Inhalt, kurz, als ein Faktor. Jede Intensitätsgrösse kann aber selbst als die Intensitätswirkung einer tiefer liegenden Ursache angesehen werden, man kann also die Ursache a selbst als eine Wirkung auffassen, was die Bedeutung hat, dass man a als einen Inbegriff von ineinander liegenden Komponenten oder als das Produkt $a \times 1$, allgemeiner, als ein Produkt $a = m . c$ vorstellt.

Wird die Ursache a als ein Inbegriff von nebeneinander existirenden Theilen nach der Formel $a = c + c + c + \ldots$ gedacht, von welcher ein jeder wie eine einfache Ursache seine Wirkung vollbringt; so erscheint auch die Wirkung als ein Inbegriff von nebeneinander existirenden Wirkungen. Die Verwandlung einer solchen Summe von Wirkungen in eine Intensitätswirkung entspricht der Auffassung der Summe $c + c + c + \ldots$ als ein Produkt mc.

16) Nach Vorstehendem kann man jede gegebene Ursache a als die Wirkung einer tiefer liegenden Ursache und ebenso kann man eine

Wirkung als die Ursache zu ferneren Wirkungen betrachten, man kann also annehmen, dass ein Subjekt, welches die Kraft zu wirken hat, diese Kraft erst durch einen Kausalitätsprozess erlangt habe: allein diese logisch und mathematisch zulässige Annahme ist doch für das faktische Sein nichts weiter als eine Möglichkeit, da das Gebiet eines höheren, allgemeineren, freieren Seins das Möglichkeitsgebiet für das Sein von niedrigerer Qualität ist. Demzufolge führt jene mathematische Beziehung zunächst nur zu dem Schlusse, dass ein mit Wirkungstendenz ausgerüstetes faktisches Subjekt (z. B. die gravitirende Materie) diese Kraft durch einen Kausalitätsprozess erlangt haben könne oder dass seine Existenz auf einer Wirkung beruhen könne, nicht aber zu dem Schlusse, dass Diess wirklich der Fall sei.

Ebenso kann jedes Subjekt mit jedem Objekte logisch und mathematisch in Relation gesetzt (durch eine Richtungslinie verbunden) werden, man kann sich also zwischen allen Objekten der Welt einen Kausalzusammenhang vorstellen. Hieraus folgt jedoch nicht, dass zwischen allen faktischen Objekten faktisch ein Kausalzusammenhang bestehe. Die Ergründung der faktischen Kausalitäten ist vielmehr die Aufgabe der Induktion, deren Lösung wir durch die gegenwärtigen Sätze anbahnen.

17) Kausalität beruht immer auf Gegenseitigkeit. Die zwingende Kausalität oder das im Wesen eines Subjektes begründete Thätigkeitsvermögen kann demnach zwar nicht ohne Relation zu einem Objekte, also überhaupt nicht ohne die Existenz und Gegenseitigkeit eines Objektes gedacht werden, gleichwohl ist dieses Vermögen, mit Objekten zusammenzuwirken, durch das Subjekt schon gegeben; es ist darin vorhanden, selbst wenn dem Subjekte kein erreichbares Objekt dargeboten wird oder wenn dem Objekte überall keine Gelegenheit gegeben wird, jenes Vermögen zu äussern, eine Wirkungstendenz faktisch zu erzeugen oder eine Wirkung thatsächlich zu vollbringen.

Wenn dem mit zwingender Kausalität ausgerüsteten Subjekte ein erreichbares oder dem Wirkungsbereiche des Subjektes angehöriges, mit ihm in der vorausgesetzten Relation stehendes Objekt dargeboten wird; äussert dasselbe unvermeidlich seine Wirkungstendenz auf das Objekt mit einer ganz bestimmten, durch das Wesen des Subjektes gegebenen Intensität: denn diese Äusserung ist nichts Anderes, als die Bekundung oder Offenbarung der in dem Subjekte wohnenden Kraft oder Kausalität gegen ein anderes Objekt. Diese Kraft, welche das Subjekt auch ohne Darbietung eines Objektes in sich trägt, findet in dem Objekte nur eine Gelegenheit sich nach aussen zu zeigen. Obgleich nun das Objekt Nichts dazu beiträgt, das Wirkungsvermögen in dem Subjekte zu erzeugen; so kann dasselbe doch durch seine Beschaffenheit einen Einfluss auf die Art und Weise der Äusserung jenes Vermögens ausüben. Die äussere Erscheinung, in welcher die Wirkung des Subjektes auftritt, wird also durch das Objekt mitbedingt sein. So hat z. B. jeder ponderabele Körper die Fähigkeit zu gravitiren. Treffen seine Gravitationsstrahlen einen anderen ponderabelen Körper; so äussert sich jenes Vermögen zunächst in der Bewegungstendenz oder Attraktion, sodann aber in der Wirkung als Bewegungszustand. Treffen seine Gravitationsstrahlen keinen ponderabelen Körper, bietet sich aber der freie Äther als Objekt dar;

so werden die Gravitationsimpulse des Körpers durch diesen Äther weiter getragen, pflanzen sich in demselben fort und die Wirkung stellt sich als ein immer tiefer in den Weltraum eindringender Gravitationsstrahl dar. In dieser Weise zeigt das Licht, der Schall, die Wärme, die Wirkung eines leuchtenden, tönenden, wärmenden Körpers, solange sich der Prozess durch ungehemmte Strahlung äussert, dagegen als Erleuchtung, Resonanz, Erwärmung, sobald der Strahl auf ponderabele Körper trifft.

Wäre schlechterdings kein äusseres Objekt, also auch kein affizirbares Medium (Äther, Luft etc.) vorhanden; so kann die Wirkung des Subjektes nur gegen sich selbst gerichtet sein. Da das Objekt die Art der Wirkung mitbedingt; so wird jetzt, wo das Subjekt zugleich als Objekt auftritt, die Wirkung eine besondere Form annehmen. Zwei Fälle sind alsdann von besonderer Wichtigkeit, erstens, der, wo der Mangel des Objektes die Intensität der Thätigkeit auf null reduzirt, also keine äussere Wirkung erfolgt, zweitens, der, wo diese Intensität nicht den Nullwerth hat, also eine äussere Wirkung erfolgt. In letzterem Falle muss die Wirkung, da sie nicht auf ein Objekt übergeht, sich im Subjekte anhäufen, also eine unausgesetzte Vermehrung oder Verstärkung hervorbringen. (So würde ein Körper, wenn er fortwährend Licht erzeugte, ohne es auszustrahlen, eine immer intensiver werdende Leuchtkraft erlangen).

18) Wirkung auf sich selbst mit Ausschluss jeder Relation zu einem äusseren Objekte, also Wirkung durch sich selbst auf sich selbst mit alleiniger Beziehung zu sich selbst ohne Gegenseitigkeit und Rückwirkung erscheint als etwas Undenkbares, Unmögliches. Der zweite eben erwähnte Fall kann daher nicht eintreten: ein einzig und allein existirendes Subjekt kann in sich keine Wirkung mit einem endlichen Intensitätsgrade hervorbringen. Natürlich kann dieser Satz nur für ein Subjekt unbedingte Geltung haben, welches sich als eine untheilbare Einheit darstellt, dessen Bestandtheile also nicht gegeneinander die Rolle von Subjekten und Objekten spielen können. Für physische Objekte liegt das unbedingt einfache, untheilbare Subjekt im einfachen Elemente oder Atome: man kann also behaupten, dass ein physisches Massenelement nicht unmittelbar auf sich selbst wirken kann. (So kann ein einzelnes Atom eines einfachen Stoffes sich weder anziehen, noch erwärmen, noch erleuchten). Fasst man dagegen einen Komplex von Elementen zu einem Körper zusammen; so ist Letzterer nur vermöge einer abstrakten Auffassung, nicht nach seiner Natur ein einfaches Subjekt. Von einem solchen Aggregate gilt der vorstehende Satz nicht unbedingt (die Theile eines Körpers gravitiren gegeneinander, haben Kohäsion, können sich erwärmen u. s. w.). Wohl aber gilt der Satz mit der Beschränkung auf diejenigen Eigenschaften, welche dem Aggregate als einem einheitlichen Systeme ausschliesslich zukommen. (So können zwar die Theile eines Körpers sich gegenseitig anziehen und demzufolge Spannung zwischen sich und relative Ortsveränderungen hervorbringen; der Körper kann sich aber in seiner Totalität nicht in Bewegung setzen, seinen Schwerpunkt verändern).

19) Wir haben bereits die Relationswirkung von der Intensitätswirkung unterschieden. Beides sind Haupt-Neutralitätsstufen der Wirkung, bei welchen die Wirkung ab dieselbe Qualität hat wie die Ursache a.

Wenn bei der Intensitätswirkung der Faktor oder die Kausalität b ein reines Verhältniss ist, also durch einen abstrakten endlichen Zahlwerth dargestellt ist; so ist die Intensitätswirkung ab eine Vervielfältigung der Ursache a. Wenn bei der Intensitätswirkung der Faktor b nicht ein reines Verhältniss, sondern eine wirkliche Grösse bezeichnet, welche im Allgemeinen eine stetige Grösse ist, wenn also eine Ursache $a = m\lambda$ von der Qualität λ mit dem Faktor $b = n\mu$ von der Qualität μ zusammenwirkt; so zeigt die Wirkung $ab = mn . \lambda\mu$ nicht bloss die Intensitätswirkung mn, sondern auch eine Qualitätswirkung $\lambda\mu$, man hat es also mit der Kombination einer Neutralitätsstufe mit einer Heterogenitätsstufe zu thun. Diese Kombination, welche wir in §. 490 die Leistung der Ursache a genannt haben, entspricht der gewöhnlichen Erscheinung, welche sich in der Physik als die Wirkung einer Kraft a in einem gewissen Grössengebiete darstellt und welche geometrisch als eine rechteckige Fläche von den Seiten a und b konstruirt wird. So ist z. B. die mechanische Arbeit des Druckes p bei der Beschreibung des räumlichen Weges s das Produkt ps (welches die Qualität von Kilogrammmetern hat, wenn p nach Kilogrammen λ und s nach Metern μ gemessen wird). Diese Arbeit ist aber nur ein spezieller Fall von Leistung, nämlich die Leistung des Druckes im Raume: ein anderer Fall ist die Leistung des Druckes p in der Zeit t, also das Produkt pt. Dasselbe entspricht der Beharrung des Druckes p während des Verlaufes der Zeit und ist nach §. 203 einer Bewegungsgrösse vm gleich, welche ihrerseits eine Leistung der Geschwindigkeit v in der Masse m darstellt. Ein dritter Fall ist die Leistung der Beschleunigung f während des Verlaufes der Zeit, also das Produkt ft, welches der Geschwindigkeit v, die hierdurch in der Zeit t erzielt oder bewirkt wird, gleich ist. Ein vierter Fall ist die Leistung der Geschwindigkeit v in der Zeit t, also das Produkt vt, welches dem durchlaufenen räumlichen Wege s gleich ist. Ein fünfter Fall ist die Leistung der Beschleunigung f in der Masse m, also das Produkt fm, welches einem Drucke oder einer Bewegungstendenz p gleich ist.

20) Solange die Leistung der Ursache sich in dem Subjekte, dessen Kraft jene Ursache ist, anhäuft, hat man es nur mit innerer oder subjektiver Wirkung zu thun; erst bei der Übertragung auf ein anderes Objekt entsteht eine äussere oder objektive Wirkung. Die in dem Subjekte angehäufte Arbeit spielt daher, ehe sie eine Wirkung auf ein äusseres Objekt vollbracht hat, die Rolle einer dem Subjekte innewohnenden Ursache oder Wirkungstendenz.

Die Übertragung der in einem Subjekte angehäuften Leistung oder Arbeit auf ein äusseres Objekt ist ein Akt von objektiver Wirkung wie jede Relationswirkung: die Entstehung oder Anhäufung jener Leistung in dem Subjekte, also der reine subjektive Wirkungs- oder Arbeitsprozess bedarf jedoch noch einer Erläuterung hinsichtlich der dabei wirksamen Faktoren. Wir haben schon unter Nr. 12 bemerkt, dass bei diesem Prozesse ein äusseres Medium, in welchem das Subjekt arbeitet, die Rolle eines Objektes spielt. Offenbar kann ein bestimmtes Subjekt nicht in jedem beliebigen Medium Arbeit vollbringen: das Medium muss vielmehr zu dem Subjekte in einer gewissen Beziehung stehen, welche eben

die Zusammenwirkung ermöglicht. Diese Beziehung nun liegt in dem Wesen des Subjektes und macht eine Tendenz desselben aus. So ist z. B. mechanische Kraft p die Tendenz zum Fortschritte in einer bestimmten Richtung des Raumes. Hierdurch steht die mechanische Kraft zum Gebiete oder zum Medium des Raumes in einer bestimmten Beziehung, welche eine Arbeit der Kraft im Raume oder die subjektive Intensitätswirkung ps möglich macht. Ebenso liegt in der Beschleunigung f und in der Geschwindigkeit v eine unmittelbare Beziehung zur Zeit t, welche die Leistung ft der Beschleunigung und die Leistung vt der Geschwindigkeit in der Zeit verständlich macht. Die Kraft p ist durch die Tendenz zum Fortschritte in einer bestimmten räumlichen Richtung noch nicht vollständig definirt; sie steht auch in Beziehung zur Zeit und zur Materie, indem sie das Bestreben darstellt, einer bestimmten Masse m in der Zeiteinheit eine bestimmte Geschwindigkeit in jener Richtung zu verleihen: hierdurch wird die Leistung pt der Kraft in der Zeit verständlich.

In einem Medium, mit welchem es in gar keiner Beziehung steht, kann ein Subjekt keine Leistung vollbringen. Wäre z. B. der absolute Raum und jede Figur darin von der Zeit völlig unabhängig; so könnten Raum und Zeit nicht aufeinander wirken; die Arbeit des Raumes in der Zeit oder das Produkt aus einer Raum- und einer Zeitgrösse könnte nicht die Bedeutung einer anschaulichen Wirkung haben (in der mechanischen Formel $vt = s$ bedeutet v keine reine Raumgrösse, sondern eine Geschwindigkeit, d. h. einen in gewisser Zeit durchlaufenen Weg).

21) Es kann sich eine Relationswirkung mit einer Intensitätswirkung und mit einer Heterogenitätswirkung kombiniren: alle drei sind voneinander unabhängig und beeinflussen sich nicht.

Zur Erläuterung der Sätze 20 und 21 mögen einige Beispiele dienen. Mit den Worten, die Sonne erwärmt die Erde, sprechen wir eine logische Relationswirkung aus, worin die Sonne das Subjekt, die erwärmende Kraft der Sonne die Ursache a, die Erwärmung die Kausalität α, die Erwärmung durch die Sonne der Wirkung $ae^{\alpha\sqrt{-1}}$, die Erde das erwärmte Objekt ist. Die Wirkung ist der Ursache quantitativ gleich, steht jedoch zu dieser in der durch den Richtungskoeffizienten $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ dargestellten Relation, deren logischen Werth wir hier unerörtert lassen. Indem man die Wirkung der Sonne auf die Wirkung der elementaren Ursachen, nämlich auf die Wirkung der Sonnenstrahlen c zurückführt, erscheint die erwärmende Ursache a als eine Intensitätswirkung mc und die Wirkung der Sonne als die Kombination einer Relations- und einer Intensitätswirkung. Die Quantität der erwärmenden Sonnenstrahlen ist der Quantität der dadurch bewirkten Erdwärme mc vollkommen gleich.

Ein schönes Beispiel von unabhängigen Wirkungen bieten die Grundformeln der Dynamik dar. Ein auf die Masse m wirkender Druck p setzt dieselbe in Bewegung; zwischen Druck und Bewegung besteht also eine Relation $e^{\alpha\sqrt{-1}}$, deren logischen Werth wir auf sich beruhen lassen. In der bewegten Masse erscheint eine Relationswirkung des Druckes p, welche den logischen Werth $pe^{\alpha\sqrt{-1}}$ mit der Quantität und Qualität von p hat. Diese Wirkung von p kömmt durch die Bewegung der Masse m

zur Erscheinung: ist aber f die Beschleunigung oder Geschwindigkeitszunahme, welche die Masse in sehr kleiner Zeit ∂t erfährt, welche also durch die Wirkung der Kraft p in dieser Zeit erzeugt wird; so ist die Wirkung nach Maassgabe dieser Erscheinung auch die Intensitätswirkung der Beschleunigung f in die Masse m, also gleich fm. Hiernach muss p und fm quantitativ und qualitativ gleich sein, man muss also quantitativ $p = fm$ haben und auch die Qualität von p muss gleich der von fm sein (was nach §. 203, S. 510 auch wirklich der Fall ist). Ebenso ist die Zunahme, welche die Geschwindigkeit v in der Zeit ∂t erleidet, also die Grösse ∂v eine Wirkung der Beschleunigung f in der Zeit ∂t, mithin quantitativ und qualitativ $\partial v = f \partial t$. Endlich ist die Ortsveränderung ∂s, welche in der Zeit ∂t entsteht, eine Wirkung der Geschwindigkeit v in der Zeit ∂t, folglich quantitativ und qualitativ $\partial x = v \partial t$. Durch Elimination von f und ∂t aus diesen drei Gleichungen folgt $mv \partial v = p \partial x$. Diese Gleichung sagt, dass der Zuwachs an lebendiger Kraft in der Zeit ∂t dem Zuwachse an Arbeit der bewegenden Kraft quantitativ und qualitativ gleich ist oder dass die lebendige Kraft eine Wirkung der Arbeit ist.

Ein Beispiel von reiner Relationswirkung, welche nur die Relation des Subjektes, nicht dessen Intensität ändert, liegt vor, wenn sich die Bewegungstendenz nicht in der Richtung der bereits erzeugten Bewegung, sondern in einer normal darauf stehenden Richtung äussert. Eine Bewegungstendenz dieser Art ist Zentrifugalkraft: dieselbe bewirkt keine Vermehrung der reellen Bewegungsgrösse, sondern Ablenkung des bewegten Körpers von seiner Bahn oder Änderung seiner Bewegungsrichtung ohne Änderung seiner lebendigen Kraft.

22) Nach der Beschaffenheit des Subjektes und Objektes kann sowohl die Ursache, als auch die Wirkung unter der Herrschaft des Quantitäts-, Inhärenz-, Qualitäts- und Modalitätsgesetzes in verschiedener Form, Zusammensetzung und Qualität und mit verschiedenen Eigenschaften erscheinen. Bezeichnen also λ und μ zwei Qualitäten, A und B aber zwei beliebig zusammengesetzte Funktionen; so kann, wenn es sich um eine Relationswirkung handelt, die Ursache in der Form $A\lambda$ und die Wirkung in der Form $B\mu e^{\alpha\sqrt{-1}}$, wenn es sich aber um eine objektive Intensitätswirkung handelt, die Ursache in der Form $A\lambda$ und die Wirkung in der Form $B\mu$ erscheinen. Immer muss dann $\lambda = \mu$ und $A = B$ sein.

Beispielweise kann eine bestimmte Menge mechanischer Arbeit a theils die lebendige Kraft b_1, theils die Arbeit b_2, theils die Wärme b_3 erzeugen: es muss dann nothwendig $a = b_1 + b_2 + b_3$ sein. In diesem Beispiele besteht das Objekt aus drei partikulären Objekten von verschiedener Beschaffenheit. Umgekehrt, kann lebendige Kraft und Wärme mechanische Arbeit hervorbringen. Wenn also das Subjekt aus drei partikulären Subjekten oder aus drei partikulären Ursachen, nämlich der Arbeit a_1, der lebendigen Kraft a_2 und der Wärme a_3 besteht und von diesen als Wirkung die Arbeit b hervorgebracht wird; so muss $a_1 + a_2 + a_3 = b$ sein. Wenn diese drei Ursachen die ersteren drei Wirkungen erzeugen; so muss $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$ sein.

23) Bei der Intensitätswirkung ps, welche die Ursache p bei der Kausalitätsäusserung s hervorbringt, erscheint p nachundnach in allen

Punkten von s, zuerst im Anfangspunkte, zuletzt im Endpunkte. Während der Erzeugung des Produktes ps liegt daher die Wirkungsrichtung, wovon s ein endliches Stück ist, als eine unendliche gerade Linie vor p. In dieser Linie kann p beliebig weit vorschreiten, um immer neue Quantitätswirkungen zu erzeugen oder um von den noch nicht realisirten Wirkungsmöglichkeiten immer weitere Theile in Wirkungswirklichkeiten überzuführen. Bei der Quantitätswirkung schöpft also das thätige Subjekt aus einem vor ihm liegenden Borne unaufhörlich neue Quantitäten und vermindert diesen Born um dieselben Quantitäten, um welche es den verwirklichten Vorrath vermehrt hat. Eine entgegengesetzte Thätigkeit $-s$ der Ursache p stellt diesem Borne die entnommene Wirkungsgrösse zurück.

24) Im Kausalitätsprozesse oder beim Wirken, mag es sich nun um eine Relationswirkung handeln, in welcher die Ursache mit ihrer Quantität unter anderer Relation als Wirkung erscheint, oder mag es sich um eine Intensitätswirkung mit oder ohne Heterogenitätswirkung handeln, bei welcher sich die Ursache unter konstant bleibender Relation vervielfacht oder verstärkt, indem sie eine der Kausalität proportionale Wirkungsgrösse aus einem Borne von unrealisirten Möglichkeiten in das Gebiet der Wirklichkeit überträgt, geht hiernach niemals Quantität (Quantität des Wirkenden, resp. Wirkungsquantität) verloren, und es wird auch keine solche Quantität, welche nicht schon in einem Borne aufgespeichert läge, geschaffen. Bei jeder objektiven Wirkung verschwindet die Ursache und es entsteht dafür etwas Anderes, welches der Ursache quantitativ gleich ist und welches im umgekehrten Prozesse die Ursache als Wirkung wiederherstellt. Diese Reziprozität zwischen Ursache und Wirkung erscheint in der Physik als Äquivalenz; man gebraucht diesen Ausdruck jedoch meistens nur in den Fällen, wo die Ursache selbst als eine Intensitätswirkung oder als eine Arbeit gegeben ist, wo es sich also um die Wirkung einer Arbeit, also um die Verwandlung einer Arbeit, welche Eigenthum eines Subjektes ist, in das Eigenthum eines Objektes oder um eine objektive Intensitätswirkung handelt. So nennt man z. B. mechanische Arbeit und Wärme oder Arbeit und galvanische Strömung oder Arbeit und lebendige Kraft Äquivalente. Chemisches Äquivalentgewicht und umgekehrte Wärmekapazität sind keine äquivalenten Wirkungsgrössen, sondern äquivalente ursächliche Tendenzen oder äquivalente Ursachen.

Bei der objektiven Wirkung verwandelt sich also die Ursache in ein Äquivalent, ohne dass von ihr etwas Wirksames verloren ginge oder etwas Wirksames, was nicht schon existirt hätte, entstände. Wirken ist daher kein Schaffen aus Nichts, aber auch kein Vernichten, sondern ein quantitatives Erhalten unter Veränderung der Beziehung zu der Aussenwelt (d. h. zu der ausserhalb des Subjektes liegenden Welt). Bei der subjektiven Intensitätswirkung wird aus einem gegebenen Borne möglicher Wirkungsgrössen geschöpft, wobei der Born um ebenso viel vermindert wird, als der realisirte Vorrath vermehrt ist. Hier findet also eine Verwandlung einer bestimmten Quantität möglicher Grössen in eine gleich grosse Quantität wirklicher Grössen (eine Verwirklichung oder Realisirung von Grössen) statt. Diese durch subjektiven Wirkungsprozess erzeugten Produkte können durch objektiven Wirkungsprozess auf äussere Objekte

übertragen oder veräussert werden: das Übertragene hat nach der Veräusserung immer dieselbe Quantität wie vor der Veräusserung.

Auf dem quantitativen Erhalten der Ursache, welches bei der objektiven Wirkung, nämlich bei der Übertragung auf ein anderes Objekt stattfindet, beruht das mechanische Prinzip von der Erhaltung der lebendigen Kraft, indem die in einem Systeme von materiellen Punkten gegebene lebendige Kraft durch die Wechselwirkung zwischen diesen Punkten zwar anders vertheilt, aber nicht vermindert oder vermehrt wird, wenn die Summe der darin entwickelten Arbeiten null ist. Auf dem Schöpfen aus einem gegebenen Borne und der Restituirbarkeit des Geschöpften bei der subjektiven Intensitätswirkung beruht die Vorstellung, welche den in neuerer Zeit unter den Namen Erhaltung der Energie oder Erhaltung der Kraft eingeführten Sätzen zu Grunde liegt.

Insofern der Born, aus welchem die subjektive Intensitätswirkung schöpft, ein Möglichkeitsgebiet ist, von welchem ein Theil sich in Wirklichkeit verwandelt, kann man zwar den Vorgang der Verwirklichung einer Möglichkeit als einen Erzeugungsprozess ansehen: allein es ist hierbei zu beachten, dass dieses Erzeugen doch nur die Hebung eines bis dahin unzugänglichen Schatzes, ferner, dass Das, was hierdurch erzeugt wird, nicht Quantität oder Substanz des Subjektes, sondern eine Wirkungsgrösse, eine intensive Eigenschaft, ein Vermögen ist, wodurch das Subjekt, welchem diese Eigenschaft verliehen wird, nicht an quantitativem Umfange, sondern an logischem Inhalt, an Intensität, Dichtigkeit, Vermögen, Besitz zunimmt oder wodurch es intensiver, kräftiger, effektvoller, wirkungsfähiger wird. Durch einen solchen Erzeugungsakt wird auch der Betrag Dessen, was später auf dieselbe Weise möglicherweise noch erzeugt werden kann, um den Betrag des bereits Erzeugten vermindert.

Bei der objektiven Intensitätswirkung findet keine Realisirung aus dem Möglichkeitsgebiete, sondern nur Übertragung realisirter Wirkungsgrössen auf äussere Objekte, also lediglich ein Austausch von Wirkungsgrössen statt.

Beispielsweise erzeugt Jemand durch Spekulation, Arbeit, Verkauf oder durch ähnliche Wirkungen, welche ihm Reichthum verschaffen, kein Geld oder er vermehrt nicht das in der Welt befindliche Geld, sondern nur seinen Besitz, sein Vermögen, d. h. er verwandelt einen Betrag seiner Arbeit in Geldbesitz oder Reichthum (welcher durchaus nichts Anderes als ein Äquivalent für aufgespeicherte Arbeit ist), wobei sich der Besitz Anderer um ebensoviel vermindert. Ebenso erzeugt man durch Bergbau kein Silber oder man vermehrt nicht das existirende Silber, sondern nur das verwendbare Silber oder man macht einen Theil des Silbers verwendbar, man erzeugt verwendbares Silber unter Verminderung des unverwendbaren. Durch Bemalung der Leinwand mit Farben erzeugt man weder Leinwand, noch Farben, sondern Bilder, man vermehrt die als Bild wirksame Leinwand unter Verminderung der in dieser Hinsicht unwirksamen. Die in dem subjektiven Theile eines solchen Wirkungsprozesses liegende Erzeugung betrifft das Arbeitsquantum des Subjektes. Dieses Quantum existirte vorher nicht als wirkliche Arbeit, wohl aber in einem durch die Arbeitsfähigkeit zugänglichen

Möglichskeitsbereiche, dessen Umfang durch die Verrichtung jener Arbeit in der That um den Betrag derselben erschöpft ist, da die Arbeitsmenge, welche ein Mensch in einer gegebenen Zeit und mit gegebenen Mitteln zu leisten vermag, einen bestimmten Werth hat, von welchem nach der Ableistung jenes Arbeitsquantums nur noch die Differenz als mögliche Leistung übrig bleibt.

25) Das Wesen der Kausalität charakterisiren wir jetzt durch folgende Worte. Die Ursache ist eine Eigenschaft des Subjektes, welche nicht die Quantität und Inhärenz, sondern den logischen Inhalt desselben mitbestimmt und demnach eine intensive Eigenschaft oder Intensitätskomponente oder ein Wirkungsvermögen genannt werden kann. Dieses Vermögen verleiht dem Subjekte eine Kausalität oder Kraft oder eine Wirkungstendenz, d. h. das Bestreben, eine Relation in seinem Grössengebiete, also in der Welt einzunehmen oder sich mit anderen Objekten in Beziehung zu setzen. Diesem Streben Folge leisten oder sich mit einem anderen Objekte in Beziehung setzen, heisst, eine Kausalität äussern oder eine objektive Wirkung hervorbringen. Innere oder subjektive Intensitätswirkung ist Arbeit oder Leistung: dieselbe erscheint in dem Subjekte als eine durch objektiven oder Veräusserungsprozess auf andere Objekte übertragbare Wirkungsgrösse, also als ein Wirkungsvermögen oder als eine Ursache zu objektiver Intensitätswirkung. Subjektive Wirkung besteht nie allein, sondern immer nur als Ursache einer objektiven Wirkung.

Objektive oder eigentliche Wirkung, mag es eine Intensitäts- oder eine Relationswirkung sein, verbindet das Subjekt mit dem Objekte, indem sie mit dem Subjekte und mit dem Objekte einen ihrer Zustände und auch nur einen Zustand, nämlich mit dem Subjekte den Anfangszustand und mit dem Objekte den Endzustand gemein behält. Die Wirkung hat dieselbe Quantität, dieselbe Inhärenz, dieselbe Qualität und dieselbe Modalität wie die Ursache und unterscheidet sich von dieser nur durch die veränderte Relation oder das Verhältniss. Die Wirkung verbindet sich mit dem Objekte oder geht auf das Objekt über, wird also zu einer Eigenschaft des Objektes. Diese Eigenschaft, welche das Objekt durch die Wirkung erlangt, hat indessen bei der Relationswirkung eine andere Bedeutung, als bei der objektiven Intensitätswirkung. Die Relationswirkung verleiht dem Objekte eine Eigenschaft, welche nach der Formel $ae^{\alpha\sqrt{-1}}$ den Charakter einer bezüglichen, auf einer Ursache beruhenden Eigenschaft hat (die unsere Sprache durch Partizipien wie z. B. geschlagen, erwärmt etc. ausdrückt) und welche nach der Formel $c+d\sqrt{-1}$ als die Zusammensetzung aus einem Akzidens und einem Attribute erscheint, wovon das Akzidens c den Subjektsantheil oder den reellen Antheil und das Attribut $d\sqrt{-1}$ den Objektsantheil oder den Alternitätsantheil (§. 490) darstellt. Die Intensitätswirkung dagegen verleiht dem Objekte eine Eigenschaft, welche als eine Intensitätskomponente oder Inhaltskomponente aufzufassen ist. Die Relationswirkung fügt also dem Objekte eine Inhärenzkomponente hinzu, welche sich neben die übrigen Eigenschaften des Objektes stellt oder sich mit ihnen durch Inhärenz verbindet, die Intensitätswirkung aber verleiht dem Objekte ein

Stück seines logischen Inhaltes oder seiner Dichtigkeit durch ein Simultanmerkmal, welches mit seinen übrigen Eigenschaften nicht alternativ, sondern simultan besteht. Die Eigenschaft $a e^{\alpha \sqrt{-1}}$, welche das Objekt durch eine Relationswirkung des Subjektes empfängt, hat dieselbe Quantität a wie die Ursache, welche sie erzeugt; sie bildet eine Umwandlung der Ursache unter Übertragung derselben vom Subjekte auf das Objekt. Die Intensität ab, welche das Objekt durch eine objektive Intensitätswirkung des Subjektes empfängt, bildet die Resultante von elementaren Intensitätswirkungen, deren eine Komponente die wirkende konstante Elementarursache a und deren andere Komponente die in der Wirkungsrichtung der Ursache sich äussernde Kausalität b ist. Hierbei verliert das Subjekt oder sein angehäuftes Wirkungsvermögen die Intensität ab und das Objekt gewinnt sie. Bei der Relationswirkung steht Subjekt und Objekt durch die Wirkung $a e^{\alpha \sqrt{-1}}$ mittelst der Endpunkte der Letzteren, überhaupt mittelst Grenzwerthe der Wirkung in Verbindung: bei der Intensitätswirkung steht Subjekt und Objekt durch die Wirkung ab mittelst jedes Zwischenzustandes, welchen a bei der Vollbringung dieser Wirkung durchläuft, also mittelst aller Grenzwerthe der Wirkung in Verbindung. In beiden Fällen wird also Subjekt und Objekt durch die Wirkung verbunden und in Grenzzuständen der Wirkung findet die gemeinsame Berührung oder Verknüpfung oder der Anschluss statt. Die Qualität eines Berührungszustandes ist in beiden Fällen eine verschiedene: bei der Relationswirkung ist dieser Zustand eine Grenze der Ursache a, bei der Intensitätswirkung ist er die ganze Elementarursache a, welche übrigens doch auch nur eine Grenze des Wirkungsvermögens ab ist, welches in dem Subjekte bei der objektiven Intensitätswirkung als Gesammtursache thätig ist. Bei der Intensitätswirkung bleibt also das Subjekt mit dem Objekte fortwährend durch die ganze Elementarursache a in Berührung oder in unmittelbarer Verbindung. Die unausgesetzte unmittelbare Verbindung des Objektes mit der wirkenden Ursache bei der Intensitätswirkung bedingt eine unausgesetzte Wirkung auf das Objekt, welche mit der sukzessiven Erzeugung, resp. Vernichtung des Wirkungsvermögens ab des Subjektes nach der Formel $a \partial b + a \partial b + a \partial b + \ldots = \int a \partial b = ab$ gleichen Schritt hält, wogegen die Relationswirkung als ein einmaliger Wirkungsakt $a \times e^{\alpha \sqrt{-1}} = a e^{\alpha \sqrt{-1}}$ erscheint. Die Ursache a, welche bei der Intensitätswirkung unaufhörlich wirkt und sukzessiv die Wirkung bis zu dem Betrage ab steigert, offenbart sich als die während der Wirkung zwischen dem Subjekte und dem Objekte bestehende Aktivitäts- oder Passivitätstendenz, welche in der physischen Natur Spannung und Gegenspannung, Druck und Gegendruck heisst. Bei der Vollbringung der Intensitätswirkung ab schreitet das Subjekt in einer Wirkungsrichtung, welche eine unendlich vor ihm sich ausdehnende gerade Linie bildet, um die Entfernung b vor, erschöpft also das mögliche Wirkungsgebiet um den Betrag ab und überträgt denselben auf den Besitz des Objektes, welches seinerseits durch umgekehrte Thätigkeit denselben Betrag wiederum zur Disposition zu stellen vermag. Die Form oder Modalität, welche die auf das Objekt übertragene Intensitätswirkung annimmt, hängt von der Beschaffenheit des Objektes

mit ab; diese Abhängigkeit beruht nicht auf Kausalität, sondern auf dem fünften Grundgesetze, der Konditionalität, welche wir später betrachten werden. Unter dem Einflusse solcher Bedingungen bleibt das aus dem Besitze des Subjektes Ausscheidende beim Übergange in den Besitz des Objektes nicht identisch sich gleich, sondern wird ein Äquivalent.

So äussert die Erde durch ihre Anziehung eine Intensitätswirkung auf den Stein, welche zunächst als Bewegungstendenz (Gravitation) auftritt und in dieser Gestalt die Ursache p einer nachfolgenden subjektiven Intensitätswirkung ps der Erde (der Gravitationsarbeit) bildet. Indem diese Arbeit in das Eigenthum des Steines übertritt, vollzieht die Erde eine objektive Intensitätswirkung, welche als die äquivalente lebendige Kraft des Steines erscheint. Diese lebendige Kraft macht eine intensive Eigenschaft des Steines aus, sie bildet ein Merkmal seines logischen Inhaltes, seines Vermögens (Wirkungsvermögens), welches dem fallenden Steine immer zukömmt, mit welchen akzidentiellen Eigenschaften derselbe auch behaftet werden möge, ob er gross, klein, rund, alt, hart u. s. w. sei. Die von der Erde empfangene Bewegungstendenz des Steines kann offenbar, wenn man den in der Anziehung der Erde liegenden Grund ausser Acht lässt, als eine dem Steine innewohnende Kraft (Schwere) betrachtet werden, womit der Stein Wirkungen hervorzubringen vermag. Diese Kraft äussert sich zunächst gegen einen anderen Körper als Druck p und erzeugt darin den Gegendruck oder Widerstand: bei eintretender Bewegung verrichtet der Stein mit jenem Drucke die Arbeit ps, welche in dem gedrückten Körper die objektive Intensitätswirkung hervorbringt, die je nach Beschaffenheit dieses Körpers und des Zusammenhanges mit dem drückenden Steine mannichfache Formen annehmen kann. Wird der Körper durch ein widerstehendes Medium an jeder Bewegung gehindert; so erfolgt gar keine Intensitätswirkung, sondern nur die Tendenz dazu, der Druck, welcher sich als das Gewicht des Steines äussert. Wird der Körper an seiner unteren Basis festgehalten; so äussert sich die Wirkung des Steines als Kompressionsarbeit. Hat der Körper in letzterem Falle pendulirende Formelemente; so verstärkt sich bei der Kompression auch deren Schwingung; die Wirkung äussert sich also theils als Kompressionsarbeit, theils als Wärme: Beide sind Äquivalente der Arbeit der Schwere und in ihrer Summe der verursachenden Arbeit gleich.

Wir sind jetzt dahin gekommen, die wichtigsten Induktionsregeln für die Relation zu formuliren, nämlich die Kriterien anzugeben, nach welchen durch Beobachtungen von Thatsachen erkannt werden kann, ob eine Wirkung vorliege. Die erste Regel lautet:

26) Wenn die beiden allein in der Welt existirenden oder doch von aller übrigen Welt unabhängigen Objekte A und B sich immer zugleich und immer dergestalt ändern, dass B gleiche Intensitätskomponenten von gewisser Qualität gewinnt, während A gleiche Intensitätskomponenten von gewisser Qualität verliert und dass bei dieser Wirkung das Subjekt mit dem Objekte durch einen Grenzzustand der von dem einen auf das andere übergehenden Wirkungsgrösse stets in Verbindung bleibt; so stehen A und B in der Beziehung einer unmittelbaren Intensitätsrelation; in A liegt die Ursache und in B die Wirkung oder A ist das aktive,

gebende Objekt (Subjekt) und *B* das passive, leidende, empfangende Objekt für die hierbei sich bekundende unmittelbare Intensitätswirkung.

Wenn z. B. der Dampf einer Maschine fortwährend an Spannung gleich viel verliert, während die mechanische Arbeit, welche von der Maschine (äusserlich und innerlich) verrichtet wird, gleiche Mengen gewinnt, wenn ausserdem der Dampf stets mittelst Druck in unmittelbarer Verbindung mit der Maschine steht und ringsum sich Nichts weiter ändert, als der Dampf und die Maschine (wenn also kein Dampf zu anderen Zwecken verbraucht wird oder die Maschine nicht von anderen Motoren Bewegung empfängt u. s. w.); so liegt die Ursache der Arbeit der Maschine in der Arbeit des Dampfes; zwischen Beiden besteht ein unmittelbares Kausalitätsverhältniss.

Dass die von *A* auf *B* übergehende Substanz eine Intensitätskomponente, ein Vermögen, ein Besitz, eine Arbeitsgrösse sei, ist durchaus erforderlich, um den Schluss auf eine Intensitätswirkung zu rechtfertigen: denn wäre es ein rein quantitativer Bestandtheil, eine Partikularität, welche von *A* auf *B* überginge; so läge keine Wirkung, sondern eine Erweiterung oder Verallgemeinerung von *B* unter Einschränkung oder Spezialisirung oder Theilung von *A* oder auch eine Einschliessung bei *B* und eine Ausschliessung bei *A* vor. So steht z. B. die Abtrennung der Nordamerikanischen Kolonie von England mit der Konstituirung der Nordamerikanischen Union, soweit es sich dabei um die geographischen Staatenveränderungen handelt, durchaus nicht in Kausalzusammenhang, sondern nur in der Beziehung von Aus- und Einschliessung eines Objektes. Erst wenn die Nordamerikanischen Kolonie als das Eigenthum, der Besitz, das Vermögen, die Macht, die Kraft, die Intensitätskomponente eines Volkes betrachtet wird, erscheint der Krieg um jenen Besitz als eine kausale Thätigkeit, deren Wirkung einerseits der Verlust und andererseits der äquivalente Gewinn an Besitz ist: alsdann aber gestaltet sich nicht die Abtrennung von dem einen und die Zulegung zu dem anderen Lande, sondern der Vermögensverlust des einen und der Vermögensgewinn des anderen Volkes als durch den Krieg im Kausalzusammenhange stehend.

Ebenso ist die Änderung eines Akzidens, überhaupt eine Änderung, welche mit Verlust des Einen und Gewinn des Anderen verbunden ist, darum noch keine Wirkung. Wenn sich der Dampfwagen von Braunschweig nach Berlin bewegt; so ist das Verlassen des einen Ortes und das Erreichen des anderen, überhaupt die Versetzung eines Objektes an einen anderen physischen, mechanischen, mathematischen, logischen Ort noch keine Wirkung, sondern eine Änderung (Zustandsänderung). Erst wenn zu jener Änderung Kraft oder eine Intensitätskomponente verbraucht und übertragen wird, wenn es sich also nicht um die Änderung einer alternativen Eigenschaft, sondern um die Änderung einer intensiven, simultanen Eigenschaft handelt, entsteht eine Wirkung, z. B. wenn die Bewegung des Dampfwagens mit der Änderung der Dampfspannung begleitet ist (Dampfverbrauch an sich ist ebenfalls kein Kennzeichen von Wirkung, weil hierin nur eine Quantitäts-, nicht eine Intensitätsänderung liegen würde).

Nur in der Mechanik ist der Satz, dass jede Änderung eines Zustandes eine Ursache (Kraft) bedinge, von allgemeiner Gültigkeit, weil es sich hier prinzipiell nur um die Änderung von Bewegungszuständen, Spannungen,

Wirkungsgrössen, Momenten, lebendigen Kräften, Dichtigkeiten u. s. w., überhaupt von intensiven Eigenschaften handelt, die entscheidende Voraussetzung also ein für alle Mal oder stillschweigend besteht.

27) Wenn die drei allein existirenden Objekte A, B, C ihren Besitz und zwar stets so ändern, dass der Gesammtbesitz aller unverändert bleibt, und wenn ausserdem, sobald sich der Besitz von C vermindert, doch stets nach Belieben erreicht werden kann, dass zugleich auch der Besitz von A sich vermindert, während der von B sich vermehrt, oder dass der von B sich vermindert, während der von A sich vermehrt; so müssen nothwendig die beiden Objekte in Intensitätsrelation zueinander stehen (denn wenn C geschwächt wird, muss mindestens eins der beiden Objekte A und B, z. B. A gestärkt werden, und diese Stärkung kann nicht in Schwächung verwandelt werden, ohne dass A an B Etwas abgiebt). Vermehrt sich der Besitz von C und lässt sich dann nach Belieben sowohl eine Vermehrung des Besitzes von A, als auch eine solche von B erreichen; so muss zwischen A und B eine Relation bestehen.

Denkt man sich unter A und B zwei Objekte der Welt und unter C die gesammte übrige Welt; so kann der vorstehende Satz zur Konstatirung eines Kausalitätsverhältnisses zwischen A und B dienen.

28) Wenn in dem unter 26 angeführten Falle ausserhalb A und B ein Objekt M existirt, dessen Besitz fortwährend konstant bleibt, in welchem aber, während A einen Theil seines Besitzes auf B überträgt, gegen A die negative und gegen B die positive Wirkungstendenz von dem einer solchen Übertragung entsprechenden Betrage herrscht, oder welches sich fortwährend im Zustande des Empfangens und Verlierens der zwischen A und B übergehenden Besitztheile befindet; so wirkt A nicht unmittelbar auf B, sondern durch Vermittlung von M.

Dass das vermittelnde Objekt M auch ein unendlicher Inbegriff von Theilen sein kann, zwischen welchen die fragliche Spannung herrscht, sodass eine Vermittlung durch eine unendliche Reihe von elementaren Zwischenobjekten, welche die Wirkung fortpflanzen, obwaltet, leuchtet ein. So vermittelt beispielsweise ein Stab oder ein Faden durch Fortpflanzung von Theil zu Theil, unter Umständen auch noch eine dazwischentretende Rolle oder sonstiges Glied die Wirkung der einen Masse auf die andere. Bei der Fontäne vermitteln die eigenen Theile des Wassers, sowie auch die Gefässwand die Übertragung der Arbeit der sinkenden Wassermenge als lebendige Kraft auf den springenden Strahl. Bei der Schenkung von 1000 M. von A an B kann ein Banquier, welcher diese 1000 M. empfängt, um sie an B zu geben, den Vermittler spielen.

29) Wenn der Besitz, welchen A durch Intensitätswirkung auf B überträgt, in A als eine Grösse von der Qualität α und der Quantität m, d. h. als die Grösse $m\alpha$, in B dagegen als eine Grösse von der Qualität β und der Quantität n, d. h. als die Grösse $n\beta$ auftritt; so beruht die Verschiedenartigkeit dieser beiden Grössen auf einer Formverschiedenheit oder Verwandelbarkeit, welche die Äquivalenz ausmacht. Die Grössenarten α und β sind äquivalent und eine einzige Beobachtung bestimmt wegen $m\alpha = n\beta$ das Äquivalenzverhältniss zwischen einer Einheit der ersten und einer Einheit der zweiten durch die Formel $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n}{m}$.

30) Wenn sich die Veränderung der beiden Objekte A und B nach dem Satze 26 in der Weise äussert, dass der Verlust eines Besitzes von gewisser Art, welchen A erleidet, bei B einen Gewinn erzeugt, welcher sich nicht unbedingt als einunddieselbe Grössenart β, sondern als ein Inbegriff von zwei verschiedenen Grössenarten β und γ, also in der Form $m\beta + n\gamma$ darstellt, wenn aber jede zwei Beobachtungen, nach welchen der Einheit des Verlustes von A einmal der Gewinn $m\beta + n\gamma$ und das andere Mal der Gewinn $m_1\beta + n_1\gamma$ bei B entspricht, das Resultat geben, dass die Differenz $m - m_1$ zu der Differenz $n_1 - n$ in einem konstanten Verhältnisse steht (dass also, wenn sich die Wirkung in der Grössenart β um eine bestimmte Menge vermindert, die in der Grössenart γ um eine proportionale Menge vermehrt); so stehen die beiden Objekte A und B in Intensitätsrelation und die Grössenarten β und γ sind Äquivalente, deren Einheiten in dem Verhältnisse $\frac{\beta}{\gamma} = \frac{n_1 - n}{m - m_1}$ stehen.

31) Wenn die Änderung des Objektes B in drei verschiedenen Grössenarten β, γ, δ auftritt und jede drei Beobachtungen das Resultat liefern, dass auf eine Einheit α des Verlustes von A einmal der Gewinn $m\beta + n\gamma + p\delta$, einmal der Gewinn $m_1\beta + n_1\gamma + p_1\delta$ und einmal der Gewinn $m_2\beta + n_2\gamma + p_2\delta$ bei B kömmt, sodass man

$$\begin{aligned} \alpha &= m\beta + n\gamma + p\delta \\ \alpha &= m_1\beta + n_1\gamma + p_1\delta \\ \alpha &= m_2\beta + n_2\gamma + p_2\delta \end{aligned}$$

hat, die Differenzen der Koeffizienten aber den Bedingungen entsprechen, dass

$$\frac{(n_1 - n)(p_2 - p) - (n_2 - n)(p_1 - p)}{(m - m_1)(p_2 - p) - (m - m_2)(p_1 - p)} = \frac{\beta}{\gamma}$$

$$\frac{(n_1 - n)(p_2 - p) - (n_2 - n)(p_1 - p)}{(m - m_1)(n_2 - n) - (m - m_2)(n - n_1)} = \frac{\beta}{\delta}$$

stets konstante Werthe haben; so stehen die beiden Objekte in Intensitätsrelation und die drei Grössenarten β, γ, δ sind einander nach den vorstehenden Verhältnissen äquivalent.

Es ist leicht, diese Regel für den Fall beliebig vieler Äquivalente zu verallgemeinern.

Wenn z. B. die mechanische Arbeit, welche die gegenseitige Anziehung zweier sich einander nähernden Körper bei dieser Annäherung verrichtet, und welche dem Produkte ihrer Massen und dem Arbeitswege proportional ist, sich theils als lebendige Kraft dieser oder anderer Körper, theils als Überwindung von Widerständen oder mechanische Arbeit, theils als Wärme äussert und die Quantitäten dieser drei Grössen stets der vorstehenden Bedingung entsprechen, in Folge dessen eine Einheit lebendiger Kraft stets durch eine halbe Arbeitseinheit (Kilogrammeter) und eine Wärmeeinheit (Kalorie) stets durch 425 solche Arbeitseinheiten ersetzt wird; so sind Arbeit, lebendige Kraft und Wärme äquivalente Wirkungen*).

*) Es ist vielleicht nicht uninteressant und für die hohe Wichtigkeit allgemeiner Prinzipien charakteristisch zu erfahren, dass die in den vorstehenden Sätzen liegende rein logische Betrachtung über das Wesen von Ursache und Wirkung, insbesondere über das davon unzertrennliche Geben und Empfangen äquivalenter Wirkungsquantitäten

32) Gleichwie eine Ursache verschiedene äquivalente Wirkungen hervorbringen kann, ebenso können verschiedene äquivalente Ursachen dieselbe Wirkungsart erzeugen. So kann z. B. mechanische Arbeit, chemische Verbindung und Wärmezuführung Wärme erzeugen, d. h. alle jene äquivalenten Effekte können als Wärme erscheinen.

33) Allgemein können die äquivalenten Wirkungen verschiedener Subjekte auf verschiedene Objekte übertragen und darin als verschiedene äquivalente Wirkungen erscheinen. Immer ist die Gesammtwirkung der Gesammtursache gleich.

Bei richtiger Beurtheilung der Äquivalenz gilt dieser Satz nicht bloss für mathematische, sondern für alle möglichen Grössengebiete. So kann man z. B. sagen, die Wirkung der verbesserten Beförderungssysteme und der Zollermässigung ist theils ein vermehrter Absatz, theils eine Ersparniss des Fabrikanten, theils eine Verbesserung des Fabrikates.

34) Ob bei einer Beobachtung alle konkurrirenden Ursachen und alle möglichen äquivalenten Wirkungen entdeckt sind, ist im Allgemeinen ungewiss. Wenn die beobachtete Gesammtursache nicht der beobachteten Gesammtwirkung gleich ist, ist die Unzulänglichkeit der Beobachtung gewiss. Wenn unter gewissen Voraussetzungen gewisse Ursachen und Wirkungen als Unmöglichkeiten ausgeschlossen sind, beweis't die Gleichheit zwischen den Gesammtursachen und den Gesammtwirkungen die Vollständigkeit des Kausalzusammenhanges.

35) Reelle Ursachen können nur reelle Wirkungen, imaginäre Ursachen nur imaginäre Wirkungen (neutrale Ursachen nur neutrale Wirkungen) erzeugen. Beide beeinflussen sich nicht.

Da die Wirkung das Produkt aus einem ursächlichen Subjekte und einer Kausalität (die Arbeit ein Produkt aus Kraft und Weg) ist; so kann eine neutrale Wirkung entweder als die Wirkung eines reellen Subjektes mit neutraler Kausalität, oder als die Wirkung eines neutralen Subjektes mit reeller Kausalität angesehen werden.

In der Mechanik erzeugt eine Kraft, deren Angriffspunkt in der Richtung ihrer Bewegungstendenz fortschreitet, reelle Arbeit, welche dem Produkte jener Kraft und ihres Arbeitsweges gleich ist und als objektive Wirkung die lebendige Kraft einer beschleunigten Masse darstellt. Die Zentrifugalkraft dagegen, deren Angriffspunkt in normaler Richtung zu ihrer Bewegungstendenz fortschreitet, erzeugt imaginäre Arbeit, welche immer dem Produkte der Kraft und ihres imaginären Weges gleich ist,

---

mich zu der Erkenntniss meines früheren Irrthums über die Konstanz der Wärme geführt hat, da ich mir sagen musste, dass die Wärme, indem sie einen Körper ausdehnt und dabei Arbeit vollbringt, nothwendig eine äquivalente Wirkungsquantität verlieren, also, insofern sonst kein Ersatz geboten wird, sich vermindern muss. Da diese Erkenntniss nicht die Überzeugung von der Richtigkeit meiner Vorstellung von dem Wesen der Wärme zu erschüttern vermochte, der von der Gewissheit einer Täuschung getragene innere Konflikt aber, ungesühnt, unerträglich war; so sah ich mich gezwungen, den Druck dieses dritten Theiles behuf Aufsuchung jenes Irrthums und Berichtigung desselben durch das Supplement zum zweiten Theile hinauszuschieben. So rauh und dornig dieser Pfad zum Wiedereintritt in ein verlorenes Paradies für mich war, so erspriesslich glaube ich, ist er für die Wissenschaft gewesen, da derselbe manche unerwarteten Entdeckungen und ausserdem die Befestigung der Überzeugung von der Richtigkeit des vorausgesetzten Wärmeprozesses und der Konstitution der Materie zur Folge gehabt hat.

welche sich aber nicht als Beschleunigung, sondern als Ablenkung der bewegten Masse darstellt (vgl. §. 193 und meine Schrift „Imaginäre Arbeit, eine Wirkung der Zentrifugal- und Gyralkraft“ S. 7 und 9). Die reelle Arbeit einer Rotationskraft besteht in der durch Drehung eines Körpers um eine Axe erzeugten lebendigen Drehungskraft. Eine imaginäre Arbeit lenkt die Drehungsebene ab oder erzeugt Gyration (S. 16 und 23 der eben zitirten Schrift).

Dass die Wirkung der Zentrifugalkraft die reelle Wirkung der beschleunigenden Triebkraft nicht beeinflusst, ist einleuchtend.

Die allgemeine logische reelle Wirkung ist eine Thätigkeit des Subjektes in der Grundgattung. Eine Thätigkeit, welche die Gattungsgemeinschaft zwischen Subjekt und Objekt ändert, ist imaginäre Wirkung. Diese Änderung der Gattungsgemeinschaft wird häufig als eine Änderung des Beweggrundes, des Zweckes, der Absicht des thätigen Subjektes dargestellt. So ist z. B. der Kauf eines Hauses eine reelle Wirkung des Käufers. Dagegen unterscheidet sich der Hauskauf zum Zweck des Bewohnens von dem Hauskaufe aus Spekulation durch eine Wirkung des Beweggrundes, also durch eine neutrale Wirkung.

Die numerische Vervielfachung oder die Intensitätswirkung steht zu der Drehung oder Relationswirkung in der Beziehung wie reelle zu imaginärer Wirkung, überhaupt in der Beziehung wie eine Neutralitätsstufe zu der nächst höheren Neutralitätsstufe, gleichviel, ob man die erste als eine Vorstufe der Wirkung und die zweite als die primäre Wirkung betrachtet, wie wir es in diesem Buche fast immer gethan haben, oder ob man die erste als die primäre und die zweite als die sekundäre Wirkung ansieht, wie wir es in §. 497 für rationeller erklärt haben.

Demzufolge ist Intensitätswirkung so viel wie reelle Arbeit, Relationswirkung aber soviel wie imaginäre Arbeit. Die Beschleunigung eines Körpers oder die Erzeugung von lebendiger Kraft ist die Übertragung oder die objektive Wirkung der reellen Arbeit, wogegen die Ablenkung eines Körpers, welche durch die Zentrifugalkraft hervorgebracht wird, die objektive Wirkung einer imaginären Arbeit oder auch eine Relationswirkung ist.

36) Eine imaginäre oder neutrale Reihe durchschreitet Zustände, welche stets zwischen dem positiven und dem negativen Theile der reellen Reihe mitten inne liegen. Die neutrale Reihe steht also zu dem positiven Theile der reellen Reihe in demselben Verhältnisse, wie zu dem negativen Theile oder vielmehr, wie der negative Theil der reellen Reihe zu ihr. Sie nimmt lauter Zustände in sich auf, welche für alle durch sie bestimmten reellen Individuen die Bedeutung gleicher Akzidentien haben und die Durchschreitung dieser Zustände involvirt weder einen Fortschritt, noch einen Rückschritt in reeller Richtung.

Wenn also ein Objekt OY zu dem Objekte OX in der nämlichen Relation steht, wie der Gegensatz OX' des zweiten zu dem ersten; so besteht zwischen beiden ein Neutralitätsverhältniss. Wenn z. B. eine auf die bewegte Masse m wirkende Kraft eine Wirkung, aber weder eine reelle Beschleunigung, noch eine reelle Verzögerung hervorbringt; so ist sie eine neutrale Kraft (eine Zentrifugalkraft).

37) Wenn die Übertragung der Relation des Objektes OX zum Objekte OY auf das Objekt OY die Relation OX' hervorbringt, welche den Gegensatz von OX ausmacht, welche also im Vereine mit dem Objekte OX das letztere vernichtet; so ist das Verhältniss zwischen OX und OY ein Neutralitätsverhältniss.

38) Über die Rolle, welche die Eigenschaften des Subjektes bei der Wirkung spielen, und über die Art und Weise, wie sie den Werth der Wirkung mitbedingen, machen wir noch folgende generelle Bemerkungen, welche sich aus den allgemeinen Grundsätzen ergeben.

a) Hinsichtlich der Quantität. Jeder Theil oder jede Partikularität des Subjektes wirkt wie ein selbstständiges Subjekt; die Partikularwirkungen vereinigen sich zu der Gesammtwirkung.

b) Hinsichtlich der Inhärenz. Das Subjekt wirkt unter den Umständen oder mit der Beschaffenheit, mit den Akzidentien und Attributen, worin es gegeben ist, dergestalt, dass diese Umstände auch die Umstände sind, unter welchen die Wirkung entsteht, resp. besteht. Eine Reihenfolge von Ursachen liefert eine Reihenfolge von Wirkungen. Die Schlachten des siebenjährigen Krieges sind demnach Ereignisse des achtzehnten Jahrhunderts, weil es Wirkungen von Personen sind, welche bei der Vollbringung derselben in jenem Zeitraume lebten. Die Werke Schiller's können nicht die Werke Göthe's sein, weil sich beide Subjekte durch Attribute unterscheiden. Die Skulpturen, welche Thorwaldsen in Dänemark schuf, müssen andere sein, als die, welche er in Rom erzeugte.

c) Hinsichtlich der Relation. Vermöge der Relation, welche das wirkende Subjekt beim Beginne der Wirkung besitzt, erscheint es selbst als die Wirkung eines früheren Subjektes und seine unmittelbare Wirkung als eine mittelbare Wirkung jenes früheren Subjektes. Die Wirkung des gegebenen Subjektes ist also das Resultat und der Inbegriff fortgesetzter mittelbarer Wirkungen früherer Subjekte. Eine Ursache A, welche als Wirkung eine Grösse B hervorbringt, die selbst die Ursache der Wirkung C ist, erzeugt mittelbar auch die Wirkung C.

d) Hinsichtlich der Qualität. Die Qualität des Subjektes und die der Kausalität verleiht der Wirkung eine bestimmte Qualität, welche als eine Artverwandlung oder als eine Potenzirung der Qualität des Subjektes erscheint. So erzeugt z. B. die arithmetische Wirkung aus Zahlen durch Multiplikation das Produkt, die geometrische Wirkung aus Linien durch Drehung die Richtung, die mechanische Wirkung aus Massen durch Bewegungstendenzen die lebendige Kraft und aus Druckkräften durch Fortbewegung die Arbeit, die chemilogische Wirkung aus Stoffen vermöge der als Kausalität auftretenden Affinität die Stoffverbindung, auch den Strom, die physiometrische Wirkung aus Formgrössen durch Gestaltungstriebe den Krystall. Mögliche Ursachen geben mögliche Wirkungen, wirkliche Ursachen wirkliche Wirkungen, nothwendige Ursachen nothwendige Wirkungen.

e) Hinsichtlich der Modalität. Die Modalität des Subjektes, also die Bedingungen seiner Existenz sind auch Bedingungen für seine Wirkung. Eine Ursache, welche nur unter gewissen Voraussetzungen auftritt, bedingt Wirkungen, welche nur unter diesen Voraussetzungen erscheinen. Was

die Ursache modifizirt, modifizirt auch die Wirkungen. Bestimmte Ursachen erzeugen bestimmte Wirkungen, unbestimmte Ursachen unbestimmte Wirkungen, veränderliche Ursachen veränderliche Wirkungen, stetige Ursachen stetige Wirkungen u. s. w.

§. 538.

Erkenntniss der Qualität.

In §. 534 haben wir uns mit der Erkenntniss des Grössengebietes, welchem ein Objekt angehört, beschäftigt. Die dortigen Sätze betreffen also die Qualität des Grössengebietes und insofern auch die generelle Qualität des Objektes selbst. Es handelt sich jetzt um die spezielle Qualität, welche das Objekt in seinem Grössengebiete besitzt. Diese Qualität entspricht der geometrischen Dimensität; ihr sind die nachstehenden Sätze 1 bis 9 gewidmet. Für die eigentlichen Qualitätsgrössen, d. h. für diejenigen Grössen, deren wesentliches Merkmal die Affinität, Verwandtschaft, Neigung zur Stiftung einer Gemeinschaft ist, also für die chemilogischen Stoffe nimmt die Qualität die besondere Bedeutung der spezifischen Qualität des Individuums oder der Eigenart an; mit dieser werden wir uns in den Sätzen 10 bis 14 beschäftigen.

1) Das thatsächlich Seiende hat thatsächliche Merkmale, Eigenschaften, Kräfte, Qualitäten und Modalitäten. Das Nichtseiende kann sich nicht durch Thatsachen bekunden; das Mögliche, welches nicht wirklich existirt, kann sich nicht durch wirkliche Eigenschaften manifestiren; was wirkliche Eigenschaften dokumentirt, ist wirklich oder in Wirklichkeit.

Eine Erscheinung vor den menschlichen Sinnen Auge, Ohr, Gefühl, Geschmack, Geruch, eine Anschauung von Raum, Zeit, Kraft, Stoff, Trieb, ein Begriff des menschlichen Verstandes, überhaupt eine subjektive Vorstellung offenbart zunächst nichts weiter, als das wirkliche Dasein eines menschlichen Subjektes, nicht das wirkliche Dasein eines äusseren Objektes. Sie legt unbedingtes Zeugniss ab von einem wirklichen inneren, nicht aber von einem wirklichen äusseren Sein. In Beziehung auf das äussere Sein ist die subjektive Vorstellung nur ein Beweis für eine äussere Möglichkeit und zwar dafür, dass möglicherweise oder vielleicht ein wirkliches Objekt existirt, welches jene Vorstellung hervorbringt.

2) Möglichkeit in der Bedeutung von Realisirbarkeit setzt nicht eine wirkliche Erscheinung voraus, sondern nur die Vorstellung der Bedingungen, unter welchen ein wirkliches Objekt bestehen kann. Ein mögliches Objekt kann nicht beobachtet, sondern nur subjektiv vorgestellt werden. Wenn die Realisirung der subjektiv vorgestellten Bedingungen einer Existenz diese Existenz nicht nach sich zieht; so ist das vorgestellte Objekt ein unmögliches, d. h. die Vorstellung entspricht keinem wirklichen Objekte. Wenn dagegen die Erfüllung jener Bedingungen die fragliche Existenz in einem konkreten Falle nach sich zieht; so ist das vorgestellte Objekt nicht unmöglich, kann aber noch nicht als realisirbar bezeichnet werden, weil seine Existenz sich nur zufällig mit der Erfüllung jener Bedingungen verknüpfen kann. Erst wenn die Erfüllung jener Bedingungen die fragliche Existenz unter allen Umständen herbeiführt, ist das vorgestellte Objekt realisirbar.

3) Ein wirkliches Objekt ist nicht bloss möglich, sondern es muss möglich sein, es muss nothwendig zu den möglichen gehören. Ebenso muss ein nothwendiges Objekt jedenfalls ein wirkliches sein oder unter den wirklichen vorkommen. Was nicht möglich ist, den Bedingungen der Möglichkeit nicht entspricht, kann auch nicht wirklich sein: was nicht wirklich ist, kann auch nicht nothwendig sein.

So hat z. B. Luft von atmosphärischer Dichtigkeit bei der Temperatur des Gefrierpunktes des Wassers eine bestimmte Spannung: würde also in einem luftleeren Raum ein Körper von atmosphärischer Dichtigkeit und von der bezeichneten Temperatur gebracht und wäre derselbe als eine abgeschlossene Masse erkennbar; so kann derselbe keine Luft sein, weil seine Existenz nicht den Bedingungen der Möglichkeit entspricht. Wenn sich unter den wirklichen Genussmitteln eines Menschen kein Tabak findet, ist derselbe zuverlässig für seine Existenz nicht nothwendig.

4) Der Inbegriff aller möglichen Zustände ist das Gebiet, in welchem ein wirkliches Individuum liegen kann, oder das Gebiet für ein Objekt, welches eine Qualitätsdimension mehr hat, als ein Zustand. Der Inbegriff aller möglichen Individuen ist das Gebiet, in welchem eine wirkliche Gattung oder ein Objekt, welches eine Qualitätsdimension mehr hat, als ein Individuum, liegen kann. Der Inbegriff aller möglichen Gattungen ist das Gebiet, in welchem eine wirkliche Gesammtheit oder ein Objekt, welches eine Qualitätsdimension mehr hat, als die Gattung, liegen kann.

5) Eine höhere Dimension ist der Inbegriff von möglichen Zuständen, welche die Objekte der nächst niedrigeren Dimensität von einander unterscheiden. Zwei Zustände einer Dimension sind also so beschaffen, dass von ihnen irgend Etwas unmöglich ein und demselben Objekte niedrigerer Dimensität angehören kann.

6) Die Gebiete zweier Individuen derselben Gattung unterscheiden sich nur durch die Verschiedenheit der Zustände in der zweiten Dimension (der Alternitätsdimension). Durch Ausgleichung dieses Unterschiedes werden die Gebiete der beiden Individuen identisch, d. h. die möglichen Zustände beider Individuen werden einander gleich.

Beispielsweise sind ein heiterer Student, welcher 1820 in Leipzig geboren ist, ein energischer Soldat, welcher 1824 in Berlin geboren ist, und ein schlauer chinesischer Kaufmann, welcher 1830 geboren ist, drei Individuen der Gattung Mensch oder drei Menschen. Die Zustände, wodurch sich die Gebiete dieser Individuen unterscheiden, welche also der Alternitätsdimension angehören, sind das verschiedene Geburtsjahr und der verschiedene Geburtsort (zwei verschiedene Geburtsjahre oder Geburtsorte können unmöglich demselben Menschen angehören). Die Heiterkeit, die Energie und die Schlauheit dagegen sind mögliche Zustände, welche jedem Menschen zukommen können: sie gehören daher dem Gebiete des Individuums oder der ersten Dimension an. Dasselbe würde von dem Stande des Studenten, des Soldaten und des Kaufmanns gelten, wenn wir diesen Stand als einen von der Wahl jedes Menschen abhängigen, also einem Jeden zugänglichen Zustand ansehen. Klassifizirte man jedoch die Menschen nach Ständen, wovon der eine den anderen

ausschlösse; so würde der Stand zu einem Zustande in der Alternitätsdimension; es würde dann als etwas Unmögliches betrachtet, dass ein Mensch in seinem Leben einmal Student, einmal Soldat, einmal Kaufmann sei.

7) Ein Inbegriff von Zuständen, von welchen Manches möglicherweise ein und demselben Individuum, Manches jedoch unmöglich ein und demselben Individuum angehören kann, bildet keine reine Dimension, weder die eines Individuums, noch die Alternitätsdimension, sondern gehört einer Vorstellung von komplexer Dimension an (entsprechend einer geometrischen Linie der Grundebene, welche weder mit der Grundaxe OX noch mit der Axe OY parallel läuft, sondern eine schräge Richtung gegen Beide hat).

8) Was allen möglichen Individuen einer Gattung zukömmt oder was jedem Individuum dieser Gattung unter allen denkbaren Umständen zukömmt, ist ein Attribut der Gattung und für jedes Individuum eine nothwendige Existenzbedingung.

9) Wenn ein Individuum alle Attribute einer Gattung wirklich besitzt; so gehört es dieser Gattung an oder ist ein dieser Gattung angehöriges kronkretes Individuum. Wenn z. B. das Objekt, welches Ätna genannt wird, alle Attribute eines Berges wirklich besitzt; so ist dasselbe ein konkreter Berg.

Wenn das System der logischen Begriffe dem Systeme der geometrischen Anschauungen assimilirt wird; so entspricht die logische Gattung, welche auf der Gemeinschaft des Seins aller möglichen Individuen beruht, der Fläche, als gemeinschaftlichem Orte aller möglichen Linien. Wenn aber das System der logischen Begriffe dem Systeme der chemilogischen Stoffe assimilirt wird; so entspricht die logische Gattung der chemilogischen Ordnung, als gemeinschaftliches Qualitätsbereich der Stoffe von gleicher Ordnungsstufe oder chemilogischer Dimensität (§. 270), d. h. der Stoffe, deren Affinität durch Verbindung in einem gewissen Grade befriedigt worden ist. Das wesentliche Merkmal, wodurch sich die einundderselben Ordnung angehörigen Stoffe von einander unterscheiden, ist die spezifische Qualität oder die Qualität des Individuums oder die Eigenart. Die Eigenart ist der Ausdruck einer bestimmten individuellen Affinität, d. h. einer bestimmten Neigung oder Fähigkeit des Individuums, sich mit den übrigen Individuen derselben Ordnung zu einem gemeinschaftlichen Sein zu verbinden oder zu verschmelzen, eine Neigung, welche zu dem einen Individuum stärker, zu dem anderen schwächer, zu jedem aber von einem bestimmten Grade ist. Die Affinität ist also eine Fähigkeit und zwar eine Fähigkeit zur Verschmelzung in ein gemeinschaftliches Sein oder zur Stiftung einer Gemeinschaft, welche in der Chemie Verbindung heisst. Diese Fähigkeit, welche auch Verschmelzbarkeit genannt werden kann, ist nicht bloss ein Vermögen zur Stiftung einer Gemeinschaft, sondern involvirt eine Neigung und Begierde dazu. Die Hingabe an diese Neigung ist Sättigung, das Resultat die Verschmelzung. Diese Verschmelzung oder Verbindung ist eine Bindung oder Fesselung gewisser individuellen Fähigkeiten unter Entlassung gewisser Fähigkeiten, welche jedoch keine Fähigkeiten der verbundenen Sozien, sondern Fähigkeiten des aus der

Verbindung entstehenden Gemeinwesens sind (vergl. den Schluss von §. 492).

Da gleiche Quantitäten desselben Stoffes gleiche Bindekraft haben müssen; so werden die sich gegenseitig bindenden Mengen zweier Stoffe in einem bestimmten Verhältnisse stehen, also Äquivalente darstellen.

Ein Stoff von bestimmter Eigenart kann noch mit den verschiedensten, seine Qualität nicht berührenden Eigenschaften (in beliebiger Menge, an beliebigem Orte, in beliebiger Zeit, mit beliebiger Struktur u. s. w.) erscheinen. Fasst man diese Unterscheidung als etwas Wesentliches auf; so bilden sich verschiedene Objekte von einundderselben Eigenart. Alsdann spielt die Eigenart die Rolle einer speziellen Gattung, welcher die letzteren Objekte als Individuen angehören und die chemilogische Ordnung zerfällt in unendlich viele solcher speziellen Gattungen, von welchen eine jede einen bestimmten chemilogischen Stoff vertritt.

Im Hinblick auf die Stoffe der äusseren Natur stellen wir hiernach folgenden Satz auf.

10) Wenn bei der Verschmelzung (chemilogischen Verbindung) zweier Objekte A und B stets beide eine Fähigkeit (d. h. ein Vermögen, sich mit anderen Objekten zu verschmelzen) verlieren und zwar dergestalt, dass die Quantität a von A und die Quantität b von B, aus welcher die Verschmelzungsfähigkeit verschwindet, stets in demselben Verhältnisse $a:b$ zu einanden stehen; so liegt eine Sättigung oder chemilogische Verbindung, nämlich eine gegenseitige Bindung zu einer chemilogischen Gemeinschaft vor, A und B sind Qualitätsgrössen oder Stoffe und a und b sind ihre Äquivalente, welche sich gegenseitig sättigen.

Zur Erläuterung fügen wir hinzu: eine quantitative Vereinigung zweier Objekte A und B ist um desswillen keine chemilogische Verbindung, weil beide Objekte in der Vereinigung mit den Fähigkeiten, sich weiter zu verschmelzen, fortbestehen, auch eine mechanische Zusammenwirkung zweier Objekte ist keine chemilogische Verbindung, weil der Druck A durch seine Wirkung auf B und ebenso die Masse A durch ihre Gravitation auf B nicht ihre Bewegungstendenz verliert, also nicht gebunden wird, sondern sich auf alle übrigen Objekte fortpflanzt.

11) Die Verschmelzbarkeit oder Affinität (nicht bloss die chemilogische, sondern auch jede andere), da sie eine Gemeinschaft zu stiften vermag, setzt nothwendig voraus, dass die verschmelzbaren Objekte Individuen irgend einundderselben Gattung seien, nämlich derjenigen Gattung, von welcher das durch Verschmelzung entstehende Gemeinwesen ein spezielles Stück bildet. Die Verschmelzung ist derjenige Qualitäts- oder Dimensionirungs- oder Potenzirungs- oder Erhöhungsprozess, wodurch zwei einer Gattung angehörige Individuen sich wie zwei Dimensionen zu einer Grösse verschmelzen, welche diese beiden Dimensionen zugleich enthält.

Die generelle Formel der Verschmelzung verlangt daher, dass die Sozien als Potenzen einer Grundwurzel, also in der Form e^a und e^b dargestellt werden, worin die Exponenten a und b ganz beliebige Werthe haben können, die nicht bloss abstrakte Zahlen zu sein brauchen, sondern beliebige Grössenqualitäten vertreten. Die Verschmelzung der

beiden Sozien erscheint als das Produkt $e^a . e^b = e^{a+b}$ oder als die additive Verbindung der beiden Exponenten oder Dimensionen a und b. In Wahrheit handelt es sich aber weder um eine Multiplikation, noch um eine Addition, sondern um eine Potenzirung oder Dimensionirung, indem die Dimensität a des einen Sozius um die Dimensität b des anderen erhöht und dadurch eine Gemeinschaft e^{a+b} von den beiden Dimensitäten a und b erzeugt wird.

12) Im Bereiche der eigenartigen Grössen unterscheidet sich jedes Individuum eben durch eine ihm allein spezifisch zukommende Qualität oder Dimensität. Für zwei eigenartige Grössen können also die beiden Exponenten a und b nicht gleich, müssen vielmehr entschieden ungleich sein: ja rücksichtlich der Eigenart müssen sie sogar ungleichartig sein, d. h. sie müssen verschiedene Potenzen derselben Wurzel darstellen. Bezeichnen also a und b zwei abstrakte, also nach Grössenqualität gleichartige Zahlen von gleichen oder verschiedenen Werthen, ferner λ und μ zwei verschiedene Potenzen einer gemeinschaftlichen Qualitätswurzel, deren Quantitätswerth die Einheit ist, sodass auch λ und μ quantitativ $= 1$ sind; so werden zwei eigenartige Grössen durch die Potenzen $e^{a\lambda}$ und $e^{b\mu}$ dargestellt.

Die Verschmelzung dieser beiden Sozien liefert die Grösse $e^{a\lambda + b\mu}$. Dieselbe hat die Dimensität $a\lambda + b\mu$. Da die beiden Dimensionen $a\lambda + b\mu$, welche zu einer einzigen $a\lambda + b\mu$ verschmolzen werden sollen, nicht gleichartig sind; so erscheint die Verschmelzung eigenartiger Grössen durchaus nicht als ein Aufsteigen in dem Bereiche der durch die Potenzen L^0, L^1, L^2, L^3 . . . mit ganzen Zahlenexponenten repräsentirten Qualitäten. Die durch Verschmelzung entstehenden Grössen kennzeichnen sich wiederum durch besondere Eigenart. Die Eigenart der Verschmelzung der Sozien $e^{a\lambda}$ und $e^{b\mu}$ ist durch die Summe $a\lambda + b\mu$ dargestellt. Da die Glieder dieser Summen ungleichartig sind; so gestatten sie keine vollkommene Vereinigung wie gleichartige Theile: die entstandene Grösse kennzeichnet sich also immer als eine zweigliederige Verschmelzung. Ebenso ist $e^{a\lambda + b\mu + c\nu}$ eine dreigliederige Verbindung. Alle diese Verbindungen aber haben etwas Gemeinsames, welches darin besteht, dass sie aus einfachen Qualitätsgrössen $e^{a\lambda}$, $e^{b\mu}$, $e^{c\nu}$ . . . zusammengesetzt sind. Insofern nun aber die Eigenarten dieser einfachen Grössen selbst, also die Werthe von λ, μ, ν . . . durch einen einfachen Potenzirungsprozess aus einer gemeinsamen Wurzel ϱ entspringen, insofern also $\lambda = \varrho^x$, $\mu = \varrho^y$, $\nu = \varrho^z$ ist, worin x, y, z lauter abstrakte Zahlen von beliebigem Werthe sind, wird die Eigenart der Verschmelzung einfacher Sozien nach der Formel

$$a\lambda + b\mu + c\nu = a\varrho^x + b\varrho^y + c\varrho^z$$

einen Charakter haben, welcher für alle möglichen Verschmelzungen solcher einfachen Sozien derselbe ist. Denn denkt man sich eine Verschmelzung aller möglichen einfachen Sozien (deren Zahl unendlich gross ist und für welche der Exponent x die stetige Zahlenreihe durchläuft), indem ein jeder Sozius darin mit beliebiger Quantität a vertreten ist; so kann der Qualitätswerth dieser unendlich vielgliederigen Verbindung durch Symbol R vertreten werden, welches die konstante Qualität der

Gesammtordnung oder Gesammtgattung bezeichnet, der alle möglichen Verschmelzungen aus einfachen Sozien angehören. Irgend eine spezielle Verschmelzung einer bestimmten Anzahl eigenartiger Sozien hat dann die Qualität

$$a\varrho^x + b\varrho^y + c\varrho^z = AR^s$$

worin A und s spezielle, durch die Grössen a, b, c, x, y, z bedingte Werthe haben.

Die Verschmelzung einfacher Sozien erzeugt also Qualitäten von einer höheren, durch R charakterisirten Ordnung. Eine jede spezielle Verschmelzung dieser Art repräsentirt ein Individuum höherer Ordnung. Indem sich zwei Individuen dieser ersten Ordnung verschmelzen, entstehen Individuen zweiter Ordnung nach dem Gesetze

$$e^{AR^s} \cdot e^{BR^t} = e^{AR^s + BR^t} = e^{A_2 R_2{}^{s_2}}$$

worin R_2 das Symbol für die Qualität zweiter Ordnung ist.

Die Symbole ϱ, R, R_2, R_3 u. s. w., von welchen man auch das erste ϱ mit R_0 bezeichnen kann, sind nicht Vertreter der Eigenart der Individuen, sondern Vertreter der gemeinschaftlichen Gattungsqualität. Dieselben vertreten also die Stufenfolge der allgemeinen Hauptqualitäten, d. h. die Stufenfolge eines Möglichkeitsgebietes, Wirklichkeitsgebietes, Nothwendigkeitsgebietes u. s. w. Die Zahlen a, A, A_2 u. s. w., sowie die Grössen x, s, s_2 u. s. w. dagegen charakterisiren spezielle Eigenarten der Individuen. Die letzteren gewinnen die wesentlichste Bedeutung im Anschauungsgebiete der Stoffe oder Affinitätsgrössen. In §. 470 a haben wir die chemilogische Theorie der Stoffverbindung durch eine Betrachtung ergänzt, welche insofern wichtig ist, als sie zeigt, dass die beiden Grössen a und $\lambda = \varrho^x$ zwei ganz bestimmte chemilogische Eigenschaften bezeichnen. Es ist nämlich λ das Symbol der spezifischen Eigenart eines einfachen Stoffes, der Koeffizient a aber der Quotient der Valenz m und des Aequivalentgewichtes α dieses Stoffes, also $a = \frac{m}{\alpha}$. Die Valenz m hat immer den Werth einer ganzen Zahl (welche übrigens für jeden Stoff von äusseren Umständen abhängig zu sein scheint), das Äquivalentgewicht α aber scheint einen unveränderlichen Werth für jeden Stoff zu haben.

Der chemilogische Verbindungs- oder Bindungsprozess der beiden Stoffe $e^{a\lambda}$ und $e^{b\mu}$ entspricht nach der Formel $e^{a\lambda + b\mu}$ der mathematischen Addition der Exponenten $a\lambda$ und $b\mu$. Hierbei erscheinen die Stoffe selbst als Potenzen, die Exponenten $a\lambda$ und $b\mu$ sind die Vertreter gewisser Begierden oder Spannungen, welche die Verschmelzung und die Sättigung gewisser Neigungen nach dem Additionsprinzipe herbeiführen.

Werden nun die beiden Sozien nicht als Potenzen, d. h. als nach einer Gemeinschaft begierige Stoffe, sondern als Faktoren, d. h. als nach einer chemilogischen Wirkung strebende materielle Grössen aufgefasst; so erscheint die oben erwähnte Potenzirung als eine Multiplikation $e^{a\lambda} e^{b\mu}$, d. h. als eine Wirkung von Grössen, deren Kausalität eine Affinität ist, kurz, als eine Affinitätswirkung. Als solche involvirt sie ein beider-

seitiges, der Masse jedes Faktors proportionales Geben und Nehmen, wie es die chemilogische Sättigung zur Erscheinung bringt.

Dieser Charakteristik der chemilogischen Qualität müssen wir eine Bemerkung über die geometrische Qualität hinzufügen.

Die räumlichen Hauptqualitäten erscheinen als Punkte, Linien, Flächen und Körper, d. h. als Grössen von keiner, einer, zwei, drei Dimensionen, entsprechend den arithmetischen Potenzen λ^0, λ^1, λ^2, λ^3 und den logischen Zuständen, Individuen, Gattungen und Gesammtheiten, von welchen je zwei benachbarte Qualitäten in der Beziehung eines Möglichkeits- und eines Wirklichkeitsgebietes stehen.

Da der Raum wesentlich ein Quantitäts-, nicht ein Qualitätsgebiet ist; so gelangen die eigentlichen Qualitätsgesetze darin nicht zu der anschaulichen Entfaltung wie in dem natürlichen Qualitätsgebiete, d. h. in dem Bereiche des Stoffes. Das Wesen der Eigenart verhüllt sich in den räumlichen Grössen dem geometrischen Anschauungsvermögen; es treten nur die generellen Qualitätsgesetze hervor, während die Gesetze der Eigenart wie Prozesse zu betrachten sind, welche in den Punkten des Raumes vor sich gehen. Ein jeder Raumpunkt ist ein bis zum Verschwinden verkleinerter Weltorganismus, in welchem unendlich viel Gestaltungen sich verbergen können und wirklich verbergen. Diese Gestaltungen sind zwar wegen dieser unendlichen Verkleinerung oder Verdichtung nicht geometrisch anschaulich; aber sie bestehen doch in der Abstraktion; sie treten also in den allgemeinen arithmetischen Formeln hervor, welche die Abstraktionen der Raumgrössen bilden oder in welchen wir die räumlichen Gesetze denken. Es ist wichtig, Einiges in Betreff der individuellen Qualität der Raumgrössen hier vorzuführen, was übrigens zugleich eine allgemeine Bedeutung für alle Grössensysteme hat.

13) Die individuelle Gleichartigkeit oder die Gleichheit der Eigenart zweier Objekte (mögen es Grössen, oder Grössengebiete, oder Bestandtheile eines Grössengebietes sein) beruht nicht bloss in der Gleichheit der Zahl n ihrer Dimensionen, sondern verlangt auch, dass jede in dieser Zahl n liegende Einheit für das eine Objekt dieselbe Stelle hat oder dieselbe Dimension sei, wie für das andere Objekt.

So hat eine jede ebene Fläche zwei Dimensionen; sie ist eine zweidimensionale Grösse: allein die erste Dimension hat einen anderen Werth als die zweite, und es giebt überhaupt im anschaulichen Raume drei Dimensionen, im abstrakten Raume sogar unendlich viele, welche sämmtlich von einander verschieden sind. Die erste Dimension ist die Länge und bedeutet im absoluten Grössensysteme die Ausdehnung längs der primären Axe OX oder (da hier nicht die Richtung, sondern die Qualität in Betracht kömmt) die Gemeinschaft aller möglichen mit der Verbindungsfähigkeit längs der Grundaxe begabten Punkte. Die zweite Dimension ist die Breite oder die Ausdehnung längs der sekundären Axe OY; die dritte Dimension ist die Höhe oder die Ausdehnung längs der tertiären Axe OZ. (Für relative Auffassung oder Beziehung auf willkürliche Basen kann natürlich die Ausdehnung in jeder beliebigen Richtung als Länge gedacht werden). Demnach erfordert bei absoluter Auffassung, nämlich bei der Beziehung auf ein festes Grundsystem

unseres Geistes die individuelle Gleichartigkeit zweier Flächen, dass sie entweder beide die erste und zweite, oder die zweite und dritte, oder die erste und dritte Dimension haben, dass sie also entweder beide der Ebene XY, oder der Ebene YZ, oder der Ebene XZ angehören oder entweder beide der Formel A, oder der Formel $A\sqrt{-1}$ oder der Formel $A\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$ entsprechen.

Ebenso ist ein Körper von den drei anschaulichen Dimensionen der Länge, Breite und Höhe nur mit einem anderen anschaulichen Körper von derselben Eigenart, nicht aber mit einer dreidimensionalen Grösse, welche die Breite $b\sqrt{-1}$ die Höhe $c\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$ und die vierte Dimension $d\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}\sqrt{\div\div 1}$ hat (die sich in den Punkten der anschaulichen Fläche $y\sqrt{-1} + z\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$ verhüllt).

Von den Linien ist eine Länge nur mit einer Länge, eine Breite nur mit einer Breite, eine Höhe nur mit einer Höhe individuell gleichartig.

Eine komplexe Linie $a + b\sqrt{-1}$ ist eine aus zwei Theilen von verschiedener Eigenart bestehende Linie.

Eine Linie, welche dieselbe Eigenart haben soll, als eine andere, muss denselben vollständigen Richtungskoeffizienten $e^{\alpha\sqrt{-1}}\, e^{\beta\sqrt{\div 1}}$ haben.

14) Zwei Objekte von verschiedener Eigenart sind verschmelzbar, insofern beide derselben Gattung angehören, in welcher die eine aus der anderen durch den Dimensionirungsprozess erzeugt werden kann.

Hiernach sind zwei Punkte verschmelzbar, wenn sie ein und derselben geraden Linie angehören, was immer der Fall ist. Die Verschmelzung besteht in der gegenseitigen Verbindung dieser Punkte durch die gerade Linie.

Zwei transportabele gerade Linien sind verschmelzbar, d. h. zu einem gemeinschaftlichen Vektor verknüpfbar, welcher als Resultante Beider die volle geometrische Gemeinschaft darstellt, wenn die Richtungen beider Linien einundderselben Ebene angehören. Letzteres ist immer der Fall, da sich durch zwei Richtungen stets eine Ebene legen lässt: zwei gerade Linien können also immer als einer gemeinsamen Ebene angehörig, mithin auch als verknüpfbar betrachtet werden.

Zwei Flächen sind durch den dreidimensionalen Raum verschmelzbar.

§. 539.

Erkenntniss der Modalität.

Die fünfte logische Grundeigenschaft ist die Modalität oder Mannichfaltigkeit; sie entspricht der geometrischen Form, dem mechanischen Systeme, dem physiometrischen Wesen und der arithmetischen Funktion. Sie bezeichnet die Weise des Seins oder das geordnete Sein und ist das Resultat eines Gesetzes. Unter Gesetz ist ein Bildungsgesetz oder eine Abhängigkeit in bestimmter Weise oder ein Zusammenhang von Elementen nach gegebenen Bedingungen zu verstehen. Das Abhängigkeitsgesetz verbindet die Elemente zu einem Systeme, einem Organismus, einem Wesen, einer Konstitution, einer Individualität von bestimmtem Charakter

oder bestimmter Mannichfaltigkeit, welche die Modalität ausmacht. Das Gesetz ist die bindende Norm für das System: innerhalb dieses gesetzlichen Zwanges herrscht Freiheit der Bewegung, welche die mathematische Variabilität und die logische Beliebigkeit ausmacht. Nach dem Kardinalprinzipe stuft sich die Modalität nach fünf Hauptstufen ab, welche die Konstanz, die Einförmigkeit, die Gleichförmigkeit, die gleichmässige Abweichung und die Steigung ausmachen.

Das Vornehmlichste, das wir hier, wo es sich um die Erkenntniss der Modalität handelt, zu betonen haben, ist die prinzipielle Verschiedenheit der Begriffe Bedingung und Wirkung. Im gewöhnlichen Leben gebraucht man den Ausdruck, die Wärme bewirkt die Ausdehnung, synonym mit dem Ausdrucke, die Wärme bedingt die Ausdehnung; ja, man thut Diess sogar in wissenschaftlichen Abhandlungen. Ein Jeder, welcher sich diese Verwechslung erlaubt, mag nun zwar die Flexibilität der Bedeutung eines Wortes zu seiner Rechtfertigung anführen, indem es ihm freisteht, unter bedingen einmal Dasselbe zu verstehen wie unter wirken, besonders, wenn der Zusammenhang der Rede seine Meinung ergänzt: allein, wenn man sieht, wie Mill in seiner Logik, insbesondere in den Kapiteln über Induktion, wo es sich eben um Erkenntniss der absoluten Grundlagen des Denkens handelt, die Begriffe von Kausalität und Gesetz durcheinander wirft; so kann kein Zweifel darüber obwalten, dass das System der Grundbegriffe heute noch in tiefe Dunkelheit gehüllt ist.

Kausalität ist der Operator im Bereiche der dritten Grundeigenschaft, welche aus der Ursache als Operand die Wirkung als Operat hervorbringt. Die Wirkung ist eine Kraftäusserung des Subjektes oder eine Thätigkeit desselben, wodurch etwas in dem Subjekte Verborgenes hervorgezogen, hervorgebracht, produzirt und veräussert, nämlich auf ein Objekt übertragen wird. Die Wirkung wird von der Ursache erzeugt oder produzirt; sie ist ein Produkt der Ursache. Bei der Intensitätswirkung besteht dieses Produziren darin, dass ein gewisses Vermögensstück des Subjektes vervielfältigt wird, um sodann einem Objekte als Eigenthum übertragen zu werden: bei der Relationswirkung besteht das Produziren darin, dass ein gewisses inneres Vermögensstück des Subjektes nach aussen gewendet wird, um einem Objekte als Eigenschaft angehängt und dadurch zu einer Beziehung zwischen dem Subjekte und dem Objekte zu werden.

Von allem Diesen ist bei der Bedingung und der Abhängigkeit keine Rede. Die Bedingung ist ein Operator im Bereiche der fünften Grundeigenschaft, welche nach einer durch das Abhängigkeitsgesetz als Operand gegebenen Weise einen Inbegriff von gegebenen Elementen zu einem einheitlichen Ganzen ordnet oder als Operat ein System erzeugt, welches vermöge dieses Gesetzes eine Abhängigkeit zwischen den Elementen darstellt.

Eine Bedingung bringt hiernach keine Wirkung hervor, ist keine Kausalität, kein Streben nach äusserer Thätigkeit, sondern ist ein ordnender Trieb, ein Einfluss, welcher gegebene Kräfte veranlasst, ihre Thätigkeiten im Interesse eines gewissen Systems zu gebrauchen, ist eine

Voraussetzung, welche erfüllt werden muss, damit Kausalitäten die ihnen zukommenden Wirkungen nach einem Einheitsplane zu verrichten vermögen. Unter der Herrschaft von Bedingungen äussern Kausalitäten ihre Wirkungen ganz und gar nach dem Kausalitätsprinzipe. Umgekehrt, ist eine Ursache und eine Kausalität keine Bedingung und erzeugt keine Abhängigkeit. Die Wirkung ist nicht von der Ursache abhängig oder durch sie bedingt, sondern wird von ihr bedingungslos hervorgebracht. Freilich können mehrere Grundeigenschaften zugleich thätig sein; ein Objekt kann also eine Ursache und ein System zugleich sein, es kann also Kausalität und Gesetzesherrschaft zugleich äussern. In diesem Falle wird natürlich die Ursache nicht bloss die Wirkung erzeugen, sondern dieselbe auch in gewisser Weise beeinflussen oder bedingen. So bedingt z. B. die Quantität und die Form der Ursache die Quantität und die Form der Wirkung; dieser Einfluss ist etwas ganz für sich Bestehendes, das Wesen der Wirkung gar nicht Tangirendes; weder jene Quantität, noch jene Form ist die Ursache der entstehenden Wirkung, die Ursache der Wirkung bekundet sich lediglich durch die Kausalität des wirkenden Subjektes, nicht durch seine Quantität und Form: indem aber die Kausalität des Subjektes unter einer bestimmten Quantität und Form des Subjektes sich äussert, bringt sie eine Wirkung hervor, deren Quantität und Form von der des Subjektes abhängig sind.

Drehung ist geometrische Relationswirkung; sie ist von der Länge und Form der zu drehenden Linie ganz unabhängig. Gleichwohl entsteht durch die Drehung einer langen krummen Linie wiederum eine lange krumme Linie. Die Gestalt der durch Drehung erzeugten Linie ist also von der Gestalt der gedrehten Linie abhängig: die Grösse des Drehungswinkels aber nicht. Die Anziehungskraft der Erde bewirkt, dass der Stein mit beschleunigter Geschwindigkeit fällt. Die Beschleunigung des Steines ist reine mechanische Wirkung einer als Kausalität auftretenden Anziehungskraft: allein eine Bedingung oder eine Voraussetzung für die Form dieser Wirkung ist es, dass der Stein frei sei, dass ihm kein fester Boden als Hinderniss entgegenstehe: denn sonst erscheint die Wirkung jener Kraft nicht als Beschleunigung, sondern als das System eines dauernden Druckes mit dem Gegendrucke des Bodens. Empfängt der freie Stein anfangs einen horizontalen Stoss; so bedingt derselbe die Form seiner parabolischen Bahn, ist also eine Bedingung, welche die Wirkung beeinflusst.

Selbstredend können Bedingungen in mannichfacher Weise gegeben werden, unter Anderem auch als mechanische Kräfte und generell als Kausalität, welche jedoch nicht Kausalitäten des in Rede stehenden Hauptsubjektes, sondern anderer Grössen sind. So sind in der That in den letzten beiden Beispielen die Bedingungen, welche den Stein am vertikalen Falle hindern, einmal der mechanische Gegendruck des Bodens und einmal der Stoss, also in beiden Fällen mechanische Agentien. Diess ist für die Anziehung der Erde ganz unwesentlich, indem die widerstehende Kraft des Bodens und die Ablenkung des Stosses von ganz fremden Nebenobjekten ausgehen. Rechnet man diese Nebenobjekte mit zu den Hauptsubjekten; so versteht es sich von selbst, dass dann nicht mehr von Bedingungen die Rede sein kann, welche die Wirkung des

Hauptsubjektes beeinflussen, sondern nur von Wirkungen eines Hauptsubjektes oder eines Systemes von Hauptsubjekten.

Wenn man sich des Ausdruckes bedient: der Genuss von Arsenik bewirkt den Tod oder der Genuss von Arsenik ist die Ursache des Todes; so spricht man entweder eine Wahrheit mit ungeeigneten Worten aus, oder man bekundet durch diese Worte seine Unwissenheit über die wahre Ursache, oder man beabsichtigt im Interesse der Kürze nur eine Andeutung des wahren Sachverhaltes, indem man richtiges Verständniss erwartet. Bei der Zergliederung des Gedankens findet man, dass es sich hier um die Kombination einer Kausalität mit einer Modalität handelt. Nicht der Genuss bewirkt den Tod, sondern der Arsenik. Die Ursache des Todes ist eine Kraft des Arseniks; der Genuss aber ist eine Bedingung dafür, dass der Arsenik seine tödtliche Wirkung zu äussern vermag. Auf diese Weise können die Worte jenes Satzes richtig gedeutet werden, wenn der wahre Sachverhalt erkannt ist. Die Aufgabe der Induktion besteht aber darin, die Erkenntniss des wahren Sachverhaltes aus der Beobachtung von Thatsachen zu gewinnen. So lange wir nun bloss die Thatsache vor uns haben, dass ein Mensch, nachdem er Arsenik genossen hat, stirbt, ist es nicht ausgemacht, ob der Tod durch den Arsenik oder durch den Genuss, d. h. durch die Anstrengung der vielleicht erkrankten Ess- und Verdauungswerkzeuge, oder durch eine ganz andere, dem Arsenik und dem Essen vielleicht fern liegende Ursache bewirkt sei. Die Theorie der Induktion muss die Regeln geben, woraus zu erkennen ist, ob der Arsenik oder das Essen oder ob keins von beiden die Todesursache enthält, ferner, wenn die Todesursache entdeckt ist, welche Bedeutung dann noch das andere Objekt für den erfolgten Tod hat.

Die Erfahrung lehrt, dass auf der nördlichen Hemisphäre im Sommer, wo die Sonne dem Zenith näher steht, eine höhere mittlere Wärme herrscht, als im Winter, und demzufolge behauptet man, der höhere Stand der Sonne sei die Ursache dieser höheren Wärme. Gleichwohl besteht zwischen dem Stande der Sonne und der Wärme der Erdzonen durchaus kein Kausalitätsverhältniss. Die Ursache der Erdwärme liegt nicht in dem Stande der Sonne oder im Laufe der Erde, sondern in den Strahlen, welche die Sonne aussendet; zwischen der Sonnenwärme und der Erdwärme besteht allein das Kausalitätsverhältniss. Die Gravitation aber, indem sie das Gesetz der Bewegung der Erde bestimmt, bedingt die mit der Zeit variirende Stellung der Erdzonen gegen die Sonne, also die Quantität der Sonnenstrahlen, welche zu einer gegebenen Zeit auf die Quadratfläche eines Landes ihre erwärmende Wirkung zu äussern vermögen. Der Lauf der Erde oder der Stand der Sonne ist daher eine Bedingung, nicht aber eine Ursache der Sonnenwärme.

Jede Anschauungsgrösse hat fünf anschauliche Grundeigenschaften, wovon die fünfte ihre Modalität ist. Die Grundeigenschaften einer vorgestellten Grösse sind in der Weise vollkommen selbstständig, dass eine jede von ihnen einen beliebigen Werth haben kann. So kann eine Raumgrösse beliebige Quantität (Zahl von Einheiten), beliebigen Ort, beliebige Richtung, beliebige Dimensität und beliebige Form haben. Denkt man sich eine Grösse in unendlich kleine Elemente zerlegt; so

kann man den Grundeigenschaften eines jeden Elementes beliebige, für jedes Element verschiedene Werthe beilegen. Hierdurch entsteht ein Haufen von unzusammenhängenden, zerstreuten Elementen. Jetzt haben nicht bloss die Grundeigenschaften des Haufens selbstständige Werthe, sondern die Grundeigenschaften jedes Elementes dieses Haufens haben selbsständige Werthe.

Ein Haufen von isolirten, selbstständigen Elementen bildet kein einheitliches Ganzes, keine Grösse. Eine Grösse hat also wohl selbstständige Grundeigenschaften, aber ihre Elemente haben keine selbstständigen Grundeigenschaften. Die Elemente einer Grösse stehen vielmehr auf Grund der Bedingung eines einheitlichen Ganzen oder eines individuellen, geschlossenen Wesens in einer bestimmten Abhängigkeit voneinander; die Elemente einer Grösse sind keine selbstständigen Grössen, sondern unselbstständige, von einander abhängige Theile eines Ganzen und es ist von grosser Wichtigkeit, die Grundeigenschaften einer Grösse von den Grundeigenschaften seiner als selbstständige Grössen gedachten Elemente zu unterscheiden.

Die Abhängigkeit der Elemente einer Grösse begründet noch nicht die Stetigkeit dieser Grösse. Die Punkte einer geometrischen Eckfigur stehen nach ihrem Orte in Abhängigkeit von einander, stellen aber doch keine stetig zusammenhängende, sondern eine diskret gebildete Grösse dar. Ebenso stellen die Kanten eines Polyeders eine aus stetigen Elementen diskret gebildete Linienfigur dar. Auch diskrete Elemente und Theile können in Abhängigkeit voneinander stehen. Ganzheit, Diskretheit und Stetigkeit bilden, wie wir in §. 486 und 497 näher gezeigt haben, die drei Neutralitätsstufen der Quantität; sie bilden aber durchaus keine Hauptstufen der Modalität. Jede der fünf Haupt-Modalitätsstufen, nämlich die Konstanz, die Einförmigkeit, die Gleichförmigkeit, die gleichmässige Abweichung und die gleichmässige Steigung erscheint in ihren Unterabstufungen als eine diskrete und auch als eine stetige Grössenbildung. Diskretheit und Stetigkeit haben daher für die Modalität eine gewisse Bedeutung, aber nicht die von Hauptstufen; wir wollen versuchen, Beide etwas näher zu charakterisiren.

Zusammenhang einer Grösse ist Verkettung der Elemente. Derselbe nimmt für jedes Grössengebiet eine besondere Bedeutung an. Für Raumgrössen ist der Zusammenhang die Übereinstimmung der Grenzen der Elemente, das Zusammenfallen der Endgrenze des einen mit der Anfangsgrenze des anderen (unmittelbare Nachbarschaft). Für Zeitgrössen ist der Zusammenhang die Übereinstimmung der Zeitgrenzen der Elemente in einer gemeinsamen Gegenwart. Für mechanische oder materielle Grössen ist der Zusammenhang die Übereinstimmung der Bewegungstendenz der elementaren Komponenten. Für chemilogische Grössen oder Stoffe ist der Zusammenhang der unmittelbare Anschluss der elementaren Neigungen oder Spannungen (in Folge dessen die elektrische Spannung jedes Grundstoffes eine kontinuirliche Linie bildet, welche in dem chemischen Orte des Stoffes endigt; cfr. §. 286). Für physiometrische Grössen oder Wesen ist der Zusammenhang die Kohäsion, welche in der Übereinstimmung des Gestaltungstriebes der benachbarten und in einander eindringenden Moleküle beruht. Für arithmetische Grössen oder

Zahlen ist der Zusammenhang die Übereinstimmung der Grenzen der unendlich kleinen Inkremente oder Differenzen der Zahlenreihe. Für logische Begriffe ist der Zusammenhang die Übereinstimmung der Grenzen der Merkmale, welche zwei benachbarte mögliche Fälle voneinander unterscheiden.

Zusammenhang der Elemente ist Stetigkeit des Ganzen. Derselbe ermöglicht allmähliche Übergänge zwischen den Bestandtheilen der Grösse, d. h. eine fortgesetzte ununterbrochene Veränderung des beschreibenden Punktes oder eine stetige Wirkung des Bildungstriebes oder ein stetiges Wachsthum oder eine stetige Bildung der Grösse.

Die Stetigkeit oder Kontinuität, wie auch die Diskretion oder Diskontinuität hat für jede Grössenart und für jede Grundeigenschaft eine besondere Bedeutung. Diskrete Vermehrung ist absatzweise Grenzerweiterung, diskreter Fortschritt ist Sprung, diskrete Drehung ist Eckung, diskrete Dimensionirung ist Homogenitätsunterbrechung (Sprung aus einer Dimensität in eine mit derselben nicht unmittelbar zusammenhängende), diskrete Krümmung ist plötzliche Kontraktion oder Expansion. Räumliche Diskretion ist im Allgemeinen Abschliessung oder Ausschluss der Nachbarschaft, zeitliche Diskretion ist Plötzlichkeit, mechanische Diskretion ist Stoss, chemilogische Diskretion ist Isolirung, physiometrische Diskretion ist abrupter Wechsel, arithmetische Diskretion ist Vereinzelung, logische Diskretion ist Absonderung; indessen trägt der Mangel an Zusammenhang je nach den Umständen manche anderen besonderen Namen.

Stetige Vermehrung ist allmähliches Wachsthum bei Erreichung aller Zwischenwerthe, stetiger Fortschritt ununterbrochene Ortsveränderung mit Durchschreitung aller Zwischenorte, stetige Drehung unaufgehaltene Drehung unter Passirung aller Zwischenrichtungen, stetige Dimensionirung sukzessive Änderung der Dimensionen, stetige Krümmung (Biegung) allmähliche Veränderung des Krümmungshalbmessers.

Die Stetigkeit einer Grösse kömmt für jede ihrer Grundeigenschaften für sich in Betracht. Eine Grösse kann hinsichtlich der einen stetig, hinsichtlich einer anderen Eigenschaft aber unstetig sein. Vollkommene Stetigkeit setzt Stetigkeit in allen Grundeigenschaften voraus. Die Nichtbeachtung dieses Umstandes hat schon manchen Mathematiker induzirt, unzulängliche Kriterien für die Stetigkeit einer Funktion aufzustellen, indem ihm dabei nur die Stetigkeit des Fortschrittes oder der Anreihung der Elemente, nicht aber die Stetigkeit der übrigen Grundeigenschaften vorschwebte. So ist z. B. ein gothischer Bogen in der zweiten Grundeigenschaft oder nach dem Fortschritte stetig, dagegen nach der dritten Grundeigenschaft oder in Beziehung auf Drehung des erzeugenden Punktes oder der tangentialen Richtung unstetig, indem er in der Spitze eine Brechung erleidet. Eine Kurve, welche in einem ihrer Punkte in die Tangente übergeht, bildet mit dieser Tangente eine Figur, welche nach Fortschritt und auch nach Drehung stetig, nach Krümmung aber unstetig ist, wiewohl sie keinen Knick darbietet. Eine materielle Linie, welche einen verdichteten Punkt enthält, ist in allen Grundeigenschaften stetig, nach materieller Quantität aber unstetig. Ebenso ist ein bestimmtes Integral, welches plötzlich seine Grenzen

ändert, oder eine Summe von mehreren bestimmten Integralen, welche sich nicht mit übereinstimmenden Grenzen aneinander schliessen, eine quantitativ unstetige Grösse (vergl. meine Abhandlung über das Wesen der Funktionen, insbesondere über Vieldeutigkeit, Unbestimmtheit und Stetigkeit im 28-sten Theile von Grunert's Archiv für Mathematik und Physik).

Diskrete Bildung lässt beliebig viel abgesonderte Werthe zu, also auch einen einzigen. Insofern eine Grundeigenschaft der gegebenen Grösse nur einen einzigen festen Werth besitzt, ist sie konstant und von den übrigen Grundeigenschaften unabhängig. Die Konstanz bildet die erste Hauptstufe der Modalität.

Wir haben vorhin gesagt, dass jede der fünf Grundeigenschaften eines Objektes für sich in Betracht kömmt und dass jede für sich stetig und diskret sein und einen selbstständigen Werth haben kann, dass jedoch die Grundeigenschaft eines Objektes nicht mit den Grundeigenschaften seiner Elemente verwechselt werden darf. Das Objekt baut sich auf, bildet sich, konstruirt sich, ordnet sich, formt sich aus seinen Elementen. Der Aufbau des Objektes aus Elementen verlangt eine Bauordnung, ein Bildungsgesetz, welches die Abhängigkeit der Elemente von einander darstellt und für die verschiedenen Objektsgebiete dieselbe Bedeutung, wennauch verschiedene Namen wie Form, Funktion, Wesen hat.

Ohne das Bildungsgesetz oder ohne die den Elementen innewohnenden Organisations- oder Gestaltungstriebe stellen diese Elemente einen ungeordneten, regellosen Trümmerhaufen wild und isolirt durcheinander liegender Stücke dar; erst das dem Ganzen innewohnende Abhängigkeitsgesetz oder die dem Elemente innewohnenden Triebe oder Bedingungen ordnen die Elemente in gesetzlicher Verknüpfung zu einem einheitlichen Wesen, einem Organismus, worin die Elemente nur als Organe erscheinen. Da alle Elemente miteinander im Zusammenhange stehen; so können ihre Grundeigenschaften offenbar nicht unabhängig voneinander sein; sie müssen vielmehr von einem gemeinsamen Gesetze beherrscht werden, nämlich von dem Gesetze, welches die Elemente zu einem einheitlichen Ganzen ordnet, und dieses eben ist das Bildungsgesetz der Grösse.

Die Abhängigkeit der Elemente einer Grösse voneinander kann in verschiedener Weise ausgedrückt werden. Man kann die Veränderungen jeder der fünf Grundeigenschaften eines Elementes zur Grundlage nehmen und ausdrücken, welche Werthe die übrigen vier Grundeigenschaften desselben Elementes haben, d. h. wie die letzteren vier von jener ersten abhängen. Ja, man kann die Veränderungen eines ganz beliebigen, ausserhalb der Grösse liegenden Objektes zum Ausgangspunkte nehmen und ausdrücken, in welcher Weise die Werthe anderer Elemente, welche mit denen der gegebenen Grösse in einem bekannten gesetzlichen Zusammenhange stehen, davon abhängen. Unter allen diesen möglichen Ausdrucksweisen zeichnet sich eine als die einfachste aus; es ist die natürliche und hat folgenden Verlauf.

Die Grösse wird in Elemente zerlegt, welche unendlich kleine und gleiche Quantität, sowie gleiche Dimensität (Qualität) haben. Da unendlich kleine Grössen einförmig sind; so haben alle diese Elemente

auch gleiche Form. Es werden der Reihe nach die unmittelbar benachbarten (die sich mit den Grenzen berührenden) Elemente betrachtet, was so viel heisst, dass bei der Bildung der Grösse jedes neue Element einen Ort unmittelbar nach dem zuletzt betrachteten erhält oder dass die sukzessiv gebildeten Elemente stetig aneinander gereiht werden. Hiernach haben drei Grundeigenschaften der Elemente, nämlich die Quantität, die Qualität und die Modalität für alle Elemente denselben Werth oder sind konstant, und eine, nämlich die Inhärenz ist durch die Bedingung bestimmt, dass der Ort jedes Elementes der Endpunkt des bis dahin aus allen früheren Elementen gebildeten Grössenstückes sei. Es handelt sich also nur noch um den Ausdruck, welcher den Werth einer einzigen Grundeigenschaft, nämlich der Relation (Richtung) des letzten Elementes, als eine Funktion der Nummer dieses Elementes in der Reihe aller früheren, oder, was Dasselbe ist, als eine Funktion der Quantität des bis dahin gebildeten Grössenstückes darstellt.

Wird also die zuletzt erzeugte Quantität der Grösse mit s, die Quantität des nächst folgenden und überhaupt jedes Elementes mit ∂s, die Relation derselben gegen die Grundaxen des Grössensystems mit einem Richtungskoeffizienten $\varrho = e^{\varphi \sqrt{-1}} e^{\psi \sqrt{\div 1}}$ und die Bedingung der unmittelbaren Aneinanderreihung aller Elemente durch das Integrationszeichen ausgedrückt; so ist das Bildungsgesetz für eine einreihige Grösse, z. B. für eine Linienkurve, deren Qualität zugleich durch das Symbol s mit vertreten ist, durch das einfache Integral $\int \varrho \, \partial s$ dargestellt, während zweireihige Grössen ein zweifaches Integral und n-reihige Grössen ein n-faches Integral erfordern.

In diesem auf natürliche Bestimmungsstücke (Koordinaten) zurückgeführten Bildungsgesetze ist lediglich der Richtungskoeffizient ϱ eine Funktion von s: wenn also die Richtung der sich sukzessiv aneinander reihenden Elemente durch ein Abhängigkeitsgesetz von der allgemeinen Form $\varrho = f(s)$ gegeben ist: so ist damit nach dem Sinne, welcher der Formel zu Grunde liegt, das ganze Bildungsgesetz der Grösse gegeben.

Dieser mathematische Satz hat eine wichtige logische Bedeutung. Derselbe sagt, dass wenn ein Objekt als eine Anreihung elementarer Zustände gedacht wird, sein Wesen durch das Abhängigkeitsgesetz dargestellt ist, welches ausdrückt, wie sich die Relation dieser Zustände oder die Wirkung des Objektes in den sukzessiven Zuständen mit diesen Zuständen selbst ändert. Auf diese Weise wird die Variabilität der Kausalität ein Ausdruck für die Modalität des Bildungsgesetzes (gleichwie die Variabilität der Tangentenrichtung ein Ausdruck für die Form der Kurve wird). Es liegt aber auf der Hand, dass diese Darstellung der Modalität durch die Veränderung der Wirkung durchaus nicht die Annahme zulässt, dass Wirkung und Abhängigkeit oder Ursache und Bedingung oder Kausalität und Bildungsgesetz irgend etwas Verwandtes hätten oder gar gleiche Grundbegriffe wären. Ebenso gut wie man das Bildungsgesetz durch die Variation der Wirkung darstellen kann, kann man dasselbe auch durch die Variation einer anderen Grundeigenschaft des Objektes darstellen. Die verschiedenen Koordinatensysteme (die natürlichen, die orthogonalen, die polaren u. s. w.), auf welche eine

Figur in der Mathematik bezogen wird, zeigen, dass das Bildungsgesetz ebenso gut durch die Variation einer Richtung, wie durch die Variation eines Abstandes, wie durch die Variation eines Vektors dargestellt werden kann. Die Form ist darum weder Richtung, noch Abstand; sie ist immer gesetzliche Variabilität, sei es einer Richtung, sei es eines Ortes, sei es einer anderen Eigenschaft.

Die Zurückführung des Bildungsgesetzes auf natürliche Koordinaten, also auf die Variabilität der Richtung der Elemente hat zur Folge, dass sich die Hauptstufen der Modalität als die Hauptveränderungen darstellen, welche die Variabilität der Richtung erleiden kann. Unter diesem Gesichtspunkte haben wir die Modalitätsstufen wiederholt in §. 494, sowie in §. 526 ff. dargestellt: jetzt wollen wir diese Hauptstufen aber noch von einer generellen Seite charakterisiren.

Zu dem Ende heben wir zunächst hervor, dass Diskretion nicht gleichbedeutend ist mit Konstanz. Konstanz ist Unveränderlichkeit und erste Hauptstufe der Modalität. Diskretion aber ist Unterbrechung der Stetigkeit, also Mangel an vollständigem Zusammenhange. Die Diskretion führt auf Konstanzen zurück, aber nicht nothwendig auf absolute Konstanz, sondern verlangt im Allgemeinen nur partielle Konstanz oder Konstanz von Theilen oder gewissen Eigenschaften einer Grösse, ist also im Wesentlichen Vereinzelung oder Isolirung. Die diskreten Grössen unterliegen wie alle einer Grundstufe irgend einer Eigenschaft angehörigen Grössen noch den mannichfaltigsten Formgesetzen. Mehrere Punkte formiren eine diskrete Eckfigur; die Elemente haben verschiedene Zahlen und Örter, der erzeugende Punkt ist also durchaus nicht unveränderlich oder konstant; er nimmt aber nur vereinzelte Nummern und Örter ein: demnach ist die Eckfigur eine diskrete Grösse. Eine lineare Kantenfigur besteht aus einzelnen vollkommen stetigen Linien mit festen Endpunkten und unstetigen Richtungen.

Alle Begriffe sind diskrete oder Einzelvorstellungen. Diess hindert nicht, äusserlich stetige Grössen zu denken oder von ihnen Begriffe zu abstrahiren: immer ist die Vorstellung einer Grösse ein einziger isolirter Denkakt, d. h. ein Begriff isolirt sich von jedem anderen Begriffe, bildet aber trotzdem in sich einen stetigen Zusammenhang von Begriffselementen, welcher dem stetigen Zusammenhange der materiellen Zustände des in Denkthätigkeit begriffenen Gehirns entsprechen mag, welcher aber für den Verstand die Bedeutung hat, dass es möglich ist, in diesem Begriffe alle zugehörigen Fälle zu erkennen.

Stetigkeit oder Zusammenhang ist noch keine Einförmigkeit, also auch nicht zweite Hauptstufe der Modalität. Stetige Bildung kann mit beliebigem Variabilitätsgrade, mehr oder weniger rasch, auch mit wachsender und mit abnehmender Variabilität vor sich gehen. Erst die mit gleichen oder konstanten Intervallen oder mit gleichmässiger Variabilität (Geschwindigkeit) erfolgende stetige Veränderung ist Einförmigkeit.

Es ist schon erwähnt, dass vollkommene Stetigkeit eine allmähliche Bildung in jeder einzelnen Grund- und Haupteigenschaft verlangt. Welches nun auch die Grundgrössen x, y, z . . . seien, von welchen jede Eigenschaft X, Y, Z . . . einer Grösse A durch ein Bildungsgesetz oder

in arithmetischer Ausdrucksweise durch eine Funktion $X = f_1(x)$, $Y = f_2(y)$, $Z = f_3(z)$ u. s. w., die ganze Grösse A also durch das Bildungsgesetz

$$A = F[X, Y, Z] = F[f_1(x), f_2(y), f_3(z)]$$

abhängt, immer verlangt die vollkommene Stetigkeit, dass jede dieser Funktionen stetig sei, d. h. dass einer unendlich geringen Änderung einer unabhängigen Variabelen x oder y oder z eine unendlich kleine Änderung jeder abhängigen Variabelen X, Y, Z entspreche.

Über das Wesen der Stetigkeit der Funktionen herrschen manche irrthümlichen Ansichten unter den Mathematikern, welche daraus entspringen, dass das Wesen der Grundeigenschaften überall noch nicht zum Gegenstande rationeller Forschung gemacht ist. Bald wird nur der quantitative Zusammenhang der Elemente, ihre Berührung an den Grenzen, nicht aber die Kontinuität der Richtung oder der Krümmung ins Auge gefasst, trotzdem aber generell von Stetigkeit geredet und jenes singuläre Kriterium der Stetigkeit für ein universelles gehalten. Bald wird Unbestimmtheit, bald Vieldeutigkeit mit Unstetigkeit verwechselt. Bald werden in vieldeutigen Funktionen die zu verschiedenen Grundreihen gehörigen Werthe miteinander verglichen und aus ihrer Differenz auf eine Unstetigkeit geschlossen, welche gar nicht existirt. Folgende aus den Grundsätzen sich ergebenden Sätze zerstreuen manche dieser Irrthümer.

Jede einfache Grösse und jede einfache Operation, welche einen bestimmten Sinn haben soll, muss stets vollkommen bestimmt, also auch eindeutig gegeben werden. Soll z. B. unter $\sqrt{-1}$ die obere Normale verstanden sein; so ist diese Wurzelgrösse nicht mehr zweideutig, sondern eindeutig $= +\sqrt{-1} = e^{\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}}$. Soll unter der Zahl 1 eine primäre Einheit mit dem Drehungswinkel 0 also dem Richtungskoeffizienten $e^{0\sqrt{-1}}$ verstanden werden; so ist die n-te Wurzel aus 1 nicht n-deutig, sondern eindeutig $= 1$. Soll dagegen unter 1 die Einheit mit 2 Umdrehungen oder mit dem Richtungskoeffizienten $e^{4\pi\sqrt{-1}}$ verstanden werden; so hat die n-te Wurzel ebenfalls nur einen bestimmten Werth, welcher $e^{\frac{4}{n}\pi\sqrt{-1}}$ ist. Nur, wenn der Drehungswinkel von 1 ganz unbestimmt als ein beliebiges Vielfaches von 360 Grad gedacht wird, ist die n-te Wurzel aus 1 n-deutig, in Wahrheit aber unendlich vieldeutig, indem jedem Drehungswinkel von 1 auch ein besonderer Drehungswinkel von $\sqrt[n]{1}$ entspricht. Ebenso ist der Nullwerth 0, als Grenzwerth zwischen den positiven und negativen Grössen zweideutig gleich ± 0, folglich auch $\frac{1}{0} = \pm\infty$ zweideutig. Ja, als Anfangspunkt jeder Fortschrittsreihe ist $0 = 0e^{\varphi\sqrt{-1}}$ sogar unendlich vieldeutig und daher auch $\frac{1}{0} = \infty e^{-\varphi\sqrt{-1}}$ unendlich vieldeutig. Wird aber 0 als Anfangselement einer bestimmten Reihe gegeben; so ist sein Werth eindeutig, z. B. $= +0$ und dann auch $\frac{1}{0} = +\infty$ eindeutig.

Eine Funktion ist ein Aufbau, ihr Resultat das durch gesetzliche Zusammenfügung von Grössen entstehende System oder Gebäude. Unterscheiden wir die Grundgrössen, welche die Bausteine vertreten, von den einzelnen Grössenkomplexen, welche die Gebäudetheile oder Zwischenstadien der Konstruktion vertreten, und von dem Endresultate, welches das Gesammtgebäude vertritt; so leuchtet ein, dass vollkommen eindeutige Grundgrössen unter Umständen zu einem mehrdeutigen Endresultate, ja auch zu mehrdeutigen Zwischenresultaten führen können, welche dann wieder ein mehrdeutiges Endresultat bedingen können.

Vieldeutigkeit ist nicht mit Unbestimmtheit identisch; sie ist die diskrete Unbestimmtheit, indem die Wahl nicht zwischen einer stetigen, sondern zwischen einer diskreten Reihe von Werthen freigegeben ist. Die Null kann jede beliebige Deklination und Inklination haben, ist also hinsichtlich der Richtung stetig unbestimmt. Jede reelle Grösse hat eine unbestimmte Inklination; es ist $a = a e^{\varphi \sqrt{-1}}$.

Die Unbestimmtheit, resp. Vieldeutigkeit einer Grösse hat ihren Grund lediglich darin, dass sie auf der gemeinschaftlichen Grenze mehrerer Grundreihen des nach dem Kardinalprinzipe aufgebauten Grössensystems steht, sodass sie mehreren solchen Reihen zugleich angehört. Solche Grössen nehmen also im Grössensysteme gewisse singuläre oder Ausnahmestellen ein, welche wir als Grenzscheide bezeichnen wollen.

Die Unbestimmtheit einer Funktion ist hiernach immer nur das Resultat der Unbestimmtheit der darin eingeführten Grundgrössen oder der darin für gewisse Werthe dieser Grössen entstehenden Grössenkomplexe.

Jede bestimmte Funktion liefert daher für bestimmte Werthe der darin eingeführten Grössen und wenn den für spezielle Fälle sich darin bildenden mehrdeutigen Grössenkomplexen bestimmte Werthe verliehen werden, stets einen einzigen bestimmten Werth. Dieser einzige bestimmte Werth erleidet bei einer unendlich kleinen, aber sonst bestimmten Variation einer Variabelen stets eine unendlich kleine und bestimmte Variation, insofern dabei weder eine Variabele, noch ein Zwischenkomplex eine Grenzscheide passirt. Unter dieser Voraussetzung ist jede Funktion von stetigen Variabelen in jeder Hinsicht vollkommen stetig.

Nur eine Grenzscheide, welche sich bei der Berechnung der Funktion für gewisse spezielle Werthe der Variabelen etwa einstellt, kann unter Umständen einen plötzlichen Sprung in dieser oder jener Eigenschaft der durch die Funktion dargestellten Grösse herbeiführen oder die Stetigkeit dieser oder jener Eigenschaft unterbrechen.

Eine Grenzscheide ist übrigens nur unbestimmt, insofern sie isolirt, ausser Zusammenhang mit anderen Grössen gedacht wird. Wird dieselbe in einer bestimmten Reihe von Vorstellungen durchschritten; so wird sie nicht isolirt, sondern als Glied einer bestimmten Reihe gedacht oder einer speziellen Bedingung unterworfen. Hierdurch kann die Grenzscheide ihre Unbestimmtheit in der einen oder anderen Beziehung verlieren und Diess kann zur Folge haben, dass auch die Werthe, welche gleichzeitig die Funktion durchläuft, keine Unterbrechung der Stetigkeit erleiden.

Die Stetigkeit einer Funktion hindert nicht ihre etwaige Begrenzung in festen, unüberschreitbaren Endpunkten, Endrichtungen, Endkrümmungen u. s. w. oder ihre Zerspaltung in diskrete Zweige von endlicher oder unendlicher

Ausdehnung. Eine solche Isolirung ist die unmittelbare und natürliche Folge der Isolirung der Reihen, welche für die Variabelen substituirt werden oder welche sich in den Zwischenkomplexen bilden. So kann z. B. die Reihe der positiven Werthe von x eine stetige Reihe von Werthen der Funktion $f(x)$ liefern, welche sich von der stetigen Reihe, welche den negativen Werthen von x entspricht, ganz isolirt, weil die positive und negative Zahlenreihe sich durch die Null, welche eine Grösse von unbestimmter Richtung ist, isolirt. Wäre z. B. die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$; so würden der positiven und der negativen Reihe von x zwei isolirte Reihen von $f(x)$, nämlich die Reihen

$$\begin{array}{rl|l} x = & \ldots -3 \;\; -2 \;\; -1 \;\; -0 & +0 \;\; +1 \;\; +2 \;\; +3 \ldots \\ f(x) = & \ldots -\frac{1}{3} \;\; -\frac{1}{2} \;\; -1 \;\; -\infty & +\infty \;\; +1 \;\; +\frac{1}{2} \;\; +\frac{1}{3} \ldots \end{array}$$

entsprechen. Etwas Ähnliches wird sich ereignen, wenn für einen in stetiger Reihe liegenden Werth von x irgend ein in der Funktion $f(x)$ enthaltener Grössenkomplex den Nullwerth annimmt, wie es z. B. in der Funktion $a + \frac{b}{5-x}$ für $x = 5$ und in der Funktion $\sqrt{r^2 - x^2}$ für $x = r$ der Fall ist.

Abgesehen von der durch unbestimmte Grundgrössen und Grenzscheiden bedingten Unbestimmtheit einer Funktion, enthält jede Funktion ein bestimmtes Gesetz. Die Bestimmtheit des Gesetzes verlangt Bestimmtheit der Anzahl der Variabelen und Bestimmtheit der Veränderungen einer jeden Variabelen, im Übrigen kann die Zahl der Variabelen, ihre Dimensität und ihr Veränderungsprozess jeden beliebigen Werth haben. Hiernach kann die in der Funktion oder in dem Abhängigkeitsgesetze liegende Fessel für die Grössenbildung einen stärkeren und schwächeren Zwang enthalten oder weniger und mehr Freiheit gewähren, was sich dadurch ausspricht, dass das freiere Gesetz ganze Klassen von engeren Gesetzen als Spezialitäten involvirt: immer bleibt die Funktion ein bestimmtes Gesetz. So stellt z. B. die Funktion $\sqrt{r^2 - x^2}$ mit der einen Variabelen x das bestimmte Gesetz der Ordinate einer einzigen Kreislinie, die Funktion $\sqrt{z^2 - x^2}$ mit den beiden Variabelen x und z aber das ebenso bestimmte, jedoch freiere Gesetz der Ordinate jeder beliebigen Kreislinie und damit zugleich das Gesetz der Ordinate jedes der Grundebene angehörigen Punktes dar.

Jetzt haben wir noch folgende wichtige Bemerkung über die Qualität der in einer Funktion erscheinenden Grössen und Prozesse zu machen.

Die Funktion ist eine gesetzliche Bildung von Grössen aus Grössen. Demzufolge müssen alle Objekte, welche zu einer Grössenbildung dienen oder in einen gesetzlichen Zusammenhang verflochten werden sollen, entweder Grundgrössen sein, d. h. sie müssen die Grundeigenschaften der Grössen des Systems haben, in welchem operirt werden soll, oder sie müssen aus Grundgrössen gesetzlich entstanden sein. Ferner müssen die Operationen, welche die Funktion verlangt, Grundoperationen oder gesetzliche Zusammensetzungen aus Grundoperationen, also auf Grundoperationen zurückführbar sein.

Demzufolge können in räumliche Gesetze nur Raumgrössen, d. h. Grössen, welche die räumlichen Grundeigenschaften nach dem Kardinalprinzipe (Ausdehnung, Ort, Richtung, Dimensität, Form) besitzen, welche also auch den geometrischen Grundsätzen und Postulaten entsprechen, verflochten werden. In allgemein anschauliche Gesetze können nur anschauliche Grössen, Raumgestalten, Zeitereignisse, mechanische Grössen, Stoffe etc. mit den Grundeigenschaften der anschaulichen Grössen, d. h. mit den mathematischen Grundeigenschaften eintreten. In arithmetischen Gesetzen oder Funktionen können nur arithmetische Grössen mit arithmetischen Grundeigenschaften erscheinen. Ebenso können in geometrischen Gesetzen keine anderen, als geometrische Operationen (Grenzerweiterung, Fortschritt, Drehung, Dimensionirung, Krümmung etc.), in arithmetischen Gesetzen nur arithmetische Grundoperationen auftreten.

Hiernach ist klar, dass bei der Aufstellung von Gesetzen, welcher Wissenschaft sie auch angehören mögen, keine willkürlichen Grundeigenschaften und keine willkürlichen Grundoperationen postulirt werden können. Das Kardinalprinzip ist der Kanon des in dieser Hinsicht Zulässigen. Eine Abweichung davon erzeugt Hirngespinnste statt Gesetze. Die Geschichte aller Wissenschaften weis't zahllose Beispiele der aus der Nichtbeachtung der letzteren Regel, namentlich aber aus der Unkenntniss der Grundeigenschaften und Grundoperationen entspringenden Irrthümer auf, und die neueste Zeit ist daran so reich wie die älteste, ja, selbst eine so strenge Wissenschaft wie die Mathematik vermag sich ohne Erkenntniss der wahren Grundprinzipien vor einer unrichtigen Anwendung ihrer Methoden, also vor falschen Resultaten nicht zu schützen. So liefert die in vielen neueren Schriften enthaltene Auffassung des Imaginären und der Gebrauch desselben zu Rechnungsoperationen zahlreiche Beispiele von Willkürlichkeiten und demnach zu ganz falschen Schlüssen, worunter auch der, dass es Produkte geben könne, welche null werden, ohne dass einer ihrer Faktoren null wird. Die Absurdität dieses Schlusses leuchtet sofort ein, wenn man erwägt, dass jede Grösse A, wenn sie als Faktor, d. h. als Verhältnissgrösse oder in ihrer unmittelbaren Beziehung (Relation) zur Einheit gedacht wird, nichts Anderes sein kann, als ein Produkt, dessen einer Faktor a ihr numerisches Verhältniss zur Einheit, dessen zweiter Faktor $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ ihr Verhältniss zur Grundrichtung der Einheit, dessen dritter Faktor $e^{\beta\sqrt{\div 1}}$ ihr Verhältniss zur Richtung der Grundebene, welcher die Einheit angehört, dessen vierter Faktor $e^{\gamma\sqrt{\div\div 1}}$ ihr Verhältniss zum Grundraume, welchem die Einheit angehört, u. s. w. misst, dass, mit einem Worte

$$A = a\, e^{\alpha\sqrt{-1}}\, e^{\beta\sqrt{\div 1}}\, e^{\gamma\sqrt{\div\div 1}} \ldots$$

ein Produkt aus lauter Faktoren, resp. Richtungskoeffizienten ist, welche alle möglichen denkbaren Relationen zur Einheit, d. h. zur Grundeinheit, zur Grundlinie, zur Grundebene, zum Grundraume etc. darstellen, welche also sämmtlich in Neutralitätsbeziehung zueinander stehen, welche sich also gegenseitig nicht beeinflussen, sodass mithin eine ganz beliebige Änderung von a oder von α oder von β oder von γ nicht den geringsten Einfluss auf die übrigen Bestimmungsstücke hat.

Wenn
$$A = a\, e^{\alpha \sqrt{-1}} e^{\beta \sqrt{\div 1}} e^{\gamma \sqrt{\div 1}}$$
$$A_1 = a_1\, e^{\alpha_1 \sqrt{-1}} e^{\beta_1 \sqrt{\div 1}} e^{\gamma_1 \sqrt{\div 1}}$$
$$A_2 = a_2\, e^{\alpha_2} e^{\beta_2 \sqrt{\div 1}} e^{\gamma_2 \sqrt{\div 1}}$$
beliebig viel in ihrer Beziehung zur Einheit gedachte Grössen sind; so ist ihr Produkt
$$P = A A_1 A_2 = a a_1 a_2\, e^{(\alpha + \alpha_1 + \alpha_2) \sqrt{-1}} e^{(\beta + \beta_1 + \beta_2) \sqrt{\div 1}} e^{(\gamma + \gamma_1 + \gamma_2) \sqrt{\div 1}}$$

Damit dieses Produkt null sei, muss seine Quantität, d. h. es muss das aus lauter reellen Faktoren bestehende Produkt $a a_1 a_2 \ldots$ null werden. Letzteres ist nur möglich, wenn einer seiner reellen Faktoren, z. B. a null wird. Die Annullirung von a ist aber mit der Annullirung des betreffenden Faktors A des Produktes P gleichbedeutend, und schon die blosse Erwägung der Möglichkeit, dass Diess anders sein könne, in so vielen neuen mathematischen Abhandlungen mit einem Aufgebote von Formeln und Deduktionen ist in meinen Augen ein hinreichender Beweis, dass für Grundeigenschaften und Grundoperationen noch kein Verständniss besteht.

Ein anderes Resultat des Aufbaues von Gesetzen aus willkürlicher Grundeigenschaft ist die kürzlich aufgetauchte, an Spiritismus streifende Idee von der Krümmung des Raumes. Auch die vielen fabelhaften Vorstellungen von dem Wesen des vierdimensionalen Raumes entspringen aus der völlig willkürlichen Deutung der vierten Dimension.

Selbst gründliche Mathematiker wie Riemann scheinen zu glauben, man könne alles Mögliche postuliren, um daraus eine Funktion zu bilden, d. h. die Eigenschaften der Dinge und die Operationen, welche mit ihnen vorgenommen werden sollen, bedürfen keiner an feste, absolute Prinzipien gebundenen Bedingungen, sondern können ganz nach Willkür gebildet sein. Dass die in eine Funktion einzuführenden Grössen nur mit mathematischen Grundeigenschaften und dass unter den mit diesen Grössen vorzunehmenden Prozessen nur mathematische Grundoperationen vorausgesetzt werden dürfen, dass also eine Funktion nichts Anderes sein kann, als eine Komplikation von Grundoperationen und dass der Begriff Gesetz nichts Anderes zu bedeuten hat, als in allgemein logischer Redeweise eine Komplikation von Grundoperationen, sodass Funktion und mathematisches Bildungsgesetz identische Vorstellungen sind, bleibt gänzlich unbeachtet. Demzufolge hat sich Riemann einer Selbsttäuschung hingegeben, wenn er glaubt, in seiner Inauguraldissertation (cfr. die erste Abhandlung seiner von Weber gesammelten Werke) eine Grundlage für die allgemeine Theorie der Funktionen geschaffen zu haben. Meines Erachtens enthält diese Schrift nicht eine Verallgemeinerung des Begriffes der Funktionen, sondern das Gegentheil davon, nämlich eine Spezialisirung dieses Begriffes und ein näheres Eingehen darauf dürfte an dieser Stelle, wo wir uns eben mit der Erkenntniss des Wesens der Gesetze befassen, instruktiv sein.

Im ersten Absatze definirt Riemann die Funktion w der Variabelen z durch die Bedingung, dass jedem Werthe von z ein einziger Werth von w entspricht. Das, was nach unserer Ansicht das Wesentliche einer Funktion ausmacht, nämlich die Abhängigkeit der Grösse w von z durch ein aus

Grundoperationen zusammengesetztes Bildungsgesetz, wird mit keiner Silbe erwähnt; es wird dafür ein beliebiges nebelhaftes Etwas hingestellt. Dieses Nebelhafte ist zwar auch mit keinem Worte definirt; gleichwohl wird der erste Absatz im zweiten ausdrücklich eine Definition der Funktion genannt, und nun mit klaren Worten ausgesprochen, dass eine Funktion kein Gesetz sei, ja, dass die Definition absichtlich so generell gefasst sei, damit zwischen den einzelnen Werthen der Funktion durchaus kein Gesetz existire. Im dritten Absatze wird es sogar für einerlei erklärt, ob man die Abhängigkeit der Grösse w von der Grösse z als eine willkürlich gegebene, oder als eine durch bestimmte Grössenoperationen bedingte definire. Bestimmte Operationen, also auch Grundoperationen, werden danach für Überflüssigkeiten gehalten, und es wird noch hinzugefügt, dass die eben erwähnten beiden Definitionen (nämlich Willkürlichkeit und Gesetzlichkeit) kongruent seien. Diese Kongruenz soll durch zwei Theoreme motivirt sein, von welchen das erste die gewöhnliche Auffassung einer stetigen Funktion enthält, das zweite aber die Thatsache ausspricht, dass es analytische Ausdrücke giebt, durch welche eine jede stetige Funktion dargestellt werden könne. Dass es solche Ausdrücke giebt, ist unzweifelhaft; ich selbst habe ja einen grossen Theil des Abschnittes I dieses Werkes, namentlich die §§. 11 bis 42 und vornehmlich den §. 39 dem Nachweise gewidmet, dass alle Funktionen durch ein einziges generelles Gesetz in einundderselben Form, der Eminenzform, dargestellt werden können. Hierdurch wird aber durchaus nicht die individuelle Verschiedenheit der einzelnen Funktionen, noch das Wesen der bestimmten Gesetzlichkeit alterirt und in Willkür aufgelös't. Der Hinweis auf die Darstellbarkeit ganzer Klassen von Funktionen durch eine umfassende Funktionsform hat daher nicht die geringste beweisende Kraft für die Riemannsche Ansicht, dass es der Voraussetzung einer bestimmten Abhängigkeit der Funktion w von der Grösse z nicht bedürfe.

Höchst auffallend muss es nun in einer auf Allgemeinheit Anspruch machenden Deduktion erscheinen, wenn im vierten Absatze eine prinzipielle Verschiedenheit der Anforderungen postulirt wird, welche an die Funktionen einer reellen Grösse und welche an die Funktionen einer komplexen Grösse zu stellen seien. Für die Letzteren wird eine Bedingung als nothwendig bezeichnet, welche nicht im entferntesten ein wirkliches Bedürfniss ist, es wird nämlich verlangt und als das wesentliche Kriterium dafür, dass die komplexe Grösse w eine Funktion einer komplexen Variabelen z sei, die Bedingung aufgestellt, „dass der Differentialquotient $\frac{\partial w}{\partial z}$ unabhängig vom Differential ∂z (also konstant) sei.“

Diese Bedingung vernichtet mit einem Schlage Dasjenige, was die eigentliche Tendenz der Abhandlung ist, nämlich die Verallgemeinerung des Begriffes der Funktion und die Schaffung von Grundlagen zu einer Theorie der Funktionen: denn sie schliesst alle Modalität der Funktionen von einer komplexen Variabelen aus, indem sie nur eine einzige spezielle Modalität zulässt und zwar diejenige, welche unter den Funktionen einer komplexen Grösse ganz dieselbe Rolle spielt, wie es unter den Funktionen einer reellen Grösse z die einförmige Funktion $w = az$ thut.

Es liegt nämlich auf der Hand, dass die Riemannsche Funktion

nichts Anderes ist, als das Produkt einer konstanten Grösse mit einer einfach variabelen komplexen Grösse. Wenn $z = r e^{\varphi \sqrt{-1}}$ eine Grösse von variabeler Quantität r und variabeler Richtung φ (also ein variabeler Radius der Grundebene), $a e^{\alpha \sqrt{-1}}$ aber eine Grösse von konstanter Quantität a und konstanter Richtung α ist; so stellt das Produkt w Beider in der Form

$$w = a e^{\alpha \sqrt{-1}} \times r e^{\varphi \sqrt{-1}} = a r e^{(\alpha + \varphi) \sqrt{-1}}$$

den um den Winkel α in der Grundebene gedrehten und in dem Verhältnisse a vergrösserten Radius z dar, und Diess ist die Riemannsche Funktion. Da $\partial z = \partial r e^{\alpha \sqrt{-1}} + r \partial \varphi \sqrt{-1}\, e^{\alpha \sqrt{-1}}$, $\partial w = a \partial r e^{(\alpha + \varphi) \sqrt{-1}} + a r \partial \varphi \sqrt{-1}\, e^{(\alpha + \varphi) \sqrt{-1}}$ ist; so hat man

$$\frac{\partial w}{\partial z} = a e^{\alpha \sqrt{-1}}$$

der Differentialquotient $\frac{\partial w}{\partial z}$ dieser einförmigen Funktion ist also, wie Das nach den Prinzipien unseres Situationskalkuls auf den ersten Blick zu beurtheilen war, konstant oder von ∂z unabhängig. Ausserdem ist klar, dass die Grösse z, wenn sie zwischen irgend welchen bestimmten Grenzen von r und φ genommen wird, alle Punkte einer bestimmten Figur der Grundebene darstellt und dass w eine dieser Figur geometrisch ähnliche Figur in derselben Grundebene oder eine Abbildung der Figur z sein muss. Diese Zeilen enthalten die Resultate der Nr. 1, 2, 3 der Abhandlung von Riemann und man sieht zugleich, dass die Stellung der Figur w diejenige ist, in welche die Figur z durch Drehung um den Winkel α gelangt.

Die Figur w, da sie stets eben bleibt und ein konstantes Verhältniss zu der Figur z bewahrt, ist im Bereiche der komplexen Grössen die Analogie zur geraden Linie im Bereiche der reellen Grössen; ihre Funktion stellt also nur eine Singularität von Gesetzen dar und zwar eine solche, welche genau auf der Stufe aller einförmigen Gesetze steht. Dass die Variabele z komplex statt reell ist, hat gar keinen Einfluss auf die Höhe der Formstufe der Funktion w; Imaginarität ist eine Neutralitätsstufe, gehört also dem Bereiche der dritten Grundeigenschaft oder der Relation, nicht dem Bereiche der fünften Grundeigenschaft oder der Modalität an. Durch die komplexe Variabele verliert das Gesetz der einförmigen Variation zwar den Charakter grösster Einfachheit, es gestaltet sich zur Einförmigkeit der Flächengrössen oder der doppelreihigen Grössen; es bleibt aber darum immer nur ein einförmiges Gesetz (ein Gesetz ebener Flächen, gleichwie $v = ar$ das Gesetz gerader Linien ist); eine Grundlage für eine allgemeine Theorie der Funktionen ist damit in keiner Weise geschaffen.

Auch die ferneren Theile der Abhandlung von Riemann erfüllen diese Aufgabe nicht. Der Satz in Nr. 7 dieser Abhandlung ist lediglich eine einfache Umformung des Integrals $\int\int z \partial x \partial y$, welches den Kubikinhalt eines Körpers darstellt, der über der Ebene der x, y die Ordinate z hat. Denn wenn man $\int z \partial x = X$, also $z \partial x = \frac{\partial X}{\partial x} \partial x$ setzt; so kann

man jenes Integral ebenso gut in der Form $\int\int\frac{\partial X}{\partial x}\partial x\partial y$, als auch in der Form $\int X\partial y$ schreiben, man hat also, indem man für das Differential $\partial x\partial y$ der Projektion auf die Grundebene das Symbol ∂T setzt und den Neigungswinkel der Tangente der Begrenzungslinie oder des Elementes ∂s dieser Projektion gegen die Axe der x mit φ oder den Neigungswinkel der Normalen auf diesem Elemente gegen die Axe der x mit ξ bezeichnet, da für jeden Punkt der Fläche T, welcher die Koordinaten x, y hat, $\partial y = \partial s \sin\varphi = -\partial s \cos\xi$ genommen werden kann,

$$\int\frac{\partial X}{\partial x}\partial T = -\int X\cos\xi\,\partial s$$

Für eine beliebige andere Funktion Y ist, wenn man den Neigungswinkel der Normalen auf ∂s gegen die Axe der y mit η bezeichnet, da $\partial x = \partial s \cos\varphi = -\partial s\cos\eta$ genommen werden kann,

$$\int\frac{\partial Y}{\partial y}\partial T = -\int Y\cos\eta\,\partial s$$

Die Summe dieser beiden Ausdrücke ist

$$\int\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}\right)\partial T = -\int(X\cos\xi + Y\cos\eta)\,\partial s$$

Diese Formel sagt Nichts von Erheblichkeit über die Natur der Funktionen aus.

Alle späteren Untersuchungen betreffen ausschliesslich die Stetigkeit der Funktionen. Dieselben sind zum Theil sehr schätzenswerth, jedoch durchaus unzulänglich und vor allen Dingen keine Grundlagen zu einer allgemeinen Theorie der Funktionen, indem sie auf einer ganz einseitigen und darum falschen Definition der Stetigkeit beruhen. Denn in Nr. 6 definirt Riemann den Zusammenhang (die Stetigkeit) zweier Flächentheile durch die Bedingung, dass sich „von einem Punkte des einen durch das Innere der Fläche eine Linie nach einem Punkte des anderen ziehen lasse“. Dieses Merkmal, um dessen Verifikation sich die ganze übrige Abhandlung dreht, ist nun lediglich ein Merkmal der Stetigkeit für eine einzige Grundeigenschaft der Grössen, nämlich nur für die zweite Grundeigenschaft; dasselbe charakterisirt eine Kontinuität des Ortes oder der Aufeinanderfolge von Reihenelementen, dasselbe charakterisirt aber weder die Kontinuität der Quantität, noch die der Richtung, noch die der Dimensität, noch die der Krümmung. Beispielsweise würde hiernach die Oberfläche eines Würfels als eine stetige Fläche erscheinen, wiewohl doch die Richtung dieser Fläche in jeder Kante des Würfels eine plötzliche Brechung oder Trennung erleidet. Wollte man aber auch die Riemannsche Definition für eine unvollständige Art von Stetigkeit zulassen; so ist dieselbe doch auf die Stetigkeit der übrigen Grundeigenschaften überall nicht anwendbar, und die Abhandlung enthält Nichts, was eine mögliche Verallgemeinerung jenes Merkmals andeutete. Sie gestattet auch keine Verallgemeinerung, da sie nicht von einem allgemeinen Standpunkte aus aufgefasst, überhaupt ihrem innersten Wesen nach keine arithmetische, sondern eine speziell geometrische Deduktion ist: denn Vorstellungen wie

Ähnlichkeit von Flächen, Abbildung von Flächen, Neigung einer auf der Begrenzung einer Fläche nach innen gezogenen Normalen, Ziehen einer Linie im Innern einer Fläche u. s. w. sind ausschliesslich geometrische Anschauungen, mit denen sich nicht ohne Weiteres ein arithmetischer Begriff verknüpft und welche daher nicht ohne Weiteres die Allgemeingültigkeit der Resultate verbürgen, ehe ihre Analogie zu den allgemeineren logischen Abstraktionen nicht sicher erkannt und prinzipiell festgestellt ist.

Hierzu kömmt aber noch, dass die Beengtheit des geometrischen Gebietes, auf welchem Riemann sich bewegt, ohne der in der Erkenntniss der Grundeigenschaften der Dinge liegenden Leitung sicher zu sein, ihn zu ganz irrthümlichen Lehrsätzen über die Stetigkeit der Funktionen führt. So ist gleich der erste Lehrsatz in Nr. 10 ein Irrthum. Hiernach soll die Funktion u der beiden Variabelen x, y innerhalb einer die Ebene A bedeckenden Fläche T stetig sein, wenn sie in dieser Fläche überall der Bedingung $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ genügt und zwar so, dass die Punkte, in welchen diese Differentialgleichung nicht erfüllt ist, keinen Flächentheil stetig erfüllen, ferner die Punkte, in welchen u, $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ unstetig werden, keine Linie stetig erfüllen und endlich zwei andere, für uns jetzt irrelevante Bedingungen eintreffen. Hiernach müsste die Funktion $u = \int_a^b \partial x \sqrt{-1}$ zwischen den Grenzen a und b von x nothwendig stetig sein, da für jeden Zwischenpunkt $u = \int_a^x \partial x \sqrt{-1}$, $\frac{\partial u}{\partial x} = \sqrt{-1}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, also $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ ist. Gleichwohl stellt diese Funktion durchaus keine zusammenhängende, sondern eine Grösse $u = (b - a)\sqrt{-1}$ dar, welche aus zwei vollständig getrennten Theilen $+(b - a)\sqrt{-1}$ und $-(b - a)\sqrt{-1}$ besteht, indem zwischen diesen Theilen eine von $+b\sqrt{-1}$ bis $-b\sqrt{-1}$ sich erstreckende leere Lücke liegt.

Die in Rede stehende Abhandlung, so manches Interessante sie im rechnenden Theile enthält, erscheint doch in den Prinzipien, um derentwillen sie geschrieben ist, als eine Verirrung, deren Grund in der allgemeinen Unbekanntschaft mit den Grundeigenschaften und Grundoperationen zu suchen ist. Riemann bezeugt Diess deutlich durch die Bemerkungen in Nr. 20, wonach die komplexen Grössen zum Zweck der Theorie der Abhängigkeitsgesetze in die Mathematik eingeführt sein sollen, während doch diese Grössen die Neutralitätsstufen oder die Hauptrichtungen darstellen und weder gemacht, noch zu irgend einem Zwecke erdacht, noch willkürlich eingeführt sind, sondern als natürliche und nothwendige Repräsentanten von Grundeigenschaften sich dem Mathematiker, noch lange bevor er sie verstand, bei seinen Operationen mit bereits verstandenen Grössen gewaltsam aufgedrängt haben, weil zwischen allen Grössen ein in den Weltgesetzen und daher auch in den Gesetzen des Geistes begründeter, durch das Kardinalprinzip ausgesprochener natürlicher Zusammenhang besteht, der aus bekannten Operationen unvermerkt zu

Resultaten führt, welche ganz ausserhalb des Bereiches des bis dahin Vorausgesetzten liegen, welche also dem Rechner wider seinen Willen, an der Schnur zwingender Gesetze in eine ihm zwar fremde, aber darum nicht beliebig deutungsfähige, sondern nur nach Grundprinzipien auszudeutende Sphäre von Gebilden führen. Wie getrübt der Blick und wie unsicher der Schritt in dieser Sphäre noch ist, geht aus Riemann's Noten zu Nr. 20 hervor. Denn danach soll es drei Grundoperationen, Addition (und Subtraktion), Multiplikation (und Division), Integration (und Differentiation) geben und ein Abhängigkeitsgesetz soll desto einfacher sein, durch je weniger Grundoperationen die Abhängigkeit bedingt wird. Einmal fehlen an der Zahl der selbstständigen Grundoperationen zwei; wenn aber alle fünf richtig verstanden werden, ist darunter bereits der Repräsentant der fundamentalen Gesetzesbildung (die Integration ist dieser Repräsentant), und die Einfachheit der Gesetze ist nicht unmittelbar durch die Zahl der dabei betheiligten Grundoperationen bedingt, sondern sie bildet eine der fünf Hauptformen der Gesetzmässigkeit im Systeme des Kardinalprinzipes. Die Behauptung, dass sich durch jene drei Operationen alle in der Analysis benutzten Funktionen definiren lassen, ist unbedingt falsch; es lässt sich weder das generelle Numerat, noch die generelle Potenz dadurch definiren, wenn nicht ein ganz neues, in der früheren Operation nicht enthaltenes Begriffselement in die Definition hineingetragen wird: glaubte man aber, die Potenz liesse sich durch Multiplikation definiren; so kann man auch glauben, die Multiplikation und die Integration lasse sich durch Addition definiren, man könnte dann von jenen drei Grundoperationen noch zwei streichen. Die Unklarheit der Prinzipien erreicht einen Höhepunkt durch die letzte Note zu Nr. 20, worin der Unterschied zwischen Grössenoperationen und Zahlenoperationen in die Inkommensurabilität der Grössen gesetzt wird, irrationale Zahlen also aus dem Zahlengebiete verbannt werden und, nachdem Diess geschehen, zum Abhängigkeitsgesetze nur noch die Addition (nebst der Subtraktion) und die Multiplikation (nebst der Division) zugelassen, die Integration also vom Kreise der selbstständigen Grundoperationen ausgeschlossen wird.

Nach diesem Überblicke über das allgemeine Wesen der Bildungsgesetze oder, kurz, der Gesetze, welchen arithmetisch die Funktionen und geometrisch die Formen entsprechen, gehen wir zur Aufstellung einiger Sätze über, welche theils direkt, theils indirekt zur Erkenntniss eines Gesetzes dienen können und deren Vervollständigung und systematische Anordnung wir dem Leser überlassen.

Zunächst heben wir nochmals hervor, dass Objekte nur durch gegenseitige Abhängigkeit Elemente eines Gesetzes sein können, dass sie also in dem von dem Gesetze gebildeten Organismus nur als unselbstständige, von diesem Organismus abhängige oder von dem Bildungsgesetze beherrschte Elemente oder Organe, nicht als selbstständige Objekte erscheinen. Sobald jene Objekte als selbstständige, von sich selbst oder doch von anderen, ausserhalb des eben gedachten Organismus liegenden Gesetzen abhängige Objekte betrachtet werden, spielen sie eine ganz andere, von jenem Bildungsgesetze unabhängige Rolle.

Während die Elemente von dem Ganzen durch das Bildungsgesetz

abhängen, bedingt das Ganze sich selbst und seine Elemente vermöge dieses Bildungsgesetzes. Jedes Element eines Gesetzes kann aber auch als ein durch irgend ein Bildungsgesetz bedingtes, aus anderen Elementen bestehendes Ganzes erscheinen. Dasselbe kann auch zugleich ein Element in mehreren verschiedenen Gesetzen sein.

Immer lässt sich die Modalität des Bildungsgesetzes in der Modalität der Wirkungen der Elemente oder in der Variabilität dieser Wirkungen, d. h. in der Abhängigkeit der Wirkungen der einzelnen beliebigen Elemente von den Attributen dieser Elemente zur Erkenntniss bringen und diese Abhängigkeit der Wirkungen der Elemente bildet den Kausalzusammenhang derselben.

Das Polygon oder die eckige Figur erscheint als ein diskretes oder springendes Gesetz, immer aber als ein Gesetz, sobald man die Totalität der Sprünge in ihrem Zusammenhange (Kausalzusammenhange) oder als ein zusammengehöriges Formganzes auffasst. Fasst man indessen die einzelnen Seiten des Polygons als selbstständige Ganze auf; so repräsentirt eine jede ein selbstständiges Gesetz und das Polygon ist unter diesem Gesichtspunkte ein System von selbstständigen Gesetzen. Man kann übrigens das Polygon auch als einen Verlauf mit plötzlichen Brechungen des Gesetzes oder Gesetzeswechseln ansehen, indem jede Ecke im Sinne des in der vorhergehenden Seite liegenden Gesetzes als eine Ungesetzlichkeit oder Gesetzwidrigkeit erscheint. Selbstredend hat eine solche Brechung oder Eckung eine Ursache, deren Kausalität dem Brechungswinkel entspricht: allein für das im Verlaufe der letzten Seite befolgte Gesetz ist diese Ursache eine äussere oder fremde, eine ausserhalb des bis dahin befolgten Gesetzes liegende, deren Eingriff eben die Abweichung von dem früheren Gesetze bedingt: im Systeme aller Seiten oder des ganzen Polygons können alle Ursachen, welche die Brechungen an den Ecken bedingen, als innere betrachtet werden und, wenn Diess geschieht, liegt der Fall eines diskreten Gesetzes vor.

Diese mathematischen Anschauungen haben ihre leicht zu erkennende logische Analogie. Wir sagen zunächst:

1) Ein plötzlicher Sprung in einem stetig verlaufenden Gesetze lässt auf eine störende Ursache schliessen, und zwar bedingt die plötzliche Ablenkung den dem Ablenkungswinkel als zweite Prämisse entsprechenden Schluss von dem früheren Verlaufe auf den späteren Verlauf. Wenn z. B. die Sterblichkeit einer Stadt sich plötzlich ändert, ist der Schluss berechtigt, dass eine besondere Ursache (Kausalität) wirksam geworden sei, aus welcher der neue Gang der Sterblichkeit gefolgert werden kann, indem sie zu dieser Änderung erforderlich und ausreichend ist.

Wird die ablenkende Ursache nicht zum Systeme der in Betracht gezogenen Ursachen gerechnet; so ist sie eine äussere, fremde. Jede zufällige Ursache ist eine solche; wir sagen daher:

2) Die Wirkungen der zufälligen Ursachen, mögen sie bedeutend oder unbedeutend sein, mögen sie diskret oder stetig wirksam sein, bedingen keinen gesetzlichen Verlauf, d. h. der von ihnen bedingte Verlauf stellt nicht das Abhängigkeitsgesetz der gegebenen Variabelen, sondern eine Abweichung davon dar, welche als ein zufälliger Verlauf anzusehen ist. Wenn z. B. der Genuss einer Flasche Wein einen Menschen

tödtet; so ist aus dieser einmaligen oder zufälligen Erscheinung nicht das Gesetz abzuleiten, dass der Wein eine tödtliche Wirkung äussere oder ein Gift sei. Jener isolirte Vorfall lehrt vielmehr, dass sich eine besondere Ursache mit der normalen Wirksamkeit des Weines kombinirt habe, um einen Todesfall herbeizuführen.

Die Änderung der zufälligen Ursachen bedingt eine Änderung der zufälligen Wirkungen oder des zufälligen Gesetzes.

3) Das Gesetz zwischen den gegebenen Variabelen ist von Zufälligkeiten unabhängig; es ist also dasjenige, welches sich immer, überall, unter allen Umständen, d. h. unter allen unwesentlichen Umständen erfüllt. So ist z. B. im vorstehenden Beispiele die Wirkung des Weines auf den menschlichen Körper, wenn man darunter die normale Wirkung versteht und den Begriff des Normalen hier so fasst, dass darunter reiner Wein von gewöhnlicher Qualität, unter dem Menschen ein erwachsenes Individuum von gewöhnlicher Konstitution in gewöhnlichem Zustande, unter dem genossenen Quantum ein gewöhnliches von mässigem Umfange gedacht wird, unter allen Umständen (im Frühling, auf Bergen, im Schatten u. s. w.) eine unschädlich belebende.

4) Die gesetzliche Wirkung einer Ursache kann nicht aus einer einmaligen Wirkung, resp. Beobachtung, sondern nur aus einer womöglich stetigen Reihe von Wirkungen erkannt (insumirt) werden, da eine oder mehrere isolirte Wirkungen zufällige Wirkungen sein oder unter dem Einflusse zufälliger Kausalitäten stehen können.

5) Wenn die Veränderungen der Variabelen, wie sie faktisch vor sich gehen, in Betracht gezogen werden sollen; so sind alle Umstände wesentlich, welche eine Änderung bedingen, und alle Umstände unwesentlich, welche keine Änderungen nach sich ziehen. Soll z. B. das Gesetz zwischen Wärme und Ausdehnung eines Körpers oder das Gesetz der Abhängigkeit des Volums eines Körpers von seiner Wärme aufgestellt werden; so müssen, wenn das faktische Volum des Körpers die abhängige Variabele sein soll, alle Kräfte, welche dieses Volum beeinflussen, also nicht bloss die Wärme, sondern auch der äussere Druck, seine Struktur und dergl., als wesentliche bedingende Variabelen angesehen werden. Unwesentlich sind dann alle diejenigen Umstände, welche niemals eine Volumänderung herbeiführen, z. B. der Ort, die Stellung, die Zeit, die Erleuchtung, in welcher sich der Körper bei der Erwärmung, Pressung, Krystallisation u. s. w. befindet. Wenn also die Änderung des Ortes oder der Zeit des Experimentes niemals einen Einfluss auf das Resultat äussert; so kann man insumiren, dass das Gesetz der Ausdehnung davon unabhängig sei.

6) Die Variation der unabhängigen Variabelen führt, wenn dieselbe stetig oder doch mit möglichst kleinen Intervallen ausgeführt wird, zur Erkenntniss des Gesetzes der abhängigen Variabelen, insofern alle unabhängigen Variabelen bekannt sind, sodass jede für sich variirt und die anderen konstant erhalten werden können, um die selbstständige Wirkung jeder einzelnen konstatiren zu können.

7) Verschwindend kleinen Variationen einer unabhängigen Variabelen entsprechen proportionale Variationen der abhängigen Variabelen, jedoch keineswegs in einer unbedingt konstanten, von allen Umständen unabhängigen, sondern in einer für diese Reihe von kleinen Variationen konstanten,

sonst aber von dem augenblicklichen Werthe der Variabelen abhängigen Richtung. (Jedes Gesetz äussert sich bei verschwindend kleinen Änderungen als ein einförmiges).

8) Die verschwindende Kleinheit der Veränderung des abhängigen Objektes bei verschwindend kleiner Veränderung des unabhängigen Objektes und die Proportionalität zwischen diesen beiden Veränderungen besteht für jede Eigenschaft des abhängigen Objektes, also für seine Quantität (Weite, Begrenzung), für seine Inhärenz (Akzidentien und Attribute), für seine Relation (Wirkung und Kausalität), für seine Qualität und für seine Modalität, überhaupt für jedes durch das abhängige Objekt bedingte Objekt.

So wird z. B. der Genuss von Wein, wenn das genossene Quantum nur in ungemein kleinen Mengen gesteigert wird, während alle übrigen Umstände, also die Qualität des Weines, die Konstitution des Menschen, sein augenblicklicher Gesundheitszustand, die äussere Temperatur u. s. w. konstant bleiben, ungemein kleine Änderungen hervorbringen, welche mit der kleinen Zunahme des genossenen Quantums proportional wachsen. Es handelt sich hierbei immer nur um die Änderungen, welche mit den Änderungen ∂x des unabhängig variabelen Objektes x verknüpft sind, nicht um die Wirkung des Objektes x selbst. Möglicherweise kann also der Genuss einer Flasche Madeira bei einem Menschen von gegebener Konstitution und unter gegebenen wesentlichen Umständen sofort Kopfschmerzen durch Affektion eines bestimmten Kopfnerven hervorbringen. Wird dann das genossene Quantum nur ungemein wenig gesteigert, während alle übrigen Umstände konstant bleiben; so wird die affizirte Nervenfaser nur ungemein wenig von der ersteren verschieden, also nahezu dieselbe sein, es wird ferner die Art der Affektion ungemein wenig von der früheren abweichen, also nahezu denselben Schmerz erzeugen, und es wird die Intensität dieses Schmerzes ungemein wenig stärker, als der frühere sein, und jede dieser Änderungen wird mit dem geringen Mehrgenusse im Verhältniss stehen.

In dieser Weise aufgefasst, hat die Anschauung der Homöopathie über die Beziehung eines Medikamentes zu dem davon erzeugten Symptome und demzufolge auch zwischen der davon bedingten Änderung des Krankheitsprozesses unzweifelhaft eine logische und naturwissenschaftliche Grundlage; man muss sich nur hüten, die Proportionalität zwischen Ursache und Wirkung, welche nur für ungemein kleine Variationen gilt, auf endliche Variationen zu übertragen. So wäre es z. B. ganz unmöglich, von vorn herein irgend eine Behauptung über die Wirkung einer ganzen Flasche Wein, welche ebenso gut in einer Erregung, als in Kopfschmerzen, als in einer Lähmung u. s. w. bestehen kann, oder über die Änderung in der Wirkung der ersten Flasche Wein, welche durch den Mehrgenuss von einer ferneren halben Flasche hervorgebracht wird und welche ebensowohl die Kopfschmerzen unverhältnissmässig steigern, als auch in einen Schlagfluss verwandeln kann, auszusprechen. Ausserdem ist zu beachten, dass die Geringfügigkeit in der Änderung des unabhängigen Objektes keinen von vorn herein gegebenen Maassstab hat, dass also Das, was man im gewöhnlichen Leben etwas Geringfügiges nennt, oftmals etwas sehr Bedeutendes sein kann, indem z. B. geringe örtliche Verlegungen

des Sitzes einer Nervenaffektion von grosser Wichtigkeit für die Vitalität des menschlichen Organismus sein können.

9) Die vorhin ausgesprochenen Gesetze gelten absolut, aber unter dem Unmerklichen, Geringfügigen, Verschwindenden ist das unter jede mögliche Grenze der Unbedeutenheit Herabsinkende, dem mathematisch unendlich Kleinen Entsprechende zu verstehen und es hängt von der Besonderheit des Falles ab, wie weit kleine endliche Variationen die obigen Gesetze approximativ erfüllen.

10) Sehr geringe entgegengesetzte Änderungen des unabhängigen Objektes bedingen auch sehr geringe entgegengesetzte Änderungen des abhängigen Objektes (Wenn $f(x) . \partial x = \partial y$; so ist $f(x)(-\partial x) = -\partial y$). Wenn z. B. eine geringe Erwärmung eines Körpers von gegebener Temperatur eine geringe Ausdehnung erzeugt; so bringt eine geringe Abkühlung des Körpers eine ebenso grosse geringe Zusammenziehung hervor.

11) Sehr geringe indifferente Änderungen des unabhängigen Objektes ziehen sehr geringe indifferente Änderungen des abhängigen Objektes nach sich (Wenn $f(x) . \partial x = \partial y$; so ist $f(x)(\partial x \sqrt{-1}) = \partial y \sqrt{-1}$). So ist z. B. die Vibrationsgeschwindigkeit der Wärmestrahlen irrelevant für die Wärmemenge; Kupferblech, Eisenblech, Glas strahlt aber Wärme von verschiedener Vibrationsgeschwindigkeit aus: wenn also die Ausdehnung einer Quecksilbersäule von der zugeführten Wärmemenge abhängig ist; so äussert die Zuführung einer kleinen Wärmemenge durch Kupfer oder durch Eisen oder durch Glas auf die Ausdehnung der Quecksilbersäule nur einen indifferenten Einfluss, d. h. sie bedingt eine Änderung, welche für die Ausdehnung ohne Bedeutung ist.

12) Zwischen Ursache und Wirkung besteht keine Konditionalität, keine Abhängigkeit, kein Bildungsgesetz; sie sind nicht durch ein Modalitätsgesetz voneinander abhängig oder bedingen sich nicht durch ein solches Gesetz, sondern beziehen sich aufeinander und entspringen auseinander kraft unabänderlicher Kausalität. Die Ursache besteht daher mit der Wirkung zusammen, nicht etwa vor ihr in der Zeit oder im Raume oder in der Erkenntniss oder sonst wie; Ursache und Wirkung sind untrennbar voneinander; eine Ursache besteht nur durch ihre Wirkung, und umgekehrt; Nichts kann Ursache sein, was nicht zugleich eine Wirkung hat; ein Subjekt ist nicht dadurch eine Ursache, dass es existirt, sondern dadurch, dass es wirkt, also mit einer Wirkung durch Relation verbunden ist; nicht die Existenz eines Subjektes macht dasselbe zu einer Ursache, sondern seine Kausalität. Unter gegebener Kausalität äussert die Ursache eine fest bestimmte Wirkung, welche keiner Variabilität unterliegt.

Beispielsweise macht nicht die Existenz eines Menschen ihn zum Vater, sondern die Kausalität: sobald aber diese Kausalität besteht; existirt nicht bloss jener Mensch als Vater, sondern es existirt auch seine Wirkung als Kind. Keines geht dem anderen voraus; das Kind setzt sogut den Vater, wie der Vater das Kind voraus. Der Mensch, welcher einmal Vater wird, existirt natürlich schon vor dem Zeitpunkte, wo er Vater wurde; denn dieser Zeitpunkt ist ein Akzidens jenes Menschen, welchem schon andere vorausgehen: allein in dem Augenblicke, wo er Vater wird, entsteht auch das Kind als Wirkung, und umgekehrt.

Ebenso wenig besteht eine Wirkung dadurch, dass ein Objekt, welches

möglicherweise eine Wirkung sein kann, existirt. Aus der Existenz eines Menschen folgt nicht, dass er die Wirkung eines Vaters oder dass er ein Kind sei; aus der Existenz der Welt folgt nicht, dass sie geschaffen, die Wirkung eines Schöpfers sei (diese Folgerungen sind vielmehr aus anderen Eigenschaften als der blossen Existenz zu ziehen).

Auch das allmähliche Anwachsen der Quantität der Wirkung mit der Quantität der Ursache, was auf einer wirklichen Abhängigkeit zwischen diesen Quantitäten beruht, ist für die Unabhängigkeit zwischen Ursache und Wirkung ohne Bedeutung. Viel Wärme erzeugt viel Ausdehnung, dass aber Wärme überhaupt Ausdehnung erzeugt oder dass Wärme die Ursache von Ausdehnung ist, beruht auf einer Kausalität, welche von dieser Variation der Quantität ganz unabhängig ist. Wenn aber die Wärme eine Ursache der Ausdehnung ist; so besteht Erwärmung und Volumvergrösserung zusammen, nicht die eine ohne die andere, nicht die eine früher, als die andere. Eine Wärme, welche ohne ausdehnende Wirkung (ohne Ausdehnungsvermögen) existirt, ist eben keine freie Wärme, sondern ein anderes Agens, und eine Ausdehnung, welche ohne erwärmende Ursache (ohne die Fähigkeit, durch Erwärmung zu entstehen) existirt, ist keine physische Ausdehnung.

13) Wenn hiernach ein Objekt seine Kausalität ändert oder eine andere Kausalität annimmt, resp. eine Kausalität erlangt; so beruht Diess auf einem Gesetze (einer Abhängigkeit, einer Konditionalität), welchem das Objekt unterworfen ist. Nicht die Kausalität, sondern die Variabilität derselben beruht auf einem Abhängigkeitsgesetze. Auch die Konstanz der Kausalität ist ein Gesetz, das Gesetz der Einförmigkeit. In Folge eines solchen Gesetzes wird ein Mensch nothwendig Vater, wird ein Baum nothwendig blühen, wird eine Wärmemenge nothwendig Ausdehnung erzeugen, sobald gewisse Bedingungen, von welchen diese Wirkungen abhängen, erfüllt sind.

14) Auch der faktische Verlauf von Erscheinungen und Ereignissen beruht auf Gesetzen, nämlich auf faktischen Gesetzen. Ein solches faktisches Gesetz ist es, welches dazu führt, dass ein bestimmter Mensch thatsächlich Vater wird (dass er ein zeugendes Subjekt wird, dass die Kausalität der Zeugung sich in ihm realisirt), ein solches faktisches Gesetz ist es, welches einen Baum zum thatsächlichen Blühen veranlasst, welches einer bestimmten Wärmemenge Gelegenheit giebt, einen gegebenen Körper auszudehnen.

15) Ein allgemeines Gesetz begreift nicht bloss die Veränderungen in sich, welche das abhängige Objekt y bei positiven oder bejahten Veränderungen des unabhängigen Objektes x erleidet, sondern auch diejenigen, welche das erstere bei negativen, verneinten, entgegengesetzten Veränderungen $-\partial x$ des letzteren erleidet, und überhaupt die Werthe, welche y für entgegengesetzte Werthe $-x$ von x annimmt. So sagt ein Naturgesetz, dass Erwärmung Ausdehnung erzeugt, ausserdem aber auch, dass Abkühlung Zusammenziehung hervorbringt. Der Gegensatz von Erwärmung ist Abkühlung; der Gegensatz von Wärme in physikalischem Sinne ist aber nicht Kälte. Kälte ist vielmehr ein geringer Grad von Wärme, und der physikalische Gegensatz von Wärme existirt in unserer Erfahrung nicht als physisches Agens. Demzufolge sagt das vorstehende Naturgesetz, dass ein Körper bei vollständiger Entziehung aller Wärme ein

gewisses Volum hat, dass jedoch über absolut kalte Körper, da sie nicht existiren, Nichts ausgesagt werden kann.

16) Unter das allgemeine Gesetz eines abhängigen Objektes y gehören nicht bloss die Vorgänge, bei welchen das unabhängige Objekt x aktive und y passive Kausalität zeigt oder wo x als Ursache und y als Wirkung erscheint, sondern auch diejenigen, wo x passive und y aktive Kausalität zeigt oder wo x als Wirkung und y als Ursache auftritt.

Ehe wir Diess durch Beispiele erläutern, wollen wir durch Fig. 1260 die geometrischen Analogien dazu anführen. Wir betrachten ein in der Grundaxe liegendes Linienstück r als ein unabhängig variabeles Subjekt oder vielmehr als diejenige Partikularität eines Subjektes, welche die Rolle einer Ursache zu spielen vermag, indem sie die durch den Neigungswinkel φ der Tangente des Kurvenbogens s bestimmte Kausalität ausübt, also die dem Kurvenbogen s entsprechende abhängig variabele Wirkung erzeugt. Der dieser Wirkung zukommende Subjektsantheil $x = r \cos \varphi$, welcher ein Bestandtheil der wirkenden Ursache r ist, stellt sich als Abszisse x dar, während der Objektsantheil $y = r \sin \varphi$ sich als Ordinate y repräsentirt. Indem die Abszisse der subjektiven Betheiligung an der Wirkung entspricht, zeigt die Ordinate die objektive Betheiligung, die Quantität des von der Wirkung Betroffenen an. Die sukzessive Änderung der Kausalität φ, welche veranlasst, dass die effizirende Thätigkeit sich als Kurve darstellt, darf nicht als eine sich verstärkende oder schwächende effizirende Thätigkeit angesehen werden, indem eine stärkere oder schwächere effizirende Thätigkeit nur einen beschleunigten oder verzögerten Fortschritt in konstanter Richtung φ, nicht aber eine veränderte Richtung oder Drehung anzeigt: diese sukzessive Änderung von φ ist vielmehr fortgesetzte Änderung der Kausalität, also Erzeugung neuer Thätigkeitsrichtungen, welche ebenso viel mittelbaren Wirkungen des Subjektes durch die bereits erzeugten Wirkungen entsprechen und in unserer Sprache meistens mit besonderen Namen belegt werden. So kann z. B. ein Subjekt zunächst schlagen, der Schlag kann verwunden, die Verwundung kann schwächen u. s. w. Hierdurch ist natürlich nicht ausgeschlossen, dass eine fortgesetzte Änderung der Kausalität, wobei die letzte Wirkung als Ursache einer ferneren Wirkung auftritt, auch mit demselben generellen Namen belegt wird, dass man z. B. die immer grösser werdenden Werthe der Kausalität φ als Ausdehnung durch Wärmezufuhr unter Mitwirkung der je zuletzt in Thätigkeit getretenen Wärmemenge oder der je zuletzt erzeugten Ausdehnung betrachte.

Hiernach stellt eine zwischen einer vertikalen und einer horizontalen Tangente liegende Kurve AB, welche von A nach B durchlaufen wird, da sie lauter aufsteigende Tangenten hat, ein Gesetz dar, in welchem das Subjekt mit seinem Subjektsantheile x eine aktive Kausalität entwickelt, oder wo das in der Richtung von x liegende Subjekt als Ursache die Thätigkeit s als Wirkung äussert. Der Bogen BC mit absteigenden Tangenten bringt ein in der Grundaxe liegendes Subjekt zur Erscheinung, welches passive Kausalität entwickelt, welches also zu s in der Relation einer Ursache zu einer Wirkung steht. Im Bogen AB nimmt die aktive Kausalität ab, im Bogen BC nimmt die passive Kausalität zu, was mit einer Abnahme der aktiven Kausalität, also mit einer Fortsetzung des Gesetzes des Bogens AB gleichbedeutend ist.

Für den Bogen AD mit absteigenden Tangenten ist x ein Subjekt mit passiver Kausalität, also eine Wirkung von s, für den Bogen DC mit aufsteigenden Tangenten dagegen ein Subjekt mit aktiver Kausalität, also eine Ursache von s. Im Bogen AD nimmt die passive Kausalität ab, was mit einer Zunahme aktiver Kausalität übereinstimmt: im Bogen DC nimmt die aktive Kausalität zu.

Wenn man die letzten beiden Bögen AD und DC in umgekehrtem Sinne von C nach D und von D nach A, also mit abnehmenden x durchläuft; so hat CD absteigende Tangenten im dritten Quadranten, welche den aufsteigenden des ersten Quadranten direkt entgegengesetzt sind. Alsdann repräsentirt s entgegengesetzte Wirkungen, wie sie aus entgegengesetzten Ursachen entspringen. Der Bogen DA hat dann aufsteigende Tangenten im zweiten Quadranten, und demzufolge stellt s entgegengesetzte Wirkungen unter passiver Kausalität oder entgegengesetzte Ursachen von entgegengesetzten Wirkungen dar.

Im Gesetze der Wärme sind die Analogien zu solchen Kurvenstücken aus den vier Quadranten, entsprechend der Beschreibung der Kurve in Fig. 1260 im Zuge $ABCDA$: Wärme, welche Ausdehnung erzeugt, Wärme, welche durch Zusammenziehung erzeugt wird, Kälte, welche durch Ausdehnung erzeugt wird, Kälte, welche Zusammenziehung erzeugt. Hierbei repräsentirt ein positives Inkrement ∂x der Abszisse x eine Wärmezunahme oder eine Kälteabnahme, ein negatives Inkrement oder ein Dekrement $-\partial x$ der Abszisse eine Wärmeabnahme oder eine Kältezunahme, ein positiver Tangentialwinkel φ eine aktive Kausalität, ein negativer Winkel $-\varphi$ eine passive Kausalität der Wärme, ein Winkel $\pi + \varphi$ eine aktive Kausalität der Kälte, ein Winkel $\pi - \varphi$ eine passive Kausalität der Kälte, folglich das Element ∂s im Bogen AB eine Ausdehnung durch Wärme, im Bogen BC eine Erwärmung durch Zusammenziehung, im Bogen CD eine Erkältung durch Ausdehnung, im Bogen DA eine Zusammenziehung durch Kälte.

Wie Wärme und Ausdehnung durch eine Kausalität (welche in dem Namen der Wirkung, nämlich in dem Namen Ausdehnung mit ausgedrückt wird) in Relation stehen, ebenso steht Vater und Sohn durch eine Kausalität, welche den Namen Zeugung trägt, miteinander in Relation. Friedrich als Vater repräsentirt das Subjekt in aktiver Kausalität, Friedrich als Sohn das Subjekt in passiver Kausalität: die der Zeugung entgegengesetzte kausale Thätigkeit, welche auf die Trennung einer animalischen Verbindung hinausläuft, spielt in unseren Vorstellungen keine besondere Rolle und trägt in unserer Sprache keinen Namen.

Eine rechte Anschaulichkeit gewähren diejenigen Kausalitäten, deren Passivität eine sprachliche Aktivform hat, wie geben und empfangen, kaufen und verkaufen. So stellt z. B. für $\varphi = GCD =$ kaufen DU ein von CT gekauftes, $D_1 U_1$ ein von CT verkauftes Objekt dar. Die Ordinaten GD und GD_1 dieser beiden Objekte sind, indem sie die Quantität des Objektsantheils der Wirkung oder die Grösse des Erwerbs messen, einander kontradiktorisch entgegengesetzt, vernichten sich also gegenseitig, wenn sie gleichen Subjektsantheilen CG entsprechen.

Die Spezialität oder die spezielle Funktionsform $f(x)$ eines faktischen Gesetzes, welches ein äusseres Objekt unter dem Einflusse faktischer Er-

eignisse thatsächlich befolgt, ergiebt sich aus der Beobachtung faktischer Zustände. Die Spezialität eines physischen Gesetzes, welches ein physisches Objekt unter der Voraussetzung gewisser physischer Daten realisiren wird, welches sich also möglicherweise realisiren wird, ergiebt sich aus der Beobachtung möglicher Zustände (welche, indem sie beobachtet werden, auch faktische Zustände sind) unter der Hypothese, dass eine physische Gesetzlichkeit existire. Die Spezialität eines mathematischen Gesetzes ergiebt sich aus der Beobachtung anschaulicher Zustände, oder aus der mathematischen Anschauung, welche, gegenüber dem möglichen physischen Sein, die höhere Qualität einer Wirklichkeit (Realität) hat: das mathematische Gesetz ist daher, gegenüber dem physischen, ein wirkliches (reales), welches sich gewiss erfüllt. Die Spezialität eines logischen Gesetzes (wozu auch das arithmetische gehört) ergiebt sich aus der Beobachtung von Begriffen oder aus der logischen Erkenntniss, welche, dem möglichen physischen und dem wirklichen mathematischen Sein gegenüber, die höhere Qualität einer Nothwendigkeit hat und daher dem logischen Gesetze den Charakter der Nothwendigkeit verleiht. Natürlich sind diese Qualitätsstufen nur relative, keine absoluten, bei welchen das mathematische Sein als das wirkliche angenommen ist: verleiht man dem physischen Sein den Qualitätsgrad der Wirklichkeit; so ist das mathematische ein nothwendiges: setzt man das logische Sein als das wirkliche voraus; so ist das mathematische ein mögliches. Immer ist Beobachtung konkreter Fälle die Grundlage für die Ableitung des diese Fälle umfassenden Gesetzes, gleichviel, ob es sich um ein faktisches, ein physisches, ein mathematisches, ein logisches Sein handelt. Die Qualität des Erkenntnissgebietes verleiht dem konkreten Falle, welcher Gegenstand der Beobachtung ist, sowie der Beobachtung selbst einen besonderen Charakter: im Übrigen sind die Prinzipien der Beobachtung und die insumtive Ableitung von Gesetzen daraus in allen Gebieten gleich. Demzufolge führen auch die allgemeinen Eigenschaften, welche die arithmetischen Funktionen und die geometrischen Figuren in Hinsicht auf Maximen und Minimen zeigen, sofort zu analogen logischen Sätzen, insbesondere zu folgenden.

17) Der Übergang zu Objekten mit entgegengesetzten Attributen setzt einen Durchgang durch Objekte ohne Attribut, also durch solche Objekte voraus, deren Sein sich vom Sein des Subjektes nicht unterscheidet, welche also als Objekte keine Existenz haben oder sich im Nullpunkte der Attribution befinden. Wenn z. B. ein Kaufmann im Verlaufe seines Geschäftes, welches in Kauf und Verkauf besteht, zu einer Zeit ein gewisses Vermögen $+y_1$ und zu einer anderen Zeit gewisse Schulden $-y_2$ besitzt; so muss es auch einen Augenblick gegeben haben, wo sein Vermögen sich auf null reduzirte. Selbstverständlich ist hierbei eine stetige Veränderung der Vermögensänderung vorausgesetzt. Bestände das Geschäft in einzelnen diskreten Akten, welche immer einen endlichen Effekt haben und die Kurve ABC in ein Polygon verwandeln; so ist der vorstehende Satz so zu verstehen, dass in einer dieser einzelnen Kaufhandlungen der Nullpunkt des Vermögens passirt wird.

Der Nullpunkt der Attribution kann im eben betrachteten Falle 1-, 3-, 5-, 7-mal, überhaupt eine unpaare Anzahl von Malen passirt werden oder

18) Der Übergang von Besitz zum Verlust kann mehrmals mit Wiedergewinn und Wiederverlust verknüpft sein.

19) Wenn in zwei verschiedenen Stadien ein Besitzstand konstatirt wird, hat im Zwischenverlaufe entweder immer Besitzstand geherrscht oder es muss ein- oder mehrmal Verlust und Wiedergewinn stattgefunden haben.

20) Wenn in einem Stadium aktive Kausalität und in einem anderen Stadium passive Kausalität herrscht; so muss auch einmal gar keine Kausalität stattgefunden und in diesem Zustande muss das Attribut der getroffenen Objekte oder der Inbegriff der Objektsantheile aller Wirkungen (der Besitzstand) die grösstmögliche oder die kleinstmögliche Weite angenommen haben, indem sich der Besitzstand bis zu jenem Zustande erweitert und nachher verengt, resp. verengt und nachher erweitert, jenachdem das erste Stadium die aktive und das zweite Stadium die passive Kausalität wie im Bogen ABC, oder das erste Stadium die passive und das zweite die aktive Kausalität wie im Bogen ADC darbietet. Hat z. B. Jemand eine Zeit lang immer gekauft und darauf verkauft; so muss sein Kaufgeschäft einmal einen Stillstand erlitten und in diesem Augenblicke muss sein Erwerb den höchsten Betrag gehabt haben. Das Nämliche gilt, wenn seine Thätigkeit nicht fortgesetzt in kaufen, resp. verkaufen, sondern auch in solchen Wirkungen dieser Thätigkeiten, welche eine Vermehrung und Verminderung des Besitzes zur Folge haben, besteht.

21) Wenn in einem Stadium aktive Kausalität mit direkter effizirender Thätigkeit und in einem anderen Stadium passive Kausalität mit entgegengesetzter effizirender Thätigkeit herrscht (wie im Bogen DCB oder im Bogen DAB, von welchen der erste einen Übergang von $\varphi < \frac{\pi}{2}$ zu $\varphi > \frac{\pi}{2}$ und der zweite einen Übergang von $\varphi > \frac{\pi}{2}$ zu $\varphi < \frac{\pi}{2}$ anzeigt); so muss ein Stadium durchlaufen sein, in welchem Neutralität (neutrale Kausalität) stattfand, und in diesem Stadium muss das Subjekt oder der Inbegriff der Subjektsantheile aller Wirkungen die grösstmögliche, resp. die kleinstmögliche Weite angenommen haben. Denken wir uns z. B. das Subjekt M schenke in aktiver Thätigkeit einem Anderen N Geld und dieses Schenken gehe allmählich in diejenige Thätigkeit über, welche den Gegensatz des passiven Empfanges bildet, also in ein Genommenwerden. Diese letztere Thätigkeit, welche in Beziehung zum Subjekte M eine passive ist, erscheint zugleich in Beziehung zu dem Anderen N als eine aktive Thätigkeit, nämlich als ein Nehmen, Wegnehmen, Rauben des N. Sowohl durch das ursprüngliche Schenken des M, als auch durch das letzte Nehmen des N wächst der Besitz des N oder der Objektsantheil fortwährend; es tritt aber einmal ein Augenblick ein, wo das Subjekt M weder aktiv, noch passiv ist oder wo die Aktivität des M aufhört und in die Aktivität des N übergeht, wo also der Subjektsantheil des M ein Maximum erreicht.

Die Funktion ist der mathematische Ausdruck für ein Gesetz, nämlich für die Abhängigkeit, in welcher gewisse unabhängige Variabelen x, y, z ... mit gewissen abhängigen Variabelen F, G, H... stehen. Diese Abhängigkeit

stellt sich in der Verknüpfung der Variabelen x, y, z, F, G, H durch unveränderliche Operationen, d. h. durch Operationen dar, welche als konstant gelten, solange es sich um ein vollkommen bestimmtes Gesetz handelt. Indem mehrere Verknüpfungen dieser Art miteinander verglichen werden, stellt sich das Gesetz mathematisch in einer Gleichung oder in einem Systeme von Gleichungen und logisch in einem Urtheile oder in einem Systeme von Urtheilen dar. Nennen wir im Nachfolgenden die konstanten Grössen (Buchstaben, Zeichen und Symbole) einer Funktion ihre Bestimmungsstücke.

Eine Variabele wie x oder F kann in ihrer Anwendung auf die Logik bald einen veränderlichen Zustand, bald ein veränderliches Individuum, bald eine veränderliche Gattung, bald eine veränderliche Gesammtheit bedeuten, gleichwie mathematisch darunter bald eine Punktgrösse, bald eine Linie, bald eine Fläche, bald ein Körper verstanden werden kann. Für das in der Funktion liegende Grundprinzip ist diese Qualität von x oder F irrelevant. Denken wir uns unter x ein veränderliches Individuum; so bezeichnet ein bestimmter Werth von x ein bestimmtes Individuum; der unbestimmte Werth von x aber ist der Repräsentant einer ganzen Gattung von Individuen. Die unabhängige Variabele x vertritt eine gegebene Gattung, die abhängige Variabele F dagegen eine von der Gattung der x, der y, der z durch ein bestimmtes Gesetz f abhängige Gattung. Während also die einzelnen Individuen x, y, z, F in den betreffenden Gattungen unbestimmt und variabel sind, sind die Gattungen selbst, als vollständige Inbegriffe jener Individuen bestimmt und invariabel. Die Bestimmtheit dieser Gattungen findet eben ihren Ausdruck in der Bestimmtheit des Abhängigkeitsgesetzes oder schlechthin des Gesetzes oder der Funktion f, d. h. in der Konstanz ihrer Bestimmungsstücke.

Die Bestimmungsstücke einer Funktion sind natürlich nur so lange konstant, als es sich um eine in jeder Hinsicht fest bestimmte Funktion handelt. Eine Veränderung dieser Konstanten involvirt eine Veränderung der Funktion. Denkt man sich also die eine oder die andere Konstante veränderlich; so erhält man eine veränderliche Funktion, ein variabeles Gesetz, eine variabele Gattung von Individuen x, y, z, F. Die gegebene Funktion erscheint alsdann als eine bestimmte Spezialität in einer höheren oder allgemeineren Klasse von Funktionen. So stellt z. B. die Gleichung $F = \sqrt{a - cx^2}$, worin a und c bestimmte positive Werthe haben, eine bestimmte Ellipse dar, indem x der Vertreter aller unabhängigen Abszissen und F der Vertreter aller vermöge der Funktion $\sqrt{a - cx^2}$ davon abhängigen Ordinaten ist. Macht man jetzt die Konstante a oder die Konstante c oder Beide im Bereiche der positiven Grössen veränderlich; so ergeben sich verschiedene Ellipsen in der Grundebene, deren Mittelpunkte im Nullpunkte und deren Axen in der Richtung der Grundaxen liegen. Die gegebene Ellipse erscheint mithin als eine bestimmte Spezialität der letzteren Klasse von verschiedenen Ellipsen. Gestattet man dem Zeichen — die Veränderung in das Zeichen +, lässt auch den Koeffizienten 0 des unterdrückten Gliedes $0 . x$ beliebig variiren; so erscheint die gegebene Ellipse, als Spezialität der Kurve $F = \sqrt{a + bx + cx^2}$,

nicht bloss als ein bestimmter Fall aus einer Klasse von Ellipsen, sondern auch als ein bestimmter Fall der Kegelschnitte, und die ganze Klasse der Ellipsen wird jetzt eine Spezialität der höheren Klasse der Kegelschnitte. Macht man hierauf auch den Exponenten $^1/_2$ oder den Wurzelgrad variabel; so tritt die ganze Klasse der Kegelschnitte als eine Spezialität der allgemeineren Klasse der Kurven $F = (a + bx + cx^2)^n$ auf.

Wäre $F = ax^\alpha + bx^\beta + cx^\gamma +$ etc. die allgemeinste Form einer Funktion; so würde jede gegebene Funktion ein bestimmter Fall, dessen absolute Ordnung im Bereiche der Gesetze durch die speziellen Werthe der Konstanten $a, b, c \ldots \alpha, \beta, \gamma \ldots$ bestimmt wäre. Aus der allgemeinsten Form würde man entweder mit einem Male, durch sofortige Einsetzung aller speziellen Werthe für $a, b, c \ldots \alpha, \beta, \gamma \ldots$ zu der gegebenen Spezialität gelangen, oder man würde stufenweise von einer höheren zu einer niedrigeren Klasse durch sukzessive Fixirung einzelner Gruppen dieser Konstanten herabsteigen. Die vorstehenden Betrachtungen liefern folgende beiden wichtigen Sätze.

22) Für eine jede spezielle Klasse von Funktionen oder für jede Spezialität eines Gesetzes ist eine gewisse Gruppe von Konstanten charakteristisch, d. h. diese Gruppe bedingt durch ihre speziellen Werthe das Wesen oder den Charakter oder die Natur des Gesetzes, oder in diesen speziellen Werthen liegt die Bedingung für das Wesen des Gesetzes oder das Wesen des Gesetzes ist von jenen Werthen abhängig.

23) Wenn man sich sämmtliche vorhandenen Konstanten (Grössen, Zeichen und Symbole) einer gegebenen Funktion willkürlich variabel denkt (also nicht vorhandene oder annullirte Glieder unberücksichtigt lässt); so repräsentirt sie eine bestimmte Funktionsordnung, in welcher alle diejenigen Funktionen als Spezialitäten liegen, welche speziellen Werthen jener Konstanten entsprechen, auch hat jene gegebene Funktion keine anderen Spezialitäten, als die durch Änderung ihrer Konstanten sich ergebenden.

24) Wenn man nicht vorhandene Konstanten als Grössen mit annullirten Koeffizienten in die gegebene Funktion einsetzt; so führt eine Variation solcher Grössen zu allgemeineren oder höheren Gesetzen, von welchen das gegebene eine Spezialität ist, auch kann das gegebene Gesetz nur eine Spezialität solcher Gesetze sein, welche aus dem gegebenen Gesetze durch Variation seiner Konstanten nach Hinzufügung annullirter Konstanten hervorgehen.

25) Diejenigen Konstanten eines Gesetzes, welche bestimmte Zahlwerthe oder, allgemeiner, bestimmte abstrakte Werthe haben, sind für das Gesetz wesentlich; die übrigen Konstanten aber, welche willkürliche konkrete Werthe haben, sind für dieses Gesetz unwesentlich, indem ihre Änderung nur andere Formen derselben Gattung hervorbringt oder die Attribute der Form, nicht das Wesen der Form ändert.

So repräsentirt z. B. $F = (ax^p + bx^q + cx^r)^n$, wenn man darin die Grössen a, b, c, p, q, r, n willkürlich variabel denkt, eine gewisse Funktionsordnung. Die Klasse der Kegelschnitte ist diejenige Spezialität, für welche die Werthe $p = 0$, $q = 1$, $r = 2$, $n = {}^1/_2$, $a = const.$, $b = const.$, $c = const.$ charakteristisch sind, also die Funktion $F = \sqrt{a + bx + cx^2}$.

Für den Kegelschnitt sind die Werthe $p=0$, $q=1$, $r=2$, $n=1/2$ wesentlich, die Werthe von a, b, c aber unwesentlich. Unter den Kegelschnitten liefern die charakteristischen Werthe $b=0$, $c=-d$ die Funktion $F=\sqrt{a-dx^2}$ der Ellipse. Für die Ellipse sind, wenn man ihre Funktion $F=(ax^0+(-1)^1dx^2)^{1/2}$ schreibt, die in abstrakten Zahlen ausgedrückten Konstanten wesentlich, die Konstanten a und d dagegen unwesentlich. Eine Spezialität der Ellipse ist für den charakteristischen Werth $d=1$ der Kreis $F=\sqrt{a-x^2}$. Der Werth von a hierin ist für die Kreisform unwesentlich, er ist nur wesentlich und charakteristisch für einen bestimmten Kreis: eine Änderung seines Werthes liefert die verschiedenen Kreise.

Umgekehrt, ist der Kegelschnitt eine Spezialität jeder Form, welche für spezielle Werthe ihrer Konstanten auf die Form $F=\sqrt{a+bx+cx^2}$ führt, z. B. von

$$F=\frac{(ax^p+bx^q+cx^r)^n \log(d+ex)}{\sin gx^m}$$

Wenn man sich Variabelen als variabele Individuen denkt, x, y ... als willkürlich variabele, F, G ... als abhängig variabele; so bewirken die konstanten Bestimmungsstücke a, b... des Gesetzes, dass die Variation der Variabelen x, y ... in gewissen, durch jene Konstanten bestimmten Gattungen, Klassen, Gesammtheiten u. s. w. vor sich geht. Durch diese Konstanten werden also gewisse Gattungen oder höhere Inbegriffe bestimmt, an welche die Variation gebunden ist und man kann demzufolge

26) diese durch die Konstanten a, b ... bestimmten unveränderlichen Gattungen als die charakteristischen, resp. als die wesentlichen und unwesentlichen Bestimmungsstücke eines Gesetzes ansehen.

Die rationelle Beobachtung oder das Experiment hat zugleich den Zweck, aus Thatsachen oder Erscheinungen in der Voraussetzung, dass dieselben das Ergebniss eines Gesetzes sind, dieses Gesetz herzustellen. Zur Erreichung dieses Zweckes tragen nun die vorstehenden Sätze 22, 23, 24, 25, 26 wesentlich bei, indem sie folgende Beobachtungsprinzipien enthalten.

27) Wenn die willkürliche Veränderung des Objektes x in einem sich sonst gleich bleibenden Prozesse jedesmal mit einer Änderung des Objektes F begleitet ist; so hängt F von x durch ein Gesetz ab, und wenn die Veränderung von F nur bei der Veränderung von x eintritt; so ist F durch jenes Gesetz einzig und allein von x abhängig, d. h. x ist die einzige unabhängige Variabele dieses Gesetzes.

Indem z. B. beobachtet wird, dass die chemische Verbindung eines anderen Stoffes x mit demselben oder mit einem anderen Stoffe y einen anderen Körper F liefert, dass also eine Veränderung der Eigenschaften von x und y eine Veränderung der Eigenschaften von F nach sich zieht, muss man insumiren, dass die Eigenschaften von F von den Eigenschaften von x und y durch ein Naturgesetz abhängen.

28) Wenn bei der Variation der unabhängigen und abhängigen Variabelen x, F die Bestimmungsstücke a, b, c des sich bethätigenden Gesetzes konstant bleiben, wenn also zwei Beobachtungsreihen, welche

zutreffende Resultate liefern, in den Elementen a, b, c übereinstimmen; so gehören diese Elemente zu den charakteristischen Bestimmungsstücken des Gesetzes, d. h. zu den Objekten, welche den gesetzlichen Zusammenhang der Erscheinungen bedingen (denn alles konstant Bleibende bildet den Inbegriff der Bestimmungsstücke). Ferner folgt, dass sich möglicherweise einige oder alle wesentlichen Bestimmungsstücke unter jenen unverändert bleibenden Elementen befinden können. Endlich aber folgt, dass wenn in den beiden Beobachtungsreihen nur gewisse Elemente a, b, c unverändert bleiben, die wesentlichen Bestimmungsstücke sich nur unter ihnen befinden können, wenn also nur ein einziges Element a unverändert bleibt, dass es das einzige wesentliche Bestimmungsstück des Gesetzes ist.

Man wird sich leicht überzeugen, dass die von Mill im dritten Buche, Cap. VIII, §. 1 aufgestellte erste Induktionsregel, welche dort die Methode der Übereinstimmung genannt wird, auf den vorstehenden Satz zurückzuführen ist. So fällt das dortige Beispiel, nämlich die Beobachtung, dass jedes Alkali x sich mit einem Öle y zu einer Seife F verbindet, darunter, wenn man erwägt, dass jede Veränderung des konkreten willkürlich variabelen Stoffes x in der konstanten Gattung der Alkalien, jede Veränderung des konkreten willkürlich variabelen Stoffes y in der konstanten Gattung der Öle liegt und dass damit stets eine Veränderung des Stoffes F innerhalb der konstanten Gattung der Seifen verbunden ist. Hieraus geht hervor, dass die Seifenbildung von der Verbindung von Alkalien mit Ölen abhängt.

Ich kann die Bemerkung nicht unterdrücken, dass die Regel der Übereinstimmung, wie sie von Mill formulirt ist, jedes sicheren Kriteriums Dessen entbehrt, was eigentlich in Übereinstimmung sein soll. Jene Regel lautet nämlich „wenn mehrere Fälle einer Naturerscheinung nur einen einzigen Umstand gemein haben; so ist dieser Umstand die Ursache (oder die Wirkung) einer gegebenen Naturerscheinung". Weder der Begriff Umstand, noch Dasjenige, was eigentlich in Kausalzusammenhang stehen soll, ist definirt: man kann sich alles Mögliche darunter denken und die absurdesten Behauptungen damit begründen, z. B. alles Gold ist gelb, folglich ist das Gold die Ursache oder die Wirkung der gelben Farbe. Die Mangelhaftigkeit des Millschen Satzes liegt darin, dass derselbe nur das Konstante a, b ... ins Auge fasst, ohne das Veränderliche x, y ... zu berücksichtigen, auf welches es doch vornehmlich ankömmt, indem das gesuchte Gesetz eine Abhängigkeit eben zwischen den Veränderungen von x, y, F ist, und das Konstante a, b ... nur die Gattungen betrifft, in welchen das Veränderliche variirt oder das Gesetz sich bewegt. Eine fernere Unzulänglichkeit des Millschen Satzes entspringt daraus, dass Mill, wie alle Logiker, den Begriff der Konditionalität nicht kennt, sondern mit Kausalität identifizirt, also nur von Ursache und Wirkung redet, während es sich hier um Abhängigkeit und Bedingung handelt, endlich, dass in der heutigen Logik, also auch in der von Mill, die Apobase der Insumtion keine Rolle spielt, vielmehr Alles, was diesem Prinzipe angehört, mit der Induktion kumulirt wird.

Als zweites Beispiel zu dem Satze 28 möge folgende mathematische Beobachtung dienen. Wenn die Länge der in der Linie OX liegenden

Abszisse x in der konstanten Gattung der einfachen Zahlenreihe willkürlich variirt und gleichzeitig die Länge der zugehörigen Ordinate F einer Kurve in der konstanten Gattung der Quadratwurzeln aus dem p-fachen von x, also wie $F = \sqrt{px}$ variirt, sodass also die Gattung der einfachen Zahlenreihe für x und die Gattung der Quadratwurzeln aus $\sqrt{px}$ für F in zwei Fällen $F_1 = \sqrt{px_1}$ und $F_2 = \sqrt{px_2}$ übereinstimmt; so sind diese Gattungen, resp. die erste Potenz von x und die Quadratwurzel, sowie der Faktor p, überhaupt die Form $F = \sqrt{px}$ für das Gesetz der fraglichen Kurve, welche dadurch als eine Parabel gekennzeichnet wird, charakteristisch.

An den Satz 28 reiht sich der folgende.

29) Wenn eine zweite Beobachtungsreihe nicht eintrifft oder dem Gesetze einer ersten Beobachtungsreihe nicht gehorcht, d. h. wenn sie bei der Variation der unabhängigen Variabelen x Resultate F liefert, welche den Resultaten der ersten Beobachtungsreihe nicht entsprechen, und wenn sich gewisse Elemente a, b, c des Gesetzes bei der zweiten Beobachtungsreihe von den gleichnamigen Elementen bei der ersten Beobachtungsreihe durch ihren Werth unterscheiden; so gehören die Werthe von a, b, c in der ersten Beobachtungsreihe zu den charakteristischen Bestimmungsstücken des Gesetzes, und möglicherweise können sich wesentliche Bestimmungsstücke darunter befinden. Wenn also die nicht zutreffende Beobachtungsreihe von der zutreffenden Beobachtungsreihe sich nur durch gewisse Elemente a, b, c unterscheidet; so bilden diese Elemente einzig und allein die charakteristischen Bestimmungsstücke des Gesetzes und sie enthalten unter sich sämmtliche wesentlichen Bestimmungsstücke. Unterscheiden sich hiernach die beiden Reihen nur durch ein einziges Element a; so ist dieses das einzige oder Bestimmungsstück des Gesetzes. Unter dem Gesetze, welches durch a, b, c bedingt ist, ist, streng genommen, das Gesetz zu verstehen, auf welchem der Unterschied zwischen den Resultaten der ersten und der zweiten Beobachtungsreihe beruht; insofern jedoch in den Resultaten der zweiten Reihe das Nichtzutreffen, die Nichtexistenz, die Negation, die Annullirung des Gesetzes der ersten Reihe erblickt wird, bildet dieses Gesetz selbst den fraglichen Unterschied, sodass wir hier und bei den späteren ähnlichen Sätzen nur von der Bedingung des ursprünglichen Gesetzes zu reden brauchen, ohne missverstanden zu werden.

Indem man Elemente eines Experimentes ändert und das Resultat beobachtet, giebt der vorstehende Satz häufig Gelegenheit, charakteristische Elemente, welche das Wesen des Naturgesetzes bedingen, zu erkennen.

So würde die Formel $P = qx^{1/2}$, wenn der Exponent $1/2$ geändert wird, nicht mehr die Koordinaten einer Parabel darstellen: dieser Exponent ist also für die Form der Parabel charakteristisch. Würde der Koeffizient q geändert; so erhielte man nicht mehr die Koordinaten einer gegebenen Parabel: dieser Koeffizient ist also für die Spezialität der Parabel charakteristisch.

Die Veränderung solcher Grössen, von welchen das Wesen eines Gesetzes abhängt, macht dasjenige Verfahren aus, welches man in seiner Anwendung auf die Beobachtung die Differenzmethode oder die Methode

der Differentiation der Bedingungen zu nennen pflegt. (Im Allgemeinen ist auch die Veränderung der variabelen Grössen ein Akt der generellen Differenzmethode). Man wird leicht erkennen, dass die „zweite Regel“ von Mill ein Ausfluss des vorstehenden Satzes ist und durch diesen Satz ihr wahres Verständniss erlangt.

Behuf Anwendung des Satzes 28 oder 29 ist es wichtig, diejenigen Objekte, Zustände, Eigenschaften, Gattungen u. s. w., welche die Rolle von unabhängigen Variabelen x, y, z, deren Wahl also der Willkür des Beobachters überlassen ist, von den dieser Willkür entzogenen Bestimmungsstücken a, b, c des Gesetzes und den durch das Naturgesetz f bedingten abhängigen Variabelen F gehörig zu unterscheiden.

Wenn eine Funktion vollständig bekannt ist, bedarf es keiner Methoden, welche den Zweck haben, sie kennen zu lernen. Wenn dieselbe nach der generellen Zusammensetzung aus ihren Elementen bekannt ist, wenn es sich also nur noch um die Quantitätsbestimmung einer bestimmten Anzahl von Grössen handelt; so würde eine Variation jeder einzelnen dieser Grössen, wenn man Gelegenheit hat, die sich ergebenden Resultate mit den faktischen Wirkungen des Gesetzes zu vergleichen, mit Hülfe des Satzes 27 zunächst die Natur der Variabilität oder der Konstanz der einzelnen Grössen feststellen, sodann aber entweder mit Hülfe des Satzes 28 oder des Satzes 29 oder beider zur Kenntniss der wesentlichen und der unwesentlichen Konstanten, also zur vollständigen Kenntniss des Gesetzes führen. Wüsste man z. B., dass ein Gesetz die Form $ax^m + by^n$ hätte, und zeigte sich, dass eine Variation von x oder von y stets Resultate lieferte, welche dem Gesetze entsprächen; so würden diese beiden Grössen als unabhängige Variabelen erkannt sein, während a, b, m, n als vier unbekannte Konstanten zu betrachten wären. Durch Veränderung dieser Konstanten unter Vergleichung der Resultate mit den thatsächlichen Ergebnissen des Gesetzes nach der Differenzmethode, Satz 29, würden sich dann die Werthe der wesentlichen und der unwesentlichen Konstanten oder der bedingenden Elemente und damit das ganze Gesetz vollständig herausstellen.

Bei der Beobachtung ist aber das Gesetz auch in der letzteren generellen Zusammensetzung nicht bekannt; es ist vielmehr die Aufgabe der Beobachtung, resp. des Experimentes, die Form des Gesetzes aus seinen Resultaten zu konstruiren. Demzufolge kann in vielen Fällen die Form des Gesetzes gar nicht vorher spezialisirt werden, es muss vielmehr eine Form als Hypothese angenommen werden, welche so allgemein ist, dass sie sicher die spezielle Form des Gesetzes einschliesst. So könnte man z. B., wenn es sich um eine einzige unabhängige Variabele x handelte, die allgemeine Funktionsform $ax^\alpha + bx^\beta + cx^\gamma + \ldots$ voraussetzen. Eine solche Form kann nun wegen ihrer Allgemeinheit eine beliebige Anzahl unbekannter Glieder und Konstanten erhalten, mit welchen sich eben desshalb nicht experimentiren lässt, weil sie und ihr Zusammenhang mit den beobachteten Grössen unbekannt sind. Ausserdem stehen, selbst wenn die generelle Form des Gesetzes bekannt wäre, dem Experimentator nicht immer die Mittel zu Gebote, jedes einzelne Element a zu verändern. Unter solchen Umständen reicht natürlich weder die einfache Methode der Übereinstimmung, noch die der Differenzen zur voll-

ständigen Erkenntniss des Gesetzes aus, es bedarf vielmehr noch anderer Regeln, welche von der Kenntniss der generellen Form des Gesetzes, von der Kenntniss der Zahl der Bestimmungsstücke und von der Nothwendigkeit ihrer Isolirung unabhängig sind. Eine dieser Regeln ist sofort aus dem allgemeineren Theile des Satzes 29 zu entnehmen. Fasst nämlich A einen Komplex von Bestimmungsstücken a, b, c zusammen, sodass man allenfalls A als eine Funktion von a, b, c ansehen und $A = \varphi(a, b, c)$ schreiben kann, wodurch das in Rede stehende Gesetz durch die Formel $F = f(A, x, y, z)$ darstellbar wird; so wird sich A ändern, wenn eine oder mehrere der Grössen a, b, c sich ändert und, umgekehrt, wenn A sich ändert, muss nothwendig eine oder mehrere der Grössen a, b, c sich geändert haben. Hieraus ergiebt sich folgender Satz.

30) Wenn die zweite Beobachtungsreihe, in welcher das Gesetz der ersten Reihe nicht zutrifft, sich von der ersten Reihe nur durch ein Objekt A unterscheidet, welches von beliebig vielen Bestimmungsstücken a, b, c gesetzlich abhängt; so befinden sich unter den Letzteren sämmtliche wesentlichen Bestimmungsstücke des Gesetzes der ersten Reihe (des Gesetzes, welches die erste Reihe von der zweiten unterscheidet), oder das Objekt A enthält diese wesentlichen Bedingungen, indem die Veränderung von A die Veränderung von F nach sich zieht.

In diesem Satze liegt Mill's fünfte Regel, welche er die Methode der begleitenden oder konkurrirenden Veränderungen nennt.

Die Beseitigung oder Ausschliessung eines Objektes A ist eine Veränderung desselben; man hat also auch diesen Satz:

31) Wenn die zweite Beobachtungsreihe, in welcher das Gesetz der ersten nicht zutrifft, sich von der ersten nur durch die Abwesenheit des Objektes A unterscheidet; so enthält dieses Objekt alle wesentlichen Bedingungen.

In diesem Satze wird man Mill's dritte Regel wiedererkennen, welche er ohne genügende Motivirung die indirekte Differenzmethode nennt.

Die Hinzufügung eines neuen Objektes A oder die Einführung neuer Bestimmungsstücke a, b, c ist als eine Veränderung gewisser vorher mit dem Nullwerthe vorhandenen Elemente anzusehen. Man kann daher folgenden Satz aussprechen.

32) Wenn die zweite Beobachtungsreihe, in welcher das Gesetz der ersten nicht zutrifft, sich von der ersten nur durch die Einführung des Objektes A unterscheidet; so enthält dieses Objekt alle wesentlichen Bedingungen für die Abweichung des neuen Gesetzes von dem alten oder für die Aufhebung des alten; die Abwesenheit des Objektes A ist also bedingend für das ursprüngliche Gesetz.

Dieser Satz findet unter Mill's Regeln keine Vertretung. Ebensowenig der folgende.

33) Wenn die zweite Beobachtungsreihe, in welcher das Gesetz der ersten nicht zutrifft, mit der ersten die Elemente a, b, c gemein hat; so befinden sich darunter nicht sämmtliche Bestimmungsstücke.

Behält z. B. die Magnetnadel an einem bestimmten Orte nicht dauernd dieselbe Richtung; so kann der geographische Ort der Erde nicht die alleinige Bedingung für die Stellung der Magnetnadel enthalten.

Auch der folgende Satz ist bei Mill nicht aufgeführt.

34) Wenn eine zweite Beobachtungsreihe, in welcher das Gesetz der ersten zutrifft, sich von der ersten durch die Elemente a, b, c unterscheidet; so enthalten dieselben keine Bestimmungsstücke.

Wenn z. B. ein Stoff in der chemischen Verbindung mit einem anderen Stoffe sein Gewicht behält; so hängt dieses Gewicht nicht von dieser Verbindung ab.

Die Änderung eines Elementes a des Gesetzes bedingt, wenn man $F=f(a, b, x, y, z)$ setzt, eine Änderung von F, welche von der Änderung $\triangle a$ abhängt und mit ${}^a\triangle F$ bezeichnet werden kann. Bei der Änderung von a in $\triangle a$ geht also die Grösse F in $F+{}^a\triangle F$ über. Bei der Änderung eines anderen Elementes b geht F in $F+{}^b\triangle F$ über Die gemeinschaftliche Änderung der beiden Elemente a und b bewirkt dass F in

$$\begin{aligned} F + {}^{ab}\triangle F &= F + {}^a\triangle F + {}^b\triangle F + {}^b\triangle {}^a\triangle F \\ &= F + {}^a\triangle F + {}^b\triangle (F + {}^a\triangle F) \end{aligned}$$

übergeht. Wenn also der Einfluss ${}^a\triangle F$ bekannt ist, welchen die alleinige Änderung des Elementes a hervorbringt, wenn man also den durch den veränderten Werth $a+\triangle a$ dieses Elementes allein bedingten Werth $F+{}^a\triangle F$ der abhängigen Variabelen kennt; so lässt sich aus dem Resultate, welches die gemeinschaftliche Änderung zweier Elemente a und b erzeugt, da dieses Resultat $(F+{}^a\triangle F)+{}^b\triangle(F+{}^a\triangle F)$ ist, der Einfluss der Änderung des zweiten Elementes b durch die Erwägung ableiten, dass wenn man von dem Gesammtresultate den durch die alleinige Änderung von a bedingten Werth $F+{}^a\triangle F$ abzieht, der Rest ${}^b\triangle(F+{}^a\triangle F)$ die Wirkung der Änderung von b auf $F+{}^a\triangle F$ ist. Hieraus entspringt die als Methode der Rückstände bekannte Regel, welche Mill als die vierte aufführt, und welche wir folgendermaassen formuliren.

35) Wenn von den Änderungen, welche ein Gesetz durch die Änderungen mehrerer Bestimmungsstücke a, b, c, d erleidet, diejenigen Änderungen hinweggenommen werden, welche den Änderungen einzelner Bestimmungsstücke a, b zukommen; so ist der übrige Theil der Änderungen des Gesetzes dem Einflusse zuzuschreiben, welchen die Änderungen der übrigen Bestimmungsstücke c, d auf das durch die geänderten Elemente a, b modifizirte Gesetz hervorbringen.

Es leuchtet ein, dass jede Konstante eines Gesetzes zu einer Variabelen werden kann, wenn der Experimentator die Mittel besitzt, über die Veränderungen jener Konstanten willkürlich zu verfügen, also auch stetige Veränderungen derselben eintreten zu lassen. Eine solche Umwandlung einer Konstanten in eine unabhängige Variabele ist mit einer vollständigen Veränderung der Natur des Gesetzes, insbesondere mit der durch die Vermehrung der Variabelen bedingten Erhöhung des Gesetzes begleitet, welche bewirkt, dass sich gewisse Zustände zu Individuen oder gewisse Individuen zu Gattungen oder gewisse Gattungen zu Gesammtheiten entwickeln. So verwandelt sich die Gleichung einer geraden Linie $F=a+bx$ dadurch, dass die Grösse a zur Variabelen y gemacht wird, in die Gleichung einer Ebene $F=y+bx$ und dadurch, dass die Grösse b zu

einer Variabelen gemacht wird, in die Gleichung einer linken Fläche zweiten Grades $F = a + xy$. Man kann hiernach den Satz aufstellen:

36) Wenn das Wesen eines Gesetzes in der Weise variirt, dass dieselben Werthe der als Variabele angenommenen Grössen unter sonst als gleich erachteten Umständen ganze Reihen von verschiedenen Resultaten liefern; so enthält das Gesetz eine grössere Zahl von unabhängigen Variabelen, resp. eine kleinere Zahl von Bestimmungsstücken, als in dem hypothetischen Gesetze angenommen ist.

So zeigt sich z. B. die Schwingungszahl eines Pendels an einem gegebenen Orte von dessen Länge nach einem bestimmten Gesetze abhängig. Nimmt man nun wahr, dass dieses Gesetz variirt, sobald das Pendel seinen Ort auf der Erde ändert; so folgt, dass die Schwingungszahl nicht bloss von der bis dahin angenommenen Variabelen, der Pendellänge, sondern auch noch von anderen Variabelen, dem geographischen Orte (wegen der unvollkommenen Kugelgestalt der Erde) und der Höhe über dem Meeresniveau (wegen der mit dieser Höhe variirenden Schwerkraft) abhängig ist.

Nach den Grundsätzen der Mathematik reduzirt sich jedes Kurvenstück, wenn die Quantität der unabhängigen Veränderlichen unendlich wenig variirt wird, auf einen konstanten Punkt, wenn die Richtung unendlich wenig variirt wird, auf eine gerade Linie (das Differential des Kurvenbogens), wenn die Krümmung unendlich wenig variirt wird, auf einen Kreisbogen (den Krümmungskreis), wenn die Torsion unendlich wenig variirt wird, auf eine Schraubenlinie (die Krümmungsschraube), und wenn die Steigung unendlich wenig variirt wird, auf eine logarithmische Spirale. Innerhalb eines unendlich kleinen Intervalles bleibt also resp. der Ort, die Richtung, die Krümmung, die Torsion und die Steigung konstant. Die logischen Analogien bestehen in folgenden Sätzen.

37) Jedes Gesetz äussert sich bei verschwindend kleiner Änderung der Bedingung als ein konstantes oder invariabeles Gesetz, d. h. keiner Änderung des bedingenden Objektes entspricht auch keine Änderung des abhängigen Objektes: aber das letztere nimmt für einen bestimmten Werth des ersteren ebenfalls einen bestimmten Werth an. Jedes Gesetz äussert sich ferner bei verschwindend kleiner Änderung der Bedingung als ein einförmiges Gesetz, d. h. die verschwindenden Änderungen des bedingenden Objektes ziehen Wirkungen des abhängigen Objektes nach sich, welche unveränderliche Kausalität oder Relation zeigen, aber quantitativ den Änderungen des bedingenden Objektes angemessen sind. Jedes Gesetz äussert sich in verschwindenden Intervallen auch als ein gleichförmiges Gesetz, d. h. die verschwindenden Änderungen des bedingenden Objektes veranlassen verschwindende Relationen, Kausalitätsäusserungen oder Wirkungen des abhängigen Objektes, welche den Änderungen des bedingenden Objektes angemessen sind. Ebenso äussert sich jedes Gesetz in verschwindenden Intervallen als ein gleichmässig abweichendes, indem die verschwindenden Änderungen des bedingenden Objektes angemessene Qualitätsänderungen des abhängigen Objektes nach sich ziehen. Endlich äussert sich jedes Gesetz in verschwindenden Intervallen als ein gleichmässig steigendes, indem die verschwindenden

Änderungen des bedingenden Objektes angemessene Variationen des abhängigen Objektes nach sich ziehen.

Mit Hülfe dieser Grundsätze kann dann, umgekehrt, aus der Beobachtung der Veränderungen zweier Objekte A und B auf den gesetzlichen Zusammenhang zwischen Beiden und zwar zunächst auf den Zusammenhang zwischen verschwindenden Änderungen derselben oder auf den Einfluss geschlossen werden, welchen das eine auf das andere ausübt. Die unter allen Umständen beobachtete Koexistenz einer verschwindenden Veränderung von A mit einer verschwindenden Veränderung von B berechtigt zu dem Schlusse der Abhängigkeit derselben voneinander, und die Proportionalität dieser Änderungen lässt den Grad des Abhängigkeitsgesetzes erkennen, welches für verschwindende Intervalle nach Vorstehendem stets konstant, einförmig, gleichförmig, gleichmässig abweichend und gleichmässig steigend ist.

38) Verschwindende Änderungen des bedingenden Objektes beeinflussen sich einander nicht; die daraus resultirende Änderung des abhängigen Objektes ist daher ein Inbegriff der den ersteren Änderungen entsprechenden resultirenden Änderungen.

39) Endliche Änderungen des bedingenden Objektes können sich beeinflussen, indem die verschwindende Änderung des abhängigen Objektes y, welche entsteht, wenn das bedingende Objekt x sich endlich von x auf x_1 geändert hat, wenn also das abhängige Objekt den Werth y_1 angenommen hat, zu der Veränderung von x_1 nicht mehr dasselbe Verhältniss besitzt, welches die Veränderung von $f(x)$ zu der Veränderung von x besass ($\frac{\partial y}{\partial x}$ hat nicht unbedingt den Werth von $\frac{\partial y_1}{\partial x_1}$). Mehrere endliche Änderungen des bedingenden Objektes können daher unter Umständen Änderungen des abhängigen Objektes hervorbringen, welche sich gegenseitig aufheben. Aus dem Konstantbleiben des Objektes y während einer faktischen bestimmten endlichen Veränderung des Objektes x kann daher nicht gefolgert werden, dass beide voneinander unabhängig seien. Dagegen folgt aus dem absoluten Konstantbleiben des Objektes y während einer verschwindenden Veränderung des Objektes x stets die Unabhängigkeit Beider, wenigstens in einem bestimmten Stadium der Bildung. Die verschwindenden Änderungen sind daher für die Erkenntniss der stetigen Bildungsgesetze von wesentlicher Bedeutung.

40) Ein Bildungsgesetz kann nur aus Grundeigenschaften und Grundoperationen zusammengesetzt sein. Die Vorstellung einer Funktion, welche durch willkürlich erdachte, dem Kardinalprinzipe nicht angehörige Eigenschaften und Prozesse gebildet sein soll, ist eine logische Absurdität. Es können keine Grundeigenschaften und keine Grundoperationen nach Willkür erfunden werden. Alle Veränderungen sind Resultate von Grundoperationen mit Grundeigenschaften. Die Merkmale, die Eigenschaften, die Ursachen, die Neigungen und die Triebe der Objekte können nur in den einzigen wirklichen Grundeigenschaften gesucht werden.

Nachtrag

zu §§. 503 und 504.

Formulirung zusammengesetzter Urtheile.
(Der Logikkalkul).

Beim Drucke dieser Bogen erlange ich Kenntniss von der Schrift „Operationskreis des Logikkalkuls“, durch welche Schröder die Theorie von Boole in verbesserter Form einem grösseren Leserkreise zugänglich zu machen beabsichtigt. Wenn diese Theorie keine andere, als die aus der deutschen Bearbeitung ersichtliche Tragweite hat; so konkurrirt sie mit der unsrigen nicht: ihr Ziel ist die Symbolisirung gewisser Sätze der Logik, während wir uns in dem vorliegenden Theile die Aufgabe gestellt haben, die Gesetze des Denkens oder des Verstandes im Systeme der Gesetze des Geistes und diese wieder im Systeme der allgemeinen Natur- oder Weltgesetze zu entwickeln. Auf die Symbolisirung dieser Gesetze legen wir, als auf etwas rein Äusserliches, nur einen untergeordneten Werth. Die Sprache ist sogut Symbol als die Formel; ja, sie ist sogar das echte Symbol des logischen Begriffes, wogegen die Formel das charakteristische Symbol der mathematischen Anschauung ist. Die aus dem Kardinalprinzipe entspringende Analogie zwischen Begriff und Anschauung ermöglicht eine Darstellung der Begriffe durch mathematische Formeln, und wir glauben in diesem Theile gezeigt zu haben, wie sich aus dieser prinzipiellen Analogie die naturgemässe Symbolisirung der Begriffe durch Formeln ergiebt.

Selbstredend hat eine Symbolisirung, wenn sie dem Gedanken nur als mnemonisches Hülfsmittel dienen und komplizirte Gesetze in übersichtlichen Bildern veranschaulichen will, ein in mancher Hinsicht freies Feld vor sich, und so lässt sich auch dem Verfahren von Boole seine Berechtigung nicht absprechen; dass dasselbe aber ein natürliches sei und dass sein Formalismus mit den Denkprozessen harmonire, wage ich zu bezweifeln. Nach meiner Auffassung ist die Multiplikation die mathematische Analogie zur logischen Kausalitätsäusserung oder Wirkung, nicht aber, wie Schröder auf S. 2 seiner Schrift vorführt, zur Determination oder Definition. Das Produkt ab vertritt in unserer Theorie die Relation, in welche das Subjekt a durch die Kausalität b versetzt wird, nicht aber den Begriff, welcher durch die beiden Merkmale a und b gedeckt wird. Wenn wir daher den letzteren Begriff in §. 504 ff. symbolisch durch die Nebeneinanderstellung der beiden Zeichen a und b darstellen, so denken wir dabei nicht an eine Produktbildung, sondern nur an eine Veranschaulichung des Gemeinsamen der beiden Merkmale a und b. Die Abstraktion ist nach unserer Ansicht die Vertreterin der Potenzirung, nach Schröder aber die der Division, während wir die Division für die Analogie zum umgekehrten Kausalitätsprozesse,

nämlich zu demjenigen Prozesse halten, welcher aus der Wirkung die Ursache herstellt. Die Schrödersche Schrift kennt keine logische Analogie zur mathematischen Potenz und keine mathematische Analogie zur logischen Relation; ja sie kennt den Begriff der Relation nicht einmal dem Worte nach, ist überhaupt nur ein Fragment, welches sich im Wesentlichen darauf beschränkt, das logische Urtheil durch mathematische Symbole und einige Operationen mit Urtheilen durch mathematische Prozeduren darzustellen.

Dass diese Formulirung keine naturgemässe, d. h. keine mit dem Denkprozesse übereinstimmende ist, haben wir an den soeben angeführten Beispielen gezeigt. Trotzdem könnte sie sich vermöge einer zweckmässigen Schematisirung doch zur Entwicklung gewisser logischen Gesetze durch mechanische Regeln nützlich erweisen: wir glauben jedoch, dass sie auch diesen Zweck nicht erfüllt, dass sie vielmehr das Verständniss mehr erschwert, als erleichtert. Um Diess darzuthun, gestatte ich mir, die Aufgabe, welche Boole zur Illustration seiner Theorie und sodann auch Schröder zu gleichem Zwecke (Letzterer auf S. 25 bis 28 seiner Schrift) behandelt, nach unserer Methode zu lösen. Diese Aufgabe lautet nach Schröders Übersetzung wörtlich so:

„Es werde angenommen, dass die Beobachtung einer Klasse von Erscheinungen zu den folgenden allgemeinen Ergebnissen geführt hat.

α) Dass, in welchem auch von diesen Erzeugnissen die Merkmale oder Eigenschaften a und c gleichzeitig fehlen, das Merkmal e gefunden wird, zusammen mit einem der beiden Merkmale b und d, aber nicht mit beiden.

β) Dass, wo immer die Merkmale a und d in Abwesenheit von e gleichzeitig auftreten, die Merkmale b und c entweder beide sich vorfinden oder beide fehlen.

γ) Dass überall, wo das Merkmal a mit dem b oder e oder mit beiden zusammen besteht, auch entweder das Merkmal c vorkömmt oder das d, aber nicht beide. Und umgekehrt, überall wo von den Merkmalen c und d das eine ohne das andere wahrgenommen wird, da soll auch das Merkmal a in Verbindung mit b oder mit c oder mit beiden zugleich auftreten.

Es möge nun verlangt sein, dass ermittelt werde

1) was in jedem gegebenen Falle aus der erwiesenen Gegenwart des Merkmals a in Bezug auf die Merkmale b, c, d geschlossen werden kann,

2) auch zu entscheiden, ob irgendwelche Beziehungen unabhängig von der An- oder Abwesenheit der übrigen Merkmale bestehen zwischen derjenigen der Merkmale b, c, d,

3) in ähnlicher Weise zu beantworten, was aus dem Vorhandensein des Merkmals b folgt in Bezug auf a, c, d, und endlich

4) zu konstatiren, was für letztere a, c, d an sich folgt.“

Zur Beantwortung dieser Fragen erwägen wir, dass jeder Fall, welcher überhaupt in Betracht kömmt, von irgend einem oder von mehreren der fünf Merkmale a, b, c, d, e gedeckt wird. Ein jedes dieser Merkmale, wie z. B. a zerfällt in Partikularitäten, welche entweder von keinem oder von einem oder von mehreren der übrigen vier

Merkmale b, c, d, e gedeckt werden, d. h. a stellt sich dar als der Inbegriff

$$a = |a| + |ab| + |ac| + |ad| + |ae| \\ + |abc| + |abd| + |abe| + |acd| + |ace| + |ade| \\ + |abcd| + |abce| + |acde| + |abcde|$$

Ganz ähnlich ist b, c, d, e gebildet. Die verschiedenen in Frage kommenden Partikularitäten sind also die verschiedenen möglichen Kombinationen von je einem, zwei, drei, vier und fünf der Elemente a, b, c, d, e.

Die Bedingung (α) verlangt nun, dass in jedem Falle, welcher weder dem Merkmale a, noch dem Merkmale c angehört, also in jedem Inbegriffe, in welchem nur die Partikularitäten $|b|$, $|d|$, $|e|$, $|bd|$, $|be|$, $|de|$, $|bde|$ erscheinen, das Merkmal e zusammen mit b und d, jedoch nicht mit beiden vorkomme. Hiernach muss also jede der Partikularitäten $|b|$, $|d|$, $|e|$, $|bd|$, $|bde|$ gleich null sein.

Nach der Bedingung (β) sollen sich in den Fällen, wo a und d zusammen, jedoch kein e erscheint, also in den Inbegriffen $|ad|$, $|adb|$, $|adc|$, $|adbc|$ die beiden Merkmale b und c zugleich vorfinden oder zugleich fehlen. Demnach müssen die Partikularitäten $|adb|$ und $|adc|$ gleich null sein.

Der erste Theil der Bedingung (γ) verlangt, dass wenn a mit b oder mit e oder mit beiden besteht, also in den Fällen $|ab|$, $|abc|$, $|abd|$, $|abc|$, $|abcd|$, $|abce|$, $|abde|$, $|abcde|$, $|ac|$, $|aec|$, $|aed|$, $|aecd|$ das Merkmal c ohne d oder das Merkmal d ohne c vorkomme. Demgemäss müssen die Partikularitäten $|ab|$, $|ae|$, $|abe|$, $|abcd|$, $|acde|$, $|abcde|$ gleich null sein. Der zweite Theil der Bedingung (γ) fordert, dass in allen Fällen, wo c ohne d oder d ohne c wahrgenommen wird, also in den Fällen

$$|c|,\ |ca|,\ |cb|,\ |ce|,\ |cab|,\ |cae|,\ |cbe|,\ |cabe|,$$
$$|d|,\ |da|,\ |db|,\ |de|,\ |dab|,\ |dae|,\ |dbe|,\ |dabe|$$

das Merkmal a mit b oder mit c oder mit beiden auftrete. Hiernach muss $|c|$, $|cb|$, $|ce|$, $|cbe|$, $|d|$, $|da|$, $|db|$, $|de|$, $|dae|$, $|dbe|$ gleich null sein.

Das Resultat aller dieser Bedingungen besteht darin, dass sämmtliche nachfolgenden Partikularitäten $|b|$, $|c|$, $|d|$, $|e|$, $|ab|$, $|ad|$, $|ae|$, $|bc|$, $|bd|$, $|ce|$, $|de|$, $|abd|$, $|abe|$, $|acd|$, $|ade|$, $|bce|$, $|bde|$, $|abcd|$, $|acde|$, $|abcde|$ null seien, während alle übrigen aus den fünf Merkmalen a, b, c, d, e zu bildenden Partikularitäten, nämlich die Partikularitäten $|a|$, $|ac|$, $|be|$, $|cd|$, $|abc|$, $|ace|$, $|bcd|$, $|cde|$, $|abce|$, $|abde|$, $|bcde|$ von null verschiedene Werthe haben. In diesem Resultate liegt ohne alle weitere Rechnung nicht bloss die erschöpfende Beantwortung der gestellten vier, sondern aller möglichen anderen zu stellenden ähnlichen Fragen. Diess leuchtet ein, sobald man sich vergegenwärtigt, dass es leicht ist, jeden Inbegriff, in welchem ein oder mehrere jener Merkmale erscheinen, durch die aus diesen Merkmalen bestehenden Partikularitäten zusammenzusetzen, indem man darin die annullirten Partikularitäten unterdrückt. So ist z. B. der Inbegriff aller Fälle, in welchen a erscheinen kann,

$a = |a| + |ac| + |abc| + |ace| + |abce| + |abde|$

Der Inbegriff aller Fälle, in welchen b erscheinen kann, ist

$b = |be| + |abc| + |bcd| + |abce| + |abde| + |bcde|$

Der Inbegriff aller Fälle, in welchen c erscheinen kann, ist

$c = |ac| + |cd| + |abc| + |ace| + |bcd| + |cde| + |abce| + |bcde|$

Der Inbegriff aller Fälle, in welchen d erscheinen kann, ist

$d = |cd| + |bcd| + |cde| + |abde| + |bcde|$

Der Inbegriff aller Fälle, in welchen e erscheinen kann, ist

$e = |be| + |ace| + |cde| + |abce| + |abde| + |bcde|$

Ebenso leicht lässt sich die Formel für einen Inbegriff bilden, in welchem das eine oder das andere von beliebig zwei oder drei oder vier oder fünf jener Merkmale vorkömmt. So ist z. B. der Inbegriff aller Fälle, in welchen a oder b vorkömmt,

$$a + b = |a| + |ac| + |be| + |abc| + |ace| + |bcd| + |abce| + |abde| + |bcde|$$

Ferner ergiebt sich sogleich die Formel für einen Inbegriff, in welchem zwei oder drei oder vier oder fünf Merkmale auf einmal erscheinen. So erscheint z. B. a und b zugleich in

$$ab = |abc| + |abce| + |abde|$$

Die drei Merkmale a, b, c erscheinen zugleich in

$$abc = |abc| + |abce|$$

Endlich sind leicht die Formeln für einen Inbegriff aufzustellen, in welchem von mehreren bestimmten Merkmalen irgend eins, jedoch ohne dieses oder jenes bezeichnete Merkmal erscheint. So ist z. B. der Inbegriff aller Fälle, in welchen a oder b, jedoch kein c erscheint,

$$|a| + |be| + |abde|$$

In Betreff der gestellten vier Fragen; so geben die nicht annullirten Partikularitäten, worin das Merkmal a vorkömmt, nämlich $|a|$, $|ac|$, $|abc|$, $|ace|$, $|abce|$, $|abde|$ ohne Weiteres die auf S. 27 von Schröder's Schrift angeführte Antwort „wo immer das Merkmal a zu finden ist, muss auch das Merkmal c oder d vorliegen, aber nicht beide zugleich, oder aber, es müssen beide zusammen mit dem Merkmale b fehlen". Da es von den Partikularitäten, worin die Merkmale b, c, d alle drei fehlen, nur die eine $|a|$ giebt, und da die Partikularitäten, worin von den beiden Merkmalen c und d nur das eine oder das andere vorliegt, $|ac|$, $|abc|$, $|ace|$, $|abce|$, $|abde|$ sind; so ist auch klar, „wo die Merkmale b, c, d alle drei fehlen, sowie auch, wo von den Merkmalen c, d das eine ohne das andere vorliegt, da muss das Merkmal a sich finden".

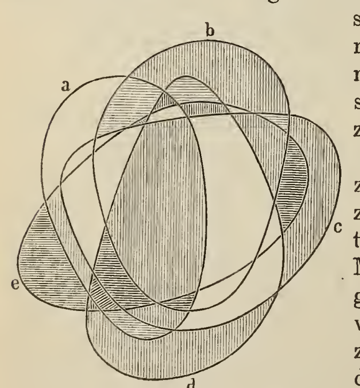
Die Antwort auf die zweite Frage, welche nach S. 27 dahin gegeben ist, dass „zwischen den Merkmalen b, c, d keine unabhängige Beziehung bestehe" ist mir nicht ganz klar. Es giebt zwei Partikularitäten, in welchen die beiden anderen Merkmale a und e fehlen, nämlich $|cd|$ und

$|bcd|$. Hieraus folgt, dass wenn a und e fehlen, die beiden Merkmale c und d zugleich erscheinen. Wenn nur das eine Merkmal a fehlt, giebt es die Partikularitäten $|be|$, $|bcd|$, $|bcde|$, $|cd|$, $|cde|$; in Abwesenheit von a erscheint also entweder b ohne c und d, oder es erscheinen c und d zusammen.

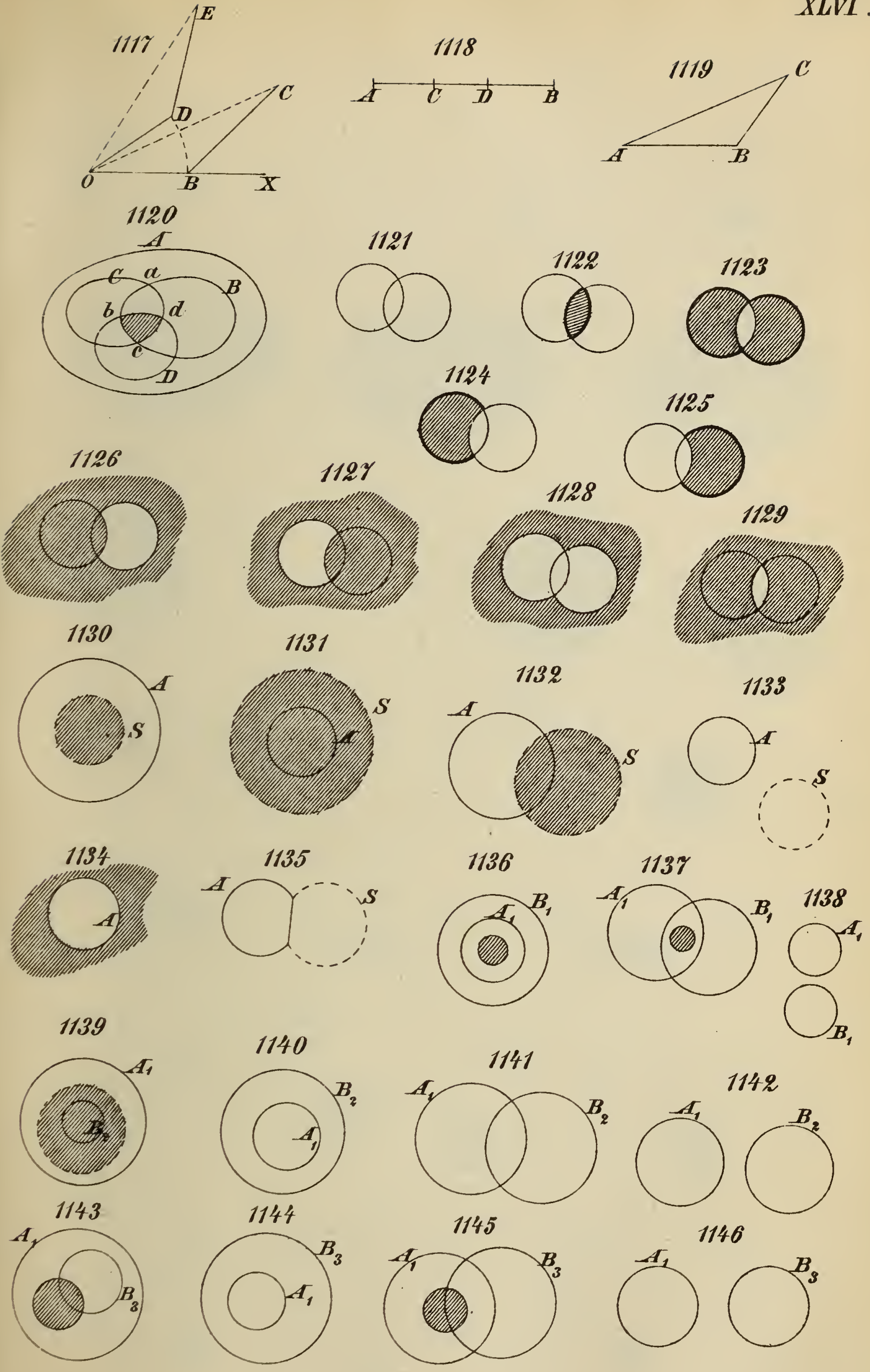
Hinsichtlich der dritten Frage; so giebt es für das Vorhandensein des Merkmals b die Partikularitäten $|abc|$, $|abce|$, $|abde|$, $|be|$, $|bcd|$, $|bcde|$. Hieraus folgt die Antwort auf S. 28 „Bei Anwesenheit des Merkmals b muss auch c und d vorliegen, oder aber c und d müssen mit a zugleich fehlen". Wenn a, c, d gleichzeitig fehlen; so giebt es nur die eine Partikularität $|be|$: „es findet sich also dann b vor".

Auf die vierte Frage lässt sich, weil die Partikularitäten, welche a enthalten, $|a|$, $|ac|$, $|abc|$, $|ace|$, $|abce|$, $|abde|$ sind, allerdings nach S. 28 antworten „dass aus der Anwesenheit von a auf die Abwesenheit irgend eines der beiden Merkmale c, d geschlossen werden kann". Da ferner die Partikularitäten, welche nur eins der beiden Merkmale c, d enthalten, $|ac|$, $|abc|$, $|ace|$, $|abce|$, $|abde|$ sind; so kann man auch wie auf S. 23 behaupten „dass aus dem Auftreten von einem der beiden Merkmale, ohne das andere, auf die Anwesenheit von a geschlossen werden kann".

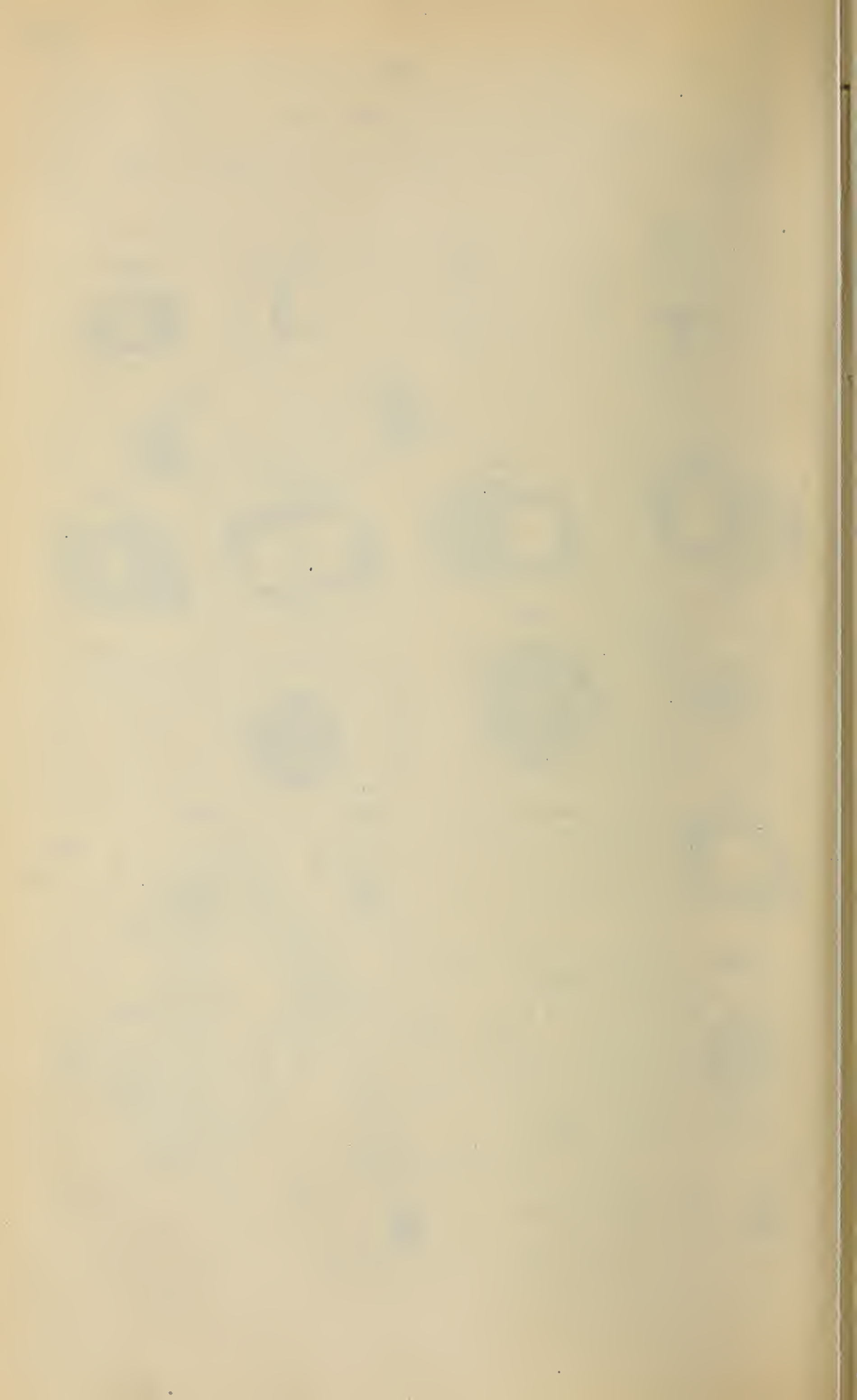
Ausser den obigen vier lassen sich aber aus den nicht annullirten Partikularitäten noch eine grosse Zahl anderer Fragen ohne Weiteres beantworten. So geht daraus hervor, dass die drei Merkmale a, c, d niemals zusammen erscheinen können, ferner, dass wenn überhaupt vier Merkmale zusammen erscheinen, darunter immer b und e sind, ferner, dass nicht alle fünf Merkmale zugleich auftreten können, ferner, dass wenn nur ein einziges Merkmal erscheint, diess nur das a sein kann, ferner, dass wenn neben dem e nur noch ein Merkmal erscheint, diess das b ist, ferner, dass wenn man das Merkmal e ignorirt, nur folgende Kombinationserscheinungen aus den vier Merkmalen a, b, c, d möglich sind: einzeln kann nur a oder b, zu zweien nur c mit a oder mit d, zu dreien nur b mit ac oder mit cd oder mit ad erscheinen, alle vier Merkmale können nicht zusammen erscheinen.

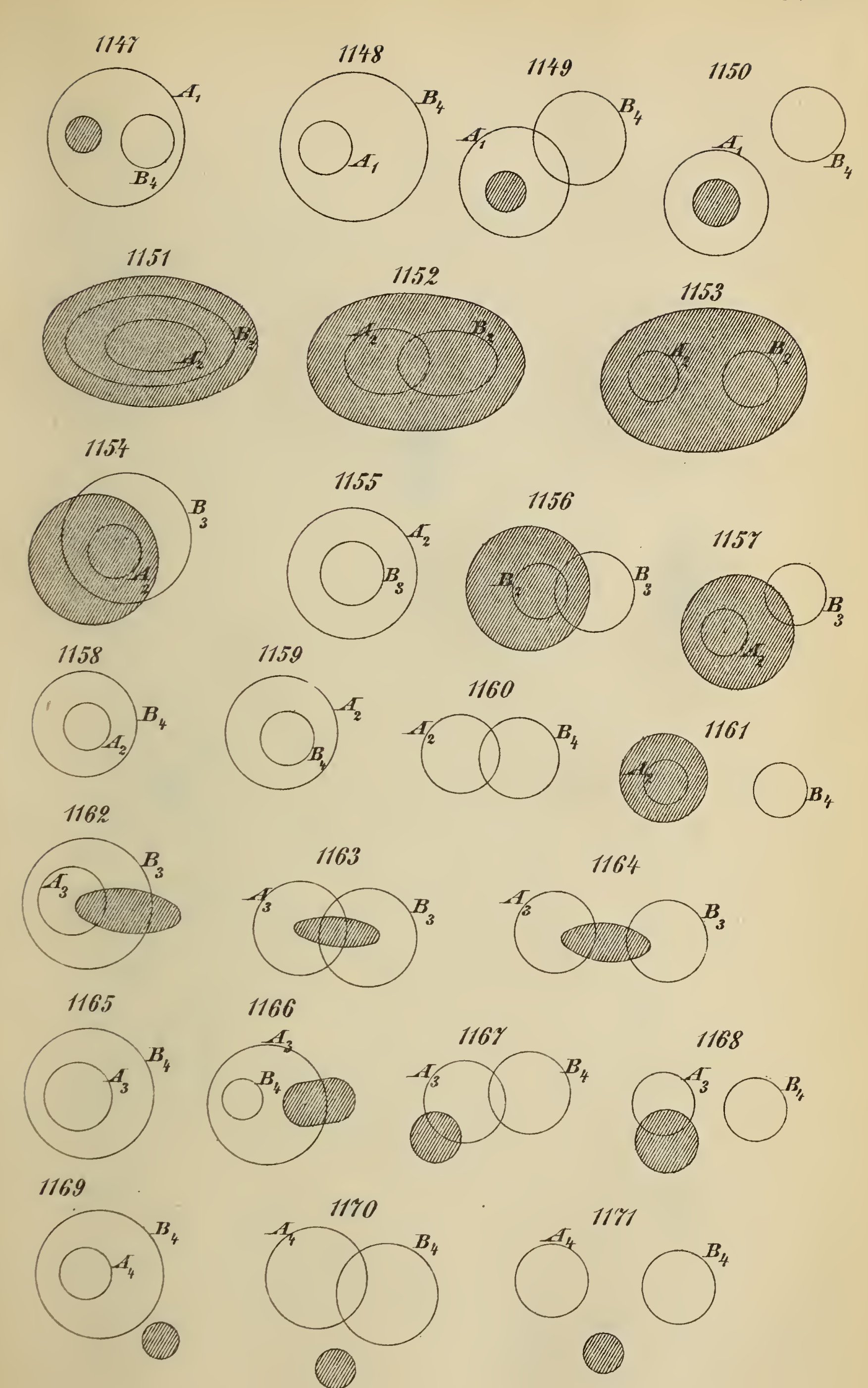


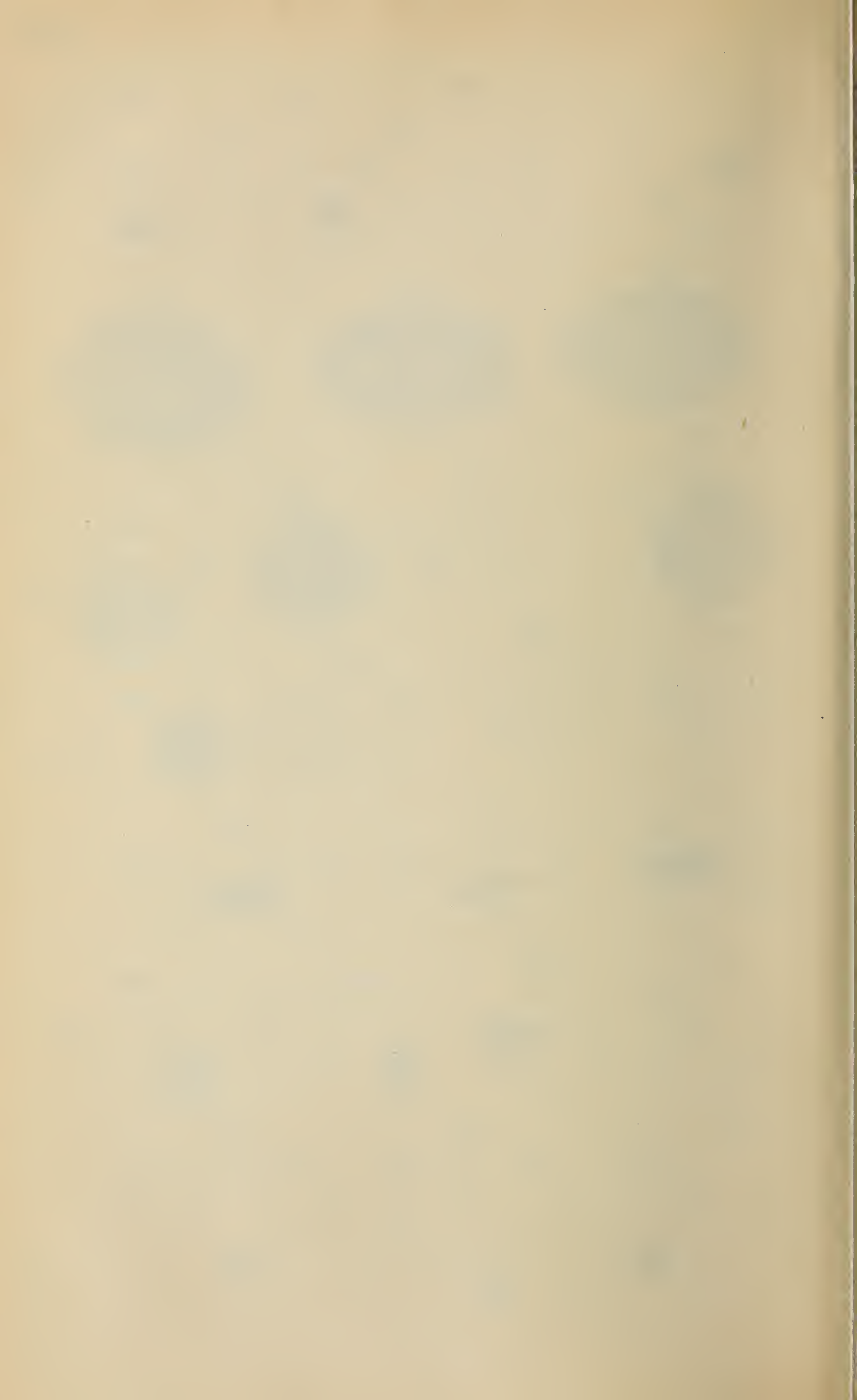
Schliesslich veranschaulichen wir die Beziehung der fünf Merkmale a, b, c, d, e zueinander durch die seitstehende geometrische Figur 1261. In derselben ist jedes Merkmal durch ein geschlossenes Oval dargestellt, aus welchem die schraffirten Theile, welche die annullirten Partikularitäten anzeigen, wie inhaltlose Lücken hinweg zu denken sind.

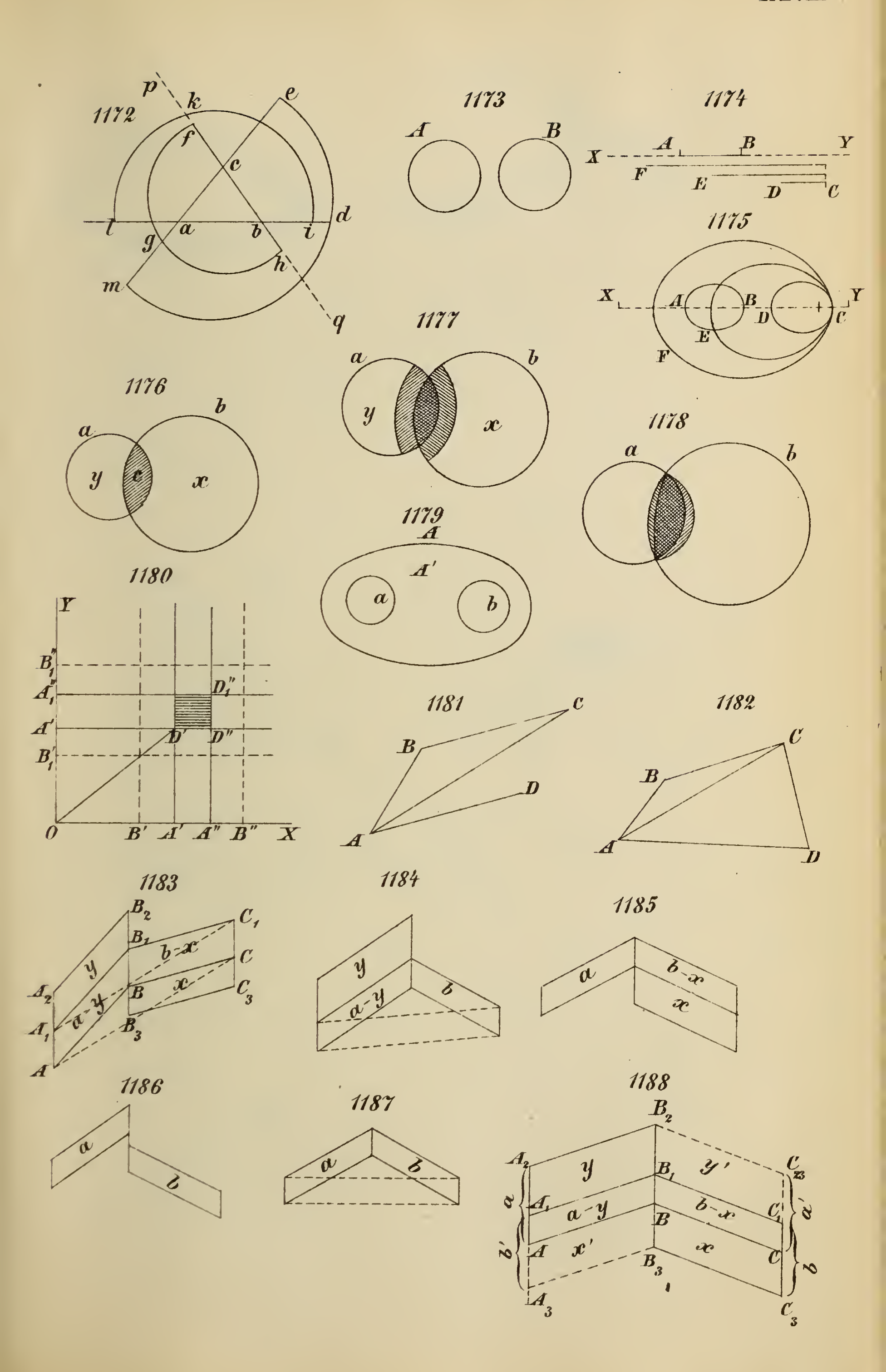


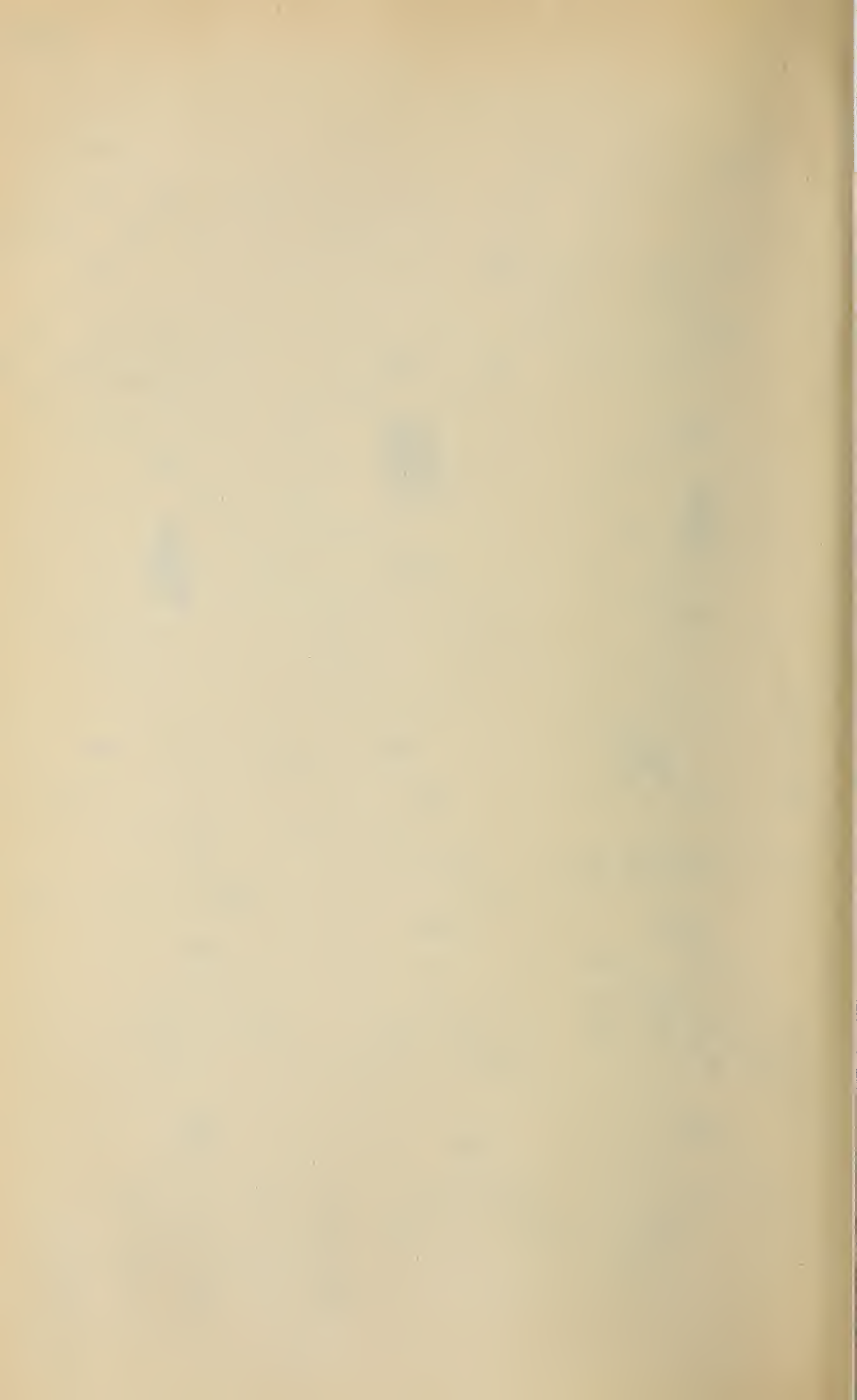
1117
E
C
D
O
B
X
1118
A
C
D
B
1119
C
A
B
1120
A
C
a
B
b
d
c
D
1121
1122
1123
1124
1125
1126
1127
1128
1129
1130
A
S
1131
S
A
1132
A
S
1133
A
S
1134
A
1135
A
S
1136
B₁
A₁
1137
A₁
B₁
1138
A₁
B₁
1139
A₁
B₂
1140
B₂
A₁
1141
A₁
B₂
1142
A₁
B₂
1143
A₁
B₃
1144
B₃
A₁
1145
A₁
B₃
1146
A₁
B₃

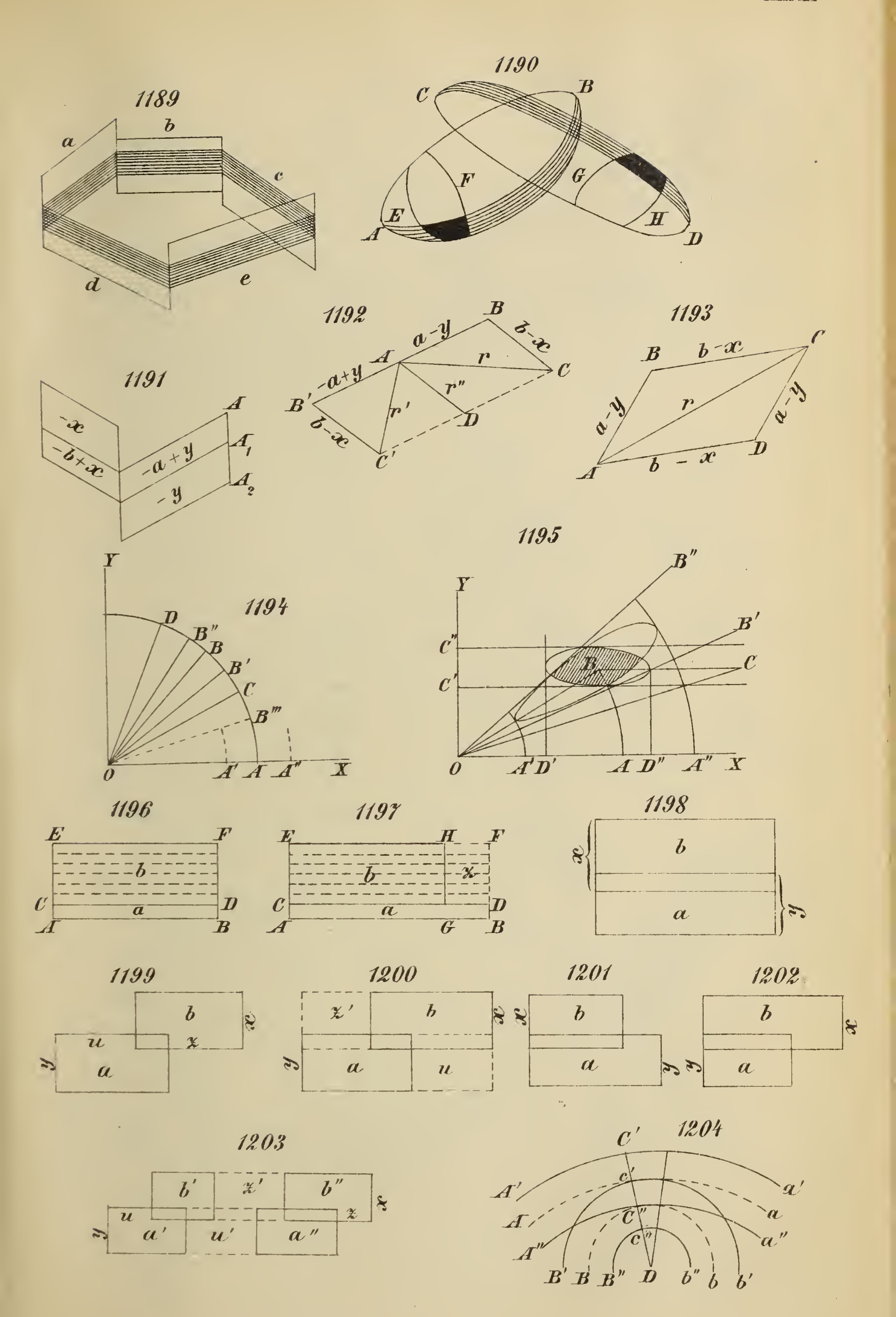


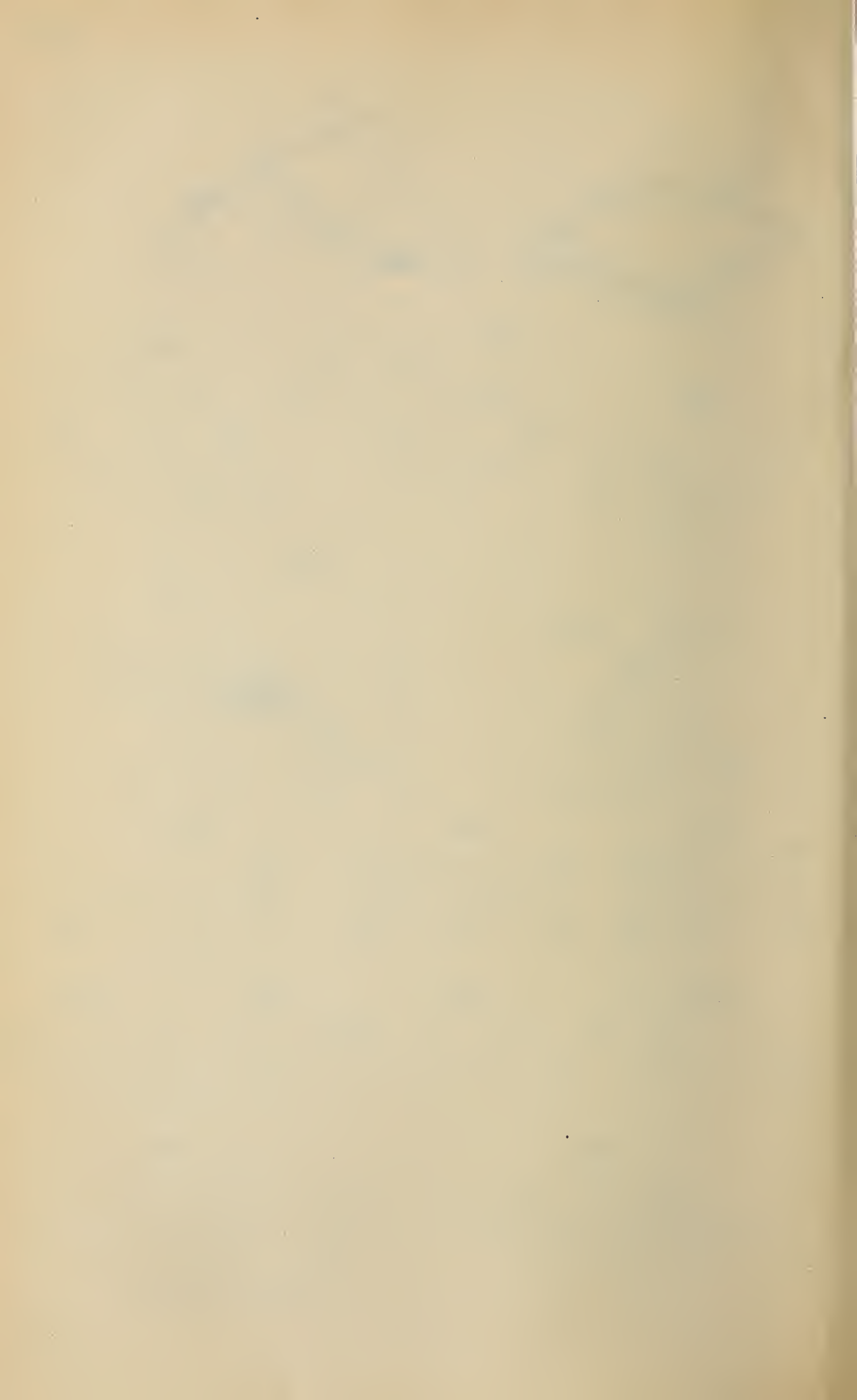

1147
A_1
B_4
1148
B_4
A_1
1149
B_4
A_1
1150
A_1
B_4
1151
B_2
A_2
1152
A_2
B_2
1153
A_2
B_2
1154
B_3
A_2
1155
A_2
B_3
1156
B_2
B_3
1157
B_3
A_2
1158
B_4
A_2
1159
A_2
B_4
1160
A_2
B_4
1161
A_2
B_4
1162
B_3
A_3
1163
A_3
B_3
1164
A_3
B_3
1165
B_4
A_3
1166
A_3
B_4
1167
A_3
B_4
1168
A_3
B_4
1169
B_4
A_4
1170
A_4
B_4
1171
A_4
B_4

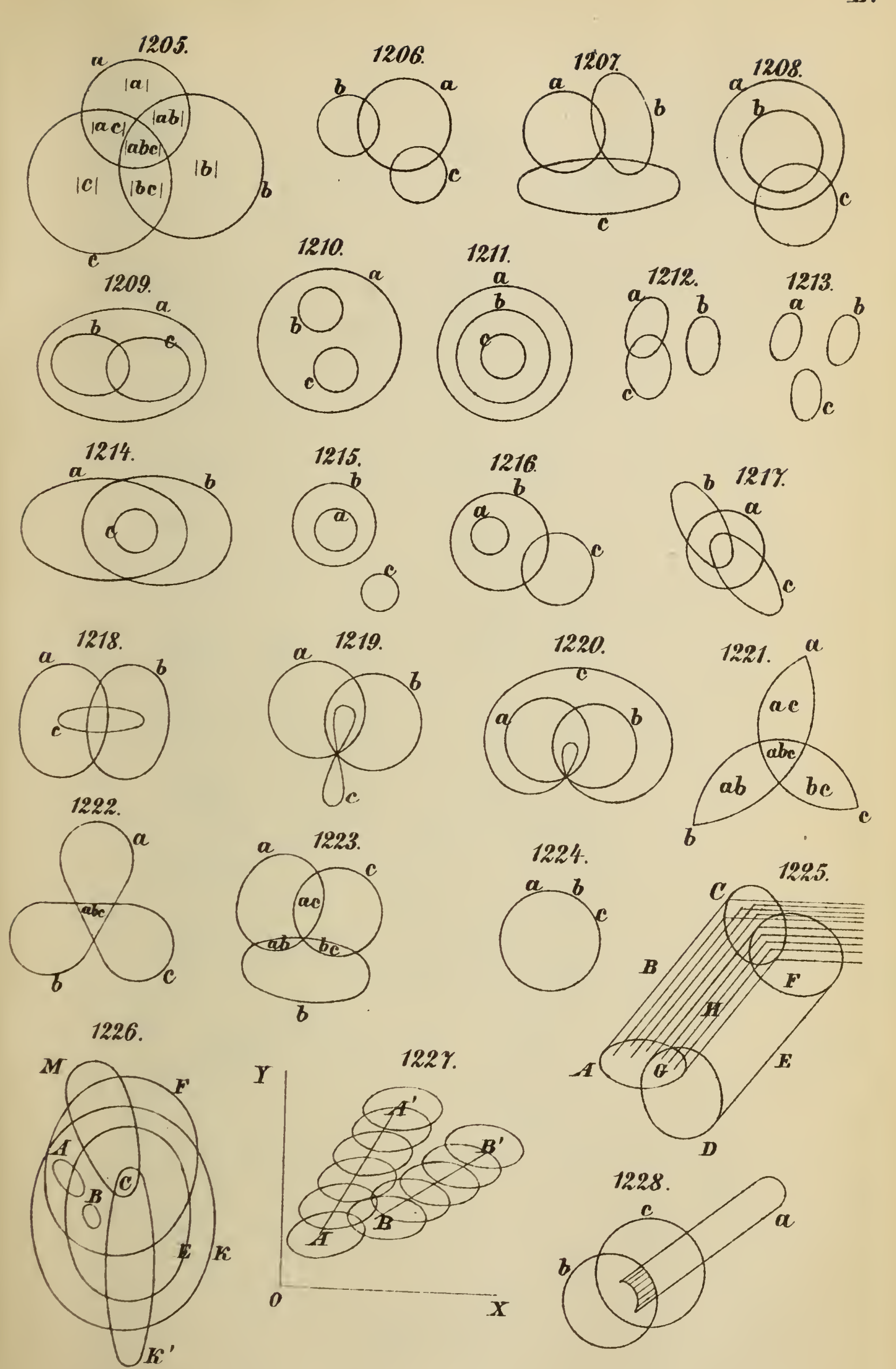


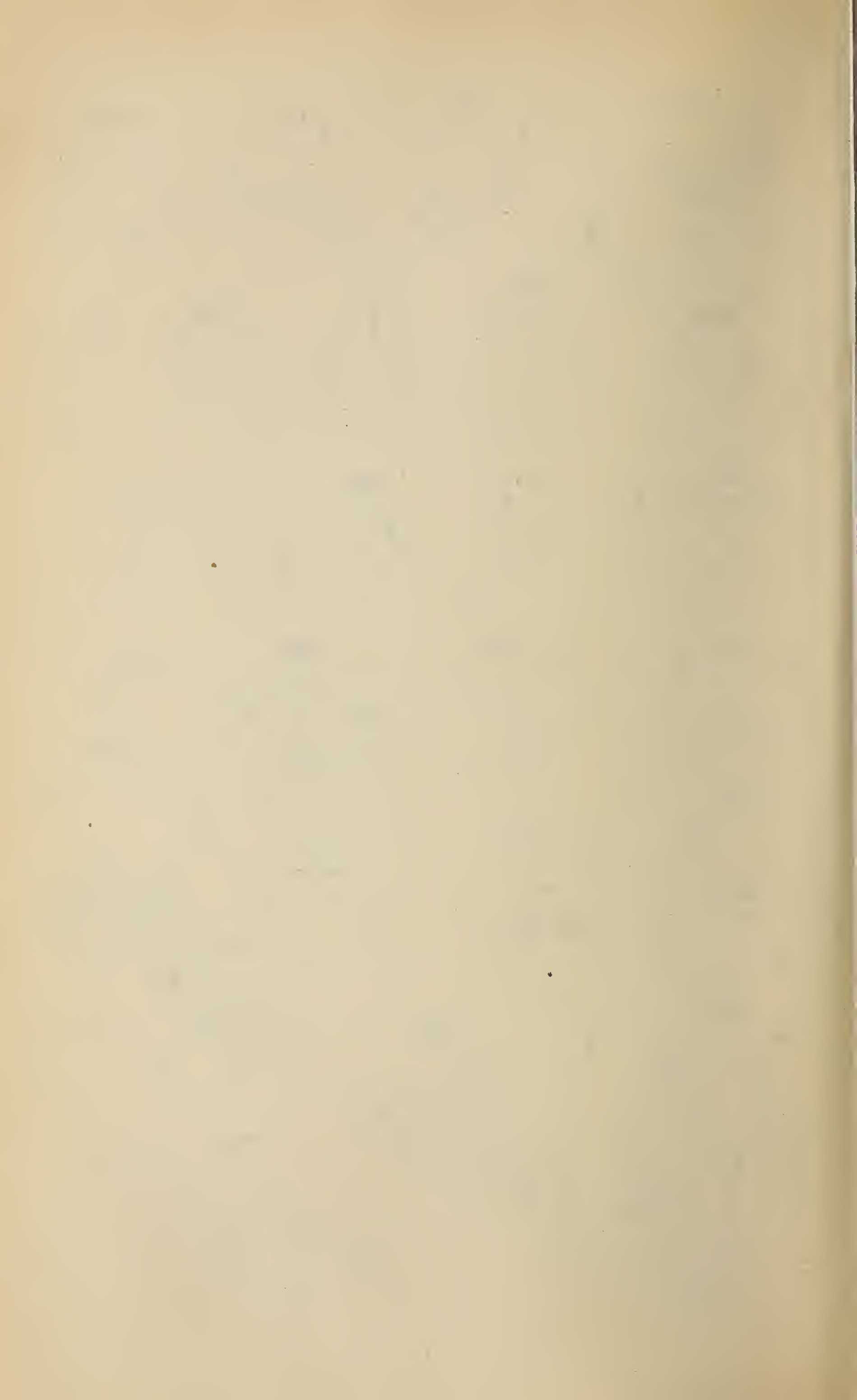

1172
p
k
e
f
c
l
a
b
i
d
g
h
m
q
1173
A
B
1174
X
A
B
Y
F
E
D
C
1175
X
A
B
D
C
Y
E
F
1176
a
b
y
c
x
1177
a
b
y
x
1178
a
b
1179
A
A'
a
b
1180
Y
B_1''
A_1''
D_1''
A'
D'
D''
B_1'
0
B'
A'
A''
B''
X
1181
B
C
D
A
1182
C
B
A
D
1183
B_2
C_1
B_1
b-x
C
y
A_2
B
x
C_3
A_1
a-y
B_3
A
1184
y
a-y
b
1185
a
b-x
x
1186
a
b
1187
a
b
1188
B_2
A_2
y
B_1
y'
C_{23}
a
A_1
a-y
b-x
C_1
a'
B
b'
A
x'
x
C
B_3
b
A_3
C_3

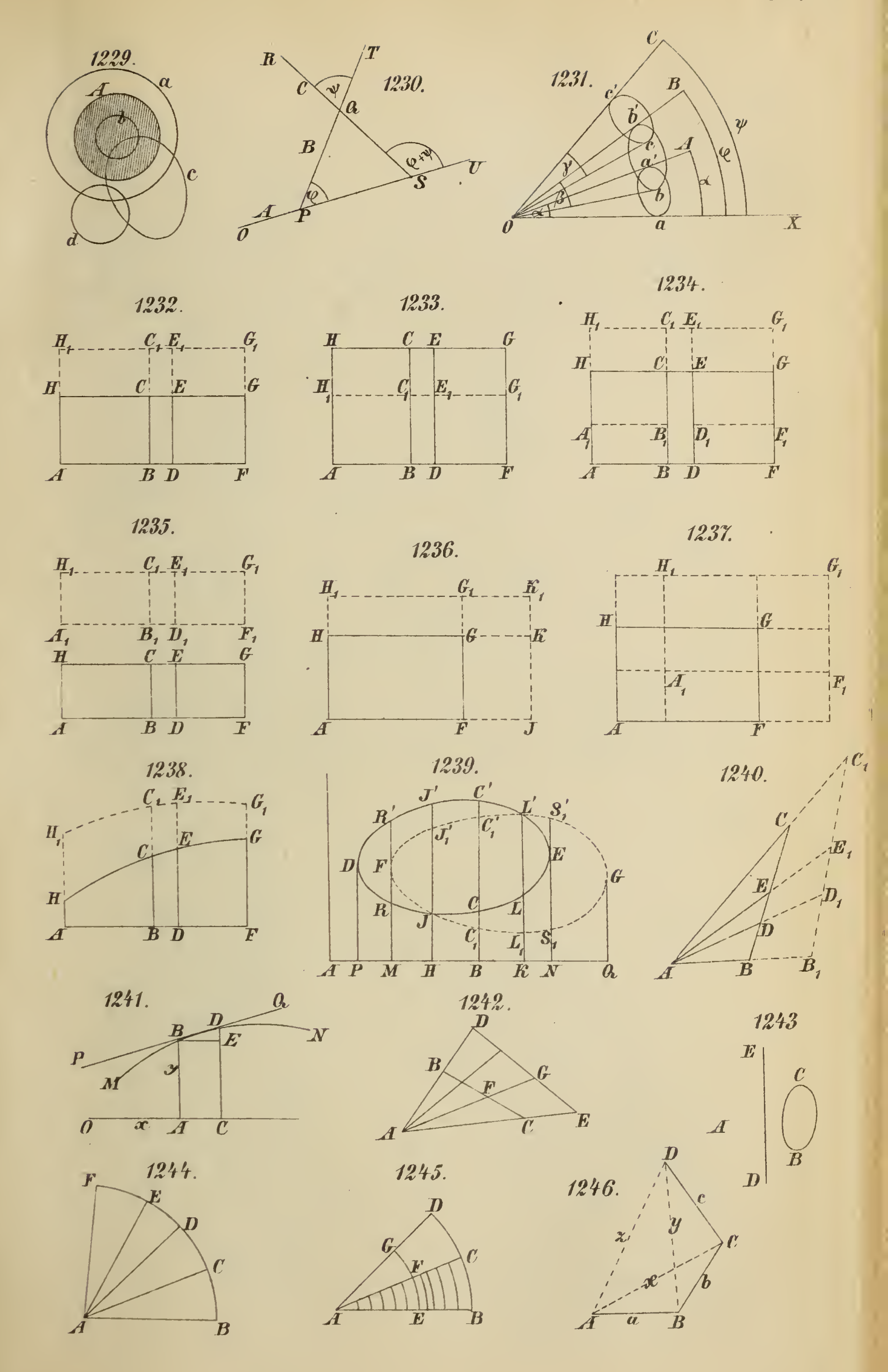


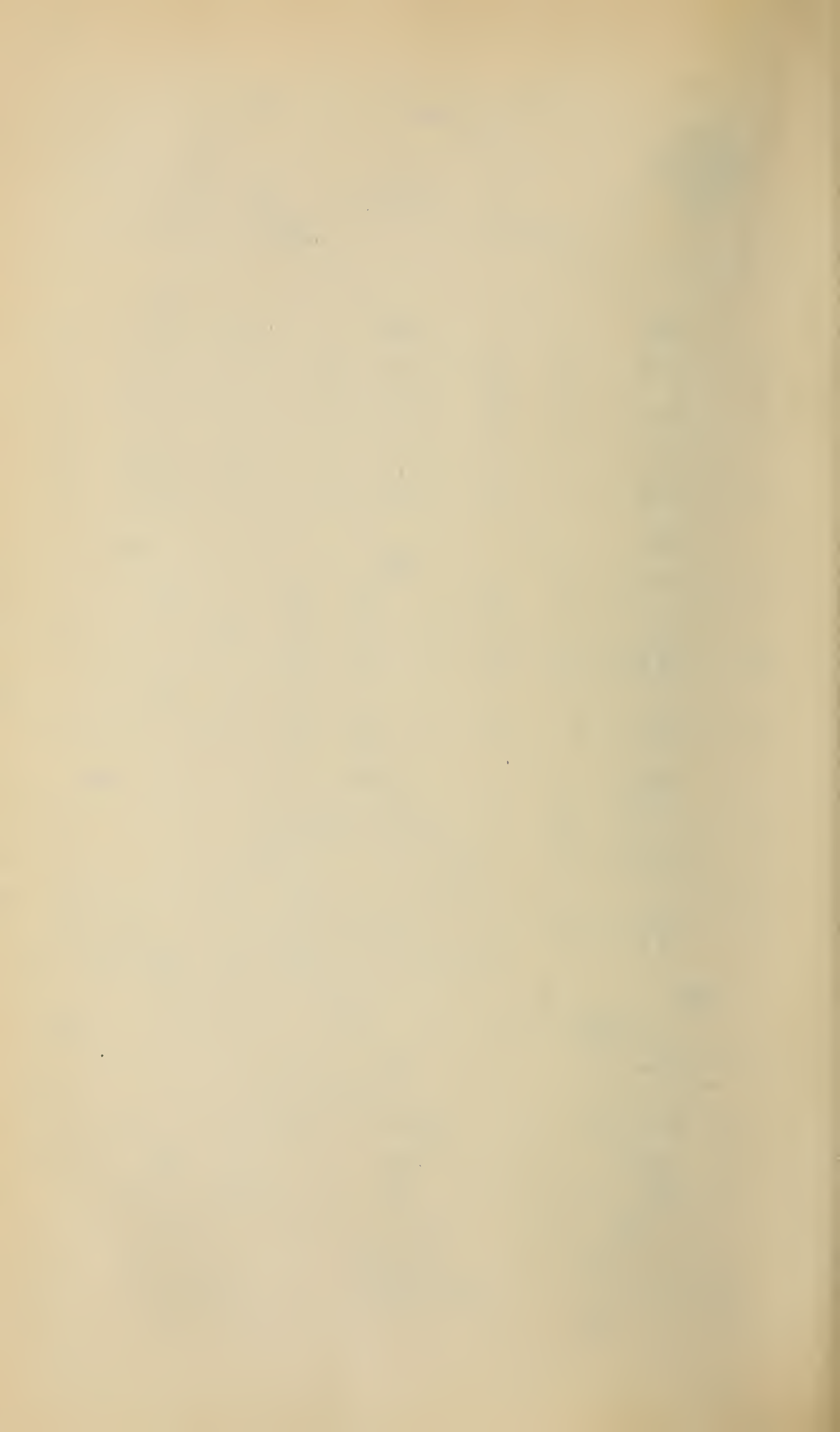

1189
a
b
c
d
e
1190
C
B
F
G
E
A
H
D
1191
-x
-b+x
-a+y
-y
A
A_1
A_2
1192
B
a-y
b-x
A
r
C
B'
-a+y
r''
r'
D
b-x
C'
1193
B
b-x
C
a-y
r
a-y
D
A
b - x
1194
Y
D
B''
B
B'
C
B'''
0
A'
A
A''
X
1195
B''
Y
B'
C''
C
B
C'
0
A'
D'
A
D''
A''
X
1196
E
F
b
C
D
a
A
B
1197
E
H
F
b
z
C
a
D
A
G
B
1198
x
b
a
y
1199
b
x
u
z
y
a
1200
z'
b
x
y
a
u
1201
x
b
a
y
1202
b
x
y
a
1203
b'
z'
b''
x
u
z
y
a'
u'
a''
1204
C'
A'
a'
c'
A
a
C''
A''
a''
c''
B'
B
B''
D
b''
b
b'

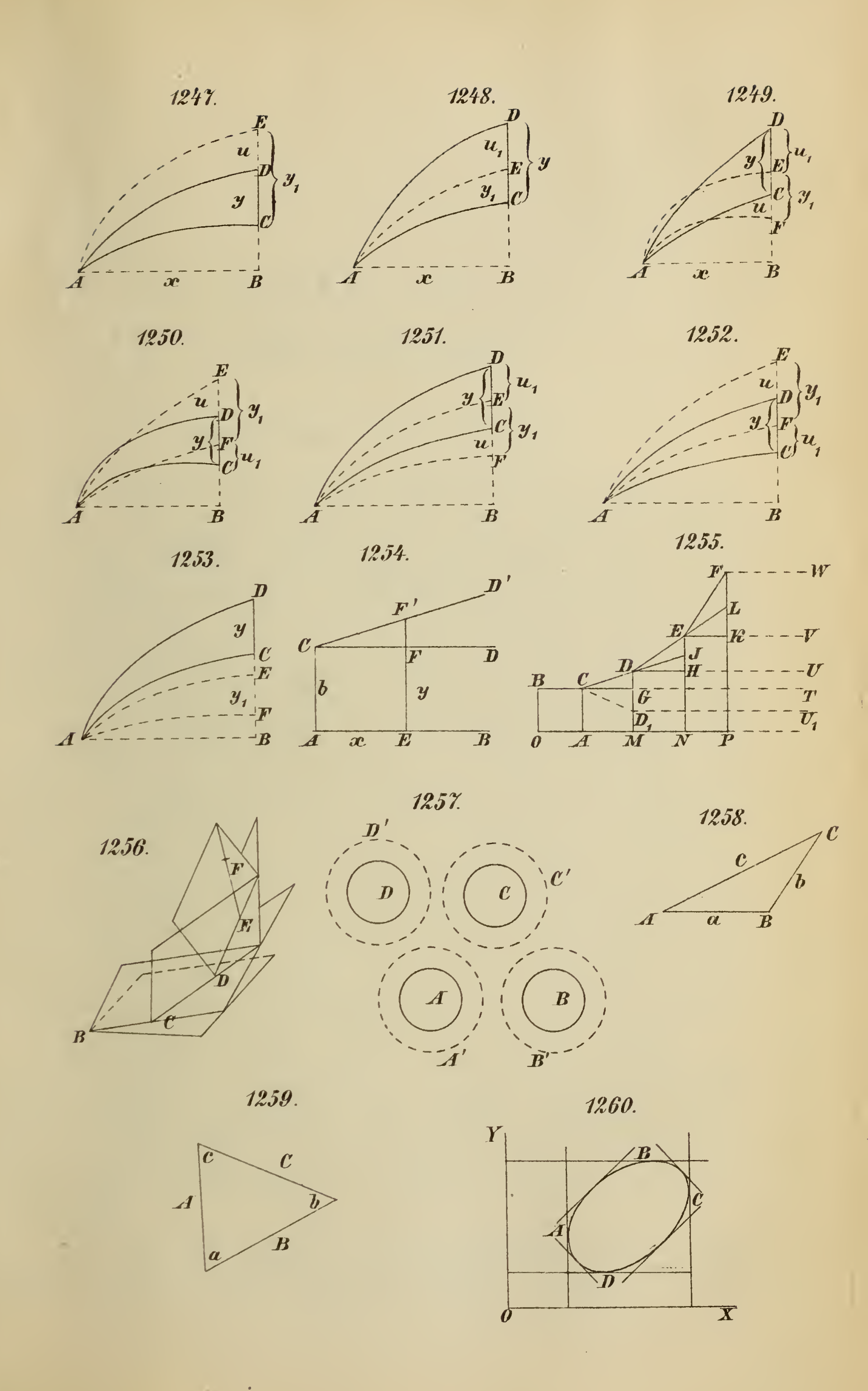


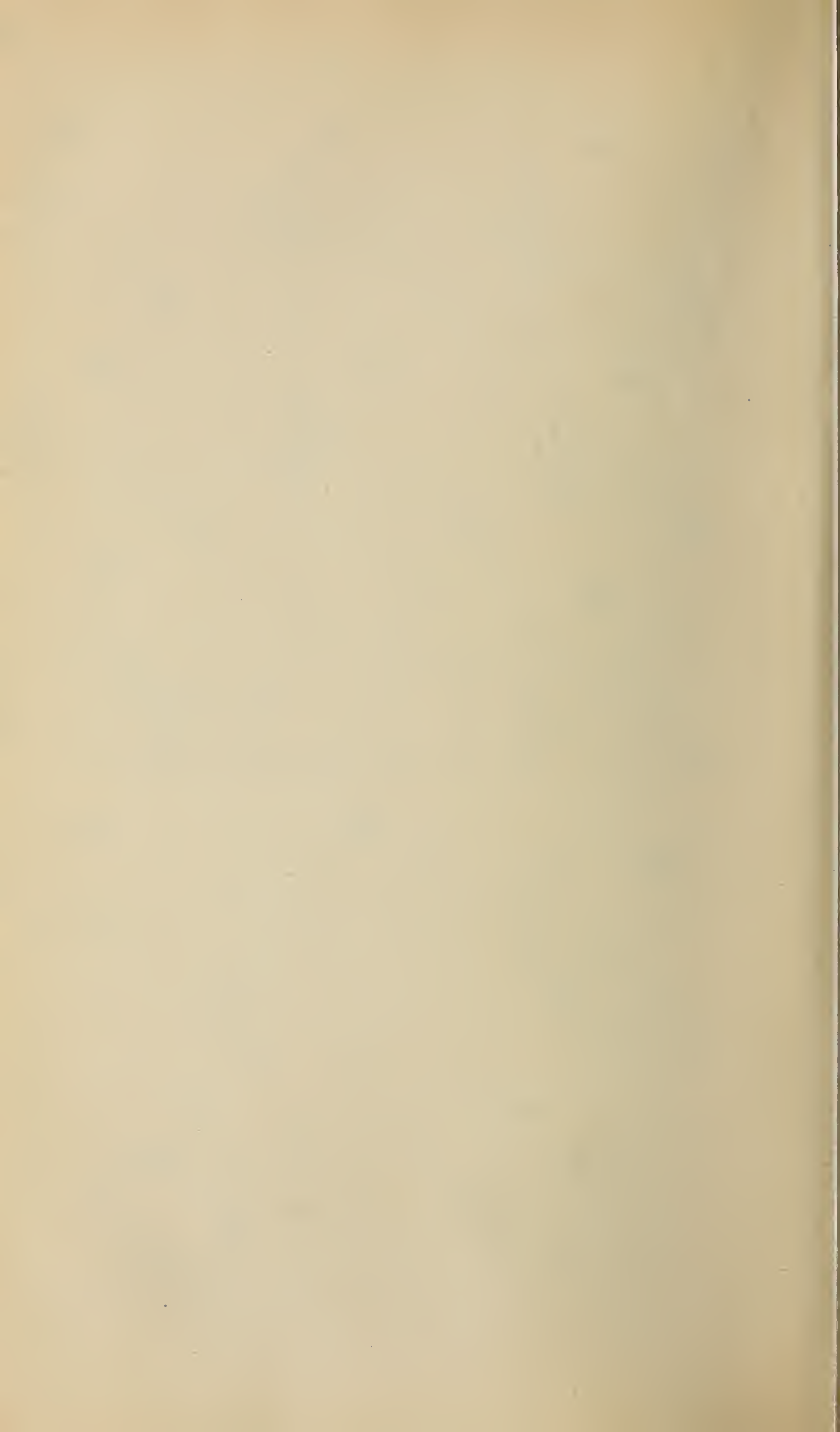

1205.
a
|a|
|ab|
|ac|
|abc|
|b|
|c|
|bc|
b
c
1206.
b
a
c
1207.
a
b
c
1208.
a
b
c
1209.
a
b
c
1210.
a
b
c
1211.
a
b
c
1212.
a
b
c
1213.
a
b
c
1214.
a
b
c
1215.
b
a
c
1216.
b
a
c
1217.
b
a
c
1218.
a
b
c
1219.
a
b
c
1220.
c
a
b
1221.
a
ac
abc
ab
bc
b
c
1222.
a
abc
b
c
1223.
a
c
ac
ab
bc
b
1224.
a
b
c
1225.
C
B
F
H
A
G
E
D
1226.
M
F
A
C
B
E
K
K'
1227.
Y
A'
B'
B
A
O
X
1228.
c
a
b




1229.
1230.
1231.
1232.
1233.
1234.
1235.
1236.
1237.
1238.
1239.
1240.
1241.
1242.
1243
1244.
1245.
1246.




1247.
1248.
1249.
1250.
1251.
1252.
1253.
1254.
1255.
1256.
1257.
1258.
1259.
1260.



Abschnitt XVII.

Das Gedächtniss.

§. 540.

Charakteristik des Gedächtnisses.

Der Verstand erkennt, aber er schafft nicht, er begreift das Dargestellte, stellt aber das zu Begreifende nicht selbst dar. Damit der Verstand seine Funktion, welche in der Erkenntniss eines Objektes besteht, ausüben kann, muss die Vorstellung von diesem Objekte in ihm vorhanden, sie muss bereits erzeugt sein. Das Erzeugen von Vorstellungen ist jedoch kein Geschäft des Verstandes, sondern eines anderen, selbstständigen Vermögens, welches wir vorläufig die Vorstellungskraft nennen wollen. Durch diese Kraft stellen wir uns ein Objekt vor oder vergegenwärtigen wir uns ein Objekt, d. h. versetzen wir uns in einen Zustand, welcher die subjektive Grundlage Dessen ist, was unser Verstand als ein Objekt erkennt. Die Funktion der Vorstellungskraft besteht also darin, unser Verstandesorgan in bestimmte Zustände zu versetzen oder begreifbare Objekte zu erzeugen, herzustellen, darzustellen, vor dem Verstande aufzurichten. Das Verstandesorgan setzt sich nicht selbst in Thätigkeit, es verändert sich nicht selbst; Thätigkeit und Veränderung ist keine eigentliche Verstandesfunktion; jede Begriffsänderung hat einen ausserhalb des Verstandes liegenden Grund und bedarf eines ausser ihm liegenden Werkzeuges, welches die sukzessiv aufeinander folgenden Zustände organisch miteinander verbindet oder als Folgezustände eines systematischen Ganzen, welches einen Gedanken ausmacht, aneinanderreiht. Dieses Werkzeug der Gedankenbildung ist die Vorstellungskraft: sie ist es, welche dem Verstande eine zusammenhängende und geordnete Thätigkeit verleiht.

Das Bewusstsein von dem Zustande, welchen unser Verstandesorgan beharrlich einnimmt, ist Begriff und zwar Begriff eines Seins oder eines seienden Objektes. Der Verstand denkt vermöge beharrlicher Zustände seiner selbst stets das Sein; die Vorstellungskraft aber ruft diese Zustände hervor, verändert sie, verknüpft sie, reihet sie aneinander, ist überhaupt die Bedingung für das Werden der Begriffe oder für die Ausführung der Denkakte.

Wenn das Verstandesorgan in einen bestimmten Zustand versetzt ist, giebt uns der Verstand von diesem Zustande Zeugniss durch den Begriff; in diesem Begriffe begreifen, verstehen, erkennen wir jenen

Zustand und nennen ihn mit gutem Grunde ein äusseres Objekt, da der Zustand des Verstandesorganes in der That nicht durch alleinige Verstandeskraft, sondern durch ein ausser ihm liegendes Vermögen, die Vorstellungskraft herbeigeführt ist und auch nur durch eine äussere Kraft beharrlich aufrecht erhalten wird.

Ein Begriff sagt uns vermöge einer verstandesmässigen Definition beispielsweise, was Tapferkeit sei; in diesem Begriffe erkennen oder verstehen wir die Tapferkeit: allein keine Verstandesoperation kann uns sagen, wie wir die in jener Definition vorkommenden Vorstellungen bilden und verbinden, wie wir also zu dem Begriffe der Tapferkeit gelangen, wie wir denselben verlassen, um zu einem anderen Begriffe überzugehen, woher wir neue Begriffe nehmen sollen. Wir urtheilen, wir schliessen und erkennen die Richtigkeit oder Unrichtigkeit eines Urtheils, eines Schlusses an: aber unser Verstand weiss uns nicht das Mittel zu bezeichnen, welches wir anzuwenden haben, um den in dem Urtheile und dem Schlusse liegenden Denkprozess zu vollziehen. Die Ausführung des Denkprozesses ist keine Verstandesoperation; sie ist das Werk der vom Verstande unabhängigen Vorstellungskraft, und eben darum ist diese Operation nicht begreifbar, nicht intelligibel, nicht definirbar.

Die Unabhängigkeit der Vorstellungskraft vom Verstande legt die Frage nahe, ob denn die Zusammenwirkung Beider nicht den Verstand aus seinen logischen Bahnen verdrängen und zu Absurditäten führen müsse. Eine genauere Erwägung lässt diese Vermuthung als ungerechtfertigt erscheinen: zwei voneinander unabhängige Motoren können wohl ihre Wirkungen kombiniren, allein in ihrer Unabhängigkeit liegt eben der Schutz für die Selbstständigkeit ihrer Prinzipien und für die gegenseitige Unanfechtbarkeit.

Der Verstand hört darum nicht auf logisch zu definiren, logisch zu urtheilen, logisch zu schliessen, dass ihm ein anderes Vermögen Impulse ertheilt und Material zu seinen Erkenntnissen darbietet, und umgekehrt, verliert die Vorstellungskraft nicht darum ihre darstellende Kraft, dass der Verstand ihre Erzeugnisse einer Kritik unterwirft. Beide Vermögen arbeiten selbstständig und ungehindert miteinander: die Vorstellungskraft erzeugt und verändert die Zustände unserer selbst, welche der Verstand prüft, kontrolirt und je nach dem Befunde entweder für richtig erklärt und mit Überzeugung beibehält, oder als falsch erkennt und darum verwirft. Allerdings, mag die Vorstellungskraft dem Verstande oftmals falsche Bilder vorführen und hierdurch den noch schwachen Verstand zum Irrthume verleiten: allein, die Gefahren des unreifen Verstandes sind Bildungsmittel zur Reife, nicht absolute Hindernisse des logischen Denkens. Andererseits, mag der Verstand an die Vorstellungskraft häufig unerfüllbare Forderungen stellen, da er selbst die Fähigkeit nicht besitzt, den zu einem erstrebten Ziele führenden Veränderungsprozess zu bezeichnen: allein, die individuelle Schwäche und Ungelenkigkeit der Vorstellungskraft, welche dem drängenden Verstande den Weg zum Ziele versperrt, ist keine absolute Schranke, sondern durch Übung besiegbar.

Wenn man die Überzeugung gewinnt, dass der Begriff auf einem beharrlichen Zustande des Verstandesorgans oder auf einer Art von Spannungs- oder Gleichgewichtszustande beruht und dass ein solcher

subjektiver Zustand dem objektiven Sein entspricht, dass also das Begreifen, Verstehen, Erkennen darin besteht, dass wir uns des Vorhandenseins beharrlicher Spannungszustände bewusst werden; so lässt sich nicht mehr die Annahme abweisen, dass ein vom Verstande unabhängiges Vermögen vorhanden sein müsse, welches, indem es die Übergänge von dem einen zu einem anderen jener Spannungszustände vermittelt, zwischen denselben aber durch diesen Veränderungsprozess einen Zusammenhang von der Art stiftet, dass die isolirten Spannungszustände Glieder einer Kette oder Bestandtheile eines einheitlichen Ganzen werden. Diese Aufgabe hat die Vorstellungskraft zu erfüllen: erst durch sie werden die sonst völlig zerrissen dastehenden Begriffe ein zusammenhängendes logisches Ganzes.

Die mechanische Kraft, welche einen elastischen materiellen Körper in eine bestimmte Form zwingt, erhält ihn auch darin, und die Kraft, welche ihn in einer solchen Form erhält, vermag ihn auch in diese Form zu treiben. Ebenso klar ist, dass die geistige Kraft, welche Vorstellungen im Geiste erzeugt, dieselben auch darin fest hält, und dass die Kraft, welche Vorstellungen fest hält, dieselben auch zu erzeugen vermag. Ferner leuchtet ein, dass ein Vermögen, welches prinzipiell die Zustände eines Körpers ändert, sowohl neue wie alte Zustände herstellt, oder dass zur Herstellung von Zuständen, welche schon einmal dagewesen sind, kein anderes Vermögen gehört, als zur Herstellung von Zuständen, welche nicht schon dagewesen sind, indem die Veränderung in dem einen oder anderen Sinne sich nur durch die Besonderheit, nicht durch das Grundwesen des Prozesses unterscheidet. Hiernach wird das geistige Vermögen, welches unsere Vorstellungen ändert, so gut neue wie alte Vorstellungen erzeugen. Mag man nun das Gedächtniss als ein Vermögen ansehen, Vorstellungen im Geiste zu bewahren, oder als ein Vermögen, frühere Vorstellungen zu reproduziren, immer müssen wir nach dem Vorstehenden behaupten, dass dasjenige Vermögen, welches nach dem allgemeinen Sprachgebrauche Gedächtniss heisst, mit der Vorstellungskraft identisch ist, d. h. dass das Gedächtniss durchaus nicht bloss ein Speicher für erzeugte Vorstellungen, sondern das allgemeine Vermögen zur Erzeugung oder zur Aufrichtung von Vorstellungen ist.

Mit dieser Auffassung treten wir herrschenden Ansichten in zweifacher Beziehung entgegen: einmal in der Hinsicht, dass wir die Funktion des Gedächtnisses erheblich erweitern, indem wir dasselbe für das allgemeine Vorstellungsvermögen erklären, sodann aber in der Hinsicht, dass wir das Gedächtniss nicht zu einem todten Behälter für die Erzeugnisse des Verstandes, sondern zu einem selbstthätigen Vermögen machen, welches nicht fremde Schätze aufbewahrt, sondern eigene Schätze, die Vorstellungen, produzirt.

Ausserdem müssen wir die Abweichung unserer Ansichten noch in einigen anderen Punkten betonen. Zu dem Ende wiederholen wir zunächst aus dem Vorstehenden, dass die Aufgabe des Gedächtnisses nicht die Erkenntniss eines Seins, sondern die Veränderung des Seins, die Erzeugung des Seins, das Werden ist, dass also der wahre Vorstellungs- oder Gedächtnissprozess nicht in dem als Endresultat auftretenden

beharrlichen Zustande (welcher einen Verstandesbegriff darstellt), sondern in dem zu diesem Zustande führenden Prozesse besteht. Die Vollführung dieser Veränderung ist der eigentliche Vorstellungsprozess oder das Vorstellen. Die Vorstellung bildet das Ergebniss oder Endresultat dieses Vorganges und liefert, wenn sie als ein erlangter Zustand unserer selbst erkannt wird oder zum Bewusstsein gelangt, den Begriff. Indem wir das Grundprinzip des Vorstellungsvermögens in der Veränderung von Zuständen erblicken, sind wir zu der Annahme genöthigt, dass das Beharren eines Zustandes nicht ausschliesslich das Werk jenes Vermögens sei, dass vielmehr zur dauernden Aufrechterhaltung eines bestimmten Zustandes die Konkurrenz einer anderen Kraft, nämlich der Willenskraft, erfordert werde. Um dauernd dieselbe Vorstellung in mir festzuhalten, bedarf ich des Willens; ohne die zwingende Willenskraft vermag ich nicht dauernd an denselben Gegenstand zu denken; derselbe sucht unausgesetzt meinem Gedächtnisse zu entschlüpfen; ich muss sein Verbleiben energisch wollen, um ihn gegenwärtig zu erhalten. Diese Konkurrenz des Willens bei der Gedankenbildung lassen wir für jetzt auf sich beruhen, fügen aber zur Charakteristik des Wesens des Gedächtnisses die Bemerkung hinzu, dass das Gedächtniss nicht bloss die Fähigkeit zur Erzeugung von Vorstellungen ist, sondern dass dasselbe zugleich eine Tendenz dazu enthält, dass also in unserem Geiste ein Bestreben, unsere Vorstellungen zu ändern, unausgesetzt thätig ist und dass die Mitwirkung anderer Seelenkräfte, wie z. B. der Verstand und der Wille, die Richtung, sowie die Art und Weise bedingen, in welcher diese Veränderung vor sich geht. Hiernach ist klar, dass ein Stillstand der Gedankenbildung, ein Beharren bei derselben Vorstellung nur unter einem bestimmten Willenszwange möglich ist. Wenn dieser Zwang fehlt, tritt ein fortwährender Wechsel der Vorstellungen ein, welcher natürlich durch die Mitwirkung der Verstandes-, Willens-, und anderer Kräfte sehr verschiedene Bahnen einschlagen kann. Im Traume manifestirt sich die Rastlosigkeit des Gedächtnisses in hohem Grade, weil hier Wille und Verstand entweder gar nicht oder mit schwachen Kräften thätig sind.

Wechsel des Zustandes oder Veränderung oder Thätigkeit ist das Wesen des Gedächtnisses. Die Veränderung ist ein fortwährendes Verlassen des eben eingenommenen Zustandes, ein rastloser Übertritt in einen anderen Zustand. Der durch Veränderung erlangte spätere Zustand ist stets insofern ein neuer, als er ein anderer ist; derselbe braucht aber darum kein noch nicht dagewesener oder von jedem früheren Zustande verschiedener oder bis dahin unbekannter zu sein; er kann vielmehr unter Umständen mit einem früheren Zustande übereinstimmen.

Wenn wir die Hand zu irgend einer speziellen Verrichtung, z. B. zum Schreiben oder zum Klavierspielen gebrauchen, erlangen wir eine Fertigkeit oder Geschicklichkeit hierzu, welche zuletzt einen Grad erreicht, bei dem sie unbewusst die eingewöhnten Bewegungen macht, während sie sich gegen ungewohnte Verrichtungen schwerfällig erweis't. Ganz das Nämliche gilt von dem Gebrauche eines Seelenvermögens: der Verstand begreift das oftmals Gedachte immer deutlicher und das damit Verwandte leichter; das Vorstellungsvermögen übt seine Thätigkeit leichter in gewohnten Bahnen aus, d. h. dasselbe stellt leichter eine Reihe von

Zuständen her, welche dasselbe schon früher einmal durch irgend eine Veranlassung, sei es durch Sinneseindrücke oder durch spontane Geistesregungen, zu durchlaufen genöthigt war. Dieses Vermögen reproduzirt also leichter eine alte oder bekannte Vorstellung, als es eine neue oder unbekannte Vorstellung produzirt. Je stärker ein Eindruck war, je länger er dauerte, je öfter er wiederholt wurde, je sicherer wir ihn also erkannten oder je vollständiger er zu unserem Bewusstsein gelangte, desto leichter und vollständiger vermögen wir ihn zu reproduziren. In dieser Reproduktion früherer Zustände beruht die Erinnerung. Ich halte die gewöhnliche Meinung, dass unsere Vorstellungen bleibende materielle Eindrücke in dem Gehirne hervorbringen und auf diese Weise zu einem dauernden körperlichen und geistigen Eigenthum unserer selbst werden, für einen Irrthum, welcher das Wesen des Gedächtnisses nicht erklärt: denn es wäre unbegreiflich, warum die bleibenden materiellen Eindrücke nicht fortwährend mit den ihnen entsprechenden Vorstellungen begleitet sein sollten, was sie thatsächlich nicht sind, da uns nicht unausgesetzt die Vorstellungen vorschweben, deren wir uns zu erinnern vermögen; ein gleichzeitiges Vorschweben aller möglichen Vorstellungen würde auch kein geordnetes, sondern nur ein chaotisches Denken gestatten: bedingt aber der bleibende Eindruck des Gehirnes nicht durch seine blosse Existenz die betreffende Vorstellung, wäre dazu vielmehr erst ein gewisser Prozess erforderlich, um diese Vorstellung zu erwecken; so liegt das Wesentliche der Erinnerung immer in dem Erweckungsprozesse, der bleibende Gehirneindruck (welcher recht grobsinnlich eine Narbe genannt wird) erscheint dann ganz entbehrlich.

Der Verstand erkennt in einem Zustande des Zentralorganes, welches der Sitz der Erkenntnisse ist, die diesem Zustande entsprechende Vorstellung, das Gedächtniss erzeugt diesen Zustand. Diese Erzeugung ist ein Veränderungsprozess, also ein Durchgang durch eine stetige Reihe von Zuständen, bei deren Erkenntniss der Verstand nicht verweilt, welche wir also überhaupt nicht erkennen, sondern nur durcheilen, um in einem Endzustande mit Erkenntniss zu verweilen. Indem wir so von einer Vorstellung zu einer anderen schreiten, durchspringen oder überspringen wir immer eine stetige Reihe von Zuständen, wir machen also im Gedächtnisse eine sprungweise Bewegung, welche dem Übergange von der einen Ecke eines Polygons zu der anderen analog ist. Wiewohl diese einzelnen Vorstellungen isolirt dastehen; so hängen sie doch durch den Vorstellungsprozess wie die Eckpunkte des Polygons durch die Seitenlinien miteinander zusammen, das Gedächtniss stiftet mithin einen stetigen Zusammenhang zwischen allen Vorstellungen, welche der Mensch von der Wiege bis zum Grabe jemals hat. Erst das Gedächtniss macht unser Denken zu einem organisch zusammenhängenden Prozesse. Ohne Gedächtniss würden wir vielleicht richtige Vorstellungen von Dingen haben können, aber in jeder späteren Vorstellung von demselben Dinge würde uns dasselbe als etwas Neues erscheinen: während wir durch den Verstand ein Objekt erkennen, verschafft uns die Zusammenwirkung des Gedächtnisses mit dem Verstande das Wiedererkennen, also das Bewusstsein von der Übereinstimmung des eben erkannten Objektes mit dem schon früher einmal erkannten. Nur mit Hülfe des Gedächtnisses vermag der Mensch

geordnet zu denken, und einen unter dieser Mithülfe vollbrachten Denkprozess nennen wir vorzugsweise einen Gedanken.

Während die rein intellektuellen Thätigkeiten des Verstandes, das Begreifen, Verstehen, Urtheilen, Schliessen u. s. w. mit dem Namen denken belegt wird, kann man die memorialen Thätigkeiten des Gedächtnisses, das Vorstellen, Darstellen, Herstellen, Aufstellen u. s. w., gedenken nennen. Das Gedächtniss erscheint alsdann, wie auch der deutsche Name sagt, als ein Gedenkvermögen oder als das Vermögen an Etwas zu denken.

Gleichwie der Verstand der Hülfe des Gedächtnisses bedarf, um ein zusammenhängendes System von Erkenntnissen zu bilden, ebenso bedarf das Gedächtniss der Hülfe des Verstandes, um eine rationelle Thätigkeit zu vollbringen, insbesondere um eine Erinnerung zu Stande zu bringen. Vorstellungen ohne Verständniss sind wilde Phantasien oder Träume, welche auch keine Erinnerung ermöglichen. Vergegenwärtigen wir uns eine Gedankenbahn; so besteht dieselbe aus einzelnen Vorstellungen: die Erkenntniss dieser Vorstellungen macht einen Akt des Verstandes aus, welcher dem Anhalten einer geometrischen Beschreibung in den Ecken eines Polygons analog ist. Der Übergang von der einen Ecke A zu der anderen B ist zwar ein rasches Durcheilen unendlich vieler Zwischenzustände ohne Verweilen auf denselben, also ohne Verständniss: allein, wenn der Verstand auch nicht im Stande ist, von jedem dieser Zwischenzustände eine Erkenntniss zu erlangen, da in keinem derselben ein ruhiges Beharren stattfindet; so ist doch in dem Wechsel dieser Zwischenzustände vou A bis B Etwas beharrlich, und das ist die Richtung des Weges AB. Diese Richtung ist mithin ein intelligibeles Moment in dem Vorstellungsprozesse beim Übergange von der Vorstellung A zur Vorstellung B. Der Weg AB kann gerade und auch krumm sein; allgemein, kömmt in jedem Punkte der Bahn die Tangentialrichtung derselben in Betracht oder vielmehr die Richtung, welche von einem Zustande zu dem unmittelbar daran grenzenden oder unendlich benachbarten führt.

Hiernach sagen wir, die Mitwirkung des Verstandes beim Vorstellungsprozesse bestehe nicht bloss in der Erkenntniss der einzelnen Vorstellungen A, B, C, bei welchen der Gedanke verweilt, sondern auch in der Erkenntniss der Richtung, welche der Gedankengang bei den Übergängen von der Vorstellung A zur Vorstellung B, sodann von B zu C u. s. w. verfolgt. Allgemeiner, behaupten wir, unterliegt in einem Gedankengange alles Dasjenige der Rekognition des Verstandes, was als etwas Dauerndes oder Beharrliches angesehen werden kann und demnach einem beharrlichen Zustande des Denkorgans entspricht, also die einzelnen Vorstellungen A, B, C, die Richtungen AB, BC, welche diese Vorstellungen miteinander verbinden, die Ebenen ABC, welche die Gattungen der Gedankenwege AB, BC enthalten, und dergleichen mehr.

Hieraus wird nun das Wesen einer Erinnerung verständlich. Die Gedankenreihe, welche ein menschliches Gehirn jemals durchlaufen hat, kann durch eine polygonale Bahn versinnlicht werden, welche verschiedene Male durch manche Punkte geht, indem wir zu einer bestimmten Vorstellung bald einmal von dieser, bald einmal von jener Seite gelangt

sind. Der Zustand absoluter Spannungslosigkeit, welcher mit keiner Vorstellung verbunden ist und zugleich vollkommener Unthätigkeit des Vorstellungsvermögens entspricht, bezeichnet den Nullpunkt der Gedankenbahn. Von diesem Ruhe- und Nullpunkte geht alle Gedankenbildung aus und kehrt periodisch dahin zurück. Demzufolge kann die Gedankenbahn eines Menschen als ein Inbegriff von Bahnen angesehen werden, deren jede von dem Nullpunkte ausgeht und dahin zurückkehrt, also als eine Summe von geschlossenen, in dem Nullpunkte zusammenlaufenden und durch diesen Nullpunkt miteinander in Verbindung stehenden Bahnen. Beim Erwachen aus dem Schlafe oder nach einer beliebigen anderen Ruhe des Vorstellungsvermögens oder auch in Folge eines plötzlichen Impulses, welchen die Aussenwelt, oder der Wille, oder ein anderer Motor auf uns ausübt, nimmt das Verstandesorgan irgend einen konkreten Zustand ein: indem der Verstand diesen Zustand erkennt oder zu unserem Bewusstsein bringt, sind wir über unsere Stellung zu dem Nullpunkte der Gedankenbahn orientirt, d. h. wir erkennen das in der Vorstellung liegende Objekt mit Bewusstsein. Die vollständige Erkenntniss dieses Zustandes erstreckt sich nicht bloss auf seine augenblickliche Beschaffenheit, sondern auch auf seine Relation zum absoluten Ruhezustande oder auf das Stück der Bahn, welches von diesem Ruhezustande zu jenem Zustande hinführt. Insofern der letztere Zustand ein bereits früher einmal dagewesener ist, führt auch ein bekannter Weg vom Nullpunkte zu ihm hin, und indem wir auf diesem Wege in jenen Zustand eintreten, erkennt der Verstand das betreffende Objekt wieder oder wir erinnern uns seiner. Die Erkenntniss des letzteren Zustandes als eines bekannten Objektes ist aber nicht die einzige Leistung des Verstandes im gedachten Augenblicke; wir erkennen zugleich die Richtungen wieder, in welchen wir früher, als wir dieselbe Vorstellung hatten, von hier aus weiter gedacht haben. Das Gedächtniss ist, wie schon vorhin hervorgehoben, nicht bloss die Fähigkeit, sondern auch die Tendenz zur Gedankenänderung. Demzufolge fühlen wir uns getrieben, von der eben erwähnten Vorstellung zu anderen Vorstellungen überzugehen. Insofern nun der Wille uns nicht zu Bestrebungen in anderen Richtungen nöthigt, wird sich der Vorstellungsprozess am leichtesten in einer Bahn vollziehen, welche uns schon geläufig ist, d. h. wir werden am leichtesten zu anderen Vorstellungen gelangen, welche wir als bekannte Objekte wieder erkennen, weil wir uns zugleich des bekannten Weges bewusst werden. Aber nicht bloss willenlos werden wir in irgend eine der von jener ersten Vorstellung auslaufenden Bahnen getrieben, wir bestimmen uns häufig selbst zur Verfolgung einer solchen bekannten Bahn und zwar ist es der Verstand, welcher, indem er alle von dieser Vorstellung ausgehenden bekannten Richtungen erkennt und mit Hülfe des Gedächtnisses wiedererkennt, uns den Weg zeigt, welchen wir einzuschlagen haben, um zu einer bestimmten anderen Vorstellung zu gelangen. Durch das erstere willenlose Verfahren tritt eine Vorstellung durch Zufall in unsere Erinnerung, durch das letztere vom Willen geleitete Verfahren rufen wir uns eine Vorstellung in die Erinnerung. Verstand und Gedächtniss zusammen aber befähigen uns, frühere Vorstellungen zu reproduziren und dieselben wiederzuerkennen: auf diese Weise, nicht aber durch materielle Eingrabung bewahren wir

die Vorstellungen in unserem Gedächtnisse oder bilden daraus ein dauerndes Eigenthum von Erkenntnissen.

Die Leichtigkeit der Wiederverfolgung und auch der Wiedererkenntniss eines früheren Weges vermindert sich, wenn er längere Zeit nicht betreten wird, ja, das früher zugängliche Gebiet wird allmählich unwegsam, die eröffneten Leitungen verstopfen sich mehr und mehr, das Gedächtniss für ältere oder schwache Vorstellungen verliert sich, dieselben werden vergessen. Um sie wiederzuerzeugen, ist ein Prozess gleich dem erforderlich, welcher neue Vorstellungen hervorruft, und wenn derselbe wirklich eintritt, erscheinen die den früheren ähnlichen Vorstellungen nicht als alte Bekannte, sondern als Fremdlinge.

Das Gebiet des Geistes, auf welchem sich die Untersuchungen dieses Theiles unseres Werkes bewegen, zerfällt ebenso wie das Anschauungsvermögen und das Sinnesvermögen in fünf selbstständige koordinirte Vermögen. Das erste derselben ist der Verstand, das zweite das Gedächtniss. Zieht man die Parallele mit den einzelnen Anschauungsvermögen; so entspricht der Verstand dem Anschauungsvermögen des Raumes und das Gedächtniss dem Anschauungsvermögen der Zeit. Begriff ist die Analogie von Raumgestalt, Vorstellung dagegen die Analogie von Ereigniss. Die Gesetze der intellektuellen Erkenntniss oder die logischen Gesetze im engeren Sinne des Wortes, veranschaulichen sich daher, wie aus dem vorhergehenden Abschnitte erhellt, am deutlichsten durch die geometrischen Gesetze, wogegen sich die Gesetze des Gedächtnisses am besten den chronologischen Gesetzen anschliessen. Gleichwohl ist Logik keine Mathematik, also die Theorie der Erkenntniss keine Geometrie und die Theorie der Vorstellung keine Chronologie oder mathematische Ereignisslehre. Wir nehmen die in §. 475 S. 757 gemachte Bemerkung, wodurch wir das Gedächtniss einfach als das Anschauungsvermögen der Zeit bezeichnet haben, hierdurch zurück und konstatiren nochmals ausdrücklich, dass wir unter dem Gedächtnisse die dem Verstande koordinirte Vorstellungskraft verstehen wollen, welche dem Anschauungsvermögen der Zeit zwar analog ist, aber einem höheren Geistesgebiete angehört und demzufolge, gleich dem Verstande, eine höhere Entwicklungsstufe geistiger Freiheit oder Selbstbestimmung einnimmt.

Wie sich der Verstand vom Raumanschauungsvermögen, so unterscheidet sich das Gedächtniss vom Zeitanschauungsvermögen, wie sich der Begriff von der Raumgestalt, so unterscheidet sich die Vorstellung von der Zeitgrösse. Die Theile einer Raumfigur bestehen nebeneinander, jeder in einem besonderen Raume und alle auf einmal, zu gleicher Zeit: die Fälle eines Begriffes bestehen jedoch miteinander oder zusammen: sie können Objekte sein, welche theilweise in demselben Raume und theilweise zu verschiedenen Zeiten existiren. Die Abschnitte einer Zeitgrösse bestehen nacheinander, jeder in einer besonderen Zeit und alle können sich in demselben Raumpunkte ereignen: die Glieder eines Gedankens oder einer Gedächtnissvorstellung dagegen entstehen oder werden auseinander, ohne nothwendig verschiedene Zeiten zu erfordern; sie können auch in derselben Zeit entstehen und Objekten angehören, welche in ganz verschiedenen Räumen existiren. Raum, Zeit, Materie, Stoff und Krystallbildung sind weder Eigenschaften des Begriffes, noch

des Gedankens, sondern nur Eigenschaften der Anschauungen, also der anschaulichen Elemente eines Begriffes oder Gedankens.

Das Wesen des Gedächtnissprozesses ist nach Vorstehendem das Werden, aber nicht das anschauliche, sondern das logische Werden. Das erstere oder das Werden im Anschauungsgebiete der Zeit ist das Ereignen oder das zeitliche Entstehen; das letztere dagegen ist das Werden im Vorstellungsgebiete oder das Werden der Vorstellungen. Der letztere Prozess ist ein allgemeinerer, als der erstere; seine Erzeugnisse sind logische Grössen, sie haben Begriffsqualität, während die Erzeugnisse des chronologischen Ereignungsprozesses anschauliche Grössen sind; demzufolge steht der Vorstellungsprozess auf einer höheren Qualitätsstufe der Weltprozesse, als das zeitliche Ereignen. Diese höhere Qualitätsstufe verleiht dem Vorstellungsprozesse in seiner objektiven Bedeutung eine grössere Allgemeinheit, in seiner subjektiven Bedeutung aber eine grössere Freiheit, d. h. geistige Selbstbestimmung. In der That, charakterisirt sich das Vorstellen als ein Vorgang, bei welchem der Mensch in weit höherem Grade selbstthätig ist, als das Ereignen, bei welchem sich die Selbstthätigkeit des Menschen auf das zeitliche Altern und die im Laufe der Zeit sich vollziehende Änderung und Erfahrung seiner selbst beschränkt.

Hiernach sind Ereigniss und Vorstellung vollkommene Analogien, Ersteres im Gebiete der Anschauungen, Letzteres im Gebiete der Begriffe. Wie sich übrigens das anschauliche Werden nicht bloss an Raumgrössen, sondern auch an materiellen, stofflichen und krystallinischen Grössen vollzieht, so vollzieht sich auch das logische Werden nicht bloss an den eigentlichen Verstandesbegriffen oder Erkenntnissen, sondern auch an den Grössen der dem Verstande koordinirten Geistesgebiete: wir stellen uns sogut Erkenntnisse, wie Handlungen und Gefühle vor. Das Zeitereigniss ist immer ein in den übrigen vier Anschauungsgebieten vor sich gehender Entstehungsprozess, d. h. jedes Ereigniss geschieht im Raume, in der Materie, im Stoffe, im Krystalle. Ganz ebenso ist die Vorstellung immer ein im Verstande und den koordinirten Gebieten vor sich gehender Entstehungsprozess, d. h. jede Vorstellung geschieht mittelst Begriffe und koordinirter Geisteszustände oder es sind immer Begriffe oder koordinirte Geistesgrössen, welche durch den Vorstellungsprozess entstehen und sich ändern.

Obwohl das Gedächtniss nicht bloss Begriffe, sondern auch Handlungen, Gefühle und andere Dinge vorstellt und in Erinnerung bringt; so beschäftigen wir uns doch zunächst nur mit der Vorstellung von Begriffen. Alle anderen Geistesgrössen kommen hierbei nur nach ihren Begriffen oder nach den Erkenntnissen, welche wir von ihnen im Verstande bilden, in Betracht. Diess ist dasselbe Verfahren, welches bei der mathematischen Theorie der Anschauungen und Erscheinungen befolgt wird, wo auch nicht die äusseren Grössen, die Massen, Stoffe, Kräfte, Affinitäten u. s. w. selbst, sondern ihre in Zahlen sich repräsentirenden Erkenntnisse unmittelbar in Betracht gezogen werden.

Da die Zeit eins der fünf Anschauungsgebiete ist und jede wirkliche Grösse alle fünf anschaulichen Grundeigenschaften hat; so hat sie immer auch zeitliche Eigenschaften, d. h. sie ist immer eine Ereignissgrösse. Daher sind mit den räumlichen, mechanischen, chemilogischen und

physiometrischen Eigenschaften stets nothwendig auch chronologische verbunden, d. h. die Raumgestalten, die mechanischen Wirkungen, die chemilogischen Verbindungen, die Krystallbildungen entstehen nur in der Zeit oder durch Ereignisse. Ebenso aber muss im logischen Bereiche das Gedächtniss dem Verstande und den übrigen koordinirten Vermögen seine Mitwirkung leihen, um Erkenntnisse hervorzubringen, zu verändern, zu verbinden, zu ordnen und als zusammenhängende Systeme von Geistesgrössen erscheinen zu lassen.

Wenn hiernach durch den Vorstellungsprozess Begriffe erzeugt werden; so darf ein solches Resultat des Prozesses nicht mit dem Erzeugen oder dem Prozesse selbst verwechselt werden. Das Erzeugen ist immer ein vom Erkennen und Begreifen vollständig unabhängiger Vorgang, der Begriff ist ein Sein und beruht, wie schon gesagt, auf einem Zustande unserer selbst; das Erzeugen des Begriffes ist ein Werden und beruht auf einer Änderung unserer selbst. Diese Änderung ist das Vorstellen, und ein Begriff erscheint nur in der Hinsicht als Vorstellung, als er das Ziel eines Werdeprozesses ist. Hiernach kann man auch den Begriff als einen intellektuellen Zustand, die Vorstellung dagegen als eine memoriale Thätigkeit bezeichnen.

Da das Anschauungsgebiet in subjektiver Beziehung das Gebiet der anschaulichen oder mathematischen Grössen und in objektiver Beziehung das Gebiet der Materie oder der Aussenwelt ist; so kann man auch sagen, das zeitliche Ereignen sei das Geschehen nach mathematischem Gesetze, das Vorstellen dagegen sei das Werden nach logischem Gesetze.

Das zukünftige Zeitereigniss wird ein neues, das vergangene ein altes genannt: neu ist das erstere jedoch in jedem ihm vorhergehenden Augenblicke nur desshalb, weil es ausserhalb unseres bis dahin erlebten Erfahrungsgebietes liegt, weil es also ein noch nicht erlebtes, ein zeitlich noch nicht dagewesenes Ereigniss ist, während das vergangene Ereigniss alt ist, weil es ein bereits erlebtes oder innerhalb des Erfahrungsgebietes liegendes ist. Das zeitlich neue Ereigniss kann aber sehr wohl ein bekanntes sein. Die Bezeichnung Neuheit und Altheit für reine Zeitereignisse berührt daher die Bekanntschaft und Unbekanntschaft gar nicht, ist mithin eine auf das Gebiet der Zeit beschränkte Bekanntheit.

Bei dem Gedächtnissprozesse kömmt unser augenblickliches zeitliches Erfahrungsgebiet gar nicht, vielmehr unser erreichtes Kenntnissgebiet in Betracht. Neu ist eine Vorstellung, welche ausserhalb dieses Gebietes liegt, alt diejenige, welche innerhalb desselben liegt. Die neue Vorstellung ist allerdings eine zeitlich noch nicht dagewesene: allein diese zeitliche Nichtdagewesenheit ist für die logische Neuheit ganz unwesentlich, da die zeitlich noch nicht dagewesene Vorstellung darum noch keine neue Erkenntniss enthält. Das logisch Neue ist das augenblicklich Unbekannte, das logisch Alte ist das Bekannte. Das logisch Neue und Alte hat eine ganz andere und zwar höhere geistige Qualität, als das Zukünftige und das Vergangene; es gehört dem Erkenntnissgebiete, nicht dem Anschauungsgebiete an, ist aber in jenem Gebiete die Analogie des Letzteren.

Wir schliessen diese generellen Betrachtungen über das Gedächtniss mit einer Erörterung über die subjektive und die objektive Bedeutung

des Vorstellungsprozesses. Gleichwie dem subjektiven Verstandesbegriffe ein wirkliches Objekt der Aussenwelt entspricht, so korrespondirt auch mit dem subjektiven Vorstellungsprozesse ein objektiver Vorgang in der Aussenwelt. Das äussere Objekt des Begriffes ist der Inbegriff aller möglichen äusseren Dinge, welche jenem Begriffe entsprechen: die einzelnen konkreten Fälle des Begriffes bestehen in unserem Verstande sämmtlich wirklich, in der Aussenwelt aber nicht wirklich, sondern möglicherweise, da äusseres Sein Möglichkeit ist, wenn begriffliches Sein Wirklichkeit genannt wird. Das äussere Objekt des Vorstellungsprozesses nun ist das mögliche Ereignen, Geschehen, Entstehen, Vorgehen in der Aussenwelt, welches einem Vorstellungsprozesse entspricht. Ein Vorstellungsprozess aber ist ebenso wie ein Begriff nur in unserer Vorstellung oder als subjektiver geistiger Prozess ein genau bestimmter; mit Bezug auf die äusseren Vorgänge, welche keine geistige, sondern äussere Wirklichkeit und geistige Möglichkeit haben, gestattet jener Prozess eine unendliche Mannichfaltigkeit der Verwirklichung. Wie einem gegebenen Begriffe unendlich viel mögliche konkrete Fälle entsprechen, so entsprechen auch einem gegebenen Vorstellungsprozesse unendlich viel konkrete Vorgänge.

So ist z. B. der Übergang meiner Gedanken vom Brande Moskau's zur Wiedererbauung Moskau's ein bestimmter Gedächtnissprozess. Demselben entsprechen jedoch unendlich viel mögliche Vorgänge, da sowohl der Brand, als auch die Wiederherstellung jener Stadt in unzähligen Veränderungen vorgestellt werden kann, von welchen die wirklich stattgehabten Vorgänge nur einen einzelnen möglichen konkreten Fall ausmachen. Ebenso gestattet der Gedankensprung von einem Römer zu einem Griechen unendlich viel konkrete Prozesse, da jeder beliebige Römer in jedem beliebigen Zustande zum Ausgangspunkte und jeder beliebige Grieche in jedem beliebigen Zustande zum Endpunkte genommen werden kann. Die unendliche Mannichfaltigkeit des Prozesses liegt aber nicht bloss in der unendlichen Vielheit der möglichen Fälle, welche der Anfangsbegriff A und der Endbegriff B enthält, sondern auch in der unendlichen Variabilität des Weges, welcher eingeschlagen werden kann, um von einem ganz bestimmten Falle des Begriffes A zu einem ganz bestimmten Falle des Begriffes B zu gelangen. Jeder Weg, der uns vom ersten zum zweiten führt, ist ein zulässiger. Wenn verlangt wird, von Rom nach Athen zu gelangen, ist es völlig gleichgültig, also auch zulässig, jeden beliebigen Weg zu wählen: die Vorstellung einer Reise von Rom nach Athen, welche einen bestimmten Vorstellungsprozess bezeichnet, wird durch alle möglichen Reisewege zwischen jenen beiden Städten vertreten. Dasselbe gilt von dem Übergange von dem Begriffe der Bedrückung eines Volkes zu dem Begriffe der Abschüttelung des Joches.

Aus Vorstehendem erkennt man, dass die Vorstellungen des menschlichen Geistes in den korrespondirenden möglichen Weltereignissen ihre objektive Vertretung finden. Da es sich hier um die möglichen Ereignisse handelt, welche jenen Vorstellungen entsprechen; so unterscheidet sich das äussere Objekt einer Vorstellung wesentlich von dem Objekte einer Zeitanschauung oder Zeiterfahrung, welche Letztere immer ein wirkliches, konkretes, bestimmtes Ereigniss ist.

Die Weltgeschichte, wenn sie als Verlauf faktischer Ereignisse aufgefasst wird, gehört dem Anschauungsgebiete der Zeit an; wenn sie aber als Verlauf möglicher Ereignisse, also als eine Theorie der Ereignung nach Gesetzen, unter welchen sich neben unendlich vielen anderen möglichen auch die faktischen Ereignisse als konkrete Fälle gebildet haben, aufgefasst wird, ist sie eine logische Wissenschaft aus dem Vorstellungsgebiete. Sie ist die eigentliche oder rationelle Geschichte, welche Lehren für die Zukunft zu liefern vermag, da es sich hierbei vornehmlich um die unter gegebenen Voraussetzungen möglichen Ereignisse handelt.

§. 541.

Kenntniss, als erste memoriale Grundeigenschaft.

Nach dem Kardinalprinzipe besitzt eine Vorstellung, sowie ein Vorstellungsprozess oder ein Gedanken fünf Grundeigenschaften, eine jede derselben zerfällt dann in fünf Kardinaleigenschaften oder erscheint auf fünf Grundstufen, während jede der letzteren sich resp. auf einer, zwei, drei, vier und fünf Hauptstufen darstellt. Die erste memoriale Grundeigenschaft entspricht der logischen Quantität und ist die Analogie des chronologischen Alters. Sie betrifft den Umfang oder die Weite des Gedankens oder desjenigen Theiles unseres Vorstellungsgebietes oder Gedächtnisses, welcher von dem Gedanken erfüllt wird.

Wenngleich wir nach dem vorhergehenden Paragraphen die Vorstellungen nicht als bleibende Eindrücke oder Einschnitte, sondern als Zustände unseres Vorstellungsvermögens, welche sich herstellen lassen und wieder verschwinden können, ansehen; so folgen wir doch dem Sprachgebrauche, welcher für den Gedächtnissprozess manche Namen anwendet, die sich auf jene irrthümliche Ansicht stützen. Hierzu gehören die Ausdrücke eingraben oder einprägen in das Gedächtniss, festhalten im Gedächtnisse, dem Gedächtnisse einverleiben u. A. Indem wir also unter Einprägung in das Gedächtniss die Aufnahme unter die darstellbaren Gedächtnisszustände verstehen, sagen wir, eine unserem Gedächtnisse eingeprägte oder von demselben festgehaltene Vorstellung sei eine Kenntniss, und die erste memoriale Grundeigenschaft, welche unsere Vorstellungen zu Kenntnissen macht, sei die Bekanntschaft. Dieselbe ist mit Erinnerungsfähigkeit gleichbedeutend (nicht mit Erinnerung, da wir uns des Bekannten nicht nothwendig jederzeit zu erinnern brauchen).

Die Gesammtkenntnisse eines Menschen machen den Gesammtinhalt des mit erinnerungsfähigen Vorstellungen erfüllten Theiles seines Gedächtnisses aus. Von diesem Gesammtkenntnissgebiete bildet das auf einen bestimmten Gegenstand bezügliche Kenntnissgebiet wiederum einen Theil. Bekanntschaft ist der allgemeine Charakter eines Kenntnissgebietes, die Weite oder der Umfang derselben aber ist das Maass derselben, welches den speziellen Werth dieser ersten memorialen Grundeigenschaft in einem konkreten Falle bestimmt und eine gegebene Vorstellung als eine Kenntniss von bestimmtem Werthe erscheinen lässt. Ein Gegenstand würde mit allen ihm angehörigen möglichen Vorstellungen einen gewissen Theil des ganzen Vorstellungsvermögens einnehmen; thatsächlich wird aber dieser Theil des Vorstellungsvermögens eines bestimmten Menschen

nur mit einer gewissen Zahl jener möglichen Vorstellungen wirklich erfüllt sein. Wenn zwei Menschen denselben Unterricht in einer Wissenschaft genossen haben; so wird im Gedächtnisse des Einen mehr, in dem des Anderen weniger haften geblieben sein: das Kenntnissgebiet des Einen im Bereiche des fraglichen Gegenstandes ist also weiter oder umfassender, als das des Anderen. Übrigens können zwei Gedächtnissfelder von gleicher Weite der Umgrenzung verschiedene Theile unseres Vorstellungsvermögens einnehmen; sie können auch Lücken enthalten: ihre absolute Weite entspricht immer der Grösse oder Quantität des Gebietes, welches der Mensch mit seiner Erinnerung beherrscht oder worin die ihm bekannten Vorstellungen wohnen.

Die Weite eines speziellen Kenntnissgebietes ist nicht durch dessen zeitliches Alter oder durch die in der Zeit aufeinander folgenden Vorstellungen bedingt: die diesem Gebiete angehörigen Vorstellungen, welchen Ort sie darin auch einnehmen, können früher oder später empfangen sein; die Zeit ihrer Empfängniss ist unwesentlich. Altheit, in der Bedeutung von Bekanntheit, ist kein Alter; die Weite des Gedächtnissfeldes könnte daher wohl durch seine Altheit, nicht aber durch sein Alter gemessen werden: im Übrigen ist Altheit nicht mit Bekanntheit gleichbedeutend und kömmt nicht als erste, sondern als die weiter unten zu erwägende zweite memoriale Grundeigenschaft in Betracht.

Der primitive Gedächtnissprozess ist derjenige, welcher die Erweiterung des Kenntnissgebietes herbeiführt; derselbe ist die Einprägung in das Gedächtniss, welche zugleich eine Vereinigung erinnerungsfähiger Vorstellungen ist.

Unter dem Kontrarietätsprinzipe ergiebt sich der Gegensatz des weiteren und des engeren Kenntnissgebietes. Die entsprechenden Prozesse sind die Erweiterung und die Verengung dieses Gebietes oder die Vermehrung und die Verminderung unserer Kenntnisse. Der erstere, nämlich der Erweiterungsprozess, muss als der direkte, der letztere, nämlich der Einschränkungsprozess, muss als der indirekte Prozess angesehen werden. Der erstere ist ein Bereicherungs-, der letztere ein Verarmungsprozess. Dieser zweite Prozess, welcher eine Beschränkung des Kenntnissgebietes herbeiführt, ist das Vergessen: das Vergessen löscht nicht bloss die Erinnerung, sondern die Erinnerungsfähigkeit, die Bekanntschaft aus, indem dasselbe einen Theil des Gedächtnisses in Verödung versetzt. Durch Vergessen wird der Inhalt unseres Kenntnissgebietes wirklich verkleinert, indem eine darin enthaltene Vorstellung aus demselben entfernt und dem Gebiete des Unbekannten zugeführt wird.

Unter dem Neutralitätsprinzipe erhält man, erstens, die auf einzelnen oder singulären Vorstellungen, zweitens, die auf partikulären Vorstellungen, drittens, die auf universellen Vorstellungen beruhende Weite des Kenntnissgebietes.

Unter dem Heterogenitätsprinzipe kömmt die Kenntniss von Zuständen, von Individuen, von Gattungen und von Gesammtheiten in Betracht.

Unter dem Alienitätsprinzipe sind die bedingten oder die von Modalitäten abhängigen oder die nach gewissen Gesetzen in Zusammenhang stehenden Kenntnisse in Erwägung zu ziehen.

§. 542.

Erinnerung, als zweite memoriale Grundeigenschaft.

Die zweite memoriale Grundeigenschaft entspricht der chronologischen Epoche, während der zweite memoriale Grundprozess dem chronologischen Verfliessen analog ist und von uns die Erweckung genannt wird. Der Erweckungsprozess entfaltet seine charakteristische Eigenthümlichkeit unter dem Kontrarietätsprinzipe, woselbst er in der Chronologie die Zukunft und die Vergangenheit bildet. Diesem Gegensatze des Erweckungsprozesses entspricht die Produktion und die Reproduktion. Die Produktion ist ein Fortschritt zu Unbekanntem oder zu Neuem, die Reproduktion ein Rückschritt zu Bekanntem oder zu Altem. Reproduktion ist Erinnerung: man nennt aber auch die reproduzirte Vorstellung selbst eine Erinnerung. Diesem Sprachgebrauche folgend, kann man mit einiger Erweiterung der Bedeutung jede erweckte (produzirte oder reproduzirte) Vorstellung eine Erinnerung nennen, also das Wort Erinnerung oder Andenken zur Bezeichnung der zweiten memorialen Grundeigenschaft gebrauchen.

Auf der Grenze zwischen der Produktion und der Reproduktion, korrespondirend mit der chronologischen Gegenwart, liegt die augenblickliche Vorstellung oder die Vergegenwärtigung eines Gegenstandes.

Zur näheren Charakteristik des memorialen Fortschrittsprozesses, fassen wir die Vergegenwärtigung, nämlich das beharrliche Vorstellen eines Objektes als das Sein in einem eben angenommenen und wieder verlassbaren Zustande, also als das Sein in einem Grenzzustande auf, welcher eine Scheide zwischen dem Gebiete des Bekannten und dem des Unbekannten bildet. Denken wir uns einmal das Gebiet des Bekannten als einen mit Kenntnissen stetig erfüllten Körper; so entspricht die Vergegenwärtigung eines Objektes dem Sein des vorstellenden Subjektes in einem bestimmten Punkte der Oberfläche jenes Körpers. Produziren heisst aufsteigen von dieser Oberfläche bis zu einem ausserhalb liegenden Punkte und Herabholen des daselbst angetroffenen Objektes in jene Oberfläche. Reproduziren heisst hinabsteigen von der Oberfläche bis zu einem innerhalb liegenden Punkte und Heraufholen des daselbst vorhandenen Objektes an die Oberfläche. Die Vergegenwärtigung des Objektes, mag es nun ein bis dahin unbekanntes, oder ein bereits bekanntes sein, erfolgt immer, weil sie eine Erkenntniss, also einen beharrlichen Zustand unserer selbst verlangt, durch einen momentanen Stillstand oder ein Anhalten des memorialen Prozesses, welcher einem augenblicklichen Sein in der Oberfläche des Kenntnissgebietes entspricht.

Das von aussen herabgeholte Objekt vermehrt das Kenntnissgebiet: die Produktion ist daher mit einer Vermehrung oder Erweiterung unserer Kenntnisse verbunden, gleichwie nach dem Kardinalprinzipe arithmetische Addition mit Numeration, geometrischer Fortschritt mit Ausdehnung, chronologisches Verfliessen mit Altern verknüpft ist. Das von innen heraufgeholte Objekt vermindert das Kenntnissgebiet; denn indem wir uns eine bekannte Vorstellung vergegenwärtigen, fehlt sie unter den Vorstellungen, deren wir uns ausserdem noch zu erinnern vermögen: die Reproduktion ist hiernach mit einer Verminderung unserer reproduzir-

baren Kenntnisse verbunden, einer Verminderung, welche jedoch nur so lange dauert, als die Vergegenwärtigung dauert, da die an die Oberfläche gezogene Vorstellung nachher doch Eigenthum des Kenntnissgebietes bleibt.

Das Unbekannte, nämlich das ausserhalb des Kenntnissgebietes Liegende wird nur dadurch ein Gedächtnissgegenstand, dass es vorgestellt wird: als ein in der Vergegenwärtigung begriffenes unbekanntes Objekt oder als Gegenstand der Produktion oder als bekannt werdendes, in das Gebiet des Bekannten eintretendes Objekt heisst dasselbe neu. Die Neuheit wird zum Maasse der Produktion des Unbekannten, die Altheit zum Maasse der Reproduktion des Bekannten: die Ausdrücke sehr alt, nicht sehr alt, völlig neu u. s. w. zeigen nicht bloss die Neuheit und die Altheit schlechthin, sondern auch den Grad der aufzuwendenden Produktions- und Reproduktionsthätigkeit an, welcher die Analogie zur chronologischen Epoche oder zum geometrischen Abstande bildet. Das sehr Alte, sehr Bekannte, sehr Gewöhnliche liegt umso tiefer, das sehr Neue, sehr Ungewöhnliche umso höher.

Der geometrische Körper, welcher das Kenntnissgebiet veranschaulicht, kann eine Oberfläche von beliebiger Form haben; ja seine Oberfläche kann aus beliebig vielen gesonderten konvexen und konkaven Flächen bestehen. Die einfachste Anschauung liefert das Bild einer stetig erfüllten Kugel, welche sich durch Erweiterung unserer Kenntnisse ausdehnt und durch Beschränkung derselben zusammenzieht. Beschränkung des Gedächtnissgebietes ist Vergessen. Das Vergessen kann zeitweise durch mancherlei Ursachen, z. B. durch Krankheit, Schläfrigkeit eintreten: unter Umständen, z. B. im Schlafe, kann sogar vollständiges Vergessen eintreten. Im letzteren Falle reduzirt sich das Gedächtnissgebiet auf seinen Nullpunkt; bei vollem Bewusstsein spannt es sich zu der zuletzt gewonnenen Weite aus. Immer befinden wir uns mit unserer momentanen Vorstellung oder indem wir uns einen Gegenstand vergegenwärtigen, auf der Oberfläche unseres Kenntnissgebietes.

Die augenblickliche Weite unseres Gedächtnisses, also auch der Ort in der Oberfläche desselben, worin wir uns bei unserer augenblicklichen Vorstellung befinden, hängt von der Menge unserer jeweiligen Kenntnisse ab, dieser Ort verändert sich also im Verlaufe der Zeit, aber durchaus nicht in unmittelbarer Abhängigkeit von der Zeit, sondern lediglich in dem Maasse, wie wir unsere Kenntnisse vermehren oder durch Vergessen vermindern. Daraus geht hervor, dass wir bei Ausübung unserer Vorstellungsthätigkeit bald vor, bald zurückschreiten und dass dieser Fort- und Rückschritt von einer in unserem Kennenlernen liegenden Selbstthätigkeit bedingt ist, welche dem chronologischen Ereignissprozesse völlig fremd ist. Die Zeit schreitet unaufhaltsam fort, wir altern unaufhaltsam, unsere Gegenwart rückt unaufhaltsam gleichmässig vor; die Bewegung unserer Gedächtnissthätigkeit wird jedoch von uns mitbestimmt. Selbstbestimmung ist Freiheit; der Gedächtnissprozess hat also einen höheren Grad von Freiheit, als der Zeitprozess, gleichwie der Begriff auf höherer Freiheitsstufe steht, als die Anschauung.

Produktion und Reproduktion sind die beiden entgegengesetzten memorialen Fortschrittsprozesse; sie bilden die beiden Kontrarietätsstufen der Gedächtnissthätigkeit, entsprechen also der positiven und der negativen

Thätigkeit. Indem wir diese Thätigkeit unter dem Neutralitätsprinzipe betrachten, ergiebt sich der reelle, der imaginäre und der überimaginäre Prozess, von welchen ein jeder auf den beiden Kontrarietätsstufen erscheinen, sich also sowohl als produktiv, wie auch als reproduktiv erweisen muss.

Der reelle Gedächtnissprozess nun ist derjenige, welcher einen Fortschritt von Zustand zu Zustand desselben vorgestellten Objektes enthält, welcher also den Zustand oder das Akzidens dieses Objektes ändert, ohne das Objekt der Vorstellung selbst zu ändern. In dieser Thätigkeit können wir produziren und reproduziren, wir können uns einen Gegenstand, z. B. Luther in neuen und in alten Zuständen vorstellen. Imaginärer Gedächtnissprozess ist Änderung des Objektes oder seines Attributes ohne Änderung der Gattung, welcher dieses Objekt angehört, also Übergang auf ein anderes Objekt derselben Gattung. Auch dieser Prozess kann produktiv und reproduktiv sein, indem wir z. B. von der Vorstellung Luther's zu der eines anderen, bis dahin unbekannten oder zu der eines bekannten Menschen übergehen. Bei dem imaginären Prozesse, welcher nur das Attribut des Objektes betrifft, bleibt der Zustand desselben oder sein Akzidens ungeändert. Diess ist z. B. der Fall, wenn wir von dem Tode Luther's zu dem Tode Kepler's übergehen. Ändert sich mit dem Attribute auch das Akzidens; so ist der Prozess ein komplexer, worin sowohl der reelle, als auch der imaginäre Theil für sich produktiv oder reproduktiv sein kann. Ein Beispiel hierzu ist der Übergang vom Tode Luther's zur Thronbesteigung Friedrichs des Grossen. Überimaginär ist der Gedächtnissprozess, welcher zu einer anderen Gattung von Objekten fortschreitet oder das Gattungsattribut ändert, z. B. der Übergang vom Tode eines Menschen zum Tode eines Baumes. Bei dem überimaginären Prozesse bleibt Akzidens und Attribut des Individuums ungeändert: ändern sich auch die Letzteren; so ergiebt sich der überkomplexe oder triplexe Prozess.

Es leuchtet ein, dass der reelle Prozess den eigentlichen Fortschritt, der imaginäre Prozess jedoch die eigentliche Veränderung darstellt und dass man den imaginären Prozess als Verwandlung bezeichnen kann. Der erste erzeugt neue Zustände, der zweite überträgt einen Zustand auf ein neues Individuum, der dritte überträgt diesen Zustand auf eine neue Gattung.

Wie in der Geometrie der Fortschrittsprozess eine andere Qualität annimmt, jenachdem es sich um den Fortschritt von Punkten, Linien, Flächen oder Körpern handelt, indem Diess den punktuellen, den linearen, den superfiziellen und den kubischen Fortschritt liefert; so ist Diess auch bei dem Gedächtnissprozesse der Fall. Diese vier Qualitäten bezeichnen die vier Heterogenitätsstufen des Fortschrittsprozesses. Ist das Objekt der Vorstellung eine absolut einfache oder logisch elementare Vorstellung; so ist jeder Wechsel, welcher innerhalb dieses Objektes vorgehen soll, doch keine logische Änderung, sondern ein Stillstand des Vorstellungsprozesses. Ist dagegen das Objekt der Vorstellung ein Individuum, nämlich eine Reihe möglicher Zustände; so ist der reelle Prozess ein Übergang von dem Zustande eines Individuums zu einem neuen Zustande desselben Individuums, der imaginäre Prozess ein Übergang von

einem Zustande eines Individuums zu dem gleichnamigen Zustande eines neuen Individuums derselben Gattung, der überimaginäre Prozess ein Übergang von einem Zustande eines Individuums zu dem gleichnamigen Zustande des mit gleichem Attribute versehenen Individuums einer neuen Gattung. Ist das Objekt der Vorstellung eine Gattung; so ist der reelle Prozess ein Übergang zu einem neuen Falle dieser Gattung (z. B. von der Vorstellung des Europäers zur Vorstellung des Asiaten), der imaginäre Prozess ein Übergang zu einer neuen Gattung und zwar unter Veränderung des Gattungsattributes bei konstantem Individualattribute, der überimaginäre Prozess ein Übergang zu einer neuen Gattung unter Veränderung des Gattungsattributes bei konstantem Akzidens. Ist endlich das Objekt der Vorstellung eine Gesammtheit (ein Inbegriff von Gattungen); so ist der reelle Fortschrittsprozess ein Übergang zu einer anderen Gesammtheit, welcher keinen imaginären und keinen überimaginären Prozess zulässt oder alle drei in sich vereinigt. Hierdurch ist der undimensionale, der eindimensionale, der zweidimensionale und der dreidimensionale Fortschrittsprozess charakterisirt.

Unter dem Alienitätsprinzipe bilden sich die Hauptformen des memorialen Fortschrittsprozesses, insofern die Gedankenbahn von gewissen Bedingungen abhängig ist.

Mit Hülfe des Fortschrittsprozesses werden Gedanken aneinandergereiht oder miteinander verknüpft; es wird also durch diesen Prozess diejenige Operation vollzogen, welche der mathematischen Addition analog ist. Diese Operation ist die Assoziation der Gedanken, welcher als indirekte oder trennende, der Subtraktion analoge Operation, die Dissoziation entspricht. In einer Gedankenassoziation vertritt der eine Gedanke die mit dem assoziirten Gedanken verknüpfte Vorstellung, welche diesem seinen Ort im Vorstellungsgebiete anweis't, also eine demselben inhärirende Eigenschaft oder seinen memorialen Inhärenzwerth anzeigt.

Bei der logischen Auffassung der Gesetze des menschlichen Geistes kömmt der individuelle Geist als das Bereich aller Vorstellungen und Begriffe in Betracht. Auf diesem Standpunkte stehen wir in dem ganzen gegenwärtigen Theile unseres Werkes. Zur Erläuterung nahe liegender Dinge haben wir schon wiederholt einen Blick auf das philosophische Gebiet geworfen, welches den individuellen Menschen als Organ der Welt und in seiner Beziehung zur Welt auffasst. Auch jetzt müssen wir uns einen solchen Abstecher erlauben.

Wenn wir den Menschen nicht als einziges bestehendes Individuum, sondern als ein der Menschheit angehöriges Individuum in Betracht ziehen; so kömmt ausser dem individuellen Kenntnissgebiete des Einzelnen auch das Kenntnissgebiet der Menschheit, sowie die Beziehung der Gedächtnissthätigkeit des einen Individuums zu der des anderen und zu der der ganzen Gattung in Betracht.

Die Kenntnissgebiete zweier Menschen A und B können verschiedene Weite haben; der eine Mensch A kann mehr oder weniger Kenntnisse von einem Gegenstande besitzen, als der andere Mensch B. Indem A aus seinem Kenntnissgebiete eine Kenntniss in das Gebiet des B überträgt, welche ausserhalb der Grenzen des letzteren Gebietes liegt, vermehrt er die Kenntnisse des Anderen, ohne seine eigenen zu vermindern. Dieser

Übertragungsprozess heisst in Beziehung auf das übertragende Subjekt A lehren und in Beziehung auf das empfangende Subjekt B lernen. Lehren und lernen bezeichnet also den positiven und negativen Gegensatz eines Prozeses, welcher den Charakter eines imaginären Vorstellungsprozesses hat: denn durch diese Mittheilung wird das Kenntnissgebiet des A nicht erweitert, es liegt also in dieser Mittheilung keine Produktion; es liegt aber darin auch keine Reproduktion, vielmehr geht die Reproduktion der Mittheilung voraus. Für den Anderen B, welcher diese Kenntniss empfängt, ist dieselbe allerdings neu: allein dessenungeachtet liegt in dem Empfangen oder in der Rezeption keine Produktion; die Erkenntniss, dass die empfangene Vorstellung eine neue ist, folgt vielmehr der Rezeption nach.

Zur Charakterisirung des in der Übertragung und im Empfangen einer Kenntniss liegenden Prozesses heben wir noch hervor, dass wenn wir den ausschliesslich auf Selbstthätigkeit beruhenden Vorstellungsprozess eines Menschen als den reellen Prozess ansehen, der Übertragungsprozess die Eröffnung des Kenntnissgebietes des einen Menschen und den Einblick des anderen verlangt. Hierdurch beschränkt sich die Selbstthätigkeit für den lehrenden Menschen auf einen gewissen Verwandlungsakt, welcher seine Vorstellung einem anderen Menschen erkennbar macht, und für den lernenden Menschen auf den Rückverwandlungsakt, welcher das Empfangen aus dem Eigenthum eines Anderen ausmacht. Da nun die zu übertragende und zu empfangende Vorstellung Begriffsqualität hat, ein vollständiger Begriff aber unendlich viel mögliche Fälle enthält, von welchen nur eine endliche Zahl in der äusseren sinnlichen und anschaulichen Welt verwirklicht werden kann; so ist es unmöglich, dass Vorstellungen zwischen zwei in materiellen Leibern wohnenden und nur durch äussere Mittel in Verbindung stehenden Geistern durch solche Mittel unmittelbar und vollständig ausgetauscht werden könnten. Diese Kommunikation kann vielmehr nur in einer Weise geschehen, welche den dabei in Anwendung kommenden Erscheinungen und Anschauungen eine andere, als die ihnen als Sinnes- und Anschauungsgrössen zukommende, auf einem gegenseitigen geistigen Verständnisse beruhende Bedeutung verleiht, wodurch also diese äusseren Grössen zu Zeichen oder Symbolen werden, in welche der Lehrende seine Vorstellung konkretirt und aus welchen der Lernende die adäquate Vorstellung abstrahirt.

Menschen symbolisiren ihre Vorstellungen behuf des gegenseitigen Austausches durch Worte; die Sprache ist die Symbolik zur logischen Kommunikation. Durch die Sprache werden die Vorstellungen der einzelnen Menschen zu dem Systeme der Vorstellungen der Menschheit verbunden: die Sprache ist das Gedächtniss der Menschheit.

Da der Austausch der Vorstellungen die Sprache erfordert; so begleitet der Einzelne seine Vorstellungen, selbst wenn er nicht die Absicht der Übertragung hat, gewohnheitsmässig mit den entsprechenden Worten: er denkt in einer Sprache. Der letztere Ausdruck darf nicht missverstanden und so aufgefasst werden, als ob mit dem Denken das Begreifen oder Verstehen oder Erkennen gemeint wäre. Nur der Verstand, nicht das Gedächtniss begreift; das Gedächtniss aber, nicht der Verstand stellt vor. Der Ausdruck „der Mensch denkt in einer Sprache“ heisst also so viel, als, der Mensch bildet seine Vorstellungen in einer

Sprache. Das Wort ist Symbol, nicht Erkenntniss; es ist das Werkzeug des Gedächtnisses, nicht des Verstandes. Eine Verwechslung dieser beiden, ganz verschiedenen Vermögen angehörigen Bedeutungen ruft die Irrthümer mancher Logiker, namentlich die von Mill hervor, welche wir in §§. 500, 505 und 514 hervorgehoben haben und welche darin wurzeln, dass Namen für Begriffe gehalten werden.

Das Wort ist ein Symbol für einen Begriff, also sein symbolischer Vertreter, aber es ist als Symbol doch immer eine Gedächtnissfunktion, keine Erkenntnissfunktion, es ist der Begriff oder die Erkenntniss nicht selbst; es ist der Erwecker eines Begriffes. Das Wort deckt also die Vorstellung, die Rede deckt den Vorstellungs- oder Gedächtnissprozess: insofern durch Vorstellungen aber Begriffe hervorgerufen werden sollen, unterliegt selbstredend die Sprache der Kontrole des Verstandes und es leuchtet ein, dass die Sprache in ihren Formen den Schematismus der reinen Logik erkennen lassen wird, wie wir Diess im vorhergehenden Abschnitte an vielen Stellen nachgewiesen haben.

Die natürliche Sprache ist die Lautsprache, welche in der Zeit zur Anschauung und mit Schall zur Erscheinung kömmt, welche also im Verlaufe der Zeit von dem Einen gesprochen und von dem Anderen gehört wird, weil Zeit im Anschauungsgebiete und Schall im Erscheinungsgebiete die Analogie zum Gedächtnisse im Gebiete der logischen Vermögen ist. Durch die Lautsprache wird das Lehren und Lernen zum Aussprechen und Anhören der Gedanken der Menschen. Im Übrigen ist die Hülfe anderer symbolischen Mittel nicht ausgeschlossen: die Schriftsprache, welche im Raume zur Anschauung und durch Licht zur Erscheinung kömmt, welche also im Raume von dem Einen geschrieben und von dem Anderen gelesen wird, ist ein wichtiges Äquivalent der Lautsprache; insbesondere ist sie das Mittel der Vergegenwärtigung, Fixirung und Aufspeicherung der Vorstellungen der Menschheit, also auch das Mittel, welches die Kommunikation der Menschen von der Bedingung ihrer persönlichen Anwesenheit und von der Dauer ihres Lebens befreit.

Hierdurch gewinnt die Schriftsprache neben der Lautsprache eine ganz selbstständige Bedeutung; sie wird für jeden Einzelnen ein Speicher seiner gewonnenen Kenntnisse. Hierdurch aber gestaltet sich die Sprache nicht bloss zu einem Ersatz und Vertreter des individuellen Gedächtnisses, sondern, was sehr wesentlich ist, zu einem Entlastungsmittel, also zu einem Gehülfen des Gedächtnisses. Um zu der aus einer mathematischen Rechnung fliessenden Kenntniss zu gelangen, um z. B. zu erfahren, in welchem Augenblicke eine bestimmte Sonnenfinsterniss eintritt, bedarf es vielleicht der Bildung und Vorstellung vieler tausend Zahlen, welche im Laufe der Rechnung gewonnen werden und nach einer gegebenen Regel miteinander zu verknüpfen sind. Indem wir diese Zahlen niederschreiben und für den späteren Gebrauch schriftlich aufbewahren, graben wir die betreffenden Vorstellungen symbolisch in das Papier, statt in unser Gedächtniss ein: die Schrift gestaltet sich zu unserem Gedächtnisse.

Eine übergrosse Menge von Vorstellungen im Gedächtnisse zu behalten, ist für jeden Menschen eine Unmöglichkeit: die Schriftsprache ist daher nicht bloss ein bequemes, nein, sie ist ein unentbehrliches Hülfsmittel zur Ausbildung des Menschen. Ohne dieses Mittel ist keine

namhafte Ausbildung oder Erweiterung unserer Kenntnisse denkbar. Ein Mensch, der nicht schreibt und nicht lies't, kann Manches von seinen Nebenmenschen lernen und sich mit Hülfe dieser Kenntnisse und durch eigene Kraft bis zu einem gewissen, von seiner individuellen Befähigung abhängigen Grade entwickeln; auch ein ganzes Volk kann mit diesen natürlichen Mitteln eine gewisse Stufe der Bildung erklimmen: allein diese Erhebung muss für gering erachtet werden gegenüber dem Grade der Vervollkommnung, welcher sich bei gleichen natürlichen Anlagen unter der Beihülfe der Schriftsprache erreichen lässt.

Da die Sprache eine Symbolik ist, beruht sie theils auf Erfindung des Einzelnen, theils auf Übereinkunft Mehrerer, also auf subjektivem Ermessen: es kann daher unendlich verschiedene Sprachen geben. Es können aber auch beliebige andere Verständigungsmittel, z. B. Geberden, Pantomimen und Zeichen als Kommunikationsmittel gebraucht werden. Unter diesen giebt es manche, welche, so unvollkommen sie sind, doch eine gewisse Natürlichkeit und Ursprünglichkeit haben, also von subjektivem Ermessen mehr oder weniger frei sind. Diess sind diejenigen physischen und anschaulichen Thätigkeiten, welche nach dem in §. 541 erörterten Zusammenhange zwischen allen geistigen Vermögen die unmittelbaren Begleiter jeder Vorstellung sind. Mit diesen Mitteln, zu welchen auch die unartikulirten Stimmlaute gehören, kommuniziren die Thiere. Die Fähigkeit der Sprachbildung, also eigentliche Sprachfähigkeit haben sie nicht, wohl aber die Fähigkeit, menschliche Lautsprache bis zu einem gewissen Grade zu verstehen, auch menschliche Sprache mit einem gewissen Grade von Verständniss zum Zweck der Kommunikation zu gebrauchen. Der Mangel der Lautsprache ist ein deutlicher Beweis, dass die Thiere nicht in erheblichem Grade voneinander lernen: der Mangel der Schriftsprache aber beweis't, dass die Thiere keine Bildungsfähigkeit in nennenswerthem Maasse besitzen.

Als etwas sehr Wichtiges müssen wir noch hervorheben, dass das Wort das eigentliche Symbol des reinen Begriffes ist oder dass überhaupt nur der reine Begriff der Symbolisirung bedarf. Anschauungsobjekte, nämlich Raumfiguren, Zeitereignisse, materielle Körper, Stoffe und Strukturgrössen werden nicht in Worten, sondern durch subjektive Anschauungen vorgestellt: das Gedächtniss produzirt und reproduzirt diese Grössen in den betreffenden Anschauungsvermögen als subjektive Anschauungen, nicht in besonderen Symbolen. Wenn wir von Raumfiguren sprechen, schauen wir sie nicht an, sondern denken sie (was natürlich nicht ausschliesst, dass wir gleichzeitig mit dem Worte auch eine räumliche Anschauung produziren, also zugleich begrifflich und anschaulich vorstellen). Ebenso werden Sinnesobjekte oder Erscheinungen nicht durch Worte, sondern durch subjektive Sinneseindrücke vorgestellt. Das Gedächtniss produzirt vor dem Gesichte das Lichtbild eines physischen Objektes, vor dem Ohre den Schall eines solchen Objektes. Wenn wir von Farben sprechen, sehen wir sie nicht, sondern denken sie (was nicht ausschliesst, dass wir gleichzeitig auch eine Sinnesvorstellung damit verbinden, auch dass wir gleichzeitig eine mathematisch physische Vorstellung auf Grund der Theorie des Lichtes damit verknüpfen, in welchem Falle wir das Farbenbild zugleich sehen, anschauen und denken).

Schliesslich aber sagen wir, dass das Gedächtniss sich der Sprache und mancher anderen Symbolik zur Erfüllung seines auf Vorführung, Darstellung, Vorstellung gerichteten Zweckes bedient oder dass dasselbe die Sprache zu seinem Zwecke gebraucht, dass es dieselbe jedoch nicht schafft, dass vielmehr die Schaffung der Sprache einem höheren Vermögen zugeschrieben werden muss, welches wir im letzten Theile dieses Werkes betrachten werden, oder doch, dass das Gedächtniss erst unter der Einwirkung dieses höheren Vermögens die Fähigkeit der Sprachbildung zu entwickeln vermag.

§. 543.

Gedankenrichtung, als dritte memoriale Grundeigenschaft.

Die dritte Grundeigenschaft eines Gedankens, seine Relation, entspricht der mathematischen Richtung oder dem Verhältnisse. Innerhalb der Grenzen des Vorstellungsgebietes, welchem ein Gegenstand, z. B. der Vesuv oder die Eiche oder die Tugend angehört, kann unsere Kenntniss dichter oder dünner sein, d. h. wir können von einem Gegenstande, welcher, wenn seine Kenntniss vollständig wäre, ein bestimmtes Gebiet unseres gesammten Vorstellungsvermögens mit allen seinen möglichen Vorstellungen ausfüllen würde, mehr oder weniger Kenntnisse besitzen. Eine Vermehrung dieser Kenntnisse ohne Erweiterung der Grenzen des zugehörigen Gebietes ist die Analogie zur numerischen Vervielfachung oder zur mechanischen Verdichtung. Dieser Gedächtnissprozess ist kein Quantitäts-, sondern ein Intensitätsprozess, welcher unsere Vorstellungen nicht durch Grenzerweiterung, sondern durch Verdichtung vermehrt.

Die einzelnen Vorstellungen und Vorstellungsgebiete stehen zueinander in Beziehung oder Relation, und eine jede hat eine bestimmte Beziehung zu der Grundvorstellung, welche wir uns von dem absoluten Sein bilden. Die Vorstellung des absoluten Seins bezeichnet die Grundaxe des Gedächtnisses; der Fortschritt in dieser Grundaxe entspricht der Vorstellung des absoluten Werdens; jeder Gedächtnissprozess, welcher einem Fortschritte längs einer geraden Linie im Gedächtnissraume oder einem relativen Werden, nämlich dem Werden einer speziellen Vorstellung analog ist, steht also in einer bestimmten Beziehung zu der Vorstellung des absoluten Werdens. Diese Beziehung ist die absolute Relation des fraglichen Gedächtnissprozesses, während die Beziehung zu irgend einem anderen Gedächtnissprozesse eine relative Relation darstellt. Wenn wir uns die eine Vorstellung aus der anderen durch Veränderung der Relation der letzteren entstanden denken; so ist die erste die Ursache der zweiten und die zweite die Wirkung der ersten, und es waltet eine Kausalität zwischen beiden ob, welche die eine aus der anderen erzeugt.

Die Relation, in welcher ein Gedächtnissprozess zum absoluten Werden steht, verleiht ihm eine bestimmte Richtung. Wir sagen daher, jeder einfache Gedanke habe eine bestimmte Richtung, in welcher sich die Produktion bewegt. Eine Veränderung der Gedankenrichtung ist die Analogie zur geometrischen Drehung und zur logischen Kausalitätsäusserung, ein Prozess, durch welchen Gedanken miteinander in Relation gesetzt werden. Die Änderung einer Gedankenrichtung setzt offenbar das Denken an die verlassene Richtung, also eine Relation oder ein

Kausalitätsverhältniss zwischen beiden voraus. Gleichwie es einer besonderen Anstrengung bedarf, eine bestimmte Vorstellung festzuhalten, ebenso bedarf es einer Anstrengung, um eine bestimmte Gedankenrichtung innezuhalten. In einer solchen beharrlichen Gedankenrichtung können wir Vorstellungen produziren oder reproduziren und dadurch einen einfachen Gedächtnissprozess vollführen, welcher, wenn er die Grenzen des Kenntnissgebietes ändert, ein Quantitätsprozess ist, und wenn er die Dichtigkeit dieses Gebietes ändert, ein Intensitätsprozess ist. Indem wir jedoch unseren Gedanken eine andere Richtung geben, ändern wir das Gebiet des Prozesses durch eine Kausalität, welche mit der Relation des zweiten Gedankens zum ersten gleichbedeutend ist. Unverkennbar ist diese Änderung der Gedankenrichtung ein besonderer Gedächtnissprozess, welcher den erst erwähnten Fortschrittsprozess bei konstanter Gedankenrichtung in keiner Weise beeinflusst, also zu demselben im Neutralitätsverhältnisse steht.

Häufig bezeichnet man die Richtung eines Gedächtnissprozesses nicht durch seine Relation zu einem anderen Prozesse, sondern durch eine in dieser Richtung liegende Vorstellung, welcher die Produktion oder die Reproduktion zustrebt. Diess geschieht, wenn wir unsere Gedanken auf einen bestimmten Gegenstand richten oder ihnen ein bestimmtes Ziel oder einen bestimmten Gesichtspunkt verleihen, wenn wir also in einer Richtung produziren oder reproduziren, welche durch den Ort geht, den jener Gegenstand in unserem Vorstellungsgebiete einnimmt.

Wenn der Fortschritt in der Axe OX das absolute Werden oder Produziren bezeichnet; so bedeutet der Fortschritt in der Richtung OA das Produziren unter einem besonderen Gesichtspunkte A oder in einer Richtung OA, welche durch die Relation XOA bestimmt ist. Diese Operation kann als eine aktive angesehen werden. Passiv ist dann der in uns vorgehende Prozess, welcher durch den Fortschritt in der Axe OX mit Bezug auf die in der Linie OA erfolgenden Veränderungen dargestellt wird. Dieser Prozess entspricht dem Betrachten oder Vorstellen der in OA liegenden Objekte unter einem besonderen Gesichtspunkte X oder einer Richtung OX, welche durch die Relation AOX bestimmt ist.

Bei der Änderung der Gedankenrichtung kann doch die Grundgattung der Vorstellungen, in welchen wir uns bewegen, beibehalten werden, d. h. wir können unsere Gedanken auf andere Ziele lenken, welche sämmtlich in einer bestimmten Gattung verbleiben: diese Richtungsänderung entspricht der geometrischen Deklination. Indem wir nun diese Gattung ändern oder das Bereich unserer Gedächtnissoperationen um die Grundaxe OX des absoluten Werdens drehen, also in Vorstellungsgebiete eintreten, welche zu dem ersten Gebiete in bestimmten Relationen stehen, begehen wir einen Prozess, welcher mit der geometrischen Wälzung oder Inklination korrespondirt und zu dem vorher erwähnten Drehungs- oder Deklinationsprozesse in Neutralitätsbeziehung steht. Dieser Prozess ist die Richtungsänderung des Vorstellungsgebietes; vermöge dieses Prozesses verlegen wir unsere Gedankenbewegung in eine andere Gattung von Vorstellungen. Es kömmt jetzt übrigens nicht die Wälzung der ganzen Gattung, sondern nur die Wälzung der ursprünglichen Vorstellung in

Betracht, d. h. der Prozess ändert nicht seine Qualität, sondern nur seine Neutralität.

Um zu diesen drei neutralen Prozessen ein Beispiel anzuführen; so vollführen wir einen Intensitätsprozess, indem wir über das Objekt der Wärme nachdenken und uns die Vorstellungen der verschiedenen Zustände vorführen, in welchen die Wärme auftreten kann: unsere Gedanken behalten hierbei eine konstante Richtung, welche die Wärme zum Ziele hat. Indem wir von der Wärme zu ihren verschiedenen Wirkungen und zu den damit in Beziehung stehenden Dingen übergehen, ändern wir unausgesetzt das Ziel unserer Gedanken, bleiben aber in einem bestimmten Gebiete, welches wir als die Theorie der Wärme bezeichnen. Durch Übergänge von der Theorie der Wärme zur Theorie des Lichtes und anderer Erscheinungen ändern wir endlich die Richtung des Vorstellungsgebietes.

Alle diese Prozesse haben eine positive Seite, nach welcher sie eine Produktion, nämlich die Produktion einer Gedankenrichtung oder die Auffindung neuer Beziehungen darstellen, und eine negative Seite, nach welcher sie eine Reproduktion, nämlich eine Erinnerung an eine bekannte Gedankenrichtung oder an alte Beziehungen sind; in jedem solchen Prozesse machen sich also die beiden Kontrarietätsstufen geltend und es ist leicht zu übersehen, dass sich darin das Primitivitätsprinzip durch den quantitativen Umfang des Prozesses, das Heterogenitätsprinzip durch die Qualität der in Beziehung tretenden Objekte oder durch die Qualität des Prozesses und endlich das Alienitätsprinzip durch die Variabilität dieses Prozesses unter der Herrschaft bedingender Einflüsse geltend macht.

Die Quantität macht sich in einem Prozesse, welcher Relationen produzirt, durch den Umfang dieser Produktion geltend.

Die Modalität endlich bezeichnet die verschiedenen Grade von Variabilität, welche ein solcher Prozess unter der Herrschaft von Einflüssen erleidet.

Die Ermittlung der Linie, welche nach einem Ziele führt, ist die Ermittlung einer Richtung und beruht im Wesentlichen auf Drehungsakten. Demzufolge ist das Suchen und, in umgekehrter Beziehung, das Finden ein wesentlich dem Gebiete der dritten memorialen Grundeigenschaft angehöriger Gedächtnissprozess. Suchen ist Ursache, finden ist Wirkung oder Resultat des Suchens und zwar in dem positiven oder Produktionsprozesse; allgemein, kann man diesen in positiver oder negativer Richtung geübten Prozess die Aufsuchung nennen. Entspricht der gefundenen Vorstellung ein wirkliches Objekt, welches ohne Zuthun des suchenden Menschen schon existirte und ihm nur noch nicht bekannt war (gleichviel, ob es ein in der Aussenwelt existirendes oder ein in der Geisteswelt als existirend gedachtes ist); so pflegt man dieselbe eine Entdeckung zu nennen: entspricht ihr ein mögliches Objekt oder überhaupt ein solches, welches noch nicht existirte, sondern vom produzirenden Menschen erst erzeugt ist; so pflegt man sie eine Erfindung zu nennen. Entdeckt sind daher Amerika, der Umlauf des Blutes, die elliptische Bewegung der Kometen, der Pythagoräische Lehrsatz; erfunden dagegen die Buchdruckerkunst, die Differentialrechnung, die Sprache. Das Schiesspulver ist eine Entdeckung, wenn man darunter einen explosiven chemischen

Körper versteht; dasselbe ist aber eine Erfindung, wenn man darunter ein Material zur Kriegführung versteht. Entdeckung und Erfindung bezeichnen also zwei verschiedene Qualitätsstufen der Auffindung.

Wenn wir den Menschen als ein Individuum der Menschheit und seinen Vorstellungsprozess als eine Qualitätsstufe des Vorstellungsprozesses der Menschheit auffassen, gestaltet sich das Suchen einer Kenntniss zum Suchen dieser Kenntniss bei einem anderen Menschen: suchen und finden wird dann fragen und antworten.

Die Änderung des Zieles ohne Fortschrittsbewegung entspricht der geometrischen Drehung, wobei ein Radius sich um seinen Anfangspunkt dreht, ohne sich zu verlängern. Durch diesen Prozess erweitert sich also nicht unsere Kenntniss von Gegenständen, sondern unsere Kenntniss von Beziehungen; oder es liegt keine quantitative Erweiterung, keine Hinausrückung der Grenzen unseres Kenntnissgebietes, sondern eine relative Veränderung oder Drehung dieses Gebietes vor, welche mit einer veränderten Stellung unserer selbst gegen das Kenntnissgebiet gleichbedeutend ist. Da das gedachte oder von einem relativ geänderten Standpunkte aus betrachtete Kenntnissgebiet das frühere überdeckt; so entspricht die durch die Änderung des Gesichtspunktes bewirkte Vermehrung unserer Kenntnisse einer Verdichtung derselben oder einer intensiven Vermehrung der Kenntnisse. Ein Fortschritt auf ein festes Ziel oder unter demselben Gesichtspunkte bewirkt eine Erweiterung unserer Kenntnisse unter diesem Gesichtspunkte, ohne neue Beziehungen zu liefern. Fortschritt und Zieländerung zugleich erweitert die Kenntniss von Gegenständen und Beziehungen und entspricht der gleichzeitigen Verlängerung und Drehung.

Betrachtet man die Fortschrittsthätigkeit, welche entweder eine produktive oder eine reproduktive ist, unter sukzessiv zunehmender Veränderung des Zieles oder der Relation der Fortschrittsrichtung, unter der Voraussetzung, dass der Vorstellungsprozess sich fortwährend in derselben Gattung von Gegenständen, also nach geometrischer Anschauung in derselben Ebene hält; so findet man, dass sich das von diesem Prozesse betroffene Vorstellungsgebiet in vier Abschnitte theilt, welche den vier Quadranten XOY, YOX', $X'OY'$, $Y'OX$ entsprechen, die von den positiven und negativen Theilen der reellen und der imaginären Axe $X'OX$ und $Y'OY$ begrenzt werden. Die auf diesen Grenzen und die in den Quadranten selbst liegenden Prozesse charakterisiren sich folgendermaassen.

Der Fortschrittsprozess längs OX ist der Prozess des absoluten Werdens, welcher vom Zustande O des Nichts neue Zustände desselben Objektes erzeugt. Ein Fortschritt im ersten Quadranten XOY unter konstantem Gesichtspunkte führt zu Zuständen, welche neuen Akzidentien x und neuen Attributen y entsprechen, also zu immer neuen Zuständen von immer neuen Objekten. Der Fortschritt längs OY erzeugt neue Attribute unter demselben Akzidens, führt also zu immer neuen Objekten mit demselben Akzidens. Ein Fortschritt im zweiten Quadranten YOX' unter konstantem Gesichtspunkte erzeugt neue Attribute oder Objekte unter alten oder bekannten Akzidentien. Der Fortschritt längs OX erzeugt bekannte Zustände desselben Objektes. Ein Fortschritt im dritten

Quadranten $X' O Y'$ unter konstantem Gesichtspunkte führt zu bekannten Objekten unter bekannten Akzidentien. Der Fortschritt längs $O Y'$ erzeugt bekannte Objekte unter demselben Akzidens. Ein Fortschritt im vierten Quadranten $Y' O X$ unter konstantem Gesichtspunkte führt zu bekannten Objekten mit neuen Akzidentien.

Unter jedem bestimmten Gesichtspunkte oder unter jeder gegebenen Relation ist ein unbegrenzter Fort- und Rückschritt möglich. Die Relation eines Fortschrittsprozesses bestimmt sich also nicht durch den absoluten Werth des Akzidens x und des Attributes y, welches irgend einem Stadium dieses Prozesses zukömmt, sondern durch das Verhältniss der beiden Grössen x und y. Hiernach können, um die Relation eines Fortschrittsprozesses zur Vorstellung zu bringen, in jedem speziellen Falle, wo x und y bestimmte Werthe haben, für diese Werthe stets andere Werthe x_1 und y_1 angenommen werden, welche so sind, dass, während ihr Verhältniss $\frac{x_1}{y_1}$ gleich $\frac{x}{y}$ bleibt, der in den Endpunkt von $x + y\sqrt{-1}$ führende Vektor $\sqrt{x^2 + y^2}$ eine bestimmte konstante Länge hat, welche eine bestimmte Weite in unserem Kenntnissgebiete bezeichnet, oder, mit anderen Worten, man kann sich die Relation eines gegebenen Objektes stets durch die Relation eines anderen Objektes vergegenwärtigen, welches ein bestimmtes Stadium in der Reihe der unter jener Relation entstehenden Objekte einnimmt. Die Entfernung dieses Stadiums spielt die Rolle einer Einheit für die Entwicklung des Werde- oder Fortschrittsprozesses, und wenn alle möglichen in diesem Stadium des Werdens befindlichen Zustände zusammengefasst werden, begrenzen sie einen ringsherum geschlossenen Theil unseres Vorstellungsgebietes, von welchem die vorstehend besprochenen Quadranten vier einander berührende Abschnitte und die vier Halbaxen $O X$, $O Y$, $O X'$, $O Y'$, in welchen entweder das Akzidens x, oder das Attribut y sein Zeichen, nämlich den Charakter von Neuheit und Altheit wechselt, die gemeinschaftlichen Grenzen bilden.

Die Unmöglichkeit, dass zwei Dinge x und y, von welchen jedes nur in zwei Gegensätzen $\pm x$ und $\pm y$ auftreten kann, mehr als vier verschiedene Kombinationen zulassen, ist der Grund, dass die fortgesetzte Änderung der Relation innerhalb einer Gattung ein geschlossenes Vorstellungsgebiet abgrenzt, sodass der Prozess der Relationsänderung einen Kreislauf vollführt, in Folge dessen die möglichen Relationen sich in einer endlichen Reihe erschöpfen, also endlich einmal eine Wiederkehr früherer Relationen eintritt. Diess gilt sowohl für die positive, wie für die negative Drehung, also sowohl für den Prozess, welcher zu neuen Relationen, als auch für den Prozess, welcher zu alten Relationen vorschreitet; es darf aber nicht daraus gefolgert werden, dass ein Mensch, welcher unausgesetzt seinen Gesichtspunkt unter bekannten Gesichtspunkten ändert, endlich einmal zu einem neuen Gesichtspunkte kommen werde: denn es handelt sich im Vorstehenden nicht um eine Zahl von faktischen Veränderungen, sondern um die Zahl aller möglichen Veränderungen. Alle denkbar möglichen Gesichtspunkte können sich aber niemals in dem Gedächtnisse eines Menschen vorfinden; er kann die mögliche Reihe derselben also niemals faktisch erschöpfen, folglich auch nicht durch

Reproduktion alter Relationen zu neuen gelangen. Die Erreichung einer neuen Relation fordert immer einen Produktionsprozess, welcher der positiven Drehung entspricht: man muss aber anerkennen, dass jede Relation sich bei fortschreitender Änderung erneuern kann.

Das Nämliche gilt von der Änderung der Relation der Gattungen, welche der geometrischen Wälzung einer Ebene um eine Axe OX entspricht. Auch dieser Prozess ist ein periodischer, welcher durch das Hinzutreten des Gattungsattributes $\pm z$ acht Kugeloktanten erzeugt, in welchen ein Fortschritt unter konstantem Gesichtspunkte zu Objekten führt, welche resp. alte oder neue Akzidentien, mit alten oder neuen Individualattributen und alten oder neuen Gattungsattributen aufweisen.

§. 544.

Qualität der Vorstellung, als vierte memoriale Grundeigenschaft.

Die vierte Grundeigenschaft eines Gedankens, seine Qualität, entspricht der mathematischen Dimensität. Ein eigentlicher Gedanke ist eine Reihe von Einzelvorstellungen und zwar eine Reihe, in welcher die Vorstellungen aller möglichen Einzelfälle oder Zustände Platz finden. In dieser Reihe stehen die unendlich vielen möglichen Fälle in stetigem Zusammenhange und die Gedankenreihe bildet eine Vorstellung, an welcher längs der Anreihungsrichtung eine Dimension, welche der elementaren Einzelvorstellung gänzlich fehlt, entwickelt ist.

Die Vorstellung eines elementaren Einzelfalles oder eines Zustandes hat die niedrigste Qualität oder die Dimensität null. Die Gedächtnissthätigkeit, welche zur Vorstellung eines Zustandes, z. B. Napoleon's im Augenblicke des Todes erforderlich ist, entspricht der geometrischen Setzung eines Punktes; sie bezeichnet die undimensionale Gedankenbildung.

Zur Vergegenwärtigung eines Objektes, welches eine stetige Reihe von Einzelfällen, nämlich alle denkbar möglichen Fälle umfasst, ist offenbar ein ganz anderer und höherer Vorstellungsprozess erforderlich. Dieser Prozess ist im Wesentlichen die Vergegenwärtigung von Individuen, z. B. von Napoleon oder vom Ätna oder von Griechenland, worunter ein Individuum in allen seinen möglichen Zuständen verstanden wird. In diesem Gedanken der Individuen liegt die eindimensionale Gedankenbildung.

Die Vergegenwärtigung eines Objektes, welches eine Gattung von Individuen darstellt, verlangt einen höher qualifizirten, nämlich den zweidimensionalen Gedächtnissprozess. Ein abstrakter Begriff bezieht sich auf eine solche Gattung; die Produktion und Reproduktion von abstrakten Begriffen oder das abstrakte Denken erfordert daher einen zweidimensionalen Gedächtnissprozess.

Bei der Vergegenwärtigung von Objekten, welche Gesammtheiten darstellen, erhebt sich der Gedächtnissprozess auf die höchste Stufe der Qualität; er wird dreidimensionaler Prozess.

Die Vorstellung einer sinnlichen Erscheinung ist vornehmlich ein undimensionaler Gedankenprozess, die Vorstellung einer mathematischen Anschauung (einer bestimmten Raum- oder Zeit- oder Kraft- oder Stoff- oder Triebgrösse) ist ein eindimensionaler, die eines logischen Begriffes

ein zweidimensionaler, die einer philosophischen Idee ein dreidimensionaler Prozess. Man kann hiernach die vier Hauptqualitätsstufen der vierten memorialen Grundeigenschaft elementare, konkrete, abstrakte und ideelle Vorstellung nennen. Dass diesen Vorstellungen ausser dieser Qualität auch Quantität, Inhärenz, Relation und Modalität zukömmt, leuchtet ein.

Wie wir schon im vorhergehenden Paragraphen bemerkt haben, ist zum Denken durchaus nicht der Verstand ausreichend: derselbe versteht oder begreift allerdings ein Objekt, wenn er in den diesem Objekte entsprechenden Zustand versetzt wird: allein, er weiss Nichts von Wiedererkennen, also Nichts von der Übereinstimmung des jetzt Gedachten mit einem schon früher einmal Gedachten; er hat keine Erinnerung. Erst das Gedächtniss stiftet diesen Zusammenhang früherer und späterer Vorstellungen und ermöglicht ein zusammenhängendes Denken. Dieser Zusammenhang der Vorstellungen, welchen das Gedächtniss stiftet, bezieht sich aber nicht bloss auf die Folge in der Zeit oder auf die Erinnerung im gewöhnlichen Sinne des Wortes, sondern auch auf die Folge im Raume, in der Materie und in allen sonstigen Eigenschaften. Das Gedächtniss erst macht die Vorstellung eines Individuums als zusammenhängende Reihe von Zuständen, sowie die Vorstellung einer Gattung als zusammenhängende Reihe von Individuen und die Vorstellung einer Gesammtheit als zusammenhängende Reihe von Gattungen möglich. Diese Möglichkeit beruht ohne Frage darauf, dass der denkende Mensch selbst eine zusammenhängende Reihe von Zuständen bildet, dass sich diese Zustände in ihm wiederum zu Gattungen und diese Gattungen zu Gesammtheiten zusammenreihen. Das Gedächtniss ist das Vermögen, durch welches wir uns dieses subjektiven Zusammenhanges oder dieser Folge von Zuständen unserer selbst bewusst werden.

Ein rother Lichtstrahl wird auch ohne Gedächtniss einen bestimmten Eindruck auf unser Gesicht machen oder eine bestimmte Erscheinung hervorbringen; allein, wir würden uns nicht erinnern, diesen Eindruck jemals gehabt zu haben, wir könnten ihn also nicht in ein bekanntes System von Erkenntnissen einreihen. Ohne diese Erinnerung würden wir denselben Eindruck auch nicht wieder reproduziren können. Jede Sinneserscheinung ist ein bestimmter, thatsächlicher Zustand, in welchem unserer Vorstellungskraft keine freie Bewegung gestattet ist. (Wenn wir in Gedanken von einem bestimmten Roth zu einem anderen Roth übergehen, stellen wir uns das Roth nicht als Erscheinung oder Sinneseindruck, sondern als Anschauung oder als einen Eindruck auf unser Anschauungsvermögen vor. Als Sinneserscheinung ist ein bestimmtes Roth unveränderlich; eine Veränderung bringt in dem anderen Roth eine andere Erscheinung hervor: als Anschauung ist jedes beliebige Roth ein Roth; die Änderung der Erscheinung bedingt keine Änderung der Anschauung). Die Unveränderlichkeit der Sinneserscheinung ist der Grund, warum die Gedächtnissoperation im Gebiete der Sinne, da sie immer nur die Erinnerung bestimmter Zustände ist, keine eigentliche Dimensität hat, sondern wie die geometrische Setzung von Punkten als undimensionaler Prozess erscheint.

Ganz anders verhält es sich mit der eindimensionalen Vorstellung von Individuen. Indem wir uns den Kolumbus einmal in Genua, einmal

in Spanien, einmal auf dem Schiffe denken, ändern wir nicht die Vorstellung des Menschen Kolumbus. Bei der Vorstellung eines bestimmten Menschen reihen wir also in Gedanken alle möglichen Zustände, in welchen er denkbarer Weise erscheinen kann, zu einem Inbegriffe zusammen. Indem wir uns diesen Inbegriff von möglichen Zuständen als ein bestimmtes Objekt vorstellen, begehen wir offenbar ausser der undimensionalen Gedächtnissoperation, welche die Vorstellungen einzelner Zustände bildet, noch eine ganz andere, höhere, nämlich die eindimensionale Gedächtnissoperation, kraft welcher wir uns erinnern, dass jene einzelnen und ausserdem alle möglichen anderen Zustände einem gemeinschaftlichen, sie alle umfassenden Objekte angehören, oder dass, umgekehrt, in dem als Individuum vorgestellten Objekte unendlich viel mögliche Zustände liegen, deren wir uns erinnern oder zu erinnern vermögen, indem wir das Individuum denken. Der Gedächtnissprozess, welcher Einzelzustände zu einem gemeinschaftlichen Sein vereinigt oder welcher das Werden eines Objektes aus Elementarzuständen vorstellt, vollführt daher bei der Vorstellung von Zuständen die undimensionale Elementaroperation und entwickelt seine erste Dimension erst bei der Darstellung von Individuen aus Zuständen.

Bei der Vorstellung einer Gattung von Individuen oder auch bei der Vorstellung eines abstrakten Begriffes erinnern wir uns bei jedem dazu gehörigen Einzelindividuum der Zugehörigkeit zur Gesammtgattung oder wir erkennen dieselben Gattungsmerkmale in jedem Individuum wieder; wir bilden die Gattung durch Zusammenreihung aller Individuen vermittelst eines Gedächtnissprozesses, welcher um eine Qualitätsstufe höher steht als der zuletzt besprochene.

Ebenso erfordert die Vorstellung einer Gesammtheit die Aneinanderreihung von Gattungen durch den nochmals um eine Qualitätsstufe sich erhebenden Gedächtnissprozess.

Wenn wir statt des denkenden Ich die ganze Menschengattung zum denkenden Subjekte annehmen, spielen die Vorstellungen eines einzelnen Menschen die Rolle von eindimensionalen Grössen. Die momentane Vorstellung eines solchen Menschen hat dann die Qualität einer Elementargrösse; die Vorstellungen der Menschheit oder eines Volkes oder einer menschlichen Gesellschaft aber erscheinen nun als zweidimensionale Grössen.

Ausser den Qualitäten, welche den vier Dimensitäten vom Grade 0, 1, 2, 3 entsprechen, kommen auch solche in Betracht, deren Grade gebrochene, imaginäre, benannte Zahlen sind. Unter diesen Qualitäten befinden sich alle möglichen Grössenarten, resp. Eindrücke, z. B. Gefühle, Erregungen, Willensäusserungen u. s. w., deren sich der Mensch bewusst werden, die er sich vorstellen, deren er sich erinnern kann.

§. 545.

Der Gedankengang, als fünfte memoriale Grundeigenschaft.

Die fünfte Grundeigenschaft der Gedächtnissgrössen, ihre Modalität, entspricht der mathematischen Form; sie kann als Gedankenform oder Gedankengang bezeichnet werden. Der entsprechende Prozess, welcher dem Gedanken seine Form verleiht, ist die Gedankenbildung, welche

nach einem bestimmten Gesetze in Abhängigkeit von den diese Bildung beeinflussenden Bedingungen vor sich geht.

Indem wir bei einer Vorstellung beharren, charakterisirt sich dieselbe durch die Konstanz oder Unveränderlichkeit: die Form des Gedankens steht auf der ersten Hauptstufe. Allgemein, erfordert die Konstanz nicht gerade die Existenz nur einer einzigen Vorstellung: auch ein System einzelner Vorstellungen ist konstant, wenn jede von ihnen unveränderlich ist. Die Analogie des konstanten Systems von Vorstellungen ist die geometrische Punkt- oder Eckfigur, deren isolirte Eckpunkte nicht durch sukzessive Übergänge, sondern nur sprungweise erreichbar sind. Diese Eckfigur repräsentirt ein System von Gedankensprüngen ohne gegenseitigen Anschluss oder ohne Vermittlung stetiger Übergänge. Plötzliche, unvermittelte Einfälle haben den Charakter konstanter Vorstellungen.

Indem wir unsere Gedanken zwischen den verschiedenen möglichen Zuständen eines individuellen Objektes schweifen lassen oder indem wir uns ein Objekt vorstellen, welches nur eine Gedankenbewegung innerhalb einer einfachen Reihe von Zuständen gestattet, haben wir einen einförmigen Gedanken. Diese Gedankenbewegung, da sie sich in einer einseitigen Reihe vollzieht, hat ein einfaches, konstantes Ziel, kann also auch als ein Fortschritt nach einem bestimmten Ziele aufgefasst werden; sie realisirt die zweite Hauptform der Gedankenbildung und ist die Analogie zur geraden Linie.

Durch gleichmässigen Wechsel des Zieles oder der Fortschrittsrichtung unter Festhaltung der Gattung, in welcher die Objekte liegen, ergiebt sich als dritte Hauptform die gleichförmige Gedankenbildung, welche ihre geometrische Analogie in der Kreislinie hat. Durch ungleichmässige Änderung des Zieles erhält man die Analogie zur ebenen Kurve.

Plötzliche Wechsel des Zieles liefern die Analogie zu den geometrischen Linienpolygonen in der Ebene. Wenn wir beim Nachdenken über einen Gegenstand unsere Gedanken plötzlich bald auf dieses, bald auf jenes Objekt richten und in solchen Richtungen Vorstellungen bilden, ohne das Gattungsbereich von Vorstellungen zu verlassen, entspricht unser Gedankenprozess der letzteren Form.

Indem wir ausser dem Ziele auch die Gattung oder das Bereich der Forschung ändern, betreten wir das Gebiet der vierten Formklasse, deren Hauptform der Schraubenlinie analog ist. Im Allgemeinen kommen hier die den Raumpolygonen analogen Gedankenbildungen in Betracht, welche sich stetig oder unstetig durch beliebige Theile unseres Vorstellungsgebietes bewegen.

Insofern endlich der Fortschritt in den einzelnen Richtungen mit wachsender Intensität vor sich geht, sodass sich die in diesen Richtungen gebildeten Vorstellungen mehr und mehr häufen, nimmt der Gedankenlauf die fünfte Hauptform an, welche der steigenden oder gestauchten Kurve, insbesondere der logarithmischen Raumspirale analog ist.

Allgemein, verleihen die Bedingungen, unter deren Einflusse die einzelnen Gedanken sich assoziiren, dem Gedankengange eine gesetzliche Mannichfaltigkeit. Diese gesetzliche Abhängigkeit der einfachen Gedanken und ihre Anordnung zu einem Systeme von Gedanken, also das Gesetz des Gedächtnissprozesses, welches der geometrischen Form oder

der arithmetischen Funktion entspricht, äussert sich in mancherlei Erscheinungen, unter Anderem in der Weise des Denkens, in der Methode der Forschung, in dem Gange der Untersuchung, im Stile der Darstellung u. s. w. Fasst man den Gedankengang als eine Variation oder Freiheit der Vorstellung in einer gesetzlichen oder von Bedingungen abhängigen Bahn auf; so ist diese Bahn auf der ersten Formstufe in jeder Hinsicht unfrei; auf der zweiten Stufe ist der Ort der Vorstellung in einer festen Richtung frei oder der Fortschritt ist frei; auf der dritten Stufe ist auch die Fortschrittsrichtung in einer festen Gattung frei; auf der vierten Stufe ist auch die Gattung in einer festen Gesammtheit frei; auf der fünften Stufe wird endlich auch die Gesammtheit frei: es wird jedoch vorausgesetzt, dass die in jeder Hauptform frei gegebenen Veränderungen gleichmässig oder mit konstanten Geschwindigkeiten ausgeführt werden, indem inkonstante Geschwindigkeiten nicht die Hauptformen, sondern die Hauptklassen der Gedankenformen erzeugen.

Da der Mensch in endlicher Zeit nur eine endliche Menge von Vorstellungen vollständig erkennen kann; so bewegt sich seine Gedankenbildung immer in Sprüngen, d. h. diejenigen Vorstellungen, mit welchen sich vollständige Erkenntniss verbindet, bilden immer nur Punkte in den stetigen Linien, in welchen die unendlich vielen möglichen Erkenntnisse der zugehörigen Zwischenvorstellungen Platz finden würden. Die Gedankenfigur entspricht also im Wesentlichen der geometrischen Polygonal- oder Eckfigur. Wir glauben jedoch hinzufügen zu müssen, dass wennauch unsere Gedanken sprungweise von einer erkannten zu einer anderen erkannten Vorstellung übergehen, der von unserer Vorstellungskraft zwischen zwei durch Erkenntniss fixirten Punkten zurückgelegte Weg doch als ein stetiger Gedankenweg angesehen werden muss, welcher nicht mit wirklichen Erkenntnissen erfüllt ist, aber doch damit erfüllt werden kann.

Zur Erläuterung der fünf Hauptgedankenformen mögen noch folgende Bemerkungen dienen. Ein direkter Übergang von einer Vorstellung A zu einer anderen B ist ein solcher, welcher von A aus in konstanter Richtung oder in gerader Linie oder unmittelbar auf das Ziel B los geht. Ein direkter Übergang hat also die zweite Hauptgedankenform oder entspricht einem einförmigen Vorstellungsprozesse. Jeder unermittelte Übergang von einer Vorstellung zu einer anderen beruht auch materiell auf einem Gehirnprozesse, welchen wir für einen direkten, unmittelbaren, geraden, kürzest möglichen halten. Ein solcher Prozess befolgt die Regel der geraden Linie (resp. bei Gattungsvorstellungen die Regel der ebenen Fläche). Er ist eine Thätigkeit unter konstanter Relation, verwirklicht sich also bei der Vorstellung der Wirkung einer Ursache, welche sich unter konstanter Kausalität quantitativ erweitert, oder bei der Vorstellung einer effizirenden Thätigkeit. Dieser Prozess entspricht einer Erweiterung unserer Kenntnisse in derselben Richtung und wird, allgemein, unter Bedingungen hervorgerufen, welche die gerade Linie erzeugen, also dann, wenn mit gleicher Fortschrittsgeschwindigkeit in einer Reihe von Akzidentien eine gleiche Fortschrittsgeschwindigkeit in der Reihe von Attributen verbunden ist. Indem ich z. B. vom trojanischen Pferde direkt zum Heidelberger Fasse übergehe, durchschreitet mein Vorstellungsprozess eine

Reihe von Akzidentien oder Zuständen der damit behafteten Individuen, nämlich vom Sein in Troja bis zum Sein in Heidelberg, zugleich aber auch eine Reihe von Attributen, welche die Individuen bezeichnen, denen jene Akzidentien angehören, nämlich vom Pferde bis zum Fasse: die Unmittelbarkeit des Überganges, welche dem Gedankensprunge die Form der geraden Linie verleiht, liegt nun darin, dass der Wechsel der Akzidentien mit dem Wechel der Attribute stets gleichen Schritt hält, selbst wenn die zwischenliegenden Akzidentien und Attribute nicht wirklich vorgestellt, sondern nur für möglich gehalten werden.

Der direkte Übergang von einer einförmigen Gedankenrichtung AB zu der einförmigen Gedankenrichtung AC entspricht der geometrischen Drehung der Linie AB in einer Ebene ABC um den Punkt A. Wenn sich diese Änderung der Gedankenrichtung mit dem vorstehenden Fortschrittsprozesse verbindet; so entsteht ein Gedächtnissprozess, welcher die Analogie zur ebenen Kurve ist. Ein solcher Fall liegt vor, wenn ich über die Wärme nachdenke, und zu alten und neuen Wärmezuständen alte und neue Wirkungen der Wärme füge.

Ein direkter Übergang von einer Gattung von Objekten zu einer anderen Gattung entspricht der geometrischen Wälzung einer Ebene um eine gerade Linie. Wenn sich dieser Prozess mit dem vorstehenden verbindet, wenn sich also Fortschritt mit Änderung der Gedankenrichtung und mit Änderung der Objektsgattung vergesellschaftet, entsteht der Prozess, welcher einer Raumkurve entspricht. Diess ereignet sich z. B. bei dem Aufbau der Wärmetheorie unter Berücksichtung der Beziehungen, welche zwischen dem Gebiete der Wärme und den Gebieten anderer, alter und neuer Naturkräfte stattfinden.

Jenachdem der Fortschritt zu neuen Objekten bei derselben Änderung der Beziehungen einen langsameren oder einen rascheren Flug nimmt, jenachdem sich also die Entdeckungen weniger oder mehr verdichten, nimmt der Prozess das Bild der mehr oder weniger gestauchten Kurve an.

Es ist schon hervorgehoben, dass in jeder Hauptform für gewisse Bewegungen Freiheit, für gewisse Bewegungen aber Unfreiheit oder Zwang oder Konstanz besteht, dass auch die Freiheit der ersteren Bewegungen nicht für alle variabelen Elemente eine absolute, sondern für manche eine relative ist, indem die Veränderungen der letzteren Elemente mit denen der ersteren gleichen Schritt halten oder mit denselben in einem konstanten Verhältnisse bleiben müssen. So ist in der dritten Hauptform, welche die Analogie des Kreises bildet, die Länge und die Richtung frei, die Torsion und die Steigung dagegen unfrei, gefesselt, konstant: die Freiheit der ersteren ist jedoch nicht für beide eine vollkommene (die Länge und die Richtung können nicht zugleich unabhängig variabel sein), vielmehr bleibt immer das Verhältniss zwischen Längenänderung und Richtungsänderung konstant: wenn also der Fortschritt in der Kurve absolut frei gedacht wird, bleibt die Drehung an ein konstantes Verhältniss zum Fortschritte gebunden.

Durch Aufhebung des zuletzt erwähnten Zwanges zwischen den variabelen Elementen, welcher die betreffende Hauptform charakterisirt, unter Beibehaltung der vollkommenen Unfreiheit der übrigen Elemente geht die Hauptform in eine Hauptklasse von Formen über. So erhält

man aus dem Kreise durch Aufhebung des konstanten Verhältnisses zwischen Fortschritt und Drehung unter Beibehaltung der konstanten Drehungsebene und des Steigungsverhältnisses 1 eine ebene Kurve. Das Gesetz, welches die Abhängigkeit zwischen Fortschritt und Drehung regelt, charakterisirt die Form einer solchen ebenen Kurve.

Bei den höheren Klassen wird auch die Torsion und sodann die Steigung frei und für jedes dieser Elemente kann ein besonderes Variabilitätsgesetz gegeben sein, welches die Abhängigkeit dieses Elementes von dem einen unabhängig variabelen oder absolut freien Elemente ausdrückt. Der Inbegriff aller dieser Abhängigkeitsgesetze stellt sich arithmetisch durch eine Funktion oder Formel mit variabelen Grössen (Koordinaten) und geometrisch durch eine Figur dar, welche Letztere, indem sie von einem variabelen Punkte durchlaufen wird, alle jene Abhängigkeitsgesetze zur Anschauung bringt. Für das uns in diesem Abschnitte beschäftigende Gebiet der Vorstellungen ist der Gedanke, als Analogie der arithmetischen Funktion und der geometrischen Figur, das System von einfachen Einzelvorstellungen oder von Vorstellungselementen, welche sich nach einem bestimmten Abhängigkeitsgesetze oder nach gegebenen Bedingungen auseinander entwickeln. Die fünfte memoriale Grundeigenschaft spricht sich also als das Gesetz aus, nach welchem Gedanken entwickelt, d. h. einfache Vorstellungen zu einem einheitlichen Gedanken vergegenwärtigt, assoziirt und geordnet werden.

Beispielsweise enthält die Regel, nach welcher die Quadratwurzel aus einer Zahl gezogen wird, das Gesetz füre inen Gedankengang, welcher zu einer bestimmten Erkenntniss führt. Dieser Gedankengang oder Gedächtnissprozess darf nicht mit der Erkenntniss verwechselt werden, zu welcher er als zu einem Endzustande führt: diese Erkenntniss ist der Werth der gesuchten Quadratwurzel, ein intellektueller Begriff, sie ist das gesuchte und gefundene Objekt; die Ausrechnung dagegen ist der von diesem Objekte ganz verschiedene Gedächtnissprozess der Aufsuchung des Objektes. Zur Verhütung von Missverständnissen bemerken wir, dass in den mathematischen Formeln, soweit sie Repräsentanten von Erkenntnissen sind, alle Symbole die Bedeutung von Grössen, also von Begriffen oder Erkenntnissen, nicht die Bedeutung von Prozessen haben, dass also, wenn in einer solchen Formel wie $y = a + b\sqrt{17} - \sin\alpha$ eine Quadratwurzel oder ein Sinus erscheint, hierunter nicht das Verfahren der Ausrechnung einer Quadratwurzel oder eines Sinus, sondern das Resultat dieses Verfahrens zu verstehen ist. Nun werden allerdings nicht bloss Grössen, sondern auch Prozesse mathematisch dargestellt: der vorstehende Werth von y verlangt ausdrücklich die Bildung eines Produktes $b \times \sqrt{17}$ und eine Addition und eine Subtraktion: allein, immer handelt es sich nur um die Gewinnung des Resultates gewisser intellektuellen Operationen, nicht um den Gedächtnissprozess, welcher zur Gewinnung dieses Resultates vollführt werden muss. Der letztere Prozess ist für die gesuchte Erkenntniss unwesentlich, er liegt ausserhalb derselben, wird nicht vom Verstande, sondern vom Gedächtnisse vollbracht, und wennauch der Verstand durch eine mathematische Regel oder Formel den Gedankenweg, welchen das Gedächtniss zu gehen hat, genau bezeichnet;

so ist es doch immer nicht der Verstand, sondern das Gedächtniss, welches den Weg geht und uns zu dem Punkte führt, wo der Verstand die gesuchte Erkenntniss findet. Die Rechenregel ist daher, auch wenn sie sich als Formel darstellt, doch immer der Ausdruck für ein memoriales Gedankengesetz, nämlich für ein Gesetz, nach welchem sich in gegenseitiger Abhängigkeit voneinander einzelne Vorstellungen zu einem einheitlichen Gedanken von bestimmter Eigenthümlichkeit entwickeln.

§. 546.

Die Apobasen des Gedächtnisses.

1) Die der logischen Definition entsprechende erste memoriale Apobase ist der Prozess, kraft dessen wir uns mehrere Objekte zugleich vorstellen und aus dieser Vorstellung dasjenige Objekt vergegenwärtigen, in welchem sich jene Einzelvorstellungen decken. Offenbar ist zu dieser gleichzeitigen Bildung mehrerer Vorstellungen und zur Vergegenwärtigung des ihnen gemeinsamen Objektes eine ganz besondere Thätigkeit unseres Vorstellungsvermögens erforderlich, und die daraus gewonnene Vorstellung kann so gut eine alte, wie eine neue sein.

Beispielsweise giebt uns die Vorstellung eines Berges und die des Feuerspeiens dadurch die Vorstellung eines Vulkans, dass wir das jenen ersteren beiden Vorstellungen Gemeinsame als Objekt auffassen. Der wesentliche Zweck dieser Operation ist aber die Entdeckung eines bis dahin unbekannten Objektes B, welches ein gegebenes Objekt A deckt oder überdeckt oder in sich enthält, also z. B. die Entdeckung, dass das Objekt A sowohl dem Begriffe des Berges, als auch dem Begriffe des Feuerspeiens angehöre, dass also A ein Vulkan sei. Diese memoriale Apobase ist hiernach das Mittel, die Definition eines Objektes aus seinen Merkmalen herzustellen.

2) Die dem logischen Urtheile parallel laufende zweite memoriale Apobase ist der Vorgang, durch welchen wir zwei Objekte miteinander vergleichen, d. h. die Kenntniss gewinnen, dass und in welchen Punkten sie sich begegnen oder wie sie miteinander verbunden sind. Diese Operation ist also das Mittel, das Urtheil über ein Objekt aus seinen Eigenschaften herzustellen.

Beispielsweise führt uns die Vorstellung eines Menschen und eines damit verbundenen Kopfes zu dem Urtheile, dass der Mensch einen Kopf habe, oder die Vorstellung Newton's in Verbindung mit England als einem Wohnorte zu dem Urtheile, dass Newton in England gelebt habe. Ist das zu beurtheilende Subjekt gegeben; so betrifft der Entdeckungsprozess dieser Apobase die gesuchte Eigenschaft, also ein mit dem Subjekte verbundenes Objekt und die Art oder den Punkt der Verbindung.

3) Die dem logischen Schlusse analoge memoriale Apobase ist die Herstellung eines direkten Überganges von einem Objekte A zu einem anderen Objekte B durch Vermittlung eines auszuscheidenden dritten Objektes C, also die Bildung des Urtheils zwischen A und C aus den beiden Urtheilen zwischen A und B und zwischen B und C durch Übergehung von B.

Indem wir uns den Plato als einen Fall im Begriffe des Griechen, den Griechen aber als eine Partikularität des Menschen vorstellen, sodann aber unter Ausscheidung des vermittelnden Begriffes des Griechen uns direkt den Plato als einen Fall des Begriffes Mensch vorstellen, begehen wir den Prozess, dessen intellektuelle Erkenntniss der Schluss ist. Ebenso, indem wir von der Vorstellung, dass der Mensch den Hund hetzt, und von der Vorstellung, dass der gehetzte Hund das Schaf beisst, durch Übergehung des Hundes zu der Vorstellung übergehen, dass der Mensch durch Hetzung den Biss des Schafes veranlasst, bilden wir einen Schluss.

Die hier in Frage stehende Gedächtnissoperation besteht in der Vergegenwärtigung zweier Urtheile, in der Vorstellung des ihnen gemeinsamen Gliedes, in dem Fallenlassen dieses Gliedes C und in der Vorstellung des durch dieses Aufgeben von C ermöglichten direkten Überganges von A zu B.

4) Die der logischen Insumtion gegenüberstehende memoriale Apobase verlangt die Zusammensetzung aller denkbar möglichen konkreten Urtheile zu einem dieselben umfassenden Gattungsurtheile, also die Abstraktion aus allen möglichen konkreten Subjekten, die Abstraktion aus allen möglichen konkreten Prädikaten und die Aufstellung des Urtheils zwischen diesen Abstraktionen oder Gattungen durch einen Gedächtnissprozess, welcher ein memorialer Abstraktionsprozess, d. h. ein Gedächtnissprozess von zwei Dimensionen ist, indem er unendlich viel Subjekte mit unendlich viel Prädikaten oder eine Gattung von Subjekten mit einer Gattung von Prädikaten in Verbindung bringt.

Da die in einer Gattung enthaltenen unendlich vielen möglichen Fälle nicht sämmtlich wirklich vorgestellt werden können; so muss der vorgestellte Einzelfall sich durch eine besondere Eigenthümlichkeit als einen Repräsentanten der ganzen Gattung darstellen. Das Urtheil, aus welchem wir eine Insumtion zu bilden vermögen, darf also nicht auf einer isolirten Thatsache beruhen, sondern muss ein begründetes sein, welches eine allgemeinere Gültigkeit hat und für jenen Einzelfall aus dem Grunde besteht, weil dessen Subjekt und Prädikat Spezialfälle einer höheren Gattung sind. Bei der Insumtion haben wir uns also das Einzelurtheil und zugleich seine Begründung oder seinen Bestand wegen der Zugehörigkeit zu einer allgemeineren Gattung zu vergegenwärtigen. Nur auf diese Weise bilden wir aus dem Urtheile, dass ein bestimmter Stein fällt, mit Rücksicht auf die Begründung dieses Urtheils durch mechanische Gesetze oder durch die Zugehörigkeit dieses Steines zu den gravitirenden Körpern die Insumtion, dass jeder Stein fällt.

5) Die mit der logischen Involvenz korrespondirende memoriale Apobase verlangt die Vorstellung des gesetzlichen Zusammenhanges zwischen Objekten oder des Abhängigkeitsgesetzes, welches eine Mannichfaltigkeit verschiedener oder variabeler Elemente zu einer Einheit oder einem einheitlichen Ganzen verbindet oder nach welchem sich eine Gesammtheit von Mannichfaltigkeiten bildet. Bei dieser Thätigkeit kömmt es also vornehmlich darauf an, sich ausser den vorzustellenden Elementarurtheilen die Einflüsse oder Abhängigkeiten mit zu vergegenwärtigen, welchen sie ihre Entstehung, Veränderung, Entwicklung, Bildung verdanken.

Das Resultat dieses Kompositions- oder Komplikationsprozesses ist das logische Gesetz, die arithmetische Formel oder Funktion, die geometrische Form oder Konstruktionsregel, das mechanische System u. s. w., der memoriale Prozess aber, um welchen es sich hier handelt, ist die Funktion unseres Gedächtnisses, welche ausgeübt werden muss, um die Elemente eines solchen Systemes in dem gesetzlichen Zusammenhange oder als Elemente eines Organismus vorzustellen.

§. 547.

Grundforderungen und Grundsätze des Gedächtnisses.

Die Grundeigenschaften enthalten die Grundbegriffe oder Grunderklärungen eines Grössengebietes oder die Definitionen der darin vorkommenden Grössen. Die Grundforderungen oder Postulate ermöglichen die Grundveränderungen der Grundeigenschaften oder die Grundoperationen mit den Grössen. Die Grundsätze oder Axiome sprechen die zwischen den Grundeigenschaften bestehenden Grundbeziehungen, Grundgemeinschaften und Grundabhängigkeiten aus.

Ebenso wie die Grundeigenschaften, bilden auch die Postulate und Grundsätze jeder Wissenschaft, wie wir schon mehrmals hervorgehoben haben, einunddasselbe System von Sätzen, welche sich lediglich durch die der Eigenart des Grössensystems entsprechende Bedeutung unterscheiden. Die Postulate und Grundsätze des Gedächtnisses können daher ebenso gut nach denen des Verstandes, als auch nach denen des Raumes, der Zeit, der Materie u. s. w. aufgestellt werden. Wir beschränken uns auf folgende Andeutungen.

1) Die Postulate des Gedächtnisses räumen uns die Fähigkeit ein, die einfachsten Vorstellungsprozesse auszuführen, ohne dass doch der Verstand die Richtigkeit und Zulänglichkeit des Verfahrens zu begreifen oder die Ausführung zu beschreiben vermöchte. Demnach vindiziren wir uns die Fähigkeit, eine Vorstellung zu erfassen, sie festzuhalten und aufzugeben, sie in unser Gedächtniss aufzunehmen oder unserem Kenntnissgebiete einzuverleiben und sie darin zu bewahren, auch sie daraus zu verlieren oder zu vergessen, also unsere Kenntnisse zu erweitern und zu beschränken. Ferner erkennen wir uns die Fähigkeit zu, Vorstellungen zu produziren und zu reproduziren (uns ihrer zu erinnern), sodann die Fähigkeit, unsere Gedanken auf einen Gegenstand zu richten, ferner die Fähigkeit, mehrere Vorstellungen zugleich zu bilden und aus unendlich vielen Zuständen desselben Objektes die Vorstellung des Objektes (resp. der Gattung und der Gesammtheit) zu bilden, also auch abstrakte Vorstellungen zu erzeugen. Endlich erklären wir uns fähig, von einer bekannten einfachen Vorstellung zu einer anderen unmittelbar (in gerader Linie oder auf nächstem Wege) überzugehen.

2) Aus der Zahl der memorialen Grundsätze heben wir die nachstehenden hervor.

Das Kenntnissgebiet gestattet eine unausgesetzte Erweiterung. Jede Erweiterung ist ein Fortschritt zu Neuem. Alles Neue ist von dem

Alten (Bekannten) verschieden. Die Erweiterung des Kenntnissgebietes führt also zu immer verschiedenem Neuen.

Die Beschränkung des Kenntnissgebietes durch Vergessen kann unausgesetzt stattfinden, indem immer nur Bekanntes und zwar stets anderes Bekanntes in Vergessenheit sinkt. Dieser Prozess hat seine Grenze in der vollständigen Leere des Gedächtnisses.

Was noch nicht vergessen worden, ist im Gedächtnisse vorhanden.

Das Bekannte kann nicht neu, das Neue nicht bekannt sein.

Was wir uns vergegenwärtigen, steht auf der Grenze von Altem und Neuem (ist entweder aus dem Kenntnissgebiete heraufgeholt oder aus dem Gebiete des Neuen herabgeholt). Bei der Erweiterung des Kenntnissgebietes schliesst sich das Neue an das Alte und zwar unmittelbar an das Vergegenwärtigte an oder verbindet sich damit durch einen Fortschrittsprozess, welcher vom Gebiete des Bekannten ausgeht. Ein Fortschritt von Unbekanntem zu Unbekanntem ist nicht möglich; wir können keine neue Kenntniss durch einen Ausgang von Unbekanntem erwerben (das noch nicht Erkannte kann kein Ausgangspunkt für eine Erkenntniss sein); alle neue Kenntniss geht von Bekanntem aus.

Zwei einförmige Vorstellungsprozesse, welche von den verschiedenen Vorstellungen A und B zu derselben Vorstellung O übergehen, also die Wege AO und BO nähern sich sukzessiv dergestalt, dass die auf diesen Wegen anzutreffenden Vorstellungen, welche einunddemselben Akzidens entsprechen, einander immer näher rücken, bis sie in dem gemeinschaftlichen Ziele O zusammentreffen. Umgekehrt, entfernen sich die von demselben Punkte O ausgehenden einförmigen Vorstellungsprozesse, welche verschiedene Relation haben, unausgesetzt voneinander, haben also nicht mehr, als den einen Punkt O miteinander gemein.

Zwei einförmige Vorstellungsprozesse von gleicher Richtung oder von gleicher Relation zu einem bestimmten einförmigen Fortschrittsprozesse oder von gleicher Abweichung von demselben, also zwei von verschiedenen Vorstellungen A und B ausgehende Prozesse AA' und BB', welchen bei gleicher Änderung eines Akzidens stets eine gleiche und verhältnissmässige Änderung des Attributes entspricht, können keine Vorstellung miteinander gemein haben oder in keiner Vorstellung zusammentreffen (sie laufen parallel).

Die Reproduktion hebt die Produktion auf (durch Erinnerung kehren wir vom produzirten Neuen zum alten Ausgangspunkte zurück).

Produktion und Reproduktion von Zuständen ändert nicht das vorgestellte Objekt. Produktion und Reproduktion von Attributen oder Änderung des Objektes ändert nicht den vorgestellten Zustand desselben. Veränderungen des Akzidens und Veränderungen des Attributes beeinflussen sich nicht.

Bei der Rückkehr zu einer früheren Vorstellung wird die stattgehabte Produktion von der stattgehabten Reproduktion sowohl in Beziehung der Akzidentien, als auch der Attribute aufgehoben.

Der Übergang zu anderen Relationen, mag er produktiv oder reproduktiv vor sich gehen, bildet einen in sich selbst zurückkehrenden Kreislauf. Die Relationen wiederholen sich endlich einmal oder es treten

wiederholt dieselben Relationen ein oder die Relationen können sich erneuern oder wiederholen.

Ein Element eines Gedankenganges ist stets ein einförmiger (gerader) Fortschritt, d. h. der Übergang von einer Vorstellung zu der unmittelbar benachbarten ist ein direkter oder unmittelbarer oder unmittelbar auf sein Ziel los schreitender. Ebenso erfolgt eine Änderung der Vorstellungsrichtung oder der Relation in Prozessen, deren Elemente in derselben Gattung liegen oder der Drehung um eine konstante Axe entsprechen.

3) Wir wollen nicht unterlassen, darauf aufmerksam zu machen, dass die Grundeigenschaften und Grundsätze einer jeden Wissenschaft vornehmlich auf Zeugnissen des Verstandes, dass dagegen die Grundveränderungen und Postulate einer Wissenschaft vornehmlich auf Zeugnissen des Vorstellungsvermögens beruhen; die Ersteren werden verstanden, die Letzteren vorgestellt. Dass eine gerade Linie keinen Raum einschliesst, begreifen wir; wie eine gerade Linie gezogen wird, stellen wir uns vor. Das Eine ist unbeweisbar und seine Richtigkeit evident; das Andere ist unbeschreibbar und seine Ausführbarkeit unbestritten.

§. 548.

Beziehung des Gedächtnisses zum Verstande.

Wir wiederholen nochmals, wie Raum und Zeit im Anschauungsgebiete sich unterscheiden, so unterscheiden sich Begriff und Vorstellung im Erkenntnissgebiete. Verstandesthätigkeit hat daher mit Gedächtnissthätigkeit unmittelbar Nichts zu thun, Intelligibilität ist keine Memorabilität. Unter den Anschauungen hat der Raum die analoge Stellung, welche der Verstand im allgemein logischen Gebiete einnimmt, dagegen die Zeit die analoge Stellung des Gedächtnisses. Diese Analogie zwischen Raum und Verstand, sowie zwischen Zeit und Gedächtniss hat ihren Grund darin, dass der Begriff ein momentan fester Zustand unserer selbst, ein Zugleichbestehen in gesonderten Theilen ist, welchen wir ein Sein nennen, wogegen die Gedächtnissthätigkeit oder das Vorstellen ein Veränderungsprozess ist, durch welchen wir aus dem einen Zustande in den anderen übergehen, ein Prozess, welchen wir ein Werden nennen. Das Zugleichbestehen in gesonderten Theilen ist aber auch das Wesen der Raumfigur, das Werden oder die Nachfolge dagegen das Wesen des Zeitereignisses.

Hiernach können wir ein Begriffssystem durch ein Raumsystem anschaulich machen, also jedem Begriffe, welcher einen Zustand eines Individuums bedeutet, einen Punktort im Raume verleihen oder wenigstens sagen, ein bestimmter Begriff nehme vermöge seiner intellektuellen Eigenschaften unerschütterlich eine bestimmte gesonderte Stelle in unserem Begriffssysteme ein. Von einer Vorstellung kann man wohl, wie von einem Zeitereignisse sagen, sie bilde ein bestimmtes Stadium im Verlaufe der Zeit; allein diese chronologische Bestimmtheit in der Reihe der nacheinander seienden Zustände ist keine räumliche Bestimmtheit in der Reihe nebeneinander seiender Zustände. Ebenso wenig, wie sich das System der Zeitereignisse mit dem Systeme der Raumfiguren identifiziren

lässt, ebenso wenig lässt sich das System der Vorstellungen mit dem der Begriffe identifiziren. Das Vorstellen oder die Gedächtnissthätigkeit ist der Prozess, durch welchen sich unsere Begriffe änderen oder durch welchen sie werden oder entstehen. Ein Prozess, durch welchen sich ein Objekt ändert, durch welchen es entsteht, durch welchen es in andere Zustände versetzt wird, führt natürlich wieder zu einem Zustande hin oder schliesst mit einem Zustande dieses Objektes, und die Beschaffenheit des entstandenen Zustandes wird von dem Entstehungsprozesse abhängig sein oder in einer bestimmten Beziehung zu diesem Prozesse stehen: allein, darum ist der entstandene Zustand doch immer ein Zustand, kein Prozess, er kann also niemals dem Entstehungsprozesse, durch welchen er geworden ist, gleich geachtet werden, sondern wird immer völlig heterogen zu ihm bleiben.

Wenn unsere Sprache mit dem Worte Vorstellung sowohl den Prozess des Vorstellens, als auch das Resultat desselben oder den dadurch geschaffenen Endzustand, also den vorgestellten Begriff bezeichnet; so dürfen wir in dieser Doppelsinnigkeit eines Wortes keine Identifizirung der darunter verstandenen Objekte erblicken. Ein Begriff heisst doch nur immer dann eine Vorstellung, wenn er als das Resultat eines im Begriffsgebiete ausgeübten Gedächtnissprozesses oder als die Vergegenwärtigung eines Begriffes erscheint.

Wir haben schon mehrmals erwähnt, dass der Gedächtnissprozess nicht bloss im Begriffsgebiete, sondern auch in jedem anderen Gebiete geübt werden kann, dass wir also ebenso gut Handlungen und Gefühle produziren und reproduziren können, wie Begriffe. So lange es sich jedoch um Erkenntnisse handelt, solange also Handlungen und Gefühle nicht nach ihrer eigenartigen Qualität, sondern nur nach den davon im Erkenntnissvermögen erregten Zuständen in Betracht gezogen werden, haben wir es immer nur mit der Vorstellung von Begriffen zu thun.

Das Anschauungsgebiet weis't auch in letzterer Hinsicht die vollkommenste Analogie auf. Die Zeitereignisse betreffen ebenso wohl die räumlichen, als auch die materiellen (mechanischen), die stofflichen (chemilogischen) und die physiometrischen Eigenschaften der Dinge. Solange jedoch die Materie, der Stoff und der Krystall nur nach seinen räumlichen Eigenschaften in Betracht gezogen wird, sind diejenigen Zustände, welche beim Verfliessen der Zeit eine Änderung erleiden, nur räumliche Zustände. Unter dieser Voraussetzung kann man den Ausspruch thun, dass alle Zeitereignisse im Raume geschehen. Derselbe sagt durchaus nicht, dass der absolute Raum und die absolute Zeit voneinander abhängig seien, sondern dass jedes Objekt jederzeit zugleich ein Raum- und ein Zeitobjekt ist, und dass die konkreten Werthe der geometrischen und chronologischen Eigenschaften eines gegebenen Objektes in gesetzlicher Beziehung stehen.

Wegen der Unabhängigkeit, welche zwischen Begriff und Vorstellung besteht, kann sich jeder Begriff mit jeder Vorstellung vergesellschaften. Trotz dieser prinzipiellen Unabhängigkeit, welche die Möglichkeit der Verbindung eines Begriffes A mit einer beliebigen Vorstellung a gestattet, besteht doch in Wirklichkeit mit jedem faktischen Begriffe eine einzige bestimmte faktische Vorstellung, und wenn wir von bestimmten

Begriffen reden, meinen wir solche, mit denen Vorstellungen von bestimmter Beschaffenheit verknüpft sind, also von einer Beschaffenheit, welche ein gewisses Gesetz, eine gewisse Abhängigkeit zwischen Begriff und Vorstellung stiftet.

Die Analogie hierzu aus dem Gebiete des Raumes und der Zeit ist folgende. Eine bestimmte Raumfigur, z. B. ein Dreieck ABC, kann auf unendlich verschiedene Weise entstanden sein, also einen unendlich verschiedenen chronologischen oder Ereignisswerth haben. Dasselbe kann früh oder spät entstanden, durch einen langsam oder rasch fortschreitenden Prozess erzeugt, kontinuirlich oder in Absätzen gebildet sein; es können zu seiner Konstruktion erst drei Eckpunkte A, B, C gesetzt und darauf miteinander nach der Reihenfolge ABC oder nach der Reihenfolge BCA oder CAB oder CBA durch Linien verbunden sein; es können auch erst drei unendliche gerade Linien gegeben und ihre Durchschnittspunkte A, B, C ermittelt sein; es kann auch eine Ebene konstruirt und durch ein dreiseitiges Prisma geführt sein, u. s. w. Faktisch ist das Dreieck ABC, welches augenblicklich subjektiv in unserem Anschauungsvermögen oder objektiv im äusseren Raume besteht, durch einen einzigen Ereignissprozess entstanden, und wenn es sich um ein bestimmtes Dreieck handelt, welches nicht faktisch besteht, sondern nur möglicherweise bestehen kann; so ist durch die Bestimmtheit der räumlichen Figur auch der mögliche Entstehungsprozess an gewisse Bedingungen gefesselt, wenngleich er in anderen Beziehungen willkürlich bleibt. Willkürlich bleibt dieser Prozess z. B. hinsichtlich seiner Epoche, seines Alters, seiner Geschwindigkeit, seiner Kontinuität, der Reihenfolge seiner elementaren Theile, der Beihülfe dieser oder jener Punkte, Linien, Flächen u. s. w.; abhängig erscheint derselbe jedoch von der Raumfigur ABC in der Hinsicht, dass er immer ein solcher sein muss, aus welchem eben diese Figur und keine andere hervorgeht.

Indem wir diese Anschauungen auf das Erkenntnissgebiet übertragen, ergiebt sich, dass sich mit einem bestimmten Begriffe sehr verschiedene Vorstellungen verbinden lassen oder dass wir eine Erkenntniss auf sehr verschiedenen Gedankenwegen erwerben können. So lässt sich z. B. die Erkenntniss des Pythagoräischen Lehrsatzes auf verschiedene Weise, durch verschiedene Konstruktionen und Demonstrationen erlangen; ein jeder andere Weg verknüpft mit jener Erkenntniss eine andere Vorstellung, und indem wir den Beweis jenes Satzes ändern, ändern wir die Vorstellung, ohne die Erkenntniss zu ändern. (Die Kenntniss dieses Lehrsatzes ohne Beweis, ohne Einsicht, ist ebenfalls ein Begriff, aber der Begriff von einer in Erfahrung gebrachten Thatsache, nicht von einem geometrischen Gesetze: die damit sich verknüpfende Vorstellung hat andere, einfachere memoriale Eigenschaften als die in dem Beweise liegende Vorstellung).

Gleichwie man auf verschiedenen Gedankenwegen zu einundderselben Erkenntniss gelangen kann, so kann man auf einundderselben Gedankenbahn verschiedene Erkenntnisse gewinnen, jenachdem wir auf dieser Bahn diese oder jene Dinge, welche wir auf derselben antreffen, beachten oder nicht beachten. Denn jede Gedankenbewegung, jeder Gedächtnisssprung führt uns zunächst in einen Punkt unseres Kenntnissgebietes,

welcher nicht mit einem Punkte unseres Begriffsgebietes verwechselt werden darf. Der Eintritt in einen Punkt des Kenntnissgebietes durch Gedächtnissthätigkeit heisst Vergegenwärtigung eines (alten oder neuen oder veränderten) Objektes. Eine solche Vergegenwärtigung kann aber vollständiger und unvollständiger, mit Seitenblicken auf dieses oder jenes Nebenobjekt, mit Berücksichtigung dieser oder jener Beziehung verknüpft, also mit verschiedenen Begriffen oder Erkenntnissen begleitet sein und daraus folgt, dass wir auf einunddemselben Gedankenwege bald mehr, bald weniger, bald die einen, bald die anderen Erkenntnisse erwerben können. Es liegt hier dieselbe Erscheinung vor, welche zwei Menschen darbieten, welche beide denselben Weg durch die Landschaft machen oder beide dieselbe Rechnung ausführen: der Eine beachtet dabei viel, der Andere wenig; der Eine zieht also daraus einen grösseren, der andere einen kleineren Gewinn an Erkenntniss.

Die Beachtung einer grösseren Menge von Dingen, welche uns bei einem Gedankenwege aufstossen, also die Umfassung einer weiteren Erkenntniss bei demselben Gedächtnissprozesse verleiht der geistigen Thätigkeit, welche eine Verbindung von Erkenntniss mit Gedächtnissprozess ist, dieselbe Eigenschaft, welche im Anschauungsgebiete, insbesondere im Gebiete der in Raum und Zeit sich vollziehenden phoronomischen Anschauungen Geschwindigkeit heisst und durch das Verhältniss des in der Zeit b durchlaufenen Raumes a zu der Zeit b dargestellt wird. Diese Eigenschaft macht die Lebhaftigkeit des Gedächtnisses oder vielmehr des im Verstandes- und Gedächtnissgebiete operirenden Geistes aus.

Während im mathematischen Ausdrucke der Geschwindigkeit die Zahl a durch eine bestimmte Raumeinheit und der Nenner b durch eine bestimmte Zeiteinheit gemessen wird, giebt es in dem höheren logischen Gebiete weder für die erlangte Erkenntniss a, noch für die aufgewandte Gedächtnissthätigkeit b ein von aussen her bestimmtes Maass. Die Grössen a und b beruhen auf Prozessen, welche einen höheren Grad von geistiger Freiheit haben oder der Selbstbestimmung unterworfen sind: ihr Maass kann nur ein inneres, von dem denkenden Menschen abhängiges sein. Für die Bestimmung der Erkenntniss a ist Diess hinreichend klar, da jede Erkenntniss, jeder Begriff an sich schon ein Inbegriff von möglichen, nicht von wirklichen Fällen ist, also nicht durch wirkliche Grössen, sondern nur durch Begriffe gemessen werden kann. Was aber die Gedächtnissthätigkeit b betrifft; so kann dieselbe auf die Anstrengung zurückgeführt werden, welche der Mensch bei der Vollführung des in Rede stehenden Gedächtnissprozesses zu machen hat. Diese Anstrengung oder Mühe wird bei demselben Vorstellungsprozesse keine unabänderliche, sondern eine durch die augenblickliche Befähigung des Subjektes bedingte sein. Offenbar sind wir in Folge von Gesundheit und Krankheit, Frischheit und Ermüdung, Ruhe und Erregtheit bald mehr, bald weniger zur Ausübung einer Vorstellungsthätigkeit disponirt: bei momentan gleicher Disposition entspricht aber einer bestimmten Anstrengung ein bestimmter memorialer Fortschrittsprozess. Der in Rede stehende Gedächtnissprozess wird also eine bestimmte Anstrengung erfordern, welche von unserer augenblicklichen Disposition, auch von der Richtung des Weges und dem

Orte seines Ausgangspunktes abhängt (indem wir in der einen Region des Gedächtnissgebietes leichter operiren, als in der anderen, auch im Allgemeinen mit geringerer Mühe reproduziren, als produziren), unter sonst gleichen Umständen wird aber diese Anstrengung dem Wege b proportional sein.

Auf den ersten Blick ist man geneigt, den Nenner b im Ausdrucke der Lebhaftigkeit des Gedächtnisses nach der Zeit zu messen, deren wir zur Vollendung des fraglichen Gedächtnissprozesses bedürfen. Man überzeugt sich jedoch leicht, dass diese Zeit nicht das entscheidende Moment enthält, da wir im Stande sind, mehrere Vorstellungen in demselben Zeitaugenblicke zu erfassen und mehrere Vorstellungsprozesse in demselben Zeitintervalle zu vollbringen, die Gedächtnissthätigkeit überhaupt eine von Selbstbestimmung abhängige oder freiere Thätigkeit ist, als das chronologische Ereignen, mithin auch nach einem freieren, also nach einem geistigen oder inneren Maasse gemessen werden muss. Als solches Maass erscheint uns die Mühe des Nachdenkens, welche zwar häufig mit der Zeit des Nachdenkens in direktem Verhältnisse stehen, häufig jedoch auch bei gleicher Zeit des Nachdenkens grösser oder kleiner sein wird, indem es uns zuweilen eine grössere Anstrengung kostet, von der einen Vorstellung direkt auf eine andere von gewisser Art überzugehen oder indem wir uns genöthigt sehen, diesen Übergang auf einem grösseren Umwege oder auch durch Vermittlung einer grösseren Zahl gleichzeitiger oder ungleichzeitiger Vorstellungen zu bewerkstelligen.

Beispielsweise liegt in der Erkenntniss der Quadratwurzel aus der Zahl 2 auf sieben Dezimalstellen eine bestimmte Erweiterung unseres Kenntnissgebietes oder, wenn uns diese Quadratwurzel schon bekannt sein sollte, eine bestimmte Erkenntniss $AB = a$. Zur Erlangung dieser Kenntniss müssen wir einen Vorstellungsprozess vollbringen, welcher durch die Reihe von Vorstellungen bedingt ist, die wir zu durchlaufen haben, indem wir jene Quadratwurzel durch Kopfrechnung ermitteln. Hierbei kann das Rechnungsverfahren bestimmt, aber auch frei gelassen sein. Ebenso kann die Benutzung von Hülfsmitteln, z. B. der Schriftzeichen oder der logarithmischen Tabellen u. s. w. gestattet sein, d. h. die Gedankenbewegung kann an gegebene Bedingungen geknüpft sein. Das auszuführende Rechnungsverfahren wird durch die darin zu durchlaufende Reihe von Vorstellungen bald eine grössere oder kleinere Anstrengung des Gedächtnisses bedingen. Ausserdem wird es je nach der subjektiven Befähigung dem einen Menschen unter denselben Bedingungen eine grössere Mühe b kosten, als dem anderen, die erforderliche Reihe von Vorstellungen zu bilden.

Wer in einer gewissen Richtung oder in einem gewissen Gebiete absolut mühelos Gedanken zu bilden vermöchte, würde hier eine unendliche Lebhaftigkeit des Gedächtnisses besitzen, indem für ihn in dieser Richtung oder in diesem Gebiete $b = 0$ wäre. Eine solche Fähigkeit besitzt Niemand: wer ihr nahe käme, würde mit einem Schlage die Kubikwurzel aus der Zahl π auf tausend Dezimalstellen angeben.

Allgemein, ist die Lebhaftigkeit des Gedächtnisses umso grösser, je kleiner die Mühe ist, womit eine Erweiterung unserer Kenntnisse erworben, oder je grösser die Erweiterung der Kenntnisse ist, welche wir mit der-

selben Mühe erwerben, je grösser also die Erweiterung der Kenntnisse und je kleiner die darauf zu verwendende Mühe ist.

Je öfter wir einen Gedankenprozess vollbringen, desto leichter wird uns die Wiederholung; das leichter Vorzustellende ist also das Gewöhnlichere, das schwerer Vorzustellende das Ungewöhnlichere. Die Mühe des Vorstellens steht daher mit der Gewöhnlichkeit in direktem und mit der Ungewöhnlichkeit oder Seltenheit in umgekehrtem Verhältnisse. Demnach können wir auch sagen, das Gedächtniss sei umso lebhafter, je grösser die Kenntnisse und je ungewöhnlicher der Weg ist, auf welchem sie gewonnen werden.

Die Lebhaftigkeit des Gedächtnisses ist, wie schon erwähnt, nicht in allen Richtungen und Gebieten des Vorstellungsvermögens eines Menschen gleich, namentlich ist sie fast immer bei der Produktion schwächer als bei der Reproduktion. Ebenso geht die Einprägung oder Einverleibung von Kenntnissen bald leichter, bald schwerer von statten und, umgekehrt, werden Kenntnisse bald mit mehr, bald mit weniger Kraft festgehalten, also schwerer oder leichter vergessen. Hieraus folgt, dass die Mühe b, welche als Nenner die Lebhaftigkeit und Schwerfälligkeit des Gedächtnisses mitbedingt, von einer Eigenschaft unseres Geistes beeinflusst wird, welche der mechanischen Kraft analog ist. Die Fähigkeit, rasch in Thätigkeit zu treten, verleiht dem Gedächtnisse Leichtigkeit, Beweglichkeit, Gewandtheit; die Fähigkeit, mühelos Eindrücke aufzunehmen oder sich einzuverleiben, charakterisirt die Empfänglichkeit des Gedächtnisses; die Fähigkeit, Eindrücke lange oder energisch festzuhalten, verleiht dem Gedächtnisse die Stärke; die Fähigkeit, Eindrücke unverändert zu bewahren, giebt ihm die Treue.

Abschnitt XVIII.

Der Wille.

§. 549.

Charakteristik des Willens.

Der Verstand begreift, das Gedächtniss stellt vor. Der Verstand stützt seine Erkenntniss auf einen beharrlichen Zustand, in welchen der Geist versetzt ist, das Gedächtniss versetzt den Geist in solche Zustände, hält dieselben fest, reiht sie aneinander, verändert sie, verknüpft sie, vollführt also einen Veränderungsprozess im Geiste, welcher Vergegenwärtigung oder Vorstellung heisst. Der Verstand denkt das Sein, das Gedächtniss macht uns das Werdende gegenwärtig, lässt das Sein in unserem Geiste werden oder äussert sich im Werden; der Verstand ist die Analogie zum Raume, das Gedächtniss die Analogie zur Zeit: keines von Beiden vollbringt eine eigentliche, nach aussen gerichtete Wirkung, d. h. keines von Beiden verleiht dem Geiste die Fähigkeit, sich mit einem anderen Geiste in Beziehung zu setzen, auf einen anderen Geist und auf sich selbst bestimmend einzuwirken, einen anderen Geist und sich selbst zu einer Handlung zu bewegen. Das Vermögen, welches diese Fähigkeit besitzt, ist der Wille; er bildet die Analogie zur mechanischen Kraft und stellt neben dem Verstande und dem Gedächtnisse das dritte der oberen Geistesvermögen dar.

Jedes anschauliche Wesen besitzt stets alle fünf anschaulichen Grundeigenschaften, es hat räumliche Ausdehnung, zeitliche Dauer, mechanische Kraft, chemische Affinität und krystallinische Struktur. Als Inhaber der ersten Eigenschaft oder als Raumobjekt heisst dasselbe ein Körper, als Inhaber der zweiten Eigenschaft oder als Zeitobjekt heisst es ein Ereigniss, als Inhaber der dritten Eigenschaft oder als Besitzer von Kraft heisst es eine Materie, als Inhaber der vierten Eigenschaft heisst es ein Stoff, als Inhaber der fünften Eigenschaft heisst es ein Krystall: jedes anschauliche Objekt ist also zugleich Raumkörper, Zeitereigniss, Materie, Stoff und Krystallgebilde. Ganz das Nämliche gilt von einem Objekte, welches dem in diesem Theile behandelten höheren Erkenntnissgebiete angehört: dasselbe ist, erstens, ein intellektuelles oder Verstandesobjekt oder ein Begriff, zweitens, ein Gedächtnissobjekt oder eine Vorstellung und, drittens, ein Willensobjekt (die vierte und fünfte Eigenschaft behandeln wir in den folgenden Abschnitten). Insofern die Dinge vom subjektiven Stand-

punkte aufgefasst, also die den objektiven Eigenschaften der Dinge entsprechenden subjektiven Eigenschaften unserer selbst in Betracht gezogen werden, ist das Wesen, dessen Eigenschaften wir untersuchen, der Mensch, worunter hier das mit den oberen geistigen Fähigkeiten ausgerüstete Wesen zu verstehen ist. Hiernach sagen wir, der Mensch besitze auf der hier in Rede stehenden Entfaltungsstufe der Weltgesetze als erste Eigenschaft den Verstand, als zweite Eigenschaft das Gedächtniss, als dritte Eigenschaft den Willen, oder der Mensch sei gleichzeitig ein Verstandes-, ein Gedächtniss- und ein Willensobjekt. Wir wollen hiermit ausdrücken, dass es der nämliche Mensch oder das nämliche geistige Wesen sei, welches sich einmal als begreifendes, einmal als vorstellendes und einmal als wollendes Wesen bekundet oder dass der Wille nur eine besondere Grundeigenschaft eben desselben denkenden und vorstellenden Wesens sei. Wie nun die anschauliche Grösse, indem sie Kraft äussert, Materie heisst, ohne doch hierdurch etwas anderes zu werden, als was sie immer und unter allen Umständen ist, ebenso erscheint der Geist, indem er Willen bethätigt, als eine geistige Materie oder auch als eine Willensmaterie, welche Macht heisst. Wie die anschauliche oder mechanische Materie in der Wirklichkeit nie allein als selbstständiges Objekt existirt, so existirt auch in der Wirklichkeit niemals die geistige Macht allein als selbstständiges Wesen. Wie der anschauliche Raum in der Wirklichkeit nie allein als selbstständiges Objekt existirt, so existirt auch in der Wirklichkeit niemals der Verstand allein als selbstständiges Wesen.

Diese letzteren Sätze gelten nicht bloss vom Gesammtgeiste eines Menschen, sondern auch von jedem geistigen Objekte. Der Gesammtgeist oder schlechthin der Geist bezeichnet das allgemeine geistige Vermögen des Menschen. Dieses Wort ist also der Repräsentant des ganzen Gebietes, in welchem konkrete geistige Objekte ihren Platz finden, ganz ebenso wie die Worte Raum, Zeit, Materie, Stoff, Krystall, ferner Verstand, Gedächtniss, Wille lauter ganze Grössengebiete oder Vermögen bezeichnen, in welchen die konkreten geometrischen, chronologischen, mechanischen, chemilogischen, physiometrischen Grössen, sowie die konkreten Begriffe, Vorstellungen, Willensäusserungen mit ihren speziellen Werthen wohnen. Indem wir die konkreten Geistesobjekte in Betracht ziehen, sagen wir also, dass ein jedes stets zugleich intellektuelle, memoriale und aktionelle Eigenschaften habe, indem wir unter den aktionellen die Eigenschaften eines Willensobjektes verstehen. Die konkreten Willensobjekte sind die einzelnen Willensäusserungen; dieselben erscheinen wie einzelne Komponenten des Gesammtwillens, welche auf besondere Veranlassung in Erscheinung treten oder im Willensgebiete verwirklicht werden.

Nachdem wir so dem Willen seinen Platz neben dem Verstande und dem Gedächtnisse angewiesen haben, kömmt es auf eine nähere Definition desselben an. Zunächst sagen wir, der Wille sei das Bestreben des Menschen, zu handeln, oder der Wille sei die Ursache der Handlung oder die Handlung die Wirkung des Willens. Hierdurch haben wir die Handlung als eine Wirkung des Geistes hingestellt und den Willen als eine Kausalität des Geistes und zwar als diejenige Kausalität bezeichnet, welcher eben die Handlung als Wirkung entspricht. Der Wille ist also die Analogie zur mechanischen Kraft und die Handlung die Analogie zur

mechanischen Wirkung; Beide sind aber nur Analogien zu den genannten mechanischen Eigenschaften, durchaus nicht ihnen gleich, vielmehr qualitativ sehr davon verschieden; sie gehören dem höheren Geistesgebiete an, während die mechanische Kraft und Wirkung dem Anschauungsgebiete der Materie angehört. Als Anschauungsgrössen unterliegt die Kraft und die Wirkung dem strengen Zwange des mathematischen Gesetzes; als Grössen, welche auf höherer Entfaltungsstufe stehen, ist der Wille und die Handlung von dem Zwange des mathematischen Gesetzes frei, unterliegt aber dem höheren, nämlich dem allgemein logischen Gesetze. Freiheit ist Selbstbestimmung; die grössere Freiheit lässt also den Willen und die Handlung als unserer Selbstbestimmung unterworfene Objekte erscheinen. Wie weit diese Selbstbestimmung reicht, ob sie eine absolute oder von Einflüssen abhängig sei, ob wir alles Beliebige wollen und thun können, kömmt hier in der Erkenntnisstheorie nicht in Betracht: es handelt sich jetzt nicht um die philosophische, sondern um die logische Freiheit des Willens. Die letztere präzisiren wir durch den schon eben ausgesprochenen Satz, dass der Wille eines Menschen von seiner Selbstbestimmung abhänge oder dass der Mensch seinen Willen selbst bestimme. Hieraus folgt durchaus nicht, dass der Wille absolut frei sei: im Gegentheil enthält der Satz, dass der Wille eines Menschen seiner Selbstbestimmung unterworfen sei, das Anerkenntniss, dass der Wille einen Herrscher über sich habe, welcher ihn zum Gehorsam zwingt. Dieser Herrscher ist der Mensch selbst als Gesammtsystem von geistigen Kräften: der Wille ist mithin der Bestimmung des Gesammtgeistes unterthan, und es ist eine ganz andere, dem vierten Theile unseres Werkes vorbehaltene Frage, ob der Mensch als geistiger Gesammtorganismus frei sei, oder nicht, ob er also seinen Willen zu allem Beliebigen bestimmen könne, oder nicht. Das, was man im gewöhnlichen Leben Willensfreiheit nennt, umfasst hiernach zwei ganz verschiedene und weit auseinander liegende Dinge, nämlich die Freiheit des Menschen und die Freiheit des Willens. Die erste kömmt hier noch nicht in Betracht, die zweite aber erledigt sich durch die Erklärung, dass der Wille von der Selbstbestimmung des Menschen abhängt, wobei es dahin gestellt bleibt, ob die Selbstbestimmung Schranken habe, oder nicht, ob sie von unwiderstehlichen Trieben und sonstigen unbekannten Einflüssen abhängig sei, oder nicht.

Die Freiheit des Willens darf übrigens nicht mit der Freiheit des Handelns verwechselt werden. Wir können Manches wollen, ohne es ausführen zu können: um jedoch die beschränktere Freiheit des Handelns zu begreifen, müssen wir zuvor das Wesen des Willens und der Handlung näher feststellen. Zu dem Ende behaupten wir, dass der Wille stets nach aussen gerichtet oder dass er ein nach aussen gerichtetes Bestreben sei (dessen Ziel noch näher festzustellen ist). Ganz wie im Anschauungsgebiete die mechanische Kraft auf einer Relation der Weltmaterie oder der materiellen Körper beruht, ebenso beruht im Erkenntnissgebiete, welches uns jetzt beschäftigt, der Wille auf der Relation der Mächte, welche in ihrer Totalität die Weltmacht ausmachen. Diese gegenseitige Relation der Mächte spricht sich als ein wechselseitiges Bestreben, also für jede einzelne als ein nach aussen oder auf eine andere gerichtetes und durch diese mitbedingtes, mithin als ein auf Wechselwirkung

beruhendes Streben zum Ineinandersein, d. h. zum Sein der einen an der Stelle der anderen aus. Das anschauliche Streben nach diesem Ziele heisst Kraft, der zur Erreichung dieses Zieles dienende Vorgang ist Bewegung, die eine Masse A bewegt die andere Masse B durch die Kraft p und die Bewegung der letzteren Masse B als Ergebniss einer Thätigkeit der ersteren Masse A ist die Wirkung dieser Masse A auf die andere Masse B mit der Kraft p. Ebenso heisst im Erkenntnissgebiete das Bestreben zur Erfüllung des gedachten Zweckes Wille, der zu dieser Erfüllung dienende Vorgang ist ebenfalls eine Bewegung, aber keine mechanische Bewegung, sondern eine Bewogenheit, allgemein, eine Thätigkeit; die Willensmacht B wird durch die Willensmacht A nicht bewegt, sondern bewogen oder in Thätigkeit gesetzt; die Arbeit oder Wirkung, welche hierbei die bewegende Macht A entwickelt, ist ihre Handlung oder That; die Arbeit, welche die bewogene Macht B vollbringt, ist deren Handlung, welche auch als eine Wirkung der Macht A erscheint.

Bei jeder Wirkung findet ein Geben und ein Empfangen gleicher Machtwerthe statt, was das Subjekt der Handlung verliert, gewinnt das Objekt derselben, während gleichzeitig unter Umständen eine Verwandlung der übertragenen Werthe stattfindet.

In allen Fällen ist die Handlung eine auf ein äusseres Objekt gerichtete Wirkung des Willens, welche wir demzufolge auch eine Willensäusserung nennen, also ein Vorgang, welcher nur unter der Konkurrenz eines äusseren Objektes zu Stande kömmt. Daraus folgt, dass die Handlung nicht bloss von der Selbstbestimmung des handelnden Subjektes, sondern auch von einem ausser ihm liegenden Objekte abhängt, dass also die Handlung nicht in dem Maasse frei sein kann, als der Wille. Diese Thatsache drücken wir durch den Satz aus, dass die Handlung innerhalb der von uns beherrschten Machtsphäre frei ist.

Zur Erläuterung dieser Machtsphäre, in welcher wir ein unbehindertes Selbstbestimmungsrecht zu üben vermögen, müssen wir jetzt hervorheben, dass der Wille, da er nicht den Gesammtgeist, noch auch die Gesammtheit der hier in Rede stehenden Vermögen des Erkenntnissgebietes ausmacht, sondern nur eins dieser Vermögen darstellt, wie ein bestimmtes Organ des Menschen aufgefasst werden kann, welches vom Verstandesorgane, vom Gedächtnissorgane und jedem anderen Organe prinzipiell unabhängig ist. Für dieses Willensorgan ist jedes andere, mag es auf niedrigerer oder auf höherer oder auf gleicher Stufe mit ihm stehen, ein äusseres. Der Wille eines Menschen kann also auch gegen sich selbst, d. h. gegen eines seiner übrigen Vermögen gerichtet sein. Wenn wir denken wollen, richten wir den Willen gegen den Verstand; wenn wir uns eines Gegenstandes erinnern wollen, richten wir ihn gegen das Gedächtniss; wenn wir eine geometrische Konstruktion machen wollen, richten wir ihn gegen das Raumanschauungsvermögen; wenn wir eine Zeiterfahrung machen wollen, gegen das chronologische Wahrnehmungsvermögen; wenn wir laufen wollen, gegen den motorischen Apparat oder das mechanische Vermögen; wenn wir Etwas sehen oder hören oder fühlen wollen, resp. gegen den Seh-, oder Hör- oder Gefühlsapparat u. s. w. Hieraus ist ersichtlich, dass die Freiheit der Handlung nicht bloss durch äussere, sondern auch durch innere Hindernisse unseres eigenen Wesens beschränkt

ist oder dass die Machtsphäre, in welcher ein Mensch zu handeln vermag, ausser ihm und in ihm liegende Schranken hat.

Einige Beispiele von der Beschränkung der Machtsphäre sind die folgenden. Ich kann kaufen, soweit mein Vermögen reicht und sofern ich einen Verkäufer finde. Ich kann schlagen, wenn ich das Objekt erreichen kann. Ich kann so hoch springen, als meine Kräfte gestatten. Ich kann gehen, falls ich nicht gefesselt bin. Ich kann lesen, wenn ich es gelernt habe, wenn ich ein Buch habe, wenn es hell ist und ich sonst nicht daran gehindert bin.

Die beschränkte Freiheit kömmt übrigens nicht bloss der Willensäusserung, sondern der Ausübung jeder anderen Seelenthätigkeit, also auch dem Denken und Erkennen, dem Gedenken, Erinnern, Produziren u. s. w. zu. Ich kann nur mit einem meinen Kräften und Kenntnissen entsprechenden Grade von Genauigkeit und Tragweite denken, erinnern, produziren u. s. w.

Die nämliche Bedeutung wie die Beschränkung des Willens durch innere und äussere Hindernisse hat die Nöthigung des Willens durch innere und äussere Triebe oder sonstige Zwangsmittel, indem hierin nur eine Beschränkung der Freiheit liegt.

Wir haben jetzt den Willen als die Ursache oder Triebkraft zur Handlung und, umgekehrt, die Handlung als die Wirkung des Willens definirt und diese Wirkung als eine Äusserung des Willens, den Willen also als ein Bestreben des Menschen, sich zu äussern oder nach aussen zu wirken, d. h. als ein Bestreben, etwas Äusseres in Thätigkeit zu setzen, charakterisirt. In dieser Wirkung nach aussen liegt das Wesentliche des Willens und der Handlung; wir müssen jedoch schon hier hervorheben, dass weil jedes Objekt, das existirt, mit sämmtlichen Grundeigenschaften und Grundvermögen des allgemeinen Objektsbereiches existirt, auch jede konkrete Handlung nicht bloss als ein Willensobjekt, sondern, da sie generell eine Geistesthätigkeit ist, auch als ein Verstandesobjekt und als ein Gedächtnissobjekt, sowie auch als ein Objekt der übrigen später zu betrachtenden Geistesgebiete besteht. Diess heisst mit anderen Worten, dass jede konkrete Willensäusserung mit einem konkreten Begriffe (Erkenntniss) und mit einer konkreten Vorstellung nothwendig begleitet oder verbunden ist, gleichwie jede in der Wirklichkeit bestehende mechanische, von Kraft beseelte Materie und ihre Wirkung nicht bloss ein mechanisches Kraftsystem, sondern auch ein System von Raumfiguren und von Zeitereignissen ist, indem die Massen und Kräfte im Raume und in der Zeit bestehen und wirken.

Ein in der Wirklichkeit bestehendes bestimmtes mechanisches System ist hiernach nur dann ein bestimmtes, wenn es nicht nur hinsichtlich seiner Massen und Kräfte, sondern auch hinsichtlich seiner räumlichen und zeitlichen Eigenschaften bestimmt ist. Ganz das Nämliche gilt vom Willen und von der Handlung. Ein in der Wirklichkeit sich bekundender konkreter Wille und eine konkrete Handlung erlangen ihre wahre Bedeutung nicht ausschliesslich durch den nackten Thatbestand einer aus Selbstbestimmung entsprungenen bewegenden Kraft und der durch ein Kausalverhältniss damit verbundenen Wirkung, sondern durch gleichzeitige Konstatirung der Erkenntniss und der Vorstellung, welche den Willen

begleiten oder welche der Handelnde mit seiner Handlung verbindet. Offenbar kann eine äusserlich als dieselbe erscheinende Handlung mit sehr verschiedenen Erkenntnissen und Vorstellungen des Handelnden begleitet sein. Diess ist eben möglich, weil es sich um ein Objekt aus dem logischen Gebiete handelt, in welchem die Freiheit auf höherer Entfaltungsstufe in Betracht kömmt, als bei den Objekten des Anschauungsgebietes. Im Anschauungsgebiete sind mit einem gegebenen mechanischen Systeme nicht bloss seine Massen und Kräfte, sondern auch seine räumlichen und zeitlichen Eigenschaften gegeben: im logischen Gebiete dagegen hängen die den letzteren analogen Eigenschaften, nämlich die Erkenntnisse und die Vorstellungen, welche eine Handlung begleiten, ebenso gut wie der Wille selbst von der Selbstbestimmung des handelnden Menschen ab, sie gestatten also eine den mechanischen Bewegungssystemen völlig fremde Freiheit oder eine freiwillige Festsetzung in jedem konkreten Falle.

Eine Handlung erhält daher ihren eigentlichen Werth, welchen wir ihren rechtlichen Werth nennen wollen, ohne den Begriff von Recht schon hier zu erörtern, nicht durch ihre äussere Erscheinung, sondern durch die Erkenntniss und die Vorstellung des Handelnden, sowie durch die übrigen hierbei in Betracht kommenden geistigen Funktionen.

Die Verrichtung eines Menschen, von welcher er weder eine Erkenntniss, noch eine Vorstellung hat, ist überhaupt keine logische Handlung, sondern eine mechanische Arbeit, selbst wenn sie durch den Willen hervorgerufen wird. Der Wille ist hierbei, z. B. bei der Handlung eines Irrsinnigen oder eines Trunkenen, lediglich die geistige Ursache einer motorischen Thätigkeit; er ist auf den motorischen Apparat des Menschen, also auf sein Anschauungsvermögen, nicht auf sein logisches Vermögen gerichtet. Wird die Verrichtung mit einer Erkenntniss, aber mit einer falschen begleitet; so liegt allerdings eine Handlung vor, deren subjektiver Werth jedoch durch diese falsche Erkenntniss bedingt ist (abgesehen von der Frage, ob der Irrthum des Handelnden entschuldbar ist). Dieselbe Verrichtung wird auch dadurch noch nicht zu einer bestimmten Handlung, dass der Mensch einen Begriff von Dem besitzt, was er thut, er muss auch eine Vorstellung davon haben, d. h. er muss an Das denken, was er thut oder sich Dasselbe vergegenwärtigen oder Kenntniss davon haben. Ohne die letztere Vorstellung liegt eine gedankenlose Handlung vor (für welche der Urheber unter Umständen in einem gewissen Grade verantwortlich sein mag, deren subjektiver Werth jedoch nur unter Berücksichtigung der thatsächlichen Kenntniss des Urhebers zu bestimmen ist). So kann z. B. ein Mensch sehr gut wissen, dass Gifte tödten, gleichwohl begeht er, indem er ein ihm bekanntes Gift in den Magen eines Anderen führt und dadurch den Tod desselben veranlasst, keinen Giftmord, wenn er sich seine Handlung, insbesondere den Zusammenhang zwischen der Verabreichung des Giftes und der Wirkung desselben nicht vergegenwärtigte oder an jene Erkenntniss nicht dachte. Ebenso wenig kann von Giftmord die Rede sein, wenn der Handelnde Gift verabreichte, ohne dasselbe zu kennen, wenn er dasselbe etwa für Zucker hielt, sich also von dem verabreichten Stoffe eine falsche Vorstellung machte. Auch die Vorstellung ohne Erkenntniss stempelt die Verrichtung nicht zu einer bestimmten Handlung: so wird die eben erwähnte Handlung nicht zu

einem Giftmorde, wenn dem Thäter zwar bekannt war, dass der von ihm verabreichte Stoff Arsenik war, insofern er von der tödtlichen Wirkung dieses Stoffes keine Erkenntniss hatte. Damit Giftmord vorliegt, muss dem Thäter einerseits die tödtliche Wirkung gewisser Stoffe bekannt sein, andererseits muss er bei der That dieser Erkenntniss gedenken und überhaupt Kenntniss von dem gebrauchten Stoffe haben.

Selbstredend sind auch die willenlosen, auf rein materiellen oder chemilogischen Prozessen beruhenden motorischen Thätigkeiten des Menschen, wie z. B. die Herz-, Magen- und Lungenthätigkeit, sowie die Ernährungs- und Wachsthumsprozesse keine Handlungen.

Begriff und Vorstellung sind zwei, aber nicht die einzigen Bestimmungsstücke für den rechtlichen Werth einer Handlung. Das dritte und wesentlichste ist der Wille, welcher die Handlung vollbringt. Da der Wille die Ursache einer Wirkung oder die zwischen dem verursachenden Subjekte und der Handlung bestehende Kausalität ist, mithin eine Relation zwischen Ursache und Wirkung darstellt; so ist derselbe nicht bloss durch das Subjekt der Handlung bestimmt, sondern bedarf zu seiner Bestimmung auch des Objektes. Ohne Berücksichtigung der möglichen Wirkung, welche der Wille eines Menschen in einem speziellen Falle hervorbringen kann, hat dieser Wille durchaus keinen bestimmten Werth. Der Wille bestimmt sich also durch die erreichbare Wirkung. Diese erreichbare, d. h. für den Handelnden erreichbare Wirkung bedingt neben der erforderlichen Energie auch die Absicht oder den Vorsatz des Handelnden. Einem bestimmten Willen liegt daher stets eine bestimmte Absicht zu Grunde und zur Bestimmung des rechtlichen Werthes einer Handlung gehört immer die Absicht des Handelnden.

Im mechanischen Gebiete herrscht die vollkommenste Analogie. Eine bestimmte, d. h. eine nach Intensität, Richtung und sonstige Beschaffenheit bestimmte Kraft kann auf eine gegebene Masse in gegebener Zeit nur eine einzige bestimmte Wirkung hervorbringen und, umgekehrt, bestimmt sich die Kraft durch die von ihr möglicherweise hervorzubringende Wirkung. Der Unterschied zwischen der Kraft und dem Willen liegt nur darin, dass die Erstere eine mathematische, der Letztere aber eine logische Grösse ist, dass mithin die Erstere auf der Strenge des im Anschauungsgebiete herrschenden Gesetzes, der Letztere aber auf der Selbstbestimmung des Geistes beruht, welche ihm jede beliebige Intensität und Richtung, d. h. Energie und Absicht verleihen kann.

Hiernach haben wir noch eine sehr wichtige Betrachtung über die Qualität des Objektes einer Handlung anzustellen. In der anschaulichen Welt ist die allgemeine Gravitation der Grund, welcher allen ponderabelen Körpern eine gewisse Kraft (ihr Gewicht) verleiht; allein sie ist nicht die einzige Ursache von Kraft: ein elastischer Körper kann durch Zusammenpressung Druckkraft erlangen, ein chemischer Prozess (eine Pulverexplosion im Geschütze) kann bewegende Kraft erzeugen, ein Körper kann von den Muskeln eines Menschen Kraft empfangen u. s. w.; Masse und Kraft sind also, wie wir auch aus dem auf Mechanik angewandten Kardinalprinzipe wissen, zwei Grundeigenschaften der Materie, welche prinzipiell von einander unabhängig sind. Denken wir uns nun ausser den verschiedenen möglichen mechanischen Ursachen der Krafterzeugung

eine auf Selbstbestimmung beruhende Ursache; so befinden wir uns auf dem Gebiete der Willensmächte. Für die äussere Erscheinung ist der Entstehungsgrund einer Kraft offenbar gleichgültig, diese äussere Erscheinung wird nur durch die Thatsache des Vorhandenseins bestimmter Kräfte und Massen bedingt; jener Entstehungsgrund kann nur eine subjektive Bedeutung für den Körper haben, um dessen Kraft es sich handelt. Ist Diess der Körper A, welcher auf den Körper B wirkt; so wird es für die äussere Erscheinung der Wirkung irrelevant sein, woher die Kraft des A stammt, für den subjektiven Werth der von A ausgehenden und durch die Reaktion des B mitbedingten Wirkung wird es jedoch von Bedeutung sein, ob A der eigene Schöpfer seiner Kraft ist, sowie, ob B der eigene Schöpfer seines Widerstandes ist oder nicht. Es liegt auf der Hand, dass ein sich selbst bestimmender Körper A so gut mit einem sich gleichfalls selbst bestimmenden, als auch mit einem sich nicht selbst bestimmenden, sondern nur mechanisch reagirenden Körper B zusammenwirken kann, dass jedoch einem sich selbst bestimmenden Körper A gegenüber, also zur Beurtheilung des subjektiven Werthes der Wirkung des A der andere Körper B unter allen Umständen die Rolle eines Wesens spielt, welches thatsächlich mit einer Kraft zurückwirkt, mit welcher A auf dasselbe hinwirkt, welches also durch seine thatsächliche Rückwirkung dem A gegenüber ein sich selbst bestimmendes Wesen ersetzt, wenn es auch wirklich keines ist.

Die Anwendung auf die menschlichen Handlungen ist die, dass das Objekt, auf welches ein Mensch kraft seines Willens wirkt, für ihn immer die Bedeutung eines geistigen Objektes hat. In der That bilden wir uns von dem Gegenstande, gegen welchen unsere Handlung gerichtet ist, stets eine Vorstellung, gleichviel ob dieser Gegenstand ein willensfähiger Mensch oder ein todter Gegenstand ist. Für den Handelnden ist das Objekt nie todt; es lebt in seinem Verstande als ein Begriff, in seinem Gedächtnisse als eine Vorstellung, welche der Handelnde selbst geschaffen hat. So bilden wir uns, indem wir äusserlich einunddieselbe Arbeit verrichten, welche in dem Zerschneiden eines Metalldrathes besteht, das eine Mal ein, wir erproben an dem Drathe die Schärfe einer Feile, das andere Mal, wir trennen eine uns hinderlich erscheinende Linie, das dritte Mal, wir beschädigen ein fremdes Eigenthum, das vierte Mal, wir stören eine öffentliche Telegraphenleitung u. s. w. Wenn ein Mensch Steine aufeinanderlegt, verrichtet er das eine Mal eine Arbeit, welche den Zweck hat, ein Grundstück durch Abräumung der Steine zur Ackerkultur einzurichten, das andere Mal eignet er sich fremdes Eigenthum an, das dritte Mal vollführt er einen Hausbau. Der Handelnde haucht also dem Objekte das Leben einer begrifflichen Vorstellung ein. Diese Vorstellung bedingt mit den subjektiven Werth der Handlung, während der objektive Werth davon unabhängig sein kann.

Selbstredend wird das Objekt, wenn es von dem Handelnden für ein willensfähiges Wesen gehalten wird, auch seiner Handlung einen ganz anderen subjektiven Werth verleihen, als wenn es ein unbeseeltes ist; man erkennt aber, dass die Willensfähigkeit des Objektes kein unbedingtes Erforderniss für eine Handlung ist. Wir erkennen jedes Objekt, auf welches wir wirken, als eine Macht, wennauch als eine willenlose an.

Umgekehrt, empfinden wir selbst die rein mechanische Wirkung eines Gegenstandes auf uns, z. B. den Stoss eines fallenden Steines, die Wirkung einer unverdaulichen Speise, die Folgen einer Erkältung u. s. w., wie eine uns wiederfahrene That. Wir beurtheilen dieselbe nach der wirkenden Ursache, indem wir dieselbe als eine Macht auffassen, welche unsere eigene Willensmacht beeinflusst, selbst wenn sie ein willenloses Ding ist. In der Erkenntniss der willenlosen Ursache unseres Leidens pflegen wir die Wirkungen derselben nicht mit dem Namen Handlungen zu belegen, sondern als zufällige Ereignisse aufzufassen, da sie vom Standpunkte des willenlosen Subjektes in der That keine Handlungen sind.

Wir beschliessen diese generelle Charakteristik mit der Bemerkung, dass, so sehr sich auch der Wille mit den übrigen Geisteskräften, unter Anderem mit dem Verstande in den Handlungen vergesellschaftet, derselbe doch ein ebenso selbstständiges Grundvermögen des Geistes ist wie der Verstand und das Gedächtniss. Es ist daher ebenso ungerechtfertigt, den Willen zum Urgrunde des Verstandes, wie den Verstand zum Urgrunde des Willens zu machen, wie es von manchen Philosophen geschehen ist. Insofern aber Wille und Verstand selbstständige Vermögen sind, wäre es ebenso absurd, dem Willen Denkfähigkeit, wie dem Verstande Willenskraft zuzuschreiben. Der Wille denkt nicht und der Verstand handelt nicht. Die Isolirung des einen oder des anderen Vermögens ist übrigens nur eine Fiktion, eine Unterscheidung zu einem Lehrzwecke; in Wirklichkeit ist eine solche Isolirung eine Unmöglichkeit. Jedes wirkliche Objekt hat, wie schon mehrfach bemerkt, alle Grundeigenschaften, es kann kein Objekt faktisch existiren, welchem eine Grundeigenschaft fehlte, und die faktischen Werthe der einzelnen Grundeigenschaften sind in jedem wirklichen Objekte in einer ganz bestimmten Weise, welche das Bildungsgesetz dieses speziellen Objektes ausmacht, miteinander verknüpft. Demzufolge erfüllt jeder materielle Körper zugleich den Raum und die Zeit in bestimmter Weise, und ist jede faktische Willensäusserung stets mit einer Verstandeserkenntniss und mit einer Vorstellung vergesellschaftet, macht also nur in dieser Vergesellschaftung eine bestimmte Handlung aus. Mit anderen Worten, der Wille handelt stets mit verstandesmässiger Erkenntniss und memorialer Vorstellung oder unter der Leitung des Verstandes und nach den vom Vorstellungsvermögen vorgesteckten Zielen, und nur aus der Konkurrenz aller Geistesvermögen ergiebt sich das spezielle Gesetz einer Handlung.

Trotz der Selbstständigkeit der objektiven Grundeigenschaften der Dinge und der subjektiven Grundvermögen des Menschen, womit er jene Grundeigenschaften als geistige Eigenschaften empfindet, stehen doch gewisse Vermögen sich näher, als andere, sind manche näher verwandt, als andere, weil sie sämmtlich ein in dem Kardinalprinzipe ausgesprochenes Weltsystem bilden. Insbesondere wiederholen sich in jedem höheren Geistesgebiete fünf koordinirte Vermögen, welche mit den fünf Vermögen jedes niedrigeren und höheren Vermögens in einer besonderen Beziehung stehen. So ist das erste Vermögen des Erkenntnissgebietes, nämlich der Verstand, die Analogie des ersten Anschauungsvermögens des Raumes und auch des ersten Sinnesvermögens des Lichtes. Demzufolge veranschaulichen sich unsere Begriffe am unmittelbarsten und leichtesten im

Raume, und die Raumanschauungen versinnlichen sich am leichtesten als Lichterscheinungen. Ferner verwirklichen sich unsere Vorstellungen oder Gedächtnissprozesse vornehmlich in Zeitgrössen oder Ereignissen und diese stützen sich leicht auf die sinnliche Wahrnehmung des Schalles. Sodann äussert sich unser Wille vorherrschend durch den motorischen Apparat oder durch die Materie und dieser Apparat betheiligt unmittelbar die sinnlichen Gefühlsorgane. Im Übrigen beruht dieses innige Zusammenwirken von Begriff, Raum, Licht, von Vorstellung, Zeit, Schall und von Wille, Materie, Druckgefühl nur auf der zwischen diesen Vermögen bestehenden Analogie, nicht auf einem unabwendbaren und ausschliesslichen Zwange: der Verstand kann seine Begriffe auch in chronologischen, mechanischen und anderen Anschauungen, das Gedächtniss seine Vorstellungen auch in geometrischen und mechanischen Formen und Prozessen, der Wille seine Wirkungen auch im Anschauungsgebiete des Raumes und der Zeit vollbringen, er kann auch seine Impulse unmittelbar auf den Verstand und das Gedächtniss, auf jedes Sinnesorgan und überhaupt auf jedes Vermögen richten, d. h. wir können denken, vorstellen, im Raume anschauen, in der Zeit erfahren, das Licht auf unser Auge, den Schall auf unser Ohr wirken lassen, wenn wir es wollen.

§. 550.

Macht, als erste Grundeigenschaft des Willens.

Die erste Grundeigenschaft des Willens, welche der mechanischen Masse entspricht, ist die Macht. Wir verstehen darunter den Besitz oder das Eigenthum von Mitteln, über welche der Wille verfügen kann, um damit eine Wirkung auf andere Mächte hervorzubringen oder dieselben zu bewegen. Bewegen im logischen Sinne oder unter der Kraft des Willens kann auch vermögen genannt werden: demzufolge erscheint auch die Macht als ein Vermögen zu handeln.

Das in Geldeswerth sich darstellende Eigenthum eines Menschen, welches im gewöhnlichen Leben sein Vermögen heisst, ist auch im logischen Sinne ein Vermögen, eine Macht. Diese Macht besteht jedoch nicht in dem materiellen Silber, sondern in der logischen Bedeutung, welche dieses Silber dadurch annimmt, dass es dem Willen eines Menschen zur Verfügung steht und von allen Menschen als ein Tauschmittel zur Erwerbung anderer Güter anerkannt ist, dass dasselbe also nach dem Willen seines Eigenthümers eine Güterbewegung hervorbringen kann. Im Übrigen können auch andere Dinge, wie Grundstücke, Soldaten, physische Kräfte, Kenntnisse, ja, selbst eingebildete, von Anderen anerkannte Werthzeichen, wie Papiergeld, die Macht vertreten. Ganz allgemein, ist Macht die Menge der bei einer Handlung durch den Willen unmittelbar in Thätigkeit gesetzten oder dem Willen gehorchenden Mittel des Handelnden, in welchen sich das Subjekt der Handlung nach seinem Umfange als wirkende Ursache darstellt.

Wie die mechanische Masse keinen absoluten, sondern nur einen relativen Werth hat, indem die Maasseinheit nach Belieben, z. B. in dem Gewichte eines Körpers von bestimmtem Volum und Stoff, resp. Dichtigkeit

gewählt werden kann, so hat auch das Vermögen oder die Macht eines Menschen nur einen relativen, auf der gegenseitigen Anerkenntniss der Menschen beruhenden Werth, und auch hier kann ein bestimmter Inbegriff von Machtmitteln, welche eine bestimmte Qualität haben, z. B. ein Thaler oder ein Morgen Ackerland oder die Arbeitskraft eines Menschen, zur Maasseinheit angenommen werden.

Indem der Wille des Eigenthümers eine bestimmte Menge seines Vermögens oder seiner Machtmittel in Thätigkeit setzt, stellt er eine bestimmte handelnde Macht dar.

Der nicht in Thätigkeit versetzten Macht kömmt dieselbe Eigenschaft zu, welche die ruhende Masse zeigt und in der Mechanik Trägheit oder Beharrungsvermögen heisst: das unthätige Vermögen verharrt im Besitze seines Eigenthümers, ohne Wirkungen hervorzubringen.

Ein Wille, dem die Macht nicht zu Gebote steht, ist ein machtloser oder ohnmächtiger Wille. Derselbe kann die beabsichtigte Wirkung nicht hervorbringen; er kann nicht zur gewollten That werden. So kann Niemand den Willen, einen Anderen zu beleidigen, bethätigen, wenn er den zu Beleidigenden nicht erreichen kann; es kann Niemand mit einem Vermögen von 1000 Thaler einen Kauf über 10000 Thaler abschliessen. Nur der Wille, welchem die erforderlichen Machtmittel zu Gebot stehen und welcher sich der Dispositionsfähigkeit über diese Mittel bewusst ist, vermag die beabsichtigte Handlung zu begehen; nur er ist ein „rechtlicher“ Wille. Der machtlose Wille, welcher auf Unkenntniss der Machtmittel, also auf einem Irrthume beruht, hat subjektiv die Bedeutung eines zulänglichen Willens, aber nicht objektiv; derjenige machtlose oder überhaupt der unzulängliche Wille, welcher vom Bewusstsein der Unzulänglichkeit der Mittel begleitet ist, hat auch nicht subjektiv die Bedeutung eines zulänglichen Willens, kann aber unter Umständen den Zweck der Täuschung haben. Im Allgemeinen ist der machtlose Wille in objektiver Beziehung die Analogie der mechanischen Kraft oder Bewegungstendenz eines massenlosen Körpers.

Die Macht kann die Quantität des Willens genannt werden. Ihre Grund- und Hauptstufen sind denen einer logischen Quantität ganz analog. Die erste Grundstufe bildet unter dem Primitivitätsprinzipe den absoluten Umfang der Macht oder die Machtfülle. Die zweite Grundstufe erscheint unter dem Kontrarietätsprinzipe auf zwei Hauptstufen als stärkere und schwächere Macht oder als Stärke und Schwäche. Die dritte Grundstufe liefert unter dem Neutralitätsprinzipe die drei Hauptstufen der singulären, partikulären und universellen Macht (welche die Grundlage zu singulären, partikulären und universellen Rechten bildet). Die vierte Grundstufe lässt die Macht auf vier Hauptstufen als Machtelement, ferner als Macht des Individuums, sodann als Macht der Gattung (z. B. Staatsmacht) und endlich als Macht der Gesammtheit (z. B. Weltmacht) erscheinen. Die fünfte Grundstufe ergiebt die fünf Hauptstufen der bedingten oder von Bedingungen abhängigen Macht.

§. 551.

Thätigkeit, als zweite Grundeigenschaft des Willens.

In der Mechanik bedeutet Bewegung die im Verlaufe der Zeit vor sich gehende Ortsveränderung der Materie in Folge der Wirkung von Kräften. In diesem generellen Ausdrucke liegen verschiedene spezielle Begriffe: zunächst die Geschwindigkeit v, welche die zweite mechanische Grundeigenschaft bezeichnet, da sie von der bewegten Masse m, von ihrer Kraft und von ihren sonstigen Eigenschaften unabhängig ist und den Bewegungszustand dieser Masse misst; sodann die Bewegungsgrösse vm, welche das Produkt der Masse m und der Geschwindigkeit v bildet und nach §. 203 dem Produkte pt einer Kraft p und einer Zeit t äquivalent ist; endlich die lebendige Kraft $\frac{1}{2}v^2m$, welche nach §. 203 dem Produkte sp einer Kraft p und eines linearen Weges s oder einer Arbeit äquivalent ist.

Der mechanischen Bewegung entspricht im Willensgebiete die Thätigkeit, der mechanischen Geschwindigkeit aber entspricht als zweite Grundeigenschaft des Willens der Thätigkeitszustand. Hierunter verstehen wir den durch Willenskräfte bewirkten Zustand einer Macht, welcher eine bestimmte gewollte Veränderung ihrer Stellung im Macht- oder Willensgebiete, also ein Zusammentreffen mit anderen Umständen und Mächten herbeiführt. Das Zusammentreffen mit anderen Umständen bildet die Folgen jenes Zustandes, das mögliche Zusammentreffen mit Umständen bedeutet die möglichen Folgen oder die Folgenschwere jenes Zustandes; ein Thätigkeitszustand ist daher die gewollte Befähigung zur Herbeiführung von Folgen und er ist immer das Resultat einer Willensäusserung oder einer That (gleichviel, ob er mit allen seinen wirklichen und möglichen Folgen gewollt oder beabsichtigt ist). Ohne eine Willensäusserung hat kein Ereigniss die Bedeutung eines Thätigkeitszustandes; das blosse Sein bezeichnet keinen Willensakt und keinen Thätigkeitszustand im Willensgebiete; nur das Sein als Wirkung einer Willensäusserung ist ein solcher. Ein auf der Schiene einer Eisenbahn liegender Stein kann grosse Unfälle zur Folge haben, seine Existenz auf dem Gleise ist jedoch im juristischen Sinne nur ein casus oder Zufall, solange dabei nicht ein menschlicher Wille betheiligt ist. Gelangt der Stein aber durch eine menschliche Handlung auf das Gleis, ist derselbe etwa durch einen Menschen auf das Gleis gelegt; so repräsentirt er den Thätigkeitszustand einer handelnden Macht, welche durch die Lage des Steines in gewollter Weise einen Zustand schuf, der beabsichtigte oder nicht beabsichtigte Folgen hat, also einen Zustand, dessen Folgen auch Folgen jener Handlung sind.

Insofern bei den Folgen nur das Zusammentreffen mit anderen Mächten ohne Rücksicht auf die Bedeutsamkeit der gegebenen Macht m in Betracht gezogen wird, entspricht der Thätigkeitszustand einfach der mechanischen Geschwindigkeit v; wird dabei aber zugleich die Bedeutsamkeit der Macht m mit berücksichtigt, so entspricht jener Zustand der mechanischen Bewegungsgrösse vm. Immer unterscheiden wir diesen Thätigkeitszustand von der That, d. h. von der Wirkung des Willens,

welche diesen Zustand als Endresultat herbeiführt und welche die Analogie der lebendigen Kraft $^1/_2 v^2 m$ ist.

Die grössere oder geringere Gewichtigkeit der übersehbaren Folgen eines Thätigkeitszustandes macht die Folgenschwere dieses Zustandes aus und entspricht der grösseren oder kleineren mechanischen Geschwindigkeit v, resp. der grösseren oder kleineren Bewegungsgrösse vm. In beiden Fällen kann man eine subjektive von einer objektiven Thätigkeit unterscheiden, indem man unter der ersteren die Thätigkeit der im Willen des Thäters liegenden Macht, unter der letzteren dagegen die Thätigkeit desjenigen äusseren Objektes versteht, auf welches sich die Wirkung des Willens des Thäters überträgt. In dem subjektiven Thätigkeitszustande spricht sich die Lebhaftigkeit oder der Eifer aus, womit der Thäter seinen Willen in Thätigkeit setzt.

Wie die Geschwindigkeit v in der Mechanik durch das Verhältniss $\frac{s}{t}$ des in der Zeit t durchlaufenen Raumes s zu dieser Zeit gemessen wird, so wird auch die erste Folgenschwere eines Thätigkeitszustandes durch die Relation bestimmt, welche zwischen der Weite s des gewollten oder erstrebten Zieles und der von dem Thäter aufgewandten Vorstellungs- oder Gedächtnissthätigkeit t besteht. Je weiter der Thäter das mit seiner Handlung zu erreichende Ziel steckt (je umfassender der Begriff der erstrebten Änderung oder je grösser die Menge der zu durchlaufenden Zustände ist) und je weniger der Thäter beim Fortschritte nach diesem Ziele zögert oder durch je weniger Bedenken seiner Vorstellungskraft er sich in dem zu durchlaufenden Wege aufhalten lässt, je grösser also s und je kleiner t ist, desto grösser ist die Lebhaftigkeit, welche er subjektiv bethätigt. Insofern es sich aber um das objektive Resultat einer Willensäusserung, also nicht um eine bewegende, sondern um eine bewegte Macht handelt, kömmt der objektive Thätigkeitszustand, welcher die Folgenschwere der That ausmacht, in Betracht. Eine That, wenn sie als eine in Bewegung gesetzte Macht erscheint, lebt fort in ihren Folgen. Der durch den Willen des Handelnden unmittelbar erzeugte Zustand oder überhaupt das unmittelbare Resultat einer Willensäusserung, z. B. eine Beleidigung, existirt nur in dem Augenblicke seiner Erzeugung; derselbe lebt aber fort in seinen Folgen und, solange nicht andere Handlungen sich mit diesen Folgen komponiren, behalten dieselben stets den Werth der ursprünglichen That, gleichwie eine in Geschwindigkeit versetzte Masse, wenn keine Kräfte auf sie einwirken, fortwährend andere Örter einnimmt, jedoch unausgesetzt die ursprüngliche Geschwindigkeit beibehält. So bleibt in dem Beispiele der Beleidigung, solange dieselbe nicht durch Strafe gesühnt, oder auf irgend eine Weise die gekränkte Ehre wieder hergestellt oder eine andere Wirkung auf den Beleidigten ausgeübt ist, bestehen. Ihr Fortbestand verkündet sich durch das in dem Beleidigten wach bleibende Gefühl der Kränkung, welches darauf beruht, dass der Beleidigte durch die Beleidigung in einen Zustand versetzt ist, in welchem er unausgesetzt geringschätzige Begegnungen mit anderen Menschen zu erwarten hat.

Eine bewegte mechanische Masse beharret, wenn keine Kräfte auf sie wirken, in derselben absoluten Geschwindigkeit: allein ihre relative

Geschwindigkeit gegen die sie umgebenden Massen, also der relative Ort, welchen sie sukzessiv in der Mitwelt einnimmt, hängt von der Bewegung dieser Welt mit ab. Ebenso werden die Folgen einer That durch die Ereignisse in der Welt mitbedingt, ohne dass doch diese Ereignisse einen Einfluss auf den absoluten Werth jener That haben könnten. Hieraus ist ersichtlich, dass der absolute Werth einer That und ihre absolute Folgenschwere nicht nach ihren faktischen Folgen, sondern nur nach den vorhersehbaren oder nach den sogenannten berechenbaren Folgen, d. h. nach denjenigen Folgen beurtheilt werden kann, welche sich unter der Voraussetzung eines gewöhnlichen Verlaufes der Dinge ergeben würden. Eine solche Voraussehbarkeit ist ein Begriff, keine mathematisch bestimmbare Grösse; ihr Gewicht lässt sich daher nur nach logischen Erwägungen festsetzen und wird wegen seiner Begriffsqualität immer einen Spielraum gestatten. Ausserdem wird der subjektive Werth einer That und demzufolge die moralische Verantwortlichkeit des Thäters nicht auf die allgemeine Berechenbarkeit nach menschlichem Ermessen, sondern auf die spezielle Berechenbarkeit nach der individuellen Fähigkeit des Thäters zurückzuführen sein. An sich gehört aber die Vorstellung der Folgen einer That zu den wesentlichen Kriterien einer That.

Die Thätigkeit bekundet sich subjektiv durch den Eifer und zeigt sich objektiv an den Folgen; in Thätigkeit sein heisst daher subjektiv auch soviel wie in der Ausführung einer That begriffen sein, während es objektiv soviel bedeutet, wie die Folge einer That sein.

Was die Grund- und Hauptstufen der in Rede stehenden Eigenschaft des Willens betrifft; so repräsentirt die absolute Stärke oder der Grad der Thätigkeit ihren Primitivitätswerth. Die beiden Kontrarietätsstufen erscheinen als positive und negative, d. h. als förderliche und hinderliche Thätigkeit. Die drei Neutralitätsstufen sind die Analogien zu der reellen, imaginären und überimaginären Geschwindigkeit. Wir glauben die dessfallsigen im Abschnitte III entwickelten mechanischen Anschauungen ein wenig modifiziren und die auf drei räumliche Axen OX, OY, OZ bezogenen Geschwindigkeiten, welche allerdings in Neutralitätsbeziehung zueinander stehen, aber doch eine geometrische, keine mechanische Neutralität anzeigen, von denjenigen drei neutralen Geschwindigkeiten unterscheiden zu müssen, welche die eigentliche mechanische Neutralität der Bewegung anzeigen. Von den letzteren Geschwindigkeiten ist Diejenige die reelle, welche eine Komponente im Sinne der vorhandenen Bewegung darstellt. Imaginär ist die Geschwindigkeit, welche fortwährend eine Seitenkomponente zu der momentan vorhandenen Beweguug in der Ebene dieser Bewegung darstellt, welche also durch Zentrifugalkräfte erzeugt wird und demnach die reelle Geschwindigkeit gar nicht beeinflusst, sondern nur Ablenkung bewirkt (eine Geschwindigkeit in der Richtung des Krümmungshalbmessers der Bahn bezeichnet, welche als wirkliche Geschwindigkeit gar nicht zur Erscheinung kömmt). Überimaginär ist die Geschwindigkeit, welche eine Ablenkung aus der momentanen Ebene der Bewegung kennzeichnet. Die Analogien zu diesen mechanischen Anschauungen sind die reelle Thätigkeit, welche direkt auf das Ziel zustrebt, sodann die imaginäre Thätigkeit, welche auf Nebenziele ablenkt, sich jedoch in der Gattungsgemeinschaft der zu erstrebenden

Ziele hält, und endlich die überimaginäre Thätigkeit, welche Zielen zustrebt, die ausserhalb der letzteren Gattungsgemeinschaft liegen. Die vier Heterogenitätsstufen nimmt die elementare Thätigkeit, die Thätigkeit des Individuums, die Thätigkeit der Gattung und die Thätigkeit der Gesammtheit ein. Die fünf Alienitätsstufen der Thätigkeit werden erst durch die Behandlung der vierten und fünften Grundeigenschaft des Willensvermögens verständlich werden.

Wenn an die Stelle der subjektiven Thätigkeit oder des Eifers die Folgenschwere gesetzt wird, ergeben die letzteren Sätze die betreffenden Eigenschaften des objektiven Thätigkeitszustandes.

§. 552.

Willenskraft, als dritte Grundeigenschaft des Willens.

Die dritte Grundeigenschaft des Willensvermögens, welche dem mechanischen Drucke oder der Beschleunigungstendenz analog ist, nennen wir die Willenskraft. Dieselbe bezeichnet das Streben nach Thätigkeit oder nach Wirkung auf eine äussere Macht. Die Wirkung dieses Strebens ist die That oder auch die Handlung. Die in Rede stehende Grundeigenschaft kann also auch die Ursache der Handlung genannt werden; sie ist die Triebkraft der menschlichen Handlungen oder die Kraft, welche den Menschen zu einer Handlung treibt oder welche die in §. 550 erörterte Macht in Bewegung setzt. Wie in der Mechanik einunddasselbe Wort Kraft sowohl als Ausdruck für die dritte Grundeigenschaft, die Beschleunigungstendenz, wie auch als Ausdruck für die vierte Grundeigenschaft der Materie, nämlich für die Qualität des Bewegungsvermögens gebraucht wird, ganz ebenso wird auch im logischen Bereiche der Ausdruck Wille bald speziell für die Bewegungungstendenz, bald generell für das Bewegungsvermögen gebraucht: indem wir also jetzt unter dem Willen speziell die Triebkraft des Willensvermögens verstehen, können wir sagen, der Wille sei die Ursache der Handlungen.

Wir haben schon in §. 549 erwähnt, dass der Wille immer nach aussen, d. h. auf eine ausserhalb der wollenden Macht liegende Macht gerichtet ist und dass sein Bestreben eine Tendenz zur Herstellung einer Relation mit dieser anderen Macht ist, welche als die Übertragung eines Leidens angesehen werden kann, dass also eine konkrete Willenskraft immer nur unter gleichzeitiger Berücksichtigung des handelnden Subjektes und des Objektes der Handlung bestimmt werden kann, gleichwie eine Ursache nur durch ihre Wirkung, mit welcher sie im Kausalverhältnisse steht, bestimmt ist. Wie in der Mechanik kein Druck eines Subjektes ohne Gegendruck eines Objektes, keine Beschleunigung eines Objektes ohne bewegende Kraft eines Subjektes besteht, ebenso besteht keine Wille eines Subjektes ohne ein gewolltes Objekt, keine Handlung ohne verursachenden Willen. Wenn wir uns nun erinnern, dass die Relationen der Dinge Begriffe sind und dass die mit der Bewegung verbundenen Veränderungen auf dem Werden beruhen, welches seinen Ausdruck in Gedächtnissoperationen findet; so gelangen wir zu der nachstehenden Definition der Grund- und Hauptstufen der Willenskraft.

Die eine Primitivitätsstufe dieser Kraft, welche die mechanische

Intensität vertritt, ist die Energie oder Willensstärke. Hierbei ist zwar nur an das wollende Subjekt gedacht; allein, es leuchtet ein, dass ein solches Subjekt nicht ohne Objekt bestehen kann und dass daher die Energie des Ersteren auch in ihrer Wirkung auf das letztere Objekt zur Erscheinung kömmt. Insofern der Wille des Subjektes keine Handlung hervorbringt, also das Objekt nicht in Bewegung setzt oder zu Nichts bewegt, wird jener Wille durch den gleich starken, aber entgegengesetzt wirkenden Willen des Objektes paralysirt. Dieser entgegengesetzte Wille des Objektes heisst dessen Widerstand oder Widerstreben: er bildet mit dem positiven Willen einen Zustand, welcher dem mechanischen Gleichgewichte entspricht. Das Widerstreben ist zwar ein Nichtwollen, allein nicht im Sinne der quantitativen oder ausschliessenden, sondern im Sinne der kontradiktorischen Verneinung; es ist entgegengesetzter oder negativer Wille. Indem wir uns einmal den Wollenden und dann den Widerstrebenden als Subjekt denken, haben wir im Wollen und im Widerstreben die beiden Kontrarietätsstufen der Willenskraft, den positiven und den negativen Willen vor uns. Der positive Wille fördert eine Handlung, der widerstrebende hemmt oder hindert sie, entsprechend der mechanischen Beschleunigungs- und Verzögerungstendenz.

Die beiden Kontrarietätsstufen des Willens bedürfen einer Spezialisirung, jenachdem man dabei den Willen des Subjektes A, oder den des Objektes B oder den eines Nebenobjektes oder Hülfsobjektes C ins Auge fasst. Dieselbe ergiebt sich aus folgenden Sätzen.

Der positive Wille des Subjektes A bedingt den negativen Willen oder das Widerstreben des Objektes B, als die Gegenwirkung des Objektes B gegen das Subjekt. Bei diesem Widerstreben wird also momentan B als wollendes Subjekt und A als Objekt angesehen, es findet also logisch eine Vertauschung zwischen Subjekt und Objekt statt.

Wenn A unverändert als Subjekt und B als Objekt beibehalten wird; so bedeutet der negative Wille von A die Unterlassung (oder, genauer, den Willen zur Unterlassung). Unterlassung ist stets absichtliche Unterlassung, nicht etwa absichtslose Unterlassung, welche letztere willenlose Unthätigkeit ist und daher als Willensäusserung gar nicht in Betracht kömmt. Die absichtliche Unterlassung ist das Nichtwollen einer Handlung, welche das Objekt B von dem Subjekte A zu erwarten einen Grund, resp. ein Recht hat. Die Gegenwirkung des Objektes B bei der Unterlassung des Subjektes A ist daher die Forderung, das Verlangen, welches sich je nach dem Motive und unter der Beimischung anderer Seelenregungen als Wunsch, Bitte, Erwartung u. s. w. zu erkennen giebt.

Wenn A Subjekt bleibt, aber das Objekt B in seinen Gegensatz $-B$ verwandelt wird, was mit einer Verwandlung des Zieles des Willens von A gleichbedeutend ist, so ergiebt sich der entgegengesetzte Wille oder der Wille zu einer entgegengesetzten That, z. B., wenn der positive Wille eine Schenkung beabsichtigt, die Absicht einer Vermögensentziehung.

Wenn das Subjekt A mit dem Objekte B nicht in einer unmittelbaren Relation steht, wenn vielmehr diese Relation durch ein Nebenobjekt C vermittelt oder wenn bei der Wirkung von A auf B das Nebenobjekt C mit in Anspruch genommen wird, sodass die Aktion von A die Reaktion von B und C hervorruft; so ist die Gegenwirkung

von C nicht ein Widerstreben, sondern ein Hinderniss für die vom Subjekte A beabsichtigte Wirkung auf das Objekt B. Bei einer Unterlassung des Subjektes A bildet die Gegenwirkung des C eine Nöthigung. Bei einer entgegengesetzten Handlung des Subjektes A stellt die Gegenwirkung des C einen Schutz dar.

Von den drei Neutralitätsstufen des Willens ergiebt sich die erste oder der reelle Wille als derjenige, welcher eine Handlung direkt und voll fördert oder hemmt, welcher also diese Handlung und nichts Anderes als diese Handlung hervorzubringen oder zu verhüten vermag, welcher seine gesammte Energie auf die Hervorbringung oder Verhütung dieser Handlung verwendet. So ist z. B. der Wille, welcher eine Tödtung hervorbringt, und derjenige, welcher vor einer Tödtung Schutz gewährt, in Beziehung zur Tödtung reeller Wille, der eine ist positiv reell, der andere negativ reell. Die zweite Neutralitätsstufe oder der imaginäre Wille ist derjenige, welcher eine Handlung weder fördert, noch hemmt, welcher also neutrale oder indifferente Handlungen hervorbringt und keinen Theil seiner Energie auf jene Handlung verwendet. Positiv imaginär ist derjenige, welcher eine neutrale Handlung fördert, negativ imaginär derjenige, welcher eine neutrale Handlung hemmt. So würde z. B., wenn Tödtung als reelle Handlung angesehen wird, der Wille zum kaufen oder zum verkaufen ein imaginärer oder neutraler sein. Allgemein, bekundet sich die Neutralität im Gewährenlassen, d. h. indem wir eine Handlung, wie z. B. die Tödtung, geschehen lassen, bethätigen wir einen neutralen oder imaginären Willen (negativ imaginär ist das Geschehenlassen des Widerstandes gegen die positive Handlung, also im letzten Beispiele das Geschehenlassen des Schutzes vor der Tödtung). Die dritte Neutralitätsstufe oder der überimaginäre Willen ist derjenige, welcher einer Handlung zukömmt, die sich gegen die ganze Gattung der reellen und imaginären Handlungen neutral verhält. In dem Beispiele der Tödtung wird stillschweigend eine Gattung von Handlungen vorausgesetzt, welche auf Relationen zwischen Menschen beruht: überimaginär würde daher eine Handlung sein, bei welcher die Menschheit nicht betheiligt oder welche gegen ein aussermenschliches Objekt gerichtet ist, wie etwa das Botanisiren.

Ein Wille, welcher irgend eine in der Grundgattung liegende Handlung hervorbringt, ist ein komplexer und entspricht einer in der Grundebene wirkenden Kraft p von einer bestimmten Richtung OA. Diese Richtung OA repräsentirt in subjektiver Hinsicht die Absicht des Handelnden und in objektiver Beziehung die Richtung oder das Ziel der Handlung. Wenn OX die Richtung irgend einer anderen Handlung ist, gegen welche sich die erstere unter dem Winkel α neigt; so lässt sich die Richtung OA der ersten Handlung und auch der Wille p selbst in zwei Komponenten $p \cos \alpha$ und $p \sin \alpha$ zerlegen, von welchen die erste der Richtung OX parallel ist und die zweite normal darauf steht. Bezieht man den in der Richtung OA wirkenden Willen auf die Richtung OX wie auf eine Grundrichtung; so erscheint derselbe in der Form $p e^{\alpha \sqrt{-1}}$ als eine unter dem Winkel α gegen OX geneigte, in der Form $p \cos \alpha + p \sin \alpha \sqrt{-1}$ aber als eine komplexe Kraft. Vermöge der ersten Form hat der Wille

die Bedeutung des Willens zu einer Handlung, welche mit der Handlung OX in einer bestimmten, durch den Richtungskoeffizienten $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ ausgedrückten Relation oder Kausalbeziehung steht: vermöge der zweiten Form dagegen hat er die Bedeutung der Resultante zweier Willen, von welchen der eine ein reeller Wille zur Handlung in der Richtung OX, der andere aber der Wille zu einer neutralen Handlung ist. Ein komplexer Wille ist also einer bestimmten Handlung OX förderlich oder hinderlich, ohne jedoch seine ganze Energie darauf zu verwenden, indem derselbe zugleich eine andere neutrale Handlung begeht. Dieser Wille, als Komponente der in der Richtung OX eine Handlung vollbringenden Kraft, repräsentirt den Willen zu einer Hülfe oder Beihülfe zur Handlung OX. Diese Bedeutung einer Komponente oder Beihülfe erlangt der Wille $OA = p$ nur durch das vom Wollenden erkannte Kausalitätsverhältniss $e^{\alpha\sqrt{-1}}$, in welchem sein Wille zu der Handlung OX steht, eine Erkenntniss, welche die Absicht der Beihülfe ausmacht.

Wenn $OA = p$, $OA' = p'$, $OA'' = p''$ verschiedene Willenskräfte sind, welche mit der Energie p, p', p'' Handlungen verrichten, die zu der Willensrichtung OX in den durch die Neigungswinkel α, α', α'' gemessenen Kausalbeziehungen stehen; so ist die in der Richtung OX vollführte Handlung, welche als die Resultante jener Willenskräfte erscheint, der Wirkung eines Willens gleich, welcher mit der vollen Energie der Komponentensumme $p\cos\alpha + p'\cos\alpha' + p''\cos\alpha''$ in der Richtung OX oder mit der Absicht OX thätig ist, während die Komponentensumme $p\sin\alpha + p'\sin\alpha' + p''\sin\alpha''$ neutrale Wirkungen hervorbringt. Die komponirenden Willenskräfte p, p', p'' können einunddemselben, sie können aber auch verschiedenen Menschen zukommen: das Wesentliche für ihre Bedeutung als Komponenten eines resultirenden Willens ist immer, dass sie in einer von dem Wollenden erkannten Kausalbeziehung zu der resultirenden Handlung stehen oder dass die Handelnden die Absicht der Konkurrenz zu der resultirenden Handlung gehabt haben. Gehören die Willenskräfte p, p', p'' nicht einunddemselben, sondern verschiedenen Menschen an; so bilden dieselben die Theilnehmer an der Handlung OX.

Es ist nicht nöthig, dass die Willenskomponenten p, p', p'' in derselben Gattungsebene liegen; sie können auch verschiedenen Ebenen angehören. Angenommen, XOY sei die Grundgattung der Handlungen, zu welcher die Handlung OX gehört. Entspricht nun die Willenskraft p einer Absicht, welche zu OX das Kausalitätsverhältniss $e^{\alpha\sqrt{-1}}$ hat (sodass die Linie OA sich unter dem Winkel α gegen die Linie OX neigt), welche aber einer Gattung AOX angehört, die zu der Grundgattung XOY in der Relation $e^{\beta\sqrt{\div 1}}$ steht (sodass die Ebene AOX sich unter dem Winkel β gegen die Ebene XOY neigt); so ist die Kausalbeziehung der Kraft p zu der resultirenden Handlung OX durch den vollständigen Richtungskoeffizienten $e^{\alpha\sqrt{-1}}e^{\beta\sqrt{\div 1}}$ dargestellt, und die Willenskraft, welche in der Richtung OA die Energie p entwickelt, erscheint mit Bezug auf die Handlung OX in den beiden Formen

$$p\,e^{\alpha\sqrt{-1}}e^{\beta\sqrt{\div 1}} = p\cos\alpha + p\sin\alpha\cos\beta\sqrt{-1} + p\sin\alpha\sin\beta\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$$

Die rechte Seite zeigt, dass in der Richtung OX die reelle Kraft mit der Energie $p \cos \alpha$ thätig ist, dass also die resultirende Handlung nur durch die Absicht α (die Deklination) nicht durch die Grösse β (die Inklination) bestimmt ist. Die letztere Grösse β, welche den Inklinationswinkel der Ebene AOX gegen die Grundebene XOY misst, entspricht dem Motive oder Beweggrunde des Handelnden.

Das Motiv des Handelnden ist von der Absicht desselben durchaus verschieden; dasselbe bestimmt, wie man sieht, nicht die Bedeutung der Handlung OX, welche vermöge des reellen Theiles $p \cos \alpha$ nur durch die Energie p und die Absicht α des Handelnden bestimmt ist. Das Motiv β hat nur einen Einfluss auf Nebenbeziehungen: indem dasselbe aber die Richtung OA des Willens p im Gesammtgebiete des Willens- und Erkenntnissvermögens mitbestimmt, wird dasselbe bedeutsam für den allgemeinen oder moralischen Werth der Handlung und findet demzufolge in der Strafrechtspflege Berücksichtigung als mildernder oder erschwerender Umstand.

Beispielsweise ist Mord, die in der Absicht zu tödten begangene Handlung, immer Mord, gleichviel, ob das Motiv dazu Rache, oder Streben nach persönlichem Vortheil, oder Befreiung des Vaterlandes von einem Bedrücker ist; gleichwohl lässt dieses Motiv die Handlung in einem milderen oder trüberen Lichte erscheinen.

Wenngleich das Motiv den moralischen Werth der Handlung mitbestimmt; so steht dasselbe zur Absicht doch im vollkommen logischen Neutralitätsverhältnisse: das Motiv ist nicht von der Absicht und die Absicht nicht vom Motive abhängig; jede Absicht kann sich mit jedem Motive vergesellschaften. Die Neutralität zwischen Absicht und Motiv entspricht der mathematischen Neutralität zwischen Deklinations- und Inklinationskoeffizienten.

Wir haben im Vorstehenden zwei verschiedene Neutralitäten kennen gelernt. Zuerst die Neutralität zwischen reellem und indifferentem Willen, welcher resp. reelle und indifferente Handlungen erzeugt: sodann die Neutralität zwischen Absicht und Motiv. Die ersteren sind die Analogien der mathematischen Neutralitäten, welche sich unter dem Fortschrittsgesetze ergeben oder welche den Grössen als Fortschrittsgrössen eigen sind, welche sich also als reelle, imaginäre und überimaginäre Grössen mit den Zeichen $\sqrt{1}$, $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-1}$, $\sqrt{\div 1}$ darstellen: die letzteren sind die Analogien der mathematischen Neutralitäten, welche sich unter dem Verhältniss- oder Drehungsgesetze ergeben oder welche den Grössen als Verhältnissgrössen eigen sind, welche sich also als primäre, sekundäre und tertiäre Grössen mit den Richtungskoeffizienten e^0, $e^{\alpha \sqrt{-1}}$, $e^{\alpha \sqrt{-1}} e^{\beta \sqrt{\div 1}}$ darstellen. Die mechanische Analogie des geometrischen Fortschrittes oder der geometrischen Addition ist die Komposition; dem geometrischen Gliede oder Abstande entspricht die mechanische Komponente und der geometrischen Summe die mechanische Resultante: die mechanische Analogie der geometrischen Verhältnissoperation oder der Multiplikation ist die Wirkung oder das Wirken; dem geometrischen Faktor entspricht die mechanische beschleunigende oder bewegende Kraft oder die Triebkraft und dem geometrischen Produkte die mechanische Wirkung. Von

den mechanischen Grössen abstrahiren sich leicht die korrespondirenden Begriffe für das Willensgebiet. Hinsichtlich der Komponenten haben wir bereits das Nöthige, soweit es jetzt schon in Betracht kömmt, angeführt; wir wiederholen, dass die Willenskräfte unter diesem Gesichtspunkte, als Komponenten einer Resultante, welche eine Handlung hervorbringt, auf den drei Neutralitätsstufen der reellen, der imaginären (indifferenten, neutralen) und der überimaginären Willenskräfte erscheinen. Hinsichtlich der Triebkräfte fügen wir den obigen Bemerkungen noch hinzu, dass die Energie des Willens, welcher eine Handlung hervorzubringen strebt, die erste Neutralitätsstufe oder den primären Willen bezeichnet und der Intensität der mechanischen Kraft p oder dem numerischen Verhältnisse entspricht, in welchem diese Kraft zur Krafteinheit steht, dass ferner die Absicht des Wollenden die zweite Neutralitätsstufe des Willens oder den sekundären Willen bezeichnet und der Richtung der bewegenden Kraft p oder vielmehr ihrer Neigung gegen die Grundrichtung, also ihrer Deklination entspricht, dass aber endlich das Motiv des Wollenden die dritte Neutralitätsstufe des Willens oder den tertiären Willen darstellt und der Neigung der Wirkungsebene gegen die Grundebene, also der Inklination der Willenskraft entspricht (cfr. §. 497 S. 306).

Wegen der zwischen Energie, Absicht und Motiv bestehenden Neutralität kann sich jeder Werth der einen dieser drei Eigenschaften mit allen beliebigen Werthen der übrigen verbinden. Wenn jedoch die Energie den Nullwerth hat, wie es bei einem machtlosen Willen der Fall ist, kann keine Handlung entstehen; die Absicht und das Motiv sind also dann irrelevant (wie es in der Mechanik gleichgültig ist, ob einer Kraft, deren Intensität null ist, diese oder jene Richtung zugeschrieben wird).

Die vier Heterogenitätsstufen des Willens, welche der mechanischen Kraft materieller Punkte, Linien, Flächen und Körper entsprechen, sind der primogene, sekundogene, tertiogene und quartogene Wille oder die Willenskraft von keiner, einer, zwei und drei Dimensionen. Als sekundogener Wille von einer Dimension betrachten wir den Willen eines Individuums; als tertiogenen Willen von zwei Dimensionen den einer Gattung von Individuen; als quartogenen Willen von drei Dimensionen den einer Gesammtheit von Individuen. Der primogene Wille von keiner Dimension ist dann das Element des menschlichen Willens, welches der Mensch nur in einem einzelnen Zustande seiner selbst zu äussern vermag, ein Element, aus welchem der sekundogene Wille von einer Dimension durch stetige Zusammenreihung entsteht, gleichwie das Individuum durch stetige Zusammenreihung seiner Zustände entsteht. Die sekundogenen Willenskräfte der Individuen entsprechen den in der Mechanik durch Linien repräsentirten Kräften, die primogenen Willenskräfte den durch Linienelemente dargestellten, unendlich schwachen Kräften. Ein tertiogener Wille, z. B. der Wille des Deutschen Volkes, entspricht einer durch eine Fläche repräsentirten mechanischen Kraft. Ein quartogener Wille, z. B. der Wille der europäischen Völkerfamilie, wenn dieselbe als eine Gesammtheit von Völkern gedacht wird, entspricht einer durch einen Körper repräsentirten Kraft. Während die Absichten und Motive

der Individuen durch Linienrichtungen vertreten werden, werden die Absichten und Motive der Gattungen durch Flächenrichtungen vertreten.

Diese Zusammenfassung von Zuständen zu Individuen, von Individuen zu Gattungen und von Gattungen zu Gesammtheiten durch parallele Nebeneinanderlagerung stützt sich auf die Auffassung der Kräfte als Komponenten oder liegt im Geiste des geometrischen Fortschrittsgesetzes und des arithmetischen Additionsgesetzes. Fasst man die Kräfte als bewegende Ursachen nach dem Verhältniss- oder Multiplikationsgesetze auf; so ändert Diess nicht die primogene und sekundogene Kraft: an der Stelle der durch Nebeneinanderlagerung paralleler Linien erzeugten Fläche erscheint jedoch jetzt die durch Rotation einer Linie um einen Punkt beschriebene Fläche, und ebenso tritt an die Stelle des durch Nebeneinanderlagerung paralleler Flächen erzeugten Körpers der durch Umwälzung einer Fläche um eine Axe beschriebene Körper. Die letztere Auffassung ist von Wichtigkeit, da sie die Vorstellung von einem tertiogenen und quartogenen Willen eines einzelnen Individuums liefert. Diese Vorstellungen fallen aber mit den Qualitätsstufen des Willens zusammen und werden daher im nächsten Paragraphen betrachtet werden.

Die fünf Alienitätsstufen des Willens entsprechen den verschiedenen Grundformen oder Grundsystemen oder Grundbedingungen, von welchen der Wille abhängig sein kann.

§. 553.

Willensvermögen, als vierte Grundeigenschaft des Willens.

Der Wille hat wie jede Grösse eine Qualität und erscheint auf verschiedenen Qualitätsstufen. Wie der Name Kraft schlechthin die Qualität der mechanischen Ursache der Bewegung anzeigt, so bezeichnet der Name Wille generell auch die Qualität der Ursache der Handlungen. Während wir es also im vorhergehenden Paragraphen mit dem Willen als Willenskraft oder als Ursache der Handlungen zu thun hatten, beschäftigt uns jetzt der Wille als Willensvermögen oder als Vermögen zu wollen und zu handeln. Als Willenskraft strebt der Wille sich zu äussern, d. h. mit einem äusseren Objekte in Relation zu treten, Etwas nach aussen hin zu übertragen, eine Wirkung zu vollbringen: als Willensvermögen dagegen zeigt der Wille die Fähigkeit, Etwas zu erzeugen oder hervorzubringen, was eine höhere Qualität hat, als der erzeugende Wille selbst, also als das Vermögen der Beseelung, Belebung, Begabung (vgl. §. 206). Die Willenskraft des vorhergehenden Paragraphen bewirkt die Handlung, das Willensvermögen des gegenwärtigen Paragraphen erzeugt das Werk. Die Qualität erscheint arithmetisch als eine Potenz und geometrisch als eine Dimensität, und die besondere Beschaffenheit des Grades oder der Dimensionen liefert die Grund- und Hauptstufen der Qualität: insbesondere entsprechen in der Mechanik nach §. 203 die vier Kraftarten

$$k \qquad s k \qquad s^2 k \qquad s^3 k$$

welche sich wie die vier aufsteigenden ganzen Potenzen s^0, s^1, s^2, s^3 einer räumlichen Länge s verhalten und sämmtlich die Trägheit k als

gemeinschaftlichen Faktor haben, den vier Hauptqualitäten, nämlich der Trägheit k, dem Drucke oder der Fortschrittskraft sk, dem Momente oder der Hebelkraft oder der Drehkraft s^2k und der Universalkraft s^3k. Wenn m die Masse und t die Zeit bedeutet; so ist die Trägheit k das Verhältniss der Masse m zum Quadrate der Zeit. Die vier Kraftqualitäten haben also auch die Werthe

$$\frac{m}{t^2} \qquad \frac{sm}{t^2} \qquad \frac{s^2m}{t^2} \qquad \frac{s^3m}{t^2}$$

Die erste Hauptqualität des Willens, welche der mechanischen Trägheit k entspricht und der todten Masse m proportional ist, stellt sich uns im Gebiete des Willens ebenfalls als das Beharrungsvermögen dar, welches eine vorhandene Macht dauernd in dem gegebenen Zustande erhält, solange kein neuer Wille als bewegende Ursache eine Änderung hervorbringt. Ein Mensch bleibt im Besitze einer Macht, bis ihm dieselbe durch eine besitzvernichtende Macht entrissen wird; eine Energie, eine Absicht, ein Beweggrund besteht in uns ungeschwächt so lange fort, bis wir denselben aufgeben, d. h. durch eine entgegengesetzte Willenskraft neutralisiren; auch die Folgen einer Handlung haben ewigen Bestand und können nur durch Handlungen von entgegengesetzter Wirkung aufgehoben werden.

Die zweite Hauptqualität des Willens, welche dem mechanischen Drucke $p = sk$ oder der Spannung oder der Fortschrittskraft entspricht, ist derjenige Wille, welcher unseren Thaten zur Triebkraft dient, welcher also Thaten hervorbringt. Wie aber für die mechanische Druckkraft p das Charakteristische darin liegt, dass sie alle Elemente einer von ihr beseelten Masse m in gleicher Weise oder dass sie das System dieser Elemente wie ein in dessen Schwerpunkte konzentrirtes Ganze bewegt und daher dieser Masse eine allen Elementen gemeinsame geradlinige Geschwindigkeit mittheilt, ebenso besteht das Charakteristische der hier in Rede stehenden Willensqualität darin, dass dieselbe alle Elemente der davon beseelten Macht in gleicher Richtung vorwärts oder gegen ein gemeinschaftliches Ziel hin treibt, dass sie sich also in einer gemeinschaftlichen Richtung auf ein äusseres Objekt entladet oder ein solches Objekt in eine Thätigkeit versetzt, welche dasselbe mit immer neuen äusseren, in einer bestimmten Richtung liegenden Ereignissen zusammenführt, welche die Folgen dieser Thätigkeit ausmachen. Der wesentliche Charakter der zweiten Hauptqualität des Willens liegt daher in der vollen und unmittelbaren Übertragung einer Wirkung nach aussen in einer allen wirkenden Elementen gemeinsamen Richtung und mit einer allen gleich mächtigen Elementen gleichen Energie.

Die dritte Hauptqualität des Willens, welche der mechanischen Drehkraft $sp = s^2k$ entspricht, ist derjenige Wille, welcher die Änderung der Absicht bewirkt oder die Richtung der Willenskraft ändert, welche also auch der Willenskraft eine bestimmte Richtung zu geben oder eine bestimmte Absicht zu erzeugen vermag. Um eine That zu vollbringen, muss der Wille nicht bloss eine bestimmte Triebkraft äussern, welche eine bestimmte Fortschrittsbewegung zu erzeugen vermag, sondern er muss auch diese Thätigkeit in einer bestimmten Richtung ausüben,

welche die Relation zwischen Subjekt und Objekt oder die Absicht des Subjektes oder den Zweck der That anzeigt. Die letztere Richtung kann der Wille nur durch einen Zwang erlangen, welcher die Tendenz zum Handeln in die auf das Ziel gerichtete Bahn lenkt, welcher also überhaupt den Willen lenkt und darum als die Lenkkraft des Willens oder als die Willenslenkung aufgefasst werden kann.

Das mechanische Mittel zur Hervorbringung einer Drehkraft ist das Kräftepaar oder der Hebel: jeder Hebel repräsentirt ein Kräftepaar, indem sich im Stützpunkte eine der Hebelkraft entgegenwirkende Kraft äussert. Der Werth der Drehkraft ist das Moment, welches als das schon eben angezeigte Produkt sp einer Länge s und einer Fortschrittskraft p erscheint. Im Kräftepaare sind zwei gleiche, nach entgegengesetzten Seiten wirkende aktive Kräfte gegeben; im Hebel ist nur eine aktive Kraft, daneben aber ein fester Punkt gegeben, um welchen der Körper gedreht wird und welcher die zweite Kraft des Kräftepaares durch seinen Widerstand hervorruft. Das Kräftepaar dreht einen freien Körper um seinen Schwerpunkt, oder vielmehr um eine durch diesen Schwerpunkt gehende Axe: hierbei entstehen Bewegungen in allen möglichen der Drehungsebene angehörigen Richtungen, wodurch die Drehkraft die Qualität einer Kraft von zwei Dimensionen, entsprechend dem Ausdrucke $s^2 k$ gewinnt. Da bei dieser Drehung der Schwerpunkt des Körpers seinen Ort nicht ändert; so kann die Wirkung des Kräftepaares wie eine innere angesehen werden, d. h. wie eine solche, welche kein äusseres Ziel hat, deren Ziel vielmehr darin besteht, dem Körper eine veränderte Richtung in der Aussenwelt zu geben.

Wenn ein Mensch, welcher entschlossen ist, mit einer bestimmten Macht und Energie zu handeln, bewogen werden soll, seine Thätigkeit auf ein anderes Ziel zu lenken, ohne jedoch die Energie seines Willens aufzugeben, wenn z. B. dieser Mensch, welcher lesen will, veranlasst werden soll, zu schreiben oder zu musiziren, oder wenn dieser Mensch von der Absicht, nach der Schweiz zu reisen, abgebracht und zu der Absicht, nach Frankreich zu gehen, vermocht werden soll, oder wenn er der Absicht, den Fuchs zu schiessen, abwendig gemacht und zu der Absicht, den Hasen zu schiessen, geleitet werden soll; so leuchtet ein, dass zu dieser Änderung seiner Absicht die Wirkung einer Ursache erforderlich ist, dass jedoch diese Ursache keine einfache, nach aussen gerichtete Triebkraft sein kann, weil sich eine solche mit der bereits vorhandenen Triebkraft nur zu einer Resultante zusammensetzen würde, welche die frühere Handlung und daneben eine neue Handlung als zwei Komponenten hervorbringt. Die in Rede stehende Ursache muss vielmehr von der Art sein, dass sie nach aussen hin keine direkte Wirkung hervorbringt, dass sich also ihre auf Thätigkeit nach aussen gerichteten Effekte neutralisiren. Diess geschieht durch zwei gleiche, aber nach entgegengesetzten Seiten wirkende Kräfte, welche jedoch nicht auf denselben Punkt angebracht sein können, da sie sich sonst nicht nur hinsichtlich des äusseren, sondern auch hinsichtlich des inneren Effektes vollständig vernichten würden, welche vielmehr in einem gewissen Abstande voneinander in parallelen, aber entgegengesetzten Richtungen wirken müssen, sodass sie eine Änderung im Innern des Handelnden

ohne Änderung seiner Energie zu erzeugen vermögen. Damit diese beiden entgegengesetzten Kräfte die momentan vorhandene Energie nicht ändern, müssen ihre Richtungen zu der Richtung dieser Energie, also zu der Richtung, welche die nach aussen gerichtete Thatkraft besitzt, im Verhältnisse der Indifferenz stehen, d. h. sie müssen wie normal gerichtete mechanische Kräfte lediglich Ablenkung ohne Handlung nach aussen hervorbringen.

Denkt man sich unter O den Ausgangspunkt einer Willensenergie, welche auf ein äusseres Objekt A gerichtet ist, um die der Richtung OA entsprechende Handlung, z. B. die Beleidigung des A hervorzubringen; so kann man die Tendenz in der Richtung OA als eine Tendenz zum Angriffe des A, die Bewegung in entgegengesetzter Richtung OA' dagegen als eine Tendenz zum Schutze des A ansehen. Soll die Aktionslinie $A'OA$ von dem Objekte A ab und einem anderen Objekte B zugewandt, also in die Richtung BOB gebracht werden; so sind hierzu Kräfte erforderlich, welche gegen die Beleidigungstendenz $A'OA$ ganz indifferent sind, indem sie den vorderen Punkt der gegen das Objekt A gekehrten Angriffsmittel von A abwenden und dem anderen Objekte B zuwenden. Dieselben Kräfte, welche die Linie OA nach OB drehen, bewirken aber zugleich eine entgegengesetzte Bewegung der von A abgewandten Schutzmittel, indem sie die Linie OA' in die Lage OB' bringen. Wenn Jemand bewogen werden soll, seinen gegen A beabsichtigten Angriff von A abzulenken, wird er zugleich bewogen, seine Schutzmittel dem A in gewissem Grade zuzuwenden; sein Wille empfängt also zwei Impulse nach entgegengesetzten Seiten, welche jedoch nicht durch den Schwerpunkt seines Willens, sondern durch zwei rechts und links seitwärts liegende Punkte gehen. Diese beiden Impulse bewirken einerseits Ablenkung der Angriffsmittel und andererseits Zulenkung der Schutzmittel, sind also, als Ablenkungs- und Zulenkungstendenzen, einander entgegengesetzt, wie die beiden Kräfte eines Kräftepaares. Ausserdem enthalten sie selbst weder eine Tendenz zum Angriffe, noch zum Schutze, sind also gegen die Aktionstendenz indifferent und bewirken demzufolge nur, dass diese Tendenz eine andere Richtung annimmt oder sich gegen eine andere Person kehrt.

Derartige Ablenkungstendenzen, welche den Handlungen der Menschen eine bestimmte Richtung oder Absicht verleihen, sind die Rücksichten, welche sie bei ihren Handlungen nehmen. Andere Menschen bewegen den Handelnden zu solchen Rücksichten durch geeignete Vorstellungen, nämlich durch solche Vorstellungen, welche nicht seine Handlungen beschränken oder steigern, sondern von einem Objekte A ab- und einem anderen Objekte B zulenken. Durch solche Rücksichten wird die Absicht des Handelnden zu einzelnen konkreten Handlungen bestimmt. Man kann sich aber auch eine Drehkraft vorstellen, welche die Stellung oder Richtung des gesammten Willensvermögens eines Menschen, also die Relation des ganzen Individuums gegen die Menschengattung ändert, welche mithin allen seinen Handlungen einen besonderen Charakter verleiht. Diess geschieht z. B., wenn einem Menschen ein Amt verliehen, wenn er etwa zum Vormunde bestellt, zum Staatsbeamten ernannt, zum Soldaten gemacht wird.

Die vierte Hauptqualität des Willens entspricht der mechanischen Universalkraft. Nach §. 211 erzeugt diese Kraft nur eine Torsionsspannung, keine eigentliche Bewegung und ihre Analogie im Gebiete des Willensvermögens erscheint ebenfalls nur als eine Tendenz zur Änderung des Beweggrundes des Handelnden, ohne Änderung der Handlung selbst.

Schliesslich bemerken wir noch, dass wenn man die Qualität des Willens nicht nach der Art seiner Wirkungstendenz, sondern nach der Beschaffenheit der davon beseelten Macht beurtheilt, man das Willensvermögen von keiner, einer, zwei, drei Dimensionen, d. h. das Willensvermögen eines Elementes, eines Individuums, einer Gattung und einer Gesammtheit erhält, welches dem mechanischen Vermögen eines materiellen Punktes, einer materiellen Linie, einer materiellen Fläche und eines materiellen Körpers entspricht.

§. 554.

Plan, als fünfte Grundeigenschaft des Willens.

Eine Handlung, als Wirkung der Willenskraft, bildet, wie eine mechanische Bewegung, ein aus einzelnen aufeinander folgenden oder auch gleichzeitig miteinander vergesellschafteten einfachen Handlungen zusammengesetztes System. Diese einfachen Handlungen stehen miteinander in kausalem Zusammenhange oder bedingen einander durch ein Abhängigkeitsgesetz, welches den Plan der Gesammthandlung ausmacht. Dieser Plan, nach welchem der Wille des Handelnden operirt, um einen bestimmten Zweck zu erreichen, ist ein von ihm erkanntes und gewolltes Gesetz, welches er zur Richtschnur nimmt, indem er seine Handlung planmässig ausführt. Der Plan der Handlung entspricht der geometrischen Form, der arithmetischen Funktion, dem mechanischen Systeme; er macht die fünfte Grundeigenschaft des Willensvermögens aus. Der Plan verleiht der Handlung ihren Charakter und die Planmässigkeit der Ausführung, welche sich auf Erkenntniss des Kausalzusammenhanges der einzelnen Handlungskomponenten stützt und sich als Überlegung kundgiebt, muss für ein wesentliches Kriterium des Werthes der Handlung angesehen werden. Wenn man nicht den Kausalzusammenhang, sondern nur die äussere Verknüpfung der einzelnen Komponenten einer Handlung in Betracht zieht, entspricht der Zusammenhang dieser Komponenten der Handlungsweise.

Nach der Planmässigkeit erscheinen die Handlungen als fünf Hauptwillensmodalitäten. Die erste Hauptmodalität bezeichnet (als Analogien der gleichförmigen oder beharrlichen Bewegung) diejenigen Vorgänge, welche von keiner Willenskraft getrieben werden, welche also die unveränderlichen Folgen einer Handlung darstellen. Die zweite Hauptmodalität umfasst (als Analogien der gleichförmig beschleunigten Bewegung) die Handlungen, welche unter dem Drucke einer konstanten Willenskraft direkt auf das Ziel los führen oder die Wirkungen eines Willens, welcher mit Vermeidung aller Nebenwege, unvermittelt dem Ziele zustrebt. Die dritte Hauptmodalität enthält die Handlungen, welche (als Analogien der unter Zentrifugalkraft entstehenden Kreisbewegung) das Ziel auf Umwegen,

mittelst sukzessiver gleichförmiger Modifikation der Thätigkeit durch Operationen anstreben, die einer bestimmten Gattungsgemeinschaft angehören. Die vierte Hauptmodalität bezeichnet die Handlungen, welche (als Analogien der gleichförmigen Axialbewegung) auf ihrem Umwege zum Ziele nicht bloss in dem Bereiche einer bestimmten Gattung, sondern auch in dem Bereiche einer bestimmten Gesammtheit gleichförmig variiren. Die fünfte Hauptmodalität kennzeichnet die Handlungen, welche (als Analogien der mit gleichförmig wachsender Beschleunigung erfolgenden Bewegung) mit gleichförmig wachsender Energie vorschreiten, resp. sich modifiziren.

Jede folgende Hauptstufe entspringt aus der vorhergehenden durch Variation eines in der nächst niedrigeren Stufe noch konstant bleibenden Elementes, also durch Freimachung einer Willenskraft, welche auf der vorhergehenden Stufe noch schlummerte oder unwirksam war, und zwar wird vorausgesetzt, dass die neue Kraft gleichförmig wirksam sei. Denkt man sich diese Kraft mit beliebig variabeler Intensität wirksam; so entsteht nicht eine Hauptform, sondern eine Hauptklasse von Handlungen. Während also in einer bestimmten Hauptklasse von Handlungen eine gewisse Kraft unter allen Umständen gefesselt oder zur Unwirksamkeit verurtheilt bleibt, ist ihr in der nächst höheren Hauptklasse beim Eintritte der ihre Thätigkeit ermöglichenden Eventualitäten gestattet, in Wirksamkeit zu treten.

Jede konkrete Handlung gehört nach ihrem Plane irgend einer Klasse an. Im Allgemeinen ist jedoch die mechanische Analogie einer Handlung nicht die stetig variabele Bewegung, welche in jedem Augenblicke eine Änderung erleidet, sich also aus unendlich vielen Elementen zusammensetzt, sondern die unstetig variabele, in endlichen Intervallen durch plötzliche Impulse modifizirte Bewegung, welche sich aus einer endlichen Anzahl einfacher Handlungen komponirt.

Schliesslich heben wir in Betreff des Planes einer Handlung noch hervor, dass bei dem objektiven Verlaufe und dem Erfolge einer Handlung der Wille des Urhebers oder der Urheber oftmals mit dem Willen Anderer und auch mit sonstigen Ereignissen konkurrirt, ganz ebenso wie bei einem mechanischen Systeme, z. B. bei dem durch die Anziehung der Erde verursachten Falle einer Wassermasse, indem dieselbe in die Schaufeln eines Rades trifft und nach dessen Umdrehung sich in das Bett eines Baches ergiesst, wenn diese Bewegung als eine Wirkung der Gravitation angesehen wird, der ursprünglich gegebene Motor mit anderen Motoren, Kräften und Widerständen konkurrirt. Diese vom Urheber unabhängigen Kräfte bedingen den Erfolg der Handlung mit, oder das objektive Gesetz der Handlung setzt sich aus dem subjektiven Plane des Urhebers und den mitwirkenden Umständen zusammen.

Die Unterscheidung des subjektiven Planes des Urhebers von dem Einflusse anderer Personen und Umstände erlangt eine besondere Wichtigkeit bei den strafbaren Handlungen: denn der subjektive Plan des Urhebers ist es, welcher den sogenannten Dolus bedingt, während die Kulpa oder das Verschulden lediglich durch die Mitwirkung anderer und zwar solcher Kräfte und Ereignisse bedingt ist, welche der Urheber zwar nicht beherrschte, aber vorherzusehen vermochte.

Der Plan des Urhebers einer zusammengesetzten Handlung ist daher von dem Kausalzusammenhange der einzelnen Handlungen oder von dem objektiven Gesetze dieser Handlung zu unterscheiden; jener subjektive Plan ist ein System von Ursachen und Wirkungen, welches sich mit einem äusseren Systeme von Ursachen und Wirkungen zusammensetzt, um das Gesammtsystem zu erzeugen.

Bei einer aus mehreren im Kausalzusammenhange stehenden Handlungen zusammengesetzten Handlung involvirt der Plan des Urhebers selbstredend nicht bloss die in Thätigkeit gesetzte Willenskraft, sondern auch die Absicht desselben und seine Beweggründe. Bei einer solchen Handlung muss man also auch die Absicht und den Beweggrund des Urhebers hinsichtlich jeder einzelnen Handlung von der Absicht und dem Beweggrunde zur Gesammthandlung unterscheiden. Wenn man will, kann man die dem Plane der Gesammthandlung zu Grunde liegende Absicht den Vorsatz des Urhebers nennen.

§. 555.

Die Grundoperationen des Willens.

Jeder Grundeigenschaft entspricht ein Grundprozess oder eine Grundänderung, welche in ihrem primitiven Vorgange eine Verstärkung jener Eigenschaft herbeiführt. So verstärkt sich eine Macht, eine Thätigkeit, eine Energie, eine Wirkung u. s. w. Wenn die Veränderung einer Grundeigenschaft einen bestimmt gegebenen Werth hat, gestaltet sich der Grundprozess zur Grundoperation, indem die zu verändernde Grösse als Operand, die die Veränderung messende Grösse als Operator und das Resultat der Veränderung als Operat erscheint. Da Operand und Operat unbeschadet des Resultates vertauscht werden können; so stellt sich die Operation auch als eine Verbindung zweier Grössen durch einen Grundprozess dar.

In letzterer Bedeutung ist die erste Grundoperation (entsprechend der arithmetischen Numeration, der geometrischen Vereinigung und der mechanischen Verstärkung) die Vereinigung zweier Mächte zu einer einzigen Macht oder die Machtvermehrung. Wie Mächte, so vereinigen sich durch diese Operation auch Thätigkeitsgrade, Energien und Effekte. Die Vermehrung einer Energie (Kraft) ist Verstärkung oder Kräftigung oder Erhöhung der Leistungsfähigkeit.

Die zweite Grundoperation (entsprechend der arithmetischen und geometrischen Addition und der mechanischen Komposition) ist die Zusammensetzung zweier Komponenten zu einer Resultante. So setzen sich z. B. Diebstahl und Gewaltthätigkeit wie zwei Komponenten zu einer Resultante zusammen, welche Raub heisst. Ebenso komponiren sich Raub und Mord zum Raubmorde. Die Komposition kann in den Handlungen oder Wirkungen, aber auch in den Ursachen geschehen. Wenn von zwei Menschen der eine den Mord und der andere den Raub an einer Person begeht; so komponiren sich in dem resultirenden Raubmorde zwei Handlungen: wenn dagegen einundderselbe Mensch den Raubmord begeht; so komponiren sich schon die Willenskräfte zu einer resultirenden Kraft, welche als einzige Handlung den Raubmord hervorbringt. Im

ersten Falle, wo zwei Handlungen, ein Mord und ein Raub vorliegen, kann von einer Komposition beider zu einer einzigen Handlung nur die Rede sein, wenn beide, wie im zweiten Falle, als der Ausfluss eines einzigen Gesammtwillens aufgefasst werden können, was voraussetzt, dass die beiden Thäter im Einverständnisse gehandelt oder ihre Handlungen in kausalen Zusammenhang gesetzt oder zu Komponenten einer gemeinsamen That gemacht haben.

Die dritte Grundoperation (entsprechend der arithmetischen und geometrischen Multiplikation und der mechanischen Wirkung) ist die Handlung, als Äusserung einer Willenskraft. Gleichwie die mechanische Wirkung oder Arbeit sich als das Produkt einer Kraft in einen räumlichen Weg darstellt, so zeigt sich die Handlung als das Resultat eines Willens, welcher, auf ein bestimmtes Ziel los schreitend, die auf diesem Wege liegenden Widerstände überwindet oder seine Wirkung auf ein äusseres Objekt überträgt. Immer erscheinen in der Handlung zwei gleichwerthige Dinge: die subjektive und die objektive Handlung. Die erstere ist die Willensäusserung oder die Willensarbeit des Handelnden; die letztere ist die aus Übertragung oder Verwandlung dieser subjektiven oder aktiven Arbeit entstehende passive Arbeit oder das Leiden des Objektes.

Wenn die Triebkraft des Subjektes A unmittelbar auf die Grösse C wirkt und diese die empfangene Wirkung auf das Objekt B überträgt, wenn also das Subjekt A durch Vermittlung von C auf B wirkt; so entspricht Diess Seitens des C, welcher die That unmittelbar begeht, einer That im Auftrage des A und Seitens des A einer That durch die Mittelsperson C. Diese Vermittlung des Willens entspricht der mechanischen Fortpflanzung eines Druckes von der Masse A durch die Masse C auf die Masse B. Wenn die Mittelsperson C der Übertragung des Willens des Subjektes A keinen anderen, als den ihrer Trägheit oder ihrem Beharrungsvermögen entsprechenden Widerstand entgegensetzt; so heisst die Bestimmung des Willens dieser Person durch das Subjekt A „sollen", während das Wollen des Subjektes A, welches ein Sollen des C bezweckt, für C ein Gebot, Geheiss, Befehl ist.

Das Objekt einer Handlung kann sich als ein äusserer widerstehender Wille darbieten: indem der Wille des Handelnden diesen Widerstand überwältigt, ist seine Handlung Gewalt oder Gewaltthat; er will und der Andere will nicht. Das Objekt kann sich auch als eine Macht darstellen, welche mit keiner anderen Kraft, als ihrem Beharrungsvermögen widersteht, welche also durch den Willen des Handelnden in Thätigkeit gesetzt wird, indem sie die Willensarbeit des Handelnden in sich aufnimmt und als eine der mechanischen lebendigen Kraft analoge Wirkung zur Erscheinung bringt: in dieser Weise wirkt der Handelnde durch sein Geheiss oder sein Gebot; er will und der Andere soll. Endlich aber kann das Objekt in demselben Sinne auf das Subjekt wirken, wie das Subjekt auf das Objekt wirkt; wie es unter Anderem geschieht, wenn Beide wie zwei gravitirende Massen anziehend auf einander einwirken. Diese Wirkung setzt Einverständniss zwischen Subjekt und Objekt über die beiderseitigen einander zugekehrten Handlungen voraus. Hierbei kann sich die gegenseitige Bewegungstendenz so gut durch gegenseitige Attraktion, wie durch gegenseitige Repulsion (Zug oder Druck), d. h. als

ein beiderseitiges Wollen oder als ein beiderseitiges Nichtwollen darstellen. Ausserdem kann bei dieser Handlungsweise die Arbeit beider Handelnden entweder durch die Überwindung irgend eines äusseren Widerstandes konsumirt werden oder es kann die Handlung des Einen lediglich darauf verwandt werden, den Anderen in eine gewisse Thätigkeit zu setzen: immer entspricht sie der vertragsmässigen Handlung oder der Verrichtung zweier einander deckenden und ausgleichenden aufwiegenden Handlungen auf Grund eines gegenseitigen Vertrages.

Ein Beispiel einer vertragsmässigen Handlung ist der Kauf. Indem A von B ein Haus für 30000 M. kauft oder B dieses Haus an A verkauft, begehen Beide zwei einander deckende und ausgleichende Handlungen: denn in der Voraussetzung, dass sich der Wille von Käufer und Verkäufer im Einverständnisse befindet und dass das Haus die Kaufsumme von 30000 M. werth ist, wird die Hingabe des Hauses unter Hinnahme des Geldes durch die entgegengesetzte Handlung, nämlich durch die Hinnahme des Hauses und die Hingabe des Geldes gedeckt und ausgeglichen oder die Leistung wird durch die Gegenleistung aufgewogen. Indem ein Feldherr einem Soldaten für einen gefahrvollen Ritt die Epauletten verspricht und Letzterer sich zum Ritte bereit erklärt, entsteht durch die beiderseitige Willensübereinstimmung der Vertrag, welcher durch zwei nach der Werthschätzung der Betheiligten sich aufwiegende Handlungen erfüllt wird.

Die beiden Ausdrücke Handlung und That werden häufig unterschiedslos für eine Wirkung der Willenskraft oder für eine Willensäusserung gebraucht. Übrigens bedient man sich bei den vertragsmässigen und überhaupt bei den auf ein Vertragsverhältniss bezüglichen Willensäusserungen vorzugsweise des Ausdruckes Handlung, und bei den mit dem Willen des Anderen in Widerstreit stehenden Willensäusserungen vornehmlich des Ausdruckes That, nennt also einen Kauf eine Handlung, einen Mord dagegen eine That (demgemäss ist im Zivilrechte vornehmlich von Handlungen und im Kriminalrechte vornehmlich von Thaten die Rede).

Die vierte Grundoperation (entsprechend der arithmetischen Potenzirung, der geometrischen Dimensionirung und der mechanischen Beseelung oder Erzeugung höherer Qualitäten) vermischt sich gewöhnlich mit der eben besprochenen dritten Grundoperation, nämlich mit der Wirkung oder Handlung. Denn wenn die Faktoren a und b eines Produktes keine reinen Zahlen, sondern wirkliche Grössen $\alpha\lambda^m$ und $\beta\lambda^n$ von den Qualitäten λ^m und λ^n vertreten; so vollzieht sich bei der Multiplikation $ab = \alpha\beta . \lambda^{m+n}$ neben der eigentlichen Multiplikation $\alpha\beta$ auch eine Potenzirung λ^{m+n}. So liegt denn in der Handlung nicht bloss eine reine Wirkung, sondern zugleich eine Qualitätserhöhung. Die reine Wirkung entspricht der mechanischen Beschleunigung, oder, allgemeiner, der Summirung gleichartiger Wirkungselemente; die Qualitätserhöhung dagegen entspricht der Erzeugung der Wirkungsqualität. Eine Handlung repräsentirt in ihrem Endergebnisse zunächst eine gewisse Quantität von Effekten oder eine Intensität, welche der wirkenden Willenskraft und dem Umfange der Thätigkeit dieser Kraft proportional ist; diese Grösse macht die eigentliche Wirkung oder Willensäusserung aus. Daneben erzeugt sich aus der wirkenden Willenskraft und der Thätigkeit derselben

eine von beiden qualitativ verschiedene Grössenart, nämlich die Qualität der Handlung oder der That. Nach Intensität und Qualität zusammen, ist die Handlung das Gesammtresultat der Wirkung der Willenskraft (entsprechend der mechanischen Arbeit sp oder der lebendigen Kraft $^1/_2 v^2 m$, welche durch die Arbeit der Kraft p bei Durchlaufung des Weges s erzeugt ist, aber nach §. 203, S. 510 die mechanische Qualität $\lambda^{2\sigma - 2\tau + \mu}$ hat, während die Kraft p die Qualität $\lambda^{\sigma - 2\tau + \mu}$ und der Weg s die Qualität λ^{σ} hat).

Zur Unterscheidung der dritten und der vierten Grundoperation heben wir noch hervor, dass die dritte Grundoperation die Kraftäusserung eines vorhandenen Willens ist, welche den Zweck hat, Etwas aus dem Eigenthum der gegebenen Ursache zu veräussern oder auf ein äusseres Objekt zu übertragen, wogegen die vierte Grundoperation die Beseelung mit einem Vermögen ist, welche auf der Erzeugung einer noch nicht vorhandenen Kraftqualität durch Verwandlung (Dimensionirung), resp. Verschmelzung niedrigerer dimensionirten Grössen zu einer höher dimensionirten Grösse beruht. So erfolgt bei der Arbeit der Kraft p längs des Weges s nicht bloss eine Übertragung der verrichteten Arbeit sp auf ein Objekt, welche die Wirkung jener Kraft im engeren Sinne der dritten Grundoperation darstellt, sondern auch die Erzeugung der Arbeit als einer höheren mechanischen Qualität oder die Beseelung des getriebenen Objektes mit der äquivalenten lebendigen Kraft $^1/_2 v^2 m$, welche man das geschaffene Werk nennen könnte.

Wenn die Qualität nicht nach der Qualität der Wirkungstendenz, sondern nach der Qualität der wirkenden Macht beurtheilt wird; so bedeutet die vierte Grundoperation die Erweckung des Willensvermögens in einer höheren Gemeinschaft durch den Willen der dazu gehörigen Individuen, welche mit dem Aufgehen des Einzelwillens in einen Gesammtwillen oder mit der Verschmelzung selbstständiger Individuen zu einer einheitlichen Willensgemeinschaft verbunden ist. Eine solche Operation liegt z. B. vor bei der rechtlichen Konstituirung einer Gesellschaft, einer Gemeinde, eines Staates.

Die fünfte Grundoperation (entsprechend der arithmetischen Integration oder Funktionsbildung, der geometrischen Gestaltung und der mechanischen Systembildung) ist die Abhängigmachung des Willens von Bedingungen oder die Stiftung eines Kausalnexus zwischen den Handlungskomponenten. Diese für die Handlung maassgebenden Bedingungen können mannichfaltigen Ursprunges sein; sie können auf der ausschliesslichen Selbstbestimmung oder dem Belieben des Handelnden, auf zufälligen äusseren Beweggründen, auf vereinbarter oder vertragsmässiger Übereinstimmung mit anderen Willensmächten, auf dem Zwange eines äusseren Willens und auf sonstigen Veranlassungen beruhen. Ein gewöhnlicher Fall äusseren Zwanges ist das bürgerliche Gesetz; dasselbe repräsentirt recht eigentlich das Abhängigkeitsgesetz, welches unseren Handlungen durch den Willen der Mitbürger gegeben ist. Für konkrete Handlungen enthält der Vertrag oder Kontrakt in seinen Modalitäten ein vereinbartes Abhängigkeitsgesetz für unsere Willensäusserungen. Bei den auf freier Selbstbestimmung beruhenden Handlungen ist der Plan der Handlung das Gesetz, welches wir uns nach subjektivem Ermessen geben.

§. 556.

Die Apobasen des Willens.

Als erste, der logischen Definition, der arithmetischen Bestimmung, der geometrischen Begrenzung, der mechanischen Intensitätsbestimmung oder Wägung entsprechende Apobase des Willens bezeichnen wir die Abwägung. Dieselbe bezieht sich auf eine Willenskraft, auf eine Handlung, überhaupt auf jedes ins Gebiet des Willens gehörige Objekt. Man könnte diese Apobase allenfalls auch Definition nennen: allein es handelt sich dabei nicht bloss um eine rein logische oder verstandesmässige Begriffsbestimmung, sondern um die Bestimmung einer Ursache, einer Wirkung, einer Handlung u. s. w. nach ihrer Qualität als Willensobjekt, und darum erscheint der Ausdruck Abwägung passender. Durch Abwägung bestimmen wir eine Macht, eine Energie, eine Absicht, einen Effekt, die Folgen einer Handlung u. s. w. So ist es z. B. Sache der Abwägung, festzustellen, dass ein Mensch einen anderen Menschen in einem bestimmten Grade beleidigt, um einen bestimmten Geldeswerth beschädigt oder an seinem Körper in bestimmtem Maasse verletzt hat, dass eine begangene Handlung Diebstahl sei, dass Jemand ein bestimmtes Eigenthum, eine bestimmte Macht besitze u. s. w. In der Regel erscheint die Abwägung als die Feststellung einer Thatsache.

Die zweite Apobase ist die Analogie des logischen Urtheils, der arithmetischen Gleichung, der geometrischen Begegnung, des mechanischen Gleichgewichtes. Die annullirte Gleichung $a - b = 0$ entspricht dem mechanischen Gleichgewichte der beiden Kraftsysteme a und b; die nicht annullirte Gleichung $a = b$ dagegen der Gleichheit der Resultanten der beiden Systeme a und b; die letztere Form harmonirt mit der Form des logischen Urtheils. Die hier in Rede stehende Apobase des Willensvermögens ist die Anerkenntniss, dass die Willensäusserung a mit der Willensäusserung b in ihrem Endresultate sich begegne, zusammentreffe, übereinstimme, dass also a dieselben Folgen habe wie b. Da es sich übrigens nicht um mathematische (mechanische) Grössen, sondern um Willensäusserungen handelt, welche, gleich den Begriffen, freier sind, als jene; so verlangt diese Apobase nicht Identität zwischen a und b, sondern, gleich dem logischen Urtheil, Übereinstimmung des a mit gewissen Fällen von b.

Im Übrigen wird durch diese Apobase nicht bloss die Gleichheit zweier Kräfte oder Ursachen, sondern auch die Gleichheit zweier Wirkungen oder die Gleichheit zweier Arbeiten, also im Willensgebiete ebensowohl die Übereinstimmung zweier Willenskräfte, als auch die Übereinstimmung zweier Handlungen ausgedrückt.

Wir belegen die zweite Apobase des Willens wie die des Verstandes mit dem Namen Urtheil. Denn offenbar ist das richterliche Urtheil oder der Urtheilsspruch in einem Rechtsstreite oder in einer Untersuchung der Hauptsache nach eine Beurtheilung im Sinne der vorstehenden Apobase, indem dasselbe diejenige Handlung feststellt, welche die Handlung des Beklagten oder des Angeklagten in ihren Folgen ausgleicht oder ein durch den Willen des Letzteren gestörtes Gleichgewicht wieder herstellt. Indessen enthält das richterliche Urtheil zugleich die Begründung seines

Spruches und manches Andere, was nicht unmittelbar die zweite Apobase angeht, und ist in seiner Vollständigkeit kein einfaches Urtheil, sondern mehr als Das, ein Erkenntniss.

Das Urtheil spricht in der Form der Gleichung $a = b$ aus, dass a und b dieselbe Resultante oder dass Beide dieselben Folgen haben, in der Form der annullirten Gleichung $a - b = 0$ dagegen, dass $-b$ die entgegengesetzte Resultante von a habe oder die Folgen von a ausgleiche oder aufwiege. Ein Urtheil in der ersteren Form ist z. B., A hat an B einen Diebstahl von 1000 M. begangen oder A hat von B ein Pferd gekauft: ein Urtheil in der letzteren Form dagegen ist „A erleidet für den Diebstahl eine Gefängnissstrafe von 4 Wochen und ist verpflichtet, dem A die 1000 M. zu erstatten“ oder „B hat das verkaufte Pferd an A auszuliefern“.

Wie in der Logik das Urtheil zuweilen gebraucht wird, um eine Definition auszusprechen, so wird in der Mechanik zuweilen das Gleichgewicht benutzt, um eine Wägung oder Intensitätsbestimmung zu bewirken (so kann das Gleichgewicht an einer Rolle oder an einer Wage zur Bestimmung eines Gewichtes benutzt werden). Ganz ebenso bedient man sich nicht selten des Urtheils, um eine Handlung oder einen Willen festzustellen (man benutzt die Aufwiegung zur Abwägung).

Die dritte Apobase ist die Analogie zum logischen Schlusse und zur arithmetischen Folgerung durch Elimination. Der entsprechende mechanische Vorgang ist die Elimination einer Kraft b aus einem im Gleichgewichte befindlichen Systeme $a - b = 0$ durch die Einwirkung oder durch die Kausalität eines zweiten im Gleichgewichte befindlichen Systems $b - c = 0$, in welchem die Kraft b in entgegengesetzter Richtung vorkömmt, sodass bei der Komposition beider Systeme die beiden entgegengesetzten Kräfte b und $-b$ sich aufheben und das von b befreite System $a - c = 0$ zurückbleibt, welches ein Gleichgewicht zwischen a und c darstellt. Dieses letztere Gleichgewicht $a - c = 0$ ist ein Urtheil, aber kein auf unmittelbare Beobachtung oder auf Thatsachen sich stützendes, sondern ein aus den beiden Urtheilen $a - b = 0$ und $b - c = 0$ gefolgertes, also ein begründetes Urtheil. Demnach kann man die dritte Apobase die Konsequenz oder die Folgerung auf Grund eines Kausalzusammenhanges, das durch die Folgerung begründete Urtheil aber die Folge der in den beiden Prämissen liegenden Urtheile nennen.

So verschieden das mathematische Eliminationsverfahren zur Bewerkstelligung eines Schlusses ist, ebenso verschieden ist auch das mechanische Verfahren. Aus den beiden Gleichungen $a - b = 0$ und $b - c = 0$ eliminirt man die Grösse b oder folgert man die Gleichung $a - c = 0$ durch Addition jener beiden Gleichungen. Diesem Verfahren entspricht die Komposition zweier Gleichgewichtssysteme, in welchen die Kraft b einmal als positive und einmal als negative Grösse vorkömmt oder die Anbringung des Systems $b - c = 0$ auf das System $a - b = 0$.

Dieselbe Elimination kann aber auch aus den beiden Gleichungen $a - b = 0$ und $b = c$ durch das Verfahren der Substitution erfolgen, indem c an die Stelle von b gesetzt wird, was ebenfalls $a - c = 0$ giebt. Diesem Verfahren entspricht der mechanische Prozess, wonach in dem

Systeme $a - b = 0$ an die Stelle der Kraft b ein Kraftsystem c gesetzt wird, dessen Resultante der Kraft b gleich ist.

Ebenso wie eine Kraft zwischen Gleichgewichtssystemen eliminirt wird, kann sie auch zwischen Systemen eliminirt werden, welche nicht im Gleichgewichte sind. So erhält man aus $a - b = f$ und $b - c = g$ durch Addition $a - c = f + g$, man folgert also aus dem ersten und zweiten Systeme das dritte, indem man das zweite auf das erste einwirken lässt.

Auch kann die Folgerung sogut zwischen Kräften oder Ursachen, als auch zwischen deren Wirkungen oder Arbeiten geschehen, d. h. man kann sogut zwischen Willenskräften, wie zwischen Handlungen eine Folgerung machen.

Beispielsweise folgern wir: wenn A das Haus des B in Brand setzt und wenn B in diesem Brande sein Leben verliert, dass A die durch den Hausbrand vermittelte Ursache des Todes von B ist oder dass A den Tod des B verschuldet oder dass der Tod von B die Folge der Brandstiftung des A ist. Wenn A die Brandstiftung beabsichtigt hat und B hierbei sein Leben verliert; so folgt zwar, dass A den Tod des B verschuldet, nicht aber, dass er denselben beabsichtigt hat. Wie weit die Absicht des Urhebers in der Gesammthandlung geht, ist aus dem Plane der Handlung festzustellen. Aus den beiden Prämissen $a - b = 0$ und $b - c = 0$ folgt unmittelbar nur das Urtheil $a - c = 0$ mit der Bedeutung, dass wenn a die Ursache von b und b die Ursache von c ist, a die mittelbare Ursache von c sei; es folgt jedoch ausser dieser objektiven Kausalitätsbeziehung Nichts über die subjektive Absicht des Urhebers a. Der Schluss auf die Absicht des Urhebers kann nur gemacht werden, wenn beide Prämissen in dieser Absicht übereinstimmen oder wenn sie beide dem Plane der Gesammthandlung angehören. In diesem Falle lautet die erste Prämisse: a bewirkt b in der Absicht, dadurch die Wirkung c von b herbeizuführen; die zweite Prämisse lautet: b bewirkt c, und die Folgerung lautet: a bewirkt c durch Vermittlung von b in planmässiger Absicht.

Im vorstehenden Beispiele müsste als erste Prämisse konstatirt sein, dass A das Haus des B in der Absicht in Brand gesteckt hat, um den B zu tödten, und es müsste sodann als zweite Prämisse konstatirt sein, dass B wirklich verbrannt sei, um die Folgerung zu rechtfertigen, dass A den B durch Brandstiftung absichtlich oder vorsätzlich getödtet habe.

Im ersten Beispiele war eine Absicht des Urhebers nur bei der ersten Prämisse bekundet, im zweiten ist diese Absicht für beide Prämissen anerkannt; möglicherweise kann aber auch nur die zweite Prämisse die Absicht enthalten. In diesem Falle konstatirt die Folgerung die Absicht des Urhebers hinsichtlich des durch die zweite Prämisse konstatirten Erfolges der Handlung, nicht aber hinsichtlich der in der ersten Prämisse liegenden begleitenden That. Wenn z. B. A in der Absicht, den B zu tödten, das Bett, in welchem er schläft, in Brand steckt und hierdurch den B wirklich tödtet, während der Brand des Bettes zugleich den Brand des Hauses nach sich zieht; so kann man nur folgern, dass A absichtlich den Tod des B durch Verbrennen, nicht aber, dass er diesen Tod durch Verbrennen seines Hauses herbeigeführt habe. Den Brand des Hauses

hat er verschuldet, weil dieser Brand die übersehbare Folge seiner Handlung war, er hat ihn aber nicht beabsichtigt.

Wie die Urtheile, aus welchen gefolgert wird, gewonnen sind, ist für den Akt der Folgerung irrelevant. Dieselben stützen sich, wenn sie ursprüngliche Urtheile sind, auf Thatsachen und sind dann Ergebnisse der zweiten und auch der ersten Apobase. Da zur Erkenntniss und Beurtheilung von Thatsachen andere Fähigkeiten und Operationen gehören, als zur Folgerung; so wird die Aufstellung der Urtheile, welche Prämissen einer Folgerung sind, im gerichtlichen Prozesse häufig besonderen, hierzu befähigten Personen, nämlich den Zeugen und Sachverständigen zugewiesen. Die Aufgabe dieser Personen besteht also vornehmlich in der Abwägung und Beurtheilung gewisser Thatbestände, nicht in der Folgerung daraus (wenigstens nicht in Folgerungen über die Absicht des Urhebers).

Die durch Folgerung erlangten Urtheile können selbstredend ebenso gut wie die auf Thatsachen beruhenden Urtheile als Prämissen fernerer Folgerungen dienen, um einen Kettenschluss zu bilden, welcher den Zweck hat, das Kausalitätsverhältniss zwischen dem Subjekte A und einer Handlung Z herzustellen.

Über den Rückschluss aus dem Urtheile $a - c = 0$, wenn dasselbe als die Folge der beiden Prämissen $a - b = 0$ und $b - c = 0$ angesehen wird, vermittelst der einen Prämisse auf die andere lässt sich Dasselbe sagen, was wir in §. 512 über den logischen Rückschluss angeführt haben. Der Rückschluss ist im Allgemeinen fehlbar und darf nur in den dafür logisch bezeichneten Grenzen ausgeführt werden. Die Trüglichkeit des Rückschlusses beruht vornehmlich darin, dass ein auf Thatsachen basirtes Urtheil $a - c = 0$ als ein Schlussurtheil angesehen und dass die Annahme gemacht wird, eines der beiden Urtheile $a - b = 0$ oder $b - c = 0$ sei die eine Prämisse zu jenem Schlussurtheile. Diese Annahme ist eine unerwiesene Hypothese und der Rückschluss ist nur soweit richtig, als er von der hypothetischen Annahme unabhängig ist (was bei mathematischen Schlüssen immer, bei logischen aber nicht immer der Fall ist).

Beispielsweise kann man aus der Thatsache, dass A den B getödtet hat und dass A das Haus des B in Brand gesteckt hat, nicht den Rückschluss machen, dass A den B mittelst Brandstiftung getödtet hat. Ebenso wenig darf man aus der Thatsache, dass A den B getödtet hat und dass B beim Brande seines Hauses den Tod gefunden hat, schliessen, dass A das Haus des B in Brand gesetzt hat. Es ist noch eine Ergänzung der beiden gegebenen Urtheile erforderlich, um den Rückschluss zwingend zu machen. Wenn konstatirt ist, dass A den B getödtet und auch das Haus des B in Brand gesteckt hat; so muss noch erwiesen sein, dass B in dem Feuer seines Hauses umgekommen ist, um den Schluss zu rechtfertigen, dass A den B mittelst Brandstiftung getödtet hat. Wenn konstatirt ist, dass A den B getödtet und dass B beim Brande seines Hauses den Tod gefunden hat; so muss noch erwiesen sein, dass A das Haus des B angesteckt hat, um denselben Schluss zu rechtfertigen.

Wäre nur konstatirt, dass A das Haus des B angesteckt hätte und dass B im Brande umgekommen wäre; so handelte es sich bei der

Beurtheilung der Handlung des A nicht um einen Rückschluss, sondern um einen direkten Schluss, jedoch um einen Schluss aus unzulänglichen Prämissen. Die erste Prämisse wäre allerdings die obige $a - b = 0$, welche sagt, A hat das Haus des B absichtlich in Brand gesetzt. Aber die zweite Prämisse ist nur in ihrer objektiven Bedeutung der obigen $b - c = 0$ gleich, nicht in subjektiver Beziehung, indem sie nur das Faktum konstatirt, dass der Hausbrand die Ursache des Todes von B ist, nicht aber die Absicht des Urhebers A, durch diesen Hausbrand tödtlich auf B einzuwirken. Aus diesen Prämissen kann daher nur der Schluss gebildet werden, dass A den Tod des B durch Feuersbrunst veranlasst, eventuell verschuldet, nicht aber, dass er denselben beabsichtigt hat.

Insoweit man nach menschlichem Ermessen annehmen kann, dass bei einer thatsächlichen Handlung auch eine bestimmte Absicht obgewaltet habe, ergänzt sich das Urtheil über diese Handlung rücksichtlich der Intention des Urhebers aus Wahrscheinlichkeitsgründen. Solche Handlungen gehören zu den konkludenten Handlungen.

Die vierte Apobase ist die Analogie zur logischen Insumtion (§. 517); sie abstrahirt aus einem Urtheile über einen konkreten Fall ein Urtheil über die ganze Klasse. Diess ist nur ausführbar, wenn das gegebene Urtheil als von dem Attribute seines Subjektes unabhängig erkannt wird, was nur geschehen kann, wenn dieses Urtheil kein unmittelbar aus der Beobachtung von Thatsachen entnommenes, sondern ein begründetes ist. Das Insumtionsurtheil ergiebt sich aus der Prämisse durch Verallgemeinerung des Attributes seines Subjektes.

Beispielsweise geht unmittelbar aus den Thatsachen hervor, dass wenn der A aus dem Vermögen des B wider dessen Willen und ohne Gegenleistung 100 M. entnimmt, er das Eigenthum oder die Macht des A beschädigt und dass diese Beschädigung umso verletzender für B und umso gefahrvoller für das Gemeinwohl ist, wenn A die Entwendung zu seinem eigenen Nutzen vornimmt. Demzufolge stellt sich in der Handlung des A eine konkrete Handlung dar, welche nach dem Gemeinwillen unter dem Namen Diebstahl als Verbrechen qualifizirt und mit Strafe bedroht ist. Das Urtheil, dass jene Handlung des A ein Verbrechen sei, stützt sich aber nicht auf die Thatsache, dass das von A entwendete Objekt Geld ist und den Werth von 100 M. hat, auch nicht darauf, dass A es war, welcher die Entwendung ausführte, und dass B es war, welchem das Geld entwendet wurde; jenes Urtheil ist vielmehr von den Attributen der Personen A und B, sowie von den Attributen des entwendeten Objektes unabhängig, und weil es Diess ist, gestattet es durch Verallgemeinerung dieser Attribute das Insumtionsurtheil, dass Diebstahl ein strafbares Verbrechen ist (gleichviel wer stiehlt, wer bestohlen wird und was gestohlen wird).

Die mechanische Operation, welche der Insumtion entspricht, ist die Übertragung einer Kraft oder Wirkung, welche dem Elemente eines Körpers auf Grund eines Gesetzes zukömmt, auf alle Elemente, welche demselben Gesetze unterworfen sind, z. B. die für irgend ein Element der Erde und irgend ein Element des Mondes nachgewiesene Gravitation auf jede zwei anderen und auf alle Elemente dieser beiden Himmelskörper.

Die fünfte Apobase ist die Analogie zur logischen Involvenz (§. 526). Dieselbe involvirt die auf begründeten Urtheilen beruhenden Änderungen variabeler Kräfte in ein gesetzliches Urtheil über diese Kräfte selbst, stellt also ein Abhängigkeitsgesetz zwischen Kräften aus deren Elementen her. Das Gesetz, um welches es sich im Willensgebiete handelt, ist der Kausalzusammenhang oder der Plan, welcher in einem Systeme von Willenskräften oder Willensäusserungen obwaltet; es dreht sich also bei der Involvenz vornehmlich um die Herstellung eines Urtheils, welches einen gesetzlichen Plan ausspricht.

Als Beispiel mag dienen: jede Willensänderung des Feldherrn hat nach der Organisation und Disziplin des Heeres eine Änderung der Truppenbewegung zur Folge; demzufolge hängt die Truppenbewegung als Gesammt-Operationssystem von dem Willen des Feldherrn ab.

§. 557.

Kombination des Willens mit den Äusserungen anderer Vermögen.

Wir haben schon in §. 549 angeführt, dass der Wille stets mit einem Begriffe und mit einer Vorstellung vergesellschaftet ist, dass also das Wollen von einem Akte des Denk- und auch des Vorstellungsvermögens in einer naturgesetzlichen Weise begleitet ist, welche die Analogie zwischen der gesetzlichen Verbindung der materiellen Prozesse mit räumlichen und zeitlichen Prozessen bildet. Aber nicht bloss Erkenntnisse und Vorstellungen, sondern auch Regungen aller übrigen Seelenvermögen, insbesondere Gefühle und Neigungen begleiten die Willensäusserungen.

Ferner ist hervorzuheben, dass nicht bloss die Regungen der auf gleicher Rangstufe der geistigen Dimensität stehenden Vermögen, wie Verstand, Gedächtniss, Wille, sondern auch die Regungen aller auf jeder beliebigen Rangstufe stehenden Vermögen, also die des Anschauungsvermögens des Raumes, der Zeit, der Materie, des Stoffes und des Triebes, sowie die aller Sinnesvermögen sich gesetzlich kombiniren. Diess beruht, wie wir schon an mehreren Stellen erwähnt haben, darauf, dass jedes Objekt der Welt alle Grundeigenschaften der Welt hat und alle Grundthätigkeiten der Welt ausübt. Demzufolge ist mit jedem Wollen eine mechanische Tendenz unseres motorischen Apparates, eine mechanische Kraftentfaltung, mit jeder Handlung eine mechanische Arbeit verbunden, welche räumliche, zeitliche, stoffliche und physiometrische Prozesse involvirt.

Umgekehrt, nöthigt jede Seelenthätigkeit, mag sie eine Thätigkeit des Verstandes, des Gedächtnisses, des motorischen, des Ernährungsapparates, des Gesichtes, des Gehörs u. s. w. sein, zu einer Willensäusserung von spezifischer Art, die wir vielleicht kraft eines auf Selbstbestimmung beruhenden Entschlusses unterdrücken oder an der Bethätigung durch eine Handlung hindern, die aber nichtsdestoweniger sich naturgesetzlich geltend macht.

Es ist jetzt nicht unsere Absicht, den Zusammenhang des Willensvermögens mit den übrigen Vermögen eingehend zu erörtern, sondern nur auf einige Beziehungen hinzuweisen.

Wie jeder materielle Körper einen bestimmten Raum erfüllt und sich an einem bestimmten Orte befindet, so nimmt jede Willensmacht im subjektiven Erkenntnissgebiete ihres Besitzers und in dem objektiven Erkenntnissgebiete der Menschheit eine bestimmte Sphäre und auch eine bestimmte Stellung ein, welche ihr ihre Bedeutung verleiht, indem sie ihr Machtgebiet begrenzt und mit denen Anderer in eine bestimmte Relation setzt. Wie die Theile eines materiellen Körpers durch Kohäsion zusammenhängen, so bildet auch die Macht, das Eigenthum, der Besitz eines Menschen ein kohärirendes Ganze von Machtmitteln. Die Kohäsion der Macht ist die auf individueller Tüchtigkeit beruhende Fähigkeit, seine Machtmittel als wirkungsfähige, thatkräftige Werkzeuge oder als Diener seines Willens zusammenzuhalten oder zu besitzen. Der materielle Körper setzt sowohl der Kompression oder der Reduktion auf ein kleineres Volum, als auch der Expansion oder der verdünnenden Ausspannung auf ein grösseres Volum einen Widerstand entgegen und zeigt, wenn er zu dieser Volumänderung gezwungen wird, eine dementsprechende Spannung, mit welcher er in sein natürliches Volum zurückzukehren strebt. Ebenso widersteht eine Willensmacht dem äusseren Drucke, welcher sich als Bedrückung oder Belastung mit Verpflichtungen geltend macht, indem diese Verpflichtungen Auflagen darstellen, welche bei einer nach aussen gerichteten Thätigkeit wie widerstrebende, den freien Willen hindernde Kräfte mit überwunden werden müssen, welche also die Wirksamkeit seiner Macht schmälern. Auch der umgekehrten Inanspruchnahme, welche die Intensität der Macht durch Entrückung ihrer Bestandtheile vom Mittelpunkte und von einander schwächt oder die Energie des Willens lähmt, widerstrebt der Mensch. Die Widerstandsfähigkeit gegen Schmälerung seiner Macht entspricht der mechanischen Elastizität.

Die Widerstandsfähigkeit des Menschen gegen seinen Machtbesitz hat eine Grenze, welche der absoluten, resp. rückwirkenden Festigkeit der Materie entspricht. Eine äussere Kraft, welche diese äusserste Widerstandsfähigkeit überschreitet, vernichtet den Machtbesitz des Subjektes durch einen Vorgang, welcher der mechanischen Zerreissung, resp. Zermalmung analog ist. Einen geringeren Angriff auf seine Macht kann der Mensch ertragen, jedoch nicht unbedingt ohne Schädigung. Geringfügige Angriffe überwindet er, wenn dieselben wieder aufgehoben werden, ohne Nachtheil an seiner Machtfülle, d. h. er stellt nach Beseitigung des äusseren Druckes sein früheres Ansehen wieder her. Es giebt aber für jede Macht ein gewisses, der mechanischen Elastizitätsgrenze analoges Maass des Angriffes, welches ihm einen dauernden oder unauslöschlichen Nachtheil bereitet, dessen Eindruck er durch eigene Fähigkeit nicht wieder auszulöschen vermag. So kann z. B. die Autorität eines Fürsten, eines Beamten, eines Gelehrten, eines Seelsorgers ein gewisses, von seiner individuellen Tüchtigkeit abhängiges Maass von vorübergehenden Angriffen ohne Schädigung ertragen, während eine Überschreitung dieses Maasses nicht vollständig reparabel ist.

Manche Angriffe haben nicht gerade die Tendenz, die Willensmacht eines Individuums zu schwächen oder zu belasten, sondern dieselbe durch relative Verschiebung oder durch gleichzeitigen Zug und Druck zu stören oder ihrer Wirksamkeit eine veränderte Richtung zu verleihen. Diese

Vorgänge entsprechen theils der mechanischen Biegung, theils der Abscherung und Torsion und tragen auch ähnliche Namen wie Beugung, Schraubung u. s. w.

Zwei sich gegenseitig bedrückende Mächte zeigen sich in ähnlicher Weise wie zwei gegeneinander gepresste materielle Körper an der freien Bewegung gehindert, sie vermögen sich nicht ohne einen Widerstand aneinander zu bewegen, d. h. jeder von ihnen setzt einer Bewegung, wodurch der Druck auf andere Theile seiner Macht übertragen wird, einen Widerstand entgegen, welcher der mechanischen Reibung entspricht. Man belegt auch in dem Willensgebiete diesen Vorgang, wodurch in Folge der Verrückung des Angriffspunktes des Druckes zwei Menschen genöthigt werden, ihren Widerstand fortgesetzt anderen Gesichtspunkten zuzuwenden, mit dem Namen Reibung.

Wenn eine fremde Macht C einen der mechanischen Reibung analogen Widerstand auf die Bewegung der Macht B ausübt, auf welche die Macht A wirkt; so bildet jene fremde Macht C durch ihre Friktion eine Schwierigkeit für die Bewegung der Macht B, z. B. eine Schwierigkeit, welche dem Kontrahenten B bei der Erfüllung einer vertragsmässigen Handlung gegen den Kontrahenten A entgegentritt.

Bei der mechanischen Kompression und Reibung tritt ausser dem Arbeitsprozesse ein Wärmeprozess auf. Etwas Ähnliches ereignet sich im Willensgebiete: das bedrückte Objekt wird in eine Erregung oder Aufregung versetzt, welche der Erwärmung analog ist. Umgekehrt, ist primitive Erregung oder Ereiferung ein Vorgang, welcher ebenso eine Steigerung der Willensenergie bedingt oder zur That treibt, wie die Erwärmung die Spannung eines Körpers erhöht oder Arbeit verrichtet. Auch die Friktion der Geister erzeugt Aufregung und Thatendrang. Durch Verflüchtigung der Aufregung tritt auch hier Abkühlung oder Erkaltung ein. Während Kompression die Temperatur erhöht, erniedrigt Ausdehnung dieselbe. Ganz dasselbe findet im Willensgebiete statt: Bedrückung steigert die Aufregung, Schwächung der Energie vermindert sie

§. 558.

Der Antheil der Mitwelt an der That des Einzelnen.

Das handelnde Subjekt A, welches eine Macht darstellt, macht seinen Willen auf das Objekt B ganz in derselben Weise geltend, wie im Anschauungsgebiete eine Masse A vermöge ihrer Kraft auf eine andere Masse B einwirkt. Die unmittelbare Einwirkung, welche die Nöthigung zur Bewegung enthält, ist hier wie da ein Druck (resp. Zug). Dem mechanischen Drucke ist der Willensdruck ganz analog. Der Letztere hat für das Objekt B die Bedeutung einer Gewalt, welche dieses Objekt aus seiner Weltstellung zu verdrängen sucht. Da jeder Willensdruck von einer Macht, wie der mechanische Druck von einer Masse ausgeht; so ist auch jener wie dieser von einer Kompression (resp. Expansion) der drückenden Körper begleitet. Die Kompression eines Willensobjektes ist eine Wirkung, welche die Bedeutung dieses Objektes in der Welt vermindert, welche den von ihm in der Welt eingenommenen Raum beschränkt, seine Machtsphäre einengt, seine Selbstständigkeit bedroht,

wogegen die Expansion eine entgegengesetzte Wirkung hat. Der Druck einer Masse *A* auf eine andere *B* verdrängt die Letztere aus ihrem Orte, indem er diese zu komprimiren trachtet; die Masse *B* giebt dem Drucke nach und weicht der Kompression aus, indem sie Bewegung annimmt. So übt z. B. bei einem Befehle die Macht *A* den Druck auf *B* vermöge ihrer Autorität aus, indem sie in dem Objekte *B* die Vorstellung von der Pflicht des Gehorsams oder von den übelen Folgen des Ungehorsams erweckt. Diese Vorstellungen bilden unmittelbar eine Bedrohung der Selbstständigkeit des Objektes, welcher dasselbe ausweicht, indem es sich in Bewegung setzt, also den von ihm eingenommenen Platz in der Welt verlässt oder dem Befehle gehorcht. Bei der Beleidigung des *B* durch den *A* versetzt der *A* den *B* in eine vor den Augen der Welt als eine niedriger erscheinende Stellung; hier äussert sich der Druck unmittelbar als Verdrängungstendenz, welche jedoch den Effekt der Verdrängung nur durch Hervorrufung einer Tendenz zur Vernichtung der Selbstständigkeit des *B* herbeizuführen im Stande ist.

Kein mechanischer Körper *A* kann auf den Körper *B* einen Druck p ausüben, ohne sich gegen einen Körper *C* zu stützen, ohne also auch nach entgegengesetzter Seite einen gleich starken Druck $-p$ auszuüben oder von dieser Seite her einen dem ersteren Drucke gleichen Druck zu empfangen. So kann kein Pferd *A* den Wagen *B* mit der Kraft p ziehen, ohne den Erdkörper *C* in entgegengesetzter Richtung mit der Kraft $-p$ zu drücken oder von dem Erdkörper in der Zugrichtung den Druck p zu empfangen; der Stein *A* kann nicht den Tisch *B*, auf welchem er liegt, mit seinem Gewichte p vertikal nach unten drücken, ohne zugleich vertikal nach oben einen gleichen Druck auszuüben oder von aussen her in der vertikalen Richtung von oben her den nämlichen Druck oder von unten her den Zug p zu empfangen, welchen in der That der Erdkörper durch die Gravitation ausübt.

Ist der drückende Körper *A* frei; so ist die gesammte Weltmaterie der Körper *C*, gegen welchen die Reaktion des *A* gerichtet ist oder unter dessen Widerstande *A* seinen Druck p auf *B* äussert, also derjenige Körper, welcher durch Vermittlung des *A* einen Druck p auf *B* fortpflanzt, indem er durch *A* zur Äusserung dieses Druckes veranlasst wird. Mit anderen Worten, der freie Körper *A* kann den Körper *B* nicht ohne Mitwirkung der Weltmaterie *C* drücken; der Druck auf *B* erscheint daher immer als ein von der gesammten Weltmaterie *C* ausgehender, durch *A* hervorgerufener Druck. Die letztere Auffassung lässt die Weltmaterie *C* als die tiefere Ursache aller Pressungen und den Körper *A* als einen Erwecker der Weltkraft p in einem konkreten Falle erscheinen.

Die letztere Auffassung hat eine wichtige Analogie im Willensgebiete. Auch hier kann eine freie Macht *A* ihren Willen p nur unter der Reaktion der Mitwelt *C* auf das Objekt *B* ausüben; das Letztere empfängt also den Druck zu einer Bewegung immer als einen Druck der Weltmacht, wobei der Urheber *A* die Rolle eines Erregers spielt. Der Urheber einer That ist also nicht der Erzeuger oder Schöpfer oder der Urquell der Willensenergie p, sondern nur der Erreger oder Lenker derselben oder derjenige, welcher diesen Theil eines allgemeinen Welt-

agens in einem speziellen Falle frei macht, um denselben auf das konkrete Objekt B in Wirksamkeit zu setzen. Diesem Verhältnisse entsprechen auch die Thatsachen. Der Urheber eines Befehls oder einer Beleidigung kann die That nicht aus eigener Machtvollkommenheit vollbringen; er besitzt die Autorität zum Befehlen oder die Macht zu beleidigen nur vermöge der Stellung, des Ansehens, der Mittel, welche ihm die Mitwelt liefert: ohne Mitwelt, abgesondert von ihr, hätte er keine Macht zu befehlen und zu beleidigen; ein Stein, ein Säugling kann weder befehlen, noch beleidigen. Der Urheber eines Befehls oder einer Beleidigung bedient sich also nur der in der Weltmacht liegenden Macht zu dieser That; er setzt sie in Wirksamkeit auf das Objekt B und dieses, indem es von A einen Befehl oder eine Beleidigung erfährt, empfindet sehr wohl, dass ihm durch Vermittlung des Urhebers A Etwas widerfährt, das nach seiner innersten Natur nicht von dem singulären Urheber stammt und nicht subjektiven Ursprungs ist, sondern eine generelle oder rein objektive Bedeutung hat: Diess ist der im Befehle liegende Zwang und die in der Beleidigung liegende Erniedrigung, also das Wesen des Befehls und der Beleidigung schlechthin, welches von dem Urheber dieser That unabhängig, also eine Wirkung der Mitwelt ist. Wir betonen nochmals, dass die Mitwelt bei der That des A nicht als freiwilliger Thäter, sondern als eine durch den Thäter zur Reaktion veranlasste oder provozirte Macht erscheint.

Unter Umständen sucht der drückende Körper A seinen Stützpunkt in einem bestimmten Objekte D der Mitwelt C, sodass für die zunächst in Betracht kommenden Beziehungen das Objekt D die Mitwelt oder den Urquell des Druckes p vertritt. Diess entspricht z. B. dem Falle, wo der A den B als Vertreter einer speziellen Macht D beleidigt, sodass B durch diese Beleidigung in einer speziellen Richtung oder in Beziehung auf eine spezielle Autorität herabgesetzt, etwa an seiner militärischen Ehre gekränkt wird.

Der Druck des Thäters A, als eines zwischen dem Objekte B und der Mitwelt C stehenden Vermittlers, erscheint, indem er das Objekt B zu bewegen, also gegen C zu verrücken strebt, als eine Tendenz, das Objekt B aus dem bestehenden Verbande mit der Welt zu reissen. Dieser Gesichtspunkt gewinnt eine besondere Bedeutung, wenn das Objekt B nicht frei beweglich, sondern mit der Welt verwachsen ist, indem alsdann der Druck des Thäters A die natürliche Verbindung des Objektes B mit der Welt zu zerreissen droht, resp. wirklich zerreisst. Zu der Klasse dieser Thaten gehört z. B. die Tödtung, die Beraubung u. s. w., indem bei der Tödtung des B sein Zusammenhang mit der Mitwelt zerstört und bei der Beraubung ein Theil seines Eigenthums von ihm abgerissen wird.

Wenn der drückende Körper A seinen Stützpunkt D in dem gedrückten Objekte B selbst sucht; so übt er nicht einen einfachen Druck p, sondern zwei entgegengesetzte Pressungen p und $-p$ auf das Objekt B aus. Die Tendenz dieser doppelten Kraftäusserung geht nicht auf Trennung des Objektes B von der Mitwelt, sondern auf Zerreissung, resp. Zerdrückung des Objektes B. Eine Handlung dieser Art ist die

Beschädigung, und wenn man will, kann man auch die Tödtung hierher rechnen, in welchem Falle sie nicht als Losreissung von der Welt, sondern als Zermalmung aufgefasst wird.

§. 559.

Recht und Gesetz.

Nach seiner äusseren Erscheinung ist das Recht die Abgrenzung desjenigen Gebietes des Willensvermögens, in welchem unserem Willen die Freiheit des Handelns gewährt ist, sodass die Rechte eines Menschen und seine Freiheiten für synonym gelten können: nach seinem inneren Wesen aber ist das Recht ein Prinzip, mit welchem wir uns erst im vierten Theile beschäftigen können. Für jetzt beschränken wir uns auf die nachstehenden Bemerkungen, welche lediglich die äussere Erscheinung des Rechts betreffen.

Indem das Recht das Gebiet des freien Handelns für unseren Willen absteckt, ist es vom Willen selbst offenbar ganz unabhängig, d. h. nicht durch Naturgesetze abhängig. Der Wille thut ebensowohl das Rechte, wie das Unrechte; sein Vermögen besteht im Handeln, nicht im Unterscheiden des Rechts vom Unrecht. Diese Unterscheidung ist ein Geschäft des Verstandes: allein, gleichwohl ist der Verstand nicht das Seelenvermögen, welches das Recht begründet; Recht ist kein Begriff, sondern, ein Prinzip, welchem der Wille dient und welches der Verstand erst zu denken, zu definiren und logisch zu behandeln vermag, nachdem es gegeben ist, oder welches er erst aus anerkannten Rechtsverhältnissen zu abstrahiren vermag.

Das Recht hat für den Willen dieselbe Bedeutung wie die Wahrheit für den Verstand. Der Verstand denkt sogut das Wahre, wie das Falsche. Wie der Wille dem Rechte dient, so dient der Verstand der Wahrheit. Seine Erkenntnisse gelten ihm immer als wahr, gleichviel ob sie es wirklich sind oder nicht: die Verstandeserkenntnisse sind also nur subjektive, formale, angenommene, hypothetische Wahrheit. Der Verstand setzt bei seinen Operationen die objektive Wahrheit der Prämissen voraus (vergl. §. 506, 516, 524, 530). Seine logischen Operationen sind aber richtige Veränderungen der denselben unterworfenen Objekte; der normale Verstand erzeugt daher aus wahren Prämissen immer wieder wahre Resultate, und hierdurch gewinnt die Logik, obgleich der Verstand die Wahrheit nicht unmittelbar erkennt, eine so grosse Bedeutung für die Entwicklung und Konstatirung der Wahrheit.

Eine ähnliche Rolle wie die Wahrheit im Erkenntnissgebiete, spielt das Recht im Willensgebiete: wenn der Mensch handelt, erkennt er immer zunächst sein Selbstbestimmungsvermögen als Richtschnur seines Willens an, er handelt also nach selbstgeschaffnem Recht; jede Willkür ist subjektives Recht, auch wenn sie objektiv noch so unrecht ist. Die Handlung ist stets eine natürliche, also rechtmässige Wirkung des Willens: ist also der Wille ein rechtmässiger; so ist es sicher die Handlung ebenfalls, oder mit anderen Worten, wenn der Mensch das Rechte will, ist seine aus diesem Willen entspringende Handlung stets eine rechtmässige, und wenn er seinen Willen mit dem rechten Willen Anderer oder seine

Handlungen mit rechtlichen Handlungen Anderer kombinirt, werden die Resultate immer rechtmässige sein.

Das im Menschengeiste begründete Recht ist mit dem Wesen des Menschen gegeben, kann also nicht von der Meinung einzelner Individuen oder Klassen abhängen; es ist in diesem Sinne ein absolutes oder natürliches Recht, und der Anspruch daran ein ebenso berechtigter, wie der Anspruch des Verstandes an das Denken oder der Anspruch des Auges an das Sehen. Von diesem absoluten Rechte ist indessen hier weiter keine Rede, sondern nur noch von demjenigen Rechte, durch welches einzelne Menschen oder ganze Klassen, namentlich die Angehörigen eines Staates, einer Gemeinde, einer Gesellschaft, einer Familie u. s. w. nach vertragsmässiger Übereinkunft die Freiheit ihres Willens beschränkt haben. Dieses Recht kann möglicherweise ein Ausfluss des absoluten Rechtes sein, im Allgemeinen und seinem eigentlichen Wesen nach ist es jedoch ein gemachtes, ein formelles Recht, indem es ebenso gut dem absoluten Rechte zuwiderlaufen könnte, ohne seine Bedeutung als gegebene Richtschnur für die Handlungen der betreffenden Rechtsgenossenschaft zu verlieren.

Zu diesem formellen Rechte gehört das sogenannte Zivilrecht, indessen dürfte auch ein gutes Theil des Kriminalrechtes dazu zu rechnen sein, obwohl dieses Recht in der Voraussetzung, dass es absolutes Recht sei, durch den Namen materielles Recht von jenem unterschieden wird. Wie nahe oder fern nun auch das konventionelle Recht einer Klasse von Menschen mit dem absoluten Rechte übereinstimmen möge, immer vertritt jenes Recht für die Handlungen dieser Menschen das absolute Recht, es ist bindende Richtschnur für deren Handlungen, wird von ihnen als Recht anerkannt oder doch als solches gehandhabt. Demzufolge gilt von diesem Rechte ebenfalls der obige Satz, dass der von diesem Rechte beseelte Wille und die danach vollbrachten Handlungen einzelner und mehrerer Menschen immer zu rechtsgültigen Erfolgen führen.

Da das Recht die Sphäre der Selbstbestimmung des Menschen beschränkt; so ist dasselbe zunächst eine Richtschnur für den Willen hinsichtlich des quantitativen Umfanges der erlaubten Handlungen. Die Beschränkung des Willens betrifft aber nicht bloss die Machtsphäre, sondern jede Grundeigenschaft des Willens, und demzufolge bildet das Recht ein System von Zugeständnissen oder von Beschränkungen, welche durch Bedingungen aneinandergeknüpft oder in Kausalzusammenhang gesetzt sind. Ein solches System zeichnet unserem Willen den Plan zu seinen Handlungen vor, oder beschränkt vielmehr die Selbstbestimmung des Willens in einer planmässigen Weise, bildet also ein Gesetz für den Willen. Dieses logische Gesetz wird durch eine Formel ausgesprochen oder verkörpert, welche das juristische Gesetz (lex) ausmacht. Hiernach findet das Recht seinen Ausdruck im Gesetze und, umgekehrt, ist das Gesetz die konkrete Form des Rechts.

Die Klassifikation der Gesetze oder des Rechts, sei es nach der allgemeinen Materie, in Zivil-, Kriminalrecht u. s. w., oder nach der speziellen Materie, in Erbrecht, Handelsrecht u. s. w., oder nach der Rechtsgemeinschaft, in Singularrecht, Partikularrecht, Staatsrecht, Völkerrecht u. s. w., ist für das Grundwesen des Gesetzes ohne Bedeutung.

In Beziehung auf dieses Grundwesen heben wir hervor, dass jedes Gesetz eine Beschränkung des allgemeinen Gebietes unseres Willensvermögens oder unserer Freiheit enthält. Diese Beschränkung kann auf zweierlei Art ausgesprochen werden: entweder in positiver Weise durch Begrenzung des frei gegebenen Gebietstheiles, oder in negativer Weise durch Begrenzung des von der freien Bewegung ausgeschlossenen Gebietes. Das positive Gesetz gewährt Rechte oder Freiheiten oder Befugnisse; das negative Gesetz entzieht Rechte oder Freiheiten, ist also ein Verbot, insofern der Mensch von Haus aus unbegrenzte Freiheit in Anspruch nimmt.

Als Beschränkung der Freiheit involvirt jedes Gesetz einen Zwang. Das negative Gesetz oder das Verbot legt positiven Zwang auf, welcher Verpflichtung heisst; das positive Gesetz beseitigt den Zwang innerhalb gegebener Grenzen, gewährt also Freiheiten oder Rechte. Ein Gebot, welches eine positive Handlung vorschreibt, ist nur der äusseren Form nach ein positives Gesetz; seinem Wesen nach ist es ebenso gut ein negatives Gesetz, wie das Verbot, da es einen direkten Zwang ausspricht oder die Freiheit des Handelns aufhebt. Das Verbot unterscheidet sich vom Gebote nur dadurch, dass jenes ein allgemeines Willensgebiet, dieses dagegen nur eine konkrete Linie darin frei lässt.

Da wir uns nicht auf dem Gebiete des reinen Verstandes, sondern auf dem des Willens finden; so kann ein bürgerliches Gesetz nicht bloss ein logisches Gesetz, d. h. ein aus der Erkenntniss des Rechts fliessender Lehrsatz sein; dasselbe muss vielmehr ein wirksames Gesetz für den Willen sein. Die Wirksamkeit kann nicht durch Worte, sondern nur durch Mächte ausgeübt werden. Demzufolge verlangt jedes vollkommene Gesetz die Bezeichnung dessen, was für den Fall seiner Nichtbefolgung zu geschehen hat, um das gestörte Gleichgewicht in der Rechtsgenossenschaft zu erhalten oder wiederherzustellen.

Liegt die Absicht vor, das Gleichgewicht zu erhalten oder die Störung desselben zu verhüten; so muss sich das Gesetz direkt gegen den Willen (nicht gegen die Wirkung des Willens oder gegen die Handlung) richten. Dem positiven Gesetze oder dem Gebote ist dann die Zwangsmaassregel, dem negativen Gesetze oder dem Verbote dagegen die Präventivmaassregel beizufügen. Liegt die Absicht vor, die Freiheit des Willens nicht unmittelbar zu beschränken, also ein eventuell gestörtes Gleichgewicht wieder herzustellen; so richtet sich das Gesetz gegen die Wirkung des Willens oder gegen die That und fügt dem Ge- oder Verbote für den Fall der Übertretung als ausgleichende Maassregel die Straf-, resp. Entschädigungsbestimmung bei.

Das bürgerliche Gesetz ist die Parallele zum mechanischen Systeme eines Mechanismus. Die Wassermühle, die Dampfmaschine, der Telegraphenapparat, das Planetensystem u. s. w. sind gegebene gesetzliche Systeme, welche der motorischen Kraft zur Richtschnur dienen, indem sie die freie Wirkung derselben in bestimmter Weise beschränken. Der hierzu erforderliche Zwang wird entweder (wie bei den Zwangs- und Prohibitivgesetzen) durch feste Widerstände, unzerreissbare und undehnbare Bänder u. s. w., welche miteinander in gegebenem Zusammenhange stehen und keine Abweichung von der beabsichtigten Regel zulassen, ausgeübt, oder, wenn die Bänder des Systems nicht absolut unveränderlich, sondern

elastisch und deformabel sind, wird eine etwaige Perturbation (wie bei den Strafgesetzen) durch die nachfolgende Arbeit der erwachenden Widerstände ausgeglichen.

Ob ein Gesetz dem absoluten Rechte entspreche, ob es ein absolut nothwendiges Gesetz sei, ziehen wir, wie schon bemerkt, hier überall nicht in Betracht: nur so viel bemerken wir noch, dass jedes Gesetz, welches durch den Willen eines von der Rechtsgenossenschaft für ein bestimmtes Rechtsgebiet anerkannten Gesetzgebers erlassen ist, für diese Genossenschaft verpflichtend ist, weil dieselbe durch die Anerkennung des Gesetzgebers ihren Willen durch den des Letzteren in dem gedachten Gebiete gebunden hat. Bei jedem auf legalem Wege zu Stande gekommenen Gesetze gilt also die Voraussetzung, dass es von der Rechtsgenossenschaft als verpflichtend für Jeden anerkannt sei, resp. anerkannt werden müsse. Diese auf Anerkenntniss beruhende verpflichtende Kraft eines Gesetzes verleiht ihm die Weihe des Rechts.

Zur Anwendung eines Gesetzes und eventuell zur Vollstreckung der Strafe bedarf es selbstredend einer bestimmten Macht oder einer vollziehenden Gewalt: allein dieses Erforderniss, welches die thatsächliche Erfüllung des Gesetzes sichert, hat unmittelbar Nichts mit dem Rechte zu thun, welches einer Verordnung den Charakter eines gültigen Gesetzes verleiht. Der zur Handhabung eines Gesetzes erforderliche Besitz von Macht verleiht also nicht das Recht zum Erlass dieses Gesetzes. In diesem Sinne ist also Macht kein Recht, insbesondere kein formelles Recht.

Vorstehendes betrifft die Macht und das Recht des Gesetzgebers. Zieht man das Individuum einer Rechtsgenossenschaft in Betracht; so setzt die faktische Ausübung von Rechten ebenfalls die Macht dazu voraus: allein der Besitz dieser Macht verleiht auch hier dem Besitzer nicht von selbst das Recht des beliebigen oder freien Gebrauches. Er besitzt seine Rechte oder Freiheiten nur auf Grund von Gesetzen oder soweit Gesetze seine individuelle Freiheit nicht beschränken. Insofern ihm der Gebrauch einer bestimmten Macht, z. B. seines Geldes, frei steht, erlangt er allerdings durch grössere Macht die Fähigkeit zu grösseren Wirkungen (ein Reicherer kann mehr Dinge kaufen als ein Ärmerer), und wenn man diese faktischen Fähigkeiten Freiheiten oder Rechte nennen will, kann man sagen, dass der Mächtigere mehr Rechte besitze, als der weniger Mächtige: allein diese selbstverständliche Thatsache, welche nur sagt, dass bei einer erlaubten Handlung die Wirkung der Ursache proportional ist, hat eine ganz andere Bedeutung, als der Satz, dass Macht Recht sei. Dieser Satz ist in einer gesetzlich konstituirten Rechtsgenossenschaft immer falsch und dient meistens zur Beschönigung der Willkür und der Gewalt.

In einer solchen Genossenschaft giebt Macht kein Recht zu Handlungen, und auch kein Recht zum Erlass von Gesetzen. Das Recht zu dem Einen wie zu dem Anderen muss vor dem Gebrauche der betreffenden Macht vorhanden, resp. erworben sein.

Diesen Betrachtungen über Macht und Recht haben wir die Bemerkung vorausgeschickt, dass es sich dabei um formelles Recht handele, welches möglicherweise vom natürlichen Rechte abweichen kann. Mit Bezug auf das letztere Recht kann man jedoch dem letzteren Satze

hinzufügen, dass der Besitz von Macht niemals das Recht der Emanzipation von allem Gesetz oder das Recht der Willkür verleiht. Da aber jede Willensäusserung nur von einer bestimmten Macht ausgehen kann, indem nach §. 550 Macht die erste Grundeigenschaft des Willens oder das ursächliche Subjekt der Handlung ist, und die Wirkung die natürliche und nothwendige Folge der Ursache bildet; so ist es ebenso gewiss, dass Macht einen natürlichen oder gerechtfertigten Anspruch auf Wirksamkeit oder auf angemessene Rechte habe. Der vorhin in der Anwendung auf formelles Recht und auf Willkür verworfene Satz, dass Macht Recht sei, wird also in der Anwendung auf absolutes Recht zu einer Wahrheit, wenn man darunter versteht, dass jeder Macht ein gewisses angemessenes Maass von natürlichen Rechten zukomme oder dass sie einen natürlichen Anspruch darauf habe.

Da freier Gebrauch natürlicher Kräfte natürliches Recht ist; so kann nur derjenige Gebrauch ein unrechter sein, welcher durch Gesetz ausdrücklich verboten ist. Demnach ist Alles erlaubt, was nicht gesetzlich verboten ist; aber nicht ist, umgekehrt, alles verboten, was nicht gesetzlich erlaubt ist, da der Gebrauch natürlicher Kräfte keiner ausdrücklichen Erlaubniss bedarf. Alle rationellen Gesetze können daher nur Verbote sein; Erlaubnisse in Gesetzesform rechtfertigen sich nur zur Aufhebung zu weit gehender Beschränkungen anderer Gesetze oder zur Abwehr von Handlungen, welche dem erlaubten Gebrauche gewisser Kräfte hinderlich sein möchten, sodass im Grunde genommen doch immer nur eine Beschränkung des Willens in Frage kömmt.

§. 560.

Die Postulate und Grundsätze des Willens.

Der Wille bedarf sogut wie jedes andere Vermögen gewisser Postulate oder Grundforderungen, welche die Möglichkeit der Ausführung seiner Grundprozesse und Grundoperationen gewährleisten. Die erste Grundoperation erzeugt das Postulat, welches das Anerkenntniss enthält, dass ein Mensch im Stande sei, eine Macht, ein Vermögen, eine Energie, überhaupt eine Quantität aus dem Bereiche des Willensvermögens zu verstärken und zu schwächen, sie in grösserem oder geringerem Maasse zu erwerben, zu besitzen und zu gebrauchen.

Das zweite Postulat erkennt die Möglichkeit an, dass sich ein Mensch, indem er handelt oder nicht handelt, in einem Thätigkeitszustande von gegebenem Grade (auch im Zustande der Unthätigkeit) befinden und diesen Zustand ändern könne.

Das dritte Postulat gesteht dem Menschen die Fähigkeit zu, eine Willenskraft von bestimmtem Grade, eine bestimmte Energie, eine bestimmte Absicht, einen bestimmten Beweggrund zu haben und diesen Grad zu ändern.

Das vierte Postulat räumt die Möglichkeit des Handelns oder der Willensäusserung unter der Triebkraft des Willens ein.

Das fünfte Postulat fordert die Möglichkeit der Verfolgung eines Planes bei der Handlung.

Für die praktische Rechtspflege haben die Postulate des Willens die wichtige Bedeutung, die Verantwortlichkeit des Thäters für seine That zu begründen. Unzurechnungsfähigkeit kömmt vornehmlich auf Unerfüllbarkeit von Postulaten des Willens zurück.

Die Axiome oder Grundsätze, welche die Grundeigenschaften miteinander verknüpfen, bilden in jedem Grössengebiete einunddasselbe System. Im ersten Theile dieses Werkes haben wir den Abriss dieses Systems zu geben versucht und darin die generellen Grundsätze von den speziellen unterschieden. Die ersteren sind in §. 243 bis 247 aufgeführt und können mit Leichtigkeit auf das Willensgebiet übertragen werden. Wir begnügen uns damit, einige davon herauszuheben.

Aus §. 243: *A.* Die Theile vereinigen sich vollständig in dem Ganzen. Eine Gesammtmacht ist ein vollständiger Inbegriff aller darin enthaltenen Theilmächte; der Gesammtwille ist der vollständige Inbegriff aller Einzelwillen; die Wirkung des Gesammtwillens umfasst vollständig die gleichartigen Wirkungen aller einzelnen Willen; die Handlung einer Gesellschaft begreift die gleichnamigen Handlungen aller ihrer Mitglieder vollständig in sich. *B.* Jede Macht, jeder Wille, jede Handlung wiegt sich selbst auf. *C.* Gleiche Mächte, Willen, Handlungen können für einander substituirt werden. *D.* Von zwei verschiedenen Mächten ist die eine die stärkere. *G.* Es giebt keine absolut stärkste Macht, Energie. *I.* Primitive Handlungen von grösserem Umfange liefern umfassendere Resultate. *K.* Bestimmte Ursachen erzeugen bestimmte Wirkungen. Bestimmte Wirkungen haben bestimmte ausreichende Ursachen; jede Wirkung muss eine ausreichende Ursache haben; jede That setzt einen Thäter voraus, welcher die That zu vollbringen fähig oder vermögend war. *M.* Die Reihenfolge primitiver Operationen ist für das dadurch erzeugte Resultat irrelevant.

Aus §. 244: *A.* Entgegengesetzte Mächte, Willen, Handlungen heben sich einander auf; die Verstärkung gleicht die Verschwächung aus; die Triebkraft hält dem Widerstande das Gleichgewicht; aktive Thätigkeit wird durch passives Leiden aufgewogen. *C.* Eine direkte Grösse kann nur einer direkten, eine indirekte nur einer indirekten gleich sein. Macht kann nur durch Macht, Vermögen nur durch Vermögen (nicht durch Schulden), Wollen durch Wollen (nicht durch Widerstreben), aktive Wirkung nur durch aktive Wirkung (Aktivität nur durch Aktivität, nicht durch Passivität) ersetzt werden. Die Ursache kann nicht die Wirkung sein. Das Willenssubjekt kann nicht das Willensobjekt sein. Das Wollende kann nicht das Gewollte sein. Man kann z. B. nicht Käufer und Verkäufer in derselben Kaufhandlung sein; der Dieb kann nicht der Bestohlene sein; man kann sich nicht selbst bestehlen, beleidigen, beschädigen, tödten, man kann überhaupt nicht gegen sich selbst, d. h. gegen seinen eigenen Willen handeln (die gegen die eigene Person, Macht u. s. w. gerichteten Handlungen wie die Vernichtung seines eigenen Vermögens, die Verletzung seines eigenen Körpers, der Selbstmord u. s. w. sind doch nicht Handlungen, welche der Wille gegen sich selbst, sondern gegen ein äusseres Objekt richtet, das mit dem Willensvermögen in einer naturgesetzlichen Beziehung steht). *E.* Der Gegensatz ist gegenseitig.

Aus §. 245: *A.* Neutrale Mächte, Willen, Handlungen beeinflussen sich nicht. (Ob jemand beim Kaufe lacht oder weint ist für den Kauf gleichgültig). *B.* Primäres kann nur Primärem, Sekundäres nur Sekundärem, Tertiäres nur Tertiärem gleich sein. Der Wille und die Handlung eines Menschen kann nur durch den Willen und die Handlung (resp. Leiden) dieses Menschen ersetzt und aufgewogen werden. Eine Macht kann nicht durch eine Absicht ausgeglichen und aufgewogen werden.

Aus §. 246: *A.* Das Element verschwindet vor dem daraus durch Dimensitätserhöhung erzeugten Ganzen wie das unendlich Kleine vor dem Endlichen oder wie das Endliche vor dem unendlich Grossen; es bildet nur einen Grenzwerth des Ganzen. Das Wollen einer Handlung ist nur ein Grenzzustand der Handlung und verschwindet dagegen; ein noch so intensives und anhaltendes Wollen ohne Wirkung erlangt nicht den Werth einer Handlung. *B.* Nur gleichartige Grössen können gleich sein; nur Mächte und Handlungen von gleicher Qualität der Wirksamkeit und der Folgen vermögen einander zu ersetzen. *C.* Die Theile einer Macht sind von derselben Art wie die Macht selbst.

Aus §. 247: *A.* Ein höheres Gesetz (welches dem Plane einer Handlung zur Richtschnur dient) enthält jedes niedrigere Gesetz als einen speziellen Fall oder Anfangszustand (indem nach §. 554 das höhere Gesetz aus dem nächst niedrigeren durch Freimachung einer Macht entsteht, welcher in dem niedrigeren Gesetze noch keine freie Bewegung gestattet ist); das höhere Gesetz ist daher von dem niedrigeren unabhängig oder wird von diesem nicht bedingt. *B.* Nur Gesetze und Handlungen von gleicher Planmässigkeit können sich vollständig decken. *C.* In den nach gleichem Gesetze oder gleichem Plane ausgeführten Handlungen stehen homologe Mächte, Willen, Thaten u. s. w. in gleicher Relation oder gleichem Kausalitätsverhältnisse. *D.* Die fünf Grundeigenschaften des Willens sind voneinander unabhängig. *E.* Willensäusserungen, welche in gewissen Grundeigenschaften übereinstimmen, unterscheiden sich lediglich in den anderen Grundeigenschaften. *G.* Unwesentliche Eigenschaften, d. h. solche, von welchen das Resultat nicht abhängt, können unbeschadet dieses Resultates beliebig variirt werden.

§. 561.

Juristische Induktion.

Die Anwendung der Grundoperationen und Apobasen auf gegebene Prämissen ist Deduktion. Das durch Deduktion aus richtigen Prämissen abgeleitete Resultat ist wiederum richtig. Die Konstatirung der Richtigkeit einer Behauptung ist ihr Beweis. Alles dieses gilt so gut für die Behandlung von reinen Erkenntnissen oder für die Logik, als auch für die Behandlung von Willensäusserungen, also für die Rechtswissenschaft.

Auch die Induktion findet hier ihren Platz. Dieselbe bezweckt die Herstellung der Prämissen aus gegebenen Thatsachen. Es ist genau das von dem Logiker und dem Naturforscher zu beobachtende induktive Verfahren, welches der Richter einzuschlagen hat, um aus einem als Thatsache vorgelegten Resultate die Handlung, aus welcher es entsprungen, den Thäter, dessen Absicht, Beweggrund u. s. w. zu ermitteln. Die

Thatsachen, auf welchen diese Induktion zu erbauen ist, sind die Zeugnisse; dieselben vertreten die Beobachtungen des Naturforschers, wogegen das Zeugenverhör des Richters das Experiment des Naturforschers ersetzt. Dass ein induktives Verfahren in seinen Zwischenstadien auch Deduktionen und Beweise enthält, ist selbstredend. Die geordnete Darlegung der Induktion in einem gegebenen Falle bildet das richterliche Erkenntniss. Mit der Konstatirung der That oder der Handlung und der Subsumtion derselben unter das Gesetz ist die gesetzliche Ausgleichung (in Kriminalfällen die Strafe) verbunden; das Endresultat des Erkenntnisses ist daher ein Urtheil, welches als logisches Urtheil den Ausspruch, als richterliches Urtheil aber die Ausgleichung enthält.

Wir bemerken übrigens, dass die Rechtswissenschaft ebenso wenig eine mathematische Wissenschaft ist, wie die Logik, dass sie vielmehr eine dem Erkenntnissgebiete angehörige Wissenschaft ist, deren Objekte nicht die exakte mathematische Regel der Anschauungen, sondern die freiere Regel der Begriffe befolgen. Gleichwohl kann die Rechtswissenschaft ebenso wie die Logik mathematisch behandelt werden, sobald Begriffe wie messbare konkrete Grössen angesehen werden, für welche nicht das Anschauungsvermögen, sondern das Erkenntnissvermögen das Maass liefert. Während aber für die Logik die Geometrie und für die Theorie des Gedächtnisses die Chronologie die nächsten Analogien darbietet, so wird für die Rechtswissenschaft (soweit sie als Theorie des Willens, nicht als Rechtsphilosophie auftritt) die Mechanik die nächste Verwandtschaft zeigen, d. h. jeder juristische Satz wird seinen analogen Vertreter in der Mechanik finden, und umgekehrt.

Allerdings scheint auf dem juristischen Gebiete, gegenüber dem mathematischen und dem rein logischen, eine gewisse Willkür zu herrschen, indem viele bürgerlichen Gesetze durchaus nicht den Stempel der Nothwendigkeit und des absoluten Rechtes an der Stirn tragen, auch bei der Abfassung von Gesetzen sich keine absoluten Regeln darbieten, an welchen sich das unumstössliche Recht erkennen liesse oder deren Anwendung die unbedingt sichere Verwirklichung des Rechts verbürgte. Diese Willkür bei der bürgerlichen Gesetzgebung ist nicht bloss Schein, sie besteht wirklich, ohne doch im mindesten den Schluss zu rechtfertigen, dass es kein absolutes Recht gebe. Wie wir schon in §. 549 und 559 bemerkt haben, ist das absolute Recht ebensowenig wie die absolute Wahrheit ein Gegenstand der reinen Erkenntniss, dasselbe beschäftigt uns in diesem Theile noch gar nicht und kömmt bei dem formellen Rechte auch überall nicht in Betracht. Das formelle Recht aber ist das auf dem Willen der Menschen beruhende und in diesem Betracht vollkommen willkürliche Recht. Was die Menschen nach freier Übereinkunft sich gegenseitig gestatten und verbieten, macht ihr faktisches und formelles Recht aus. Dieses Recht bildet sich nach dem Willen der Menschen zur Befriedigung praktischer Bedürfnisse oder für gegebene Zwecke, die bürgerlichen Gesetze sind daher, was ihren Zweck betrifft, ebenso zufällig, wie die Bedürfnisse, für welche sie geschaffen werden. Sie spielen die Rolle wie die unzähligen Maschinen und Apparate, welche konstruirt werden, um damit gegebene, durch unzählige zufällige Umstände bedingte Verrichtungen zu beschaffen. Ebenso absurd, wie es wäre, zu

fragen, ob ein Wagen ein absolut nothwendiger Apparat sei, ebenso absurd würde es sein, zu fragen, ob ein Gesetz zur Vertilgung der Reblaus ein Gebot des absoluten Rechtes sei, und ebenso verkehrt, wie es wäre, wenn es sich um die Beförderung von Lasten handelt, sich nach dem geeigneten Apparate in den reinen Prinzipien der analytischen Mechanik in der Meinung umzusehen, dass diese Aufgabe nur auf eine einzige Weise rationell zu lösen wäre, ebenso verkehrt würde es sein, die Mittel zum Schutze des Weinstockes in der Rechtsphilosophie zu suchen, meinend, dass es nur einen einzigen absoluten Rechtsweg hierzu gebe. Jenachdem es sich um den Transport auf Mooren oder auf Chausseen oder auf Eisenbahnen oder auf dem Meere oder in der Luft, jenachdem es sich um die Beförderung von Briefen, Säulen oder Menschen, um die Verwendung von Pferden, Hunden, Dampf oder Elektrizität als Motor, um die Herstellung aus Holz, aus Eisen oder aus Leder, um die Verfügbarkeit über Feuer, Werkzeug oder Maschinerien, um einen provisorischen oder einen definitiven längeren Gebrauch, um einen Transport zu Erwerbs- oder zu Luxuszwecken handelt, wird man ein anderes Fahrzeug bauen.

Die formellen Gesetze, welche gegebene oder gewollte Bedürfnisse befriedigen sollen, sind nach ihrem materiellen Inhalte ebenso willkürlich, wie diese Bedürfnisse selbst; ihr Recht ist daher nur ein formelles und demnach kann ihre juristische Theorie nur in der Theorie des Willens, nicht in der Theorie des absoluten Rechtes liegen, welche letztere, wie wir schon mehrmals bemerkt haben, auf einer höheren, bis jetzt von uns noch nicht betrachteten Stufe steht. Das absolute Recht kömmt nur hinsichtlich des materiellen Inhaltes der Gesetze in Betracht; dasselbe zieht also vor allen Dingen die Berechtigung des durch das Gesetz zu befriedigenden Bedürfnisses in Frage, kömmt also nicht dann mehr in Betracht, wenn diese Frage bereits durch das Anerkenntniss des Bedürfnisses Seitens der gesetzgebenden Gewalten entschieden ist. Die obige Behauptung hinsichtlich der Möglichkeit einer mathematischen Behandlung der Rechtswissenschaft nach Analogie der Mechanik betrifft hiernach zunächst nur die Theorie des Willens, welche den Gegenstand des vorstehenden Abschnittes ausmacht, also das formelle Recht. Auf diesem Gebiete wird man alle Sätze der Mechanik wiederfinden und, umgekehrt, werden alle Sätze der Mechanik eine geeignete Übertragung auf die Rechtswissenschaft gestatten, wozu wir in diesem Abschnitte mehrfache Beispiele gegeben haben.

Abschnitt XIX.

Das Gemüth.

§. 562.

Charakteristik des Gemüthes.

In den letzten drei Abschnitten haben wir als drei einander koordinirte Geistesvermögen den Verstand, das Gedächtniss und den Willen kennen gelernt, welche die Analogien zu den drei Anschauungsvermögen des Raumes, der Zeit und der Materie bilden. Diesen dreien gesellt sich ein viertes Vermögen zu, welches die Analogie zum Anschauungsvermögen des Stoffes bildet und welches wir das Gemüth oder das Gefühlsvermögen nennen.

Wie der anschauliche Stoff die Fähigkeit bethätigt, sich mit anderem Stoffe zu verbinden und diese Fähigkeit durch eine Affinität oder chemilogische Neigung bekundet, in Folge deren er die Verbindung mit dem einen Stoffe der Verbindung mit einem anderen vorzieht oder eine Auswahl zwischen den ihm zur Verbindung dargebotenen Stoffen trifft, ebenso zeigt der Mensch die Fähigkeit, mit einem anderen Menschen sich zu einer Gemeinschaft zu verbinden und er bethätigt diese Fähigkeit durch eine Neigung, welche ihn mehr zu diesem, als zu jenem Menschen zieht oder vermöge deren er der Verbindung mit diesem Menschen den Vorzug vor der Verbindung mit jenem Menschen giebt; diese Neigung zur Gemeinschaft ist die Liebe. Das Vermögen, eine Verbindung zu stiften, ist das Gemüth; dasselbe also ist der Sitz der Liebe: allgemeiner aber, besteht die Funktion des Gemüthes in der gesetzlichen Regelung der die Gemeinschaft betreffenden Neigungen. Alle diese Neigungen äussern sich durch Regungen der Seele, welche wir Gefühle nennen: das Gemüth erscheint daher generell als das Gefühlsvermögen und die Liebe ist ein spezielles dieser Gefühle, insofern dasselbe speziell die auf Verbindung abzielende Regung des Gemüthes bezeichnet.

Jedes Vermögen des Menschen stützt sich auf die Thätigkeit eines körperlichen Organes. Für die fünf Sinnesvermögen sind diese Organe ziemlich deutlich erkannt, da sie die unmittelbare Kommunikation des Menschen mit der Aussenwelt herstellen, also sich der sinnlichen Wahrnehmung preisgeben. Die Organe der fünf Anschauungsvermögen, da sie innerliche Thätigkeiten verrichten, sind weniger deutlich erkennbar. Noch tiefer verschleiert aber liegen die Organe der fünf oberen Vermögen. Es scheint allerdings, dass der Verstand seinen Sitz im grossen Gehirne, das Gedächtniss im kleinen Gehirne und der Wille im verlängerten

Gehirne habe; möglicherweise ist jedoch das Gehirn die Werkstatt sämmtlicher oberen Vermögen und es bleibt dahin gestellt, ob sich dieselben darin örtlich lokalisiren oder durch besondere Funktionen isoliren. Jedenfalls steht ein jedes derselben mit den peripherisch vom Gehirne ausstrahlenden Nerven in einer gewissen und besonderen Verbindung, sodass durch die Thätigkeit des einen diese, und durch die Thätigkeit des anderen jene Nerven in unmittelbarer Weise erregt werden. So steht das Willensorgan in einer nahen Beziehung zu den aus dem Rückenmarke entspringenden motorischen Nerven, indem der Wille leicht mechanische Thätigkeiten hervorruft: das Gefühlsvermögen aber scheint mit den Nerven, welche das leibliche Herz und den Blutumlauf, sowie auch mit denen, welche die Lungen- und Magenthätigkeit und Ernährung beherrschen (insbesondere mit dem vagus und sympathicus) in naher Beziehung zu stehen, sodass seine Regungen ziemlich direkt auf die Herzthätigkeit influiren, z. B. Herzklopfen, Erröthen, Erblassen und ähnliche Affektionen, sowie körperliche Empfindungen in der Brust zur Folge haben. Diese nahe Beziehung zu den Brustorganen ist unzweifelhaft die Veranlassung, dass die Volksmeinung das Gefühlsvermögen in die Brust oder in das leibliche Herz verlegt. Die Berechtigung dieser Meinung lassen wir auf sich beruhen, d. h. wir sprechen keine Ansicht darüber aus, ob das leibliche Herz das Hauptorgan des Gefühlsvermögens sei, oder mit demselben nur in naher Nervenverbindung stehe; sicherlich findet das Eine oder das Andere statt, und die nahe Beziehung der Neigungen und Gefühle zu den Thätigkeiten des leiblichen Herzens ist der Grund, das Gefühlsvermögen schlechthin das Herz zu nennen, ähnlich wie man das Begriffsvermögen eines Menschen wohl seinen Kopf nennt.

Wir definiren die Liebe als die Neigung des Gemüthes zum Leben in Gemeinschaft. Verbindung ist im Gebiete der Liebe nur ein anderer Name für Gemeinschaft; unter Gemeinschaft aber ist kein Beieinander- oder Miteinander- oder Zusammensein, sondern, wie wir uns auch in der Chemilogie ausgedrückt haben, ein Vermögeeinandersein, ein Sein des Einen vermöge des Anderen zu verstehen. Ausserdem handelt es sich bei der Verbindung nicht bloss um ein Sein als Begriffsobjekt, sondern um ein Sein als ein qualifizirtes oder mit Fähigkeiten ausgerüstetes Wesen, welches von diesen Fähigkeiten auch Gebrauch macht oder doch Gebrauch machen kann. Diese Gemeinsamkeit des Verhaltens deuten wir in der Definition durch das Leben in Gemeinschaft an.

In der Verbindung der Gemüther oder der Herzen oder im Liebesbunde geht ebenso wie in der chemilogischen Verbindung die Eigenartigkeit der verbundenen Genossen in dem durch Verbindung entstehenden Ganzen auf; die Fähigkeit des Bundes ist keine Summe der Fähigkeiten der Verbündeten, sondern eine neue Eigenart; die Verbindung bedingt daher ein Aufgehen des Einzelnen in dem Bunde, eine Hingabe an den Bund. Als Bindung an den Anderen ist sie auch eine Hingabe an den Anderen. Insofern der Bund als Ziel und Zweck der Neigung aufgefasst wird, stellt die Verbindung eine Ergänzung des Einen durch den Anderen dar. Die Verschmelzung zu einer eigenartigen Gemeinschaft wird von den Liebenden auch als ein Eins sein oder als ein Sein des Einen in dem Anderen aufgefasst. Alle diese Auffassungen haben ihre Bedeutung;

die Gemeinschaft ist indessen immer das Wesentliche in der Verbindung. Bei der Verbindung von Schwefel und Quecksilber zu Zinnober leuchten nicht die Schwefelatome für sich gelb und die Quecksilberatome für sich weiss, sondern beide gemeinschaftlich roth; es krystallisirt nicht der eine und der andere Stoff für sich oder nimmt seine eigene Struktur an, sondern beide nehmen die gemeinsame Struktur des Zinnobers an. Die Fähigkeiten der verbundenen Stoffe verschwinden in denen der Verbindung: übrigens verliert nicht etwa der eine Stoff Das, was der andere gewinnt, wie es bei einer mechanischen Wirkung der Fall ist, sondern es geht eine Umwandlung der beiderseitigen Fähigkeiten vor sich oder es vollzieht sich ein Qualifikationsprozess, welcher in der Verbindung einen neuen Stoff, d. h. einen Körper von neuer Qualität, von neuen Fähigkeiten, von neuer Eigenart erzeugt. Ganz ebenso verbindet die Liebe die Herzen zu einer Gemeinsamkeit des Handelns, des Denkens, der Anschauungsweise, der Freude, des Leides, des Genusses und überhaupt des Lebens, welche keineswegs ein Gemeinwesen charakterisirt, dessen Eigenart eine Summe oder ein Durchschnittswerth der Fähigkeiten der verbundenen Individuen ist, vielmehr ein Gemeinwesen von eigenthümlichen Fähigkeiten, ein Wesen, welches eigenartig denkt, fühlt, handelt, lebt, indem sich die Anschauungsweise, die Gewohnheiten, die Beschäftigungen u. s. w. jedes Einzelnen im Interesse einer Harmonie des Ganzen, d. h. dergestalt modifiziren, dass sie nicht bloss zusammenstimmen, sondern auch als die naturgesetzlichen Fähigkeiten eines einheitlichen Gesammtwesens erscheinen. Die in Liebe Verbundenen verhalten sich wie eine Weseneinheit: Diess bedingt auch die Sorge des Einen für den Anderen, das Glück des Einen in dem des Anderen, die Aufopferung des Einen für den Anderen, da Jeder sich als Organ des Ganzen und Jeder den Anderen als Mitgenossen des Organismus, welchem auch er als Genosse angehört, mithin als einen Faktor seiner eigenen Lebenskraft empfindet.

Der Ausfluss der Liebe oder der Neigung zur Verbindung ist die Eigenart oder die Qualität. Die Eigenart dokumentirt sich durch Fähigkeiten, allgemein, durch Fähigkeiten zum Können: das Können ist die generelle Grundlage oder Vorbedingung der Neigung. Ein Stoff, welcher Affinität äussern soll, muss Fähigkeiten haben oder ein Träger von Fähigkeiten sein oder zum Können befähigt sein. Die Neigung, als eine spezielle Fähigkeit, ist auf die Stiftung einer Gemeinschaft oder Verbindung gerichtet. Demzufolge kann man behaupten, die Liebe habe einen Zweck, und dieser Zweck sei die Verbindung. Der primitive Begriff des Zweckes wurzelt im Qualitätsgebiete: eine Qualität, eine Fähigkeit, ein Vermögen setzt die Erkenntniss Dessen voraus, wozu es befähigt oder brauchbar oder geeignet ist; diese Geeignetheit, welche das Wesen einer speziellen Fähigkeit anzeigt, ist der Zweck derselben. Generell betrachtet, hat jedes Vermögen eben desshalb, weil es Qualität hat, auch einen Zweck. Der Zweck des Verstandes ist das Denken, der des Willens das Handeln. Wenn man aber sagt, der Wille des Handelnden verfolge einen bestimmten Zweck; so ist hier das Wort Zweck nicht in der auf die Qualität des Willensvermögens basirten Bedeutung, nicht zur Bezeichnung einer Fähigkeit des Willens, sondern zur Bezeichnung einer

Eigenschaft der Handlungen oder der Wirkungen des Willens und als synonym mit Absicht gebraucht. Zwischen der Absicht des Willens und dem Zwecke der Liebe besteht ein erheblicher Unterschied, und die Anwendung desselben Bestimmungswortes Zweck auf den Willen und die Liebe darf nicht dazu verleiten, den prinzipiellen Unterschied dieser beiden Seelenvermögen zu übersehen. Der Handelnde bedarf des Objektes und der Absicht oder des Zieles, um seinem Willen eine bestimmte Richtung zu geben, nicht um ihm eine bestimmte Qualität zu ertheilen oder um den Willen zu erzeugen; er will durch Selbstbestimmung. Der Liebende dagegen bedarf des Geliebten nicht als Objekt einer Handlung, sondern als Theilnehmer und Miterzeuger der Liebe; er liebt nicht kraft seiner Selbstbestimmung, sondern vermöge seiner und des Geliebten Eigenart; der Liebe lässt sich nicht gebieten, sie entsteht erst durch die Mitwirkung eines Genossen. Ohne diese Mitwirkung des Anderen existirt in dem Ersten keine Liebe, sondern nur die Fähigkeit zu lieben. Absicht des Willens und Zweck der Liebe, da Beide den betreffenden Geistesvermögen einen speziellen Werth verleihen, indem sie einen bestimmten Willen und eine bestimmte Liebe bedingen, sind zwar analoge, aber keine gleichwerthigen Bestimmungsstücke; die Absicht ist die Erkenntniss im Gebiete des Willens, der Zweck die im Gebiete des Herzens.

Man muss den Zweck der Liebe von dem Zwecke der Verbindung unterscheiden. Die Erkenntniss des Zweckes der Verbindung Seitens der Liebenden ist, wenn die Verbindung um dieses Zweckes willen erfolgt, nicht mehr bestimmend für das Gemüth, sondern für den Willen; sie erlangt also die Bedeutung einer Absicht und gestaltet die Verbindung zu einer Handlung oder doch zu der Kombination einer Handlung mit einer Verbindung.

Die Liebe, als Regung eines selbstständigen Vermögens, des Gemüthes, ist vom Willen unabhängig; mit jedem Grade des Willens kann sich möglicherweise jede Art der Liebe verbinden, d. h. es ist möglich, dass ein Mensch bei einem bestimmten Willensvermögen der verschiedensten Neigungen fähig sei, gleichwie mit jeder mechanischen Eigenschaft eines Körpers (Dichtigkeit, spezifisches Gewicht, Geschwindigkeit u. s. w.) jede chemilogische Qualität (Äquivalentgewicht, Valenz, Affinität, Vivazität u. s. w.) vereinigt sein kann. Aber auch für einen gegebenen Menschen ist die Liebe nicht vom Wollen unmittelbar abhängig; man kann nicht lieben, was man will, sondern nur Das, wozu man vermöge seiner Eigenart befähigt ist; auch wird die Liebe nicht durch Willensäusserungen wesentlich geändert, ebenso wenig, wie die chemilogische Affinität der Stoffe durch die Einwirkung mechanischer Kräfte wesentlich geändert wird.

Jeder spezielle Mensch besitzt eine Eigenart, welche seine spezifische Fähigkeit zu lieben, sein Gemüth ausmacht; er ist in dieser Hinsicht die Analogie eines eigenartigen chemilogischen Stoffes. Er kann Das und nur Das lieben, wozu er vermöge dieser Eigenart befähigt ist, oder, deutlicher ausgedrückt, er besitzt die Fähigkeit, zu jedem anderen Wesen von bestimmter Eigenart eine ganz spezielle eigenartige Neigung zu fühlen oder zu bethätigen. Ob er sie wirklich bethätigt, ist damit durchaus nicht gesagt, ebenso wenig als dass ein Stoff gegen einen

anderen Stoff thatsächlich die Affinität äussere, deren er fähig ist. Eine wesentliche Bedingung für die Äusserung einer Neigung ist das Vorhandensein oder die Mitwirkung oder Betheiligung des Gegenstandes der Neigung. Dieses Vorhandensein braucht nicht nothwendig in einer körperlichen Existenz zu bestehen; das körperliche Vorhandensein ist sogar etwas ganz Unwesentliches: es handelt sich nur um das Vorhandensein des Objektes der Neigung in unserem Gemüthe oder darum, dass das Gemüth des Subjektes sich in dem Zustande befindet, in welchen dasselbe durch das Objekt der Neigung versetzt werden könnte; denn das Subjekt kann sich in den uns jetzt beschäftigenden Gebieten des Verstandes, des Gedächtnisses und des Gemüthes nicht unmittelbar mit äusseren Subjekten verbinden, nur subjektive Zustände können sich unmittelbar mit subjektiven Zuständen verbinden oder mit denselben zusammenwirken. Demzufolge lieben wir den Abwesenden so gut wie den Anwesenden, wenngleich der Anwesende theils durch seine sinnliche Erscheinung, theils durch seine Handlungen und sonstigen direkten und eigenartigen Einwirkungen in der Regel besser den ihm entsprechenden Zustand im Gemüthe des Subjektes hervorzurufen vermag, als das Subjekt selbst es kann.

Der subjektive Vorgang, auf welchem die Verbindung durch Liebe beruht, liegt also immer in uns und beruht auf der Verschmelzung zweier Zustände unserer selbst, wovon der eine der mit uns gegebene eigenartige Zustand, der andere aber der das Objekt der Liebe vertretende, durch dieses Objekt hervorgerufene Zustand ist. Hiernach liegt in der Stiftung des Liebesbundes, wie überhaupt in jedem Prozesse des Gemüthes eine Durchdringung von Gefühlen und Prozessen in einunddemselben Gemüthe, ähnlich wie die chemilogischen Verbindungen auf einer Durchdringung von Stoffen und Prozessen in demselben Raume beruhen.

Nicht das blosse Vorhandensein des Objektes der Neigung und ein ihm entsprechender subjektiver Zustand in unserem Verstande und in unserem Vorstellungsvermögen genügt zur Bethätigung oder Erweckung der Neigung. Die Erkenntniss und die Vorstellung des Objektes sind zwar unzertrennliche Eigenschaften desselben und daher für die Neigung zu diesem Objekte von wichtiger Bedeutung; allein die wesentlichste Bedeutung hat der Eindruck, welchen das Objekt im Gemüthe des Subjektes hervorbringt, weil hier die eigentliche Verbindung vor sich geht. Dieser Eindruck aber ist nur nebensächlich und mittelbar durch die Erkenntniss und die Vorstellung bedingt, welche sich das Subjekt vom Objekte bildet; hauptsächlich und unmittelbar kann dieser Eindruck nur durch die Gegenliebe des Objektes erzeugt werden. Diese Gegenliebe erfordert, um für das Subjekt in dieser Weise wirksam oder fühlbar zu werden, eine Offenbarung durch das Objekt, welche sich auf verschiedene Weise, durch Erklärung, durch zustimmende Handlungen und andere die Gegenliebe verrathende Symbole bekunden kann.

Die Fähigkeit zu lieben und die im Subjekte einseitig erwachende Liebe stiftet noch nicht den Liebesbund. Ein existirender Bund setzt aber die Existenz der Liebe voraus; er besteht nur durch Liebe und erlischt mit der Liebe. Das Erlöschen der Liebe bewirkt die Trennung oder vernichtet den Liebesbund (wennauch nicht gewisse rechtliche Folgen

eines eingegangenen Bundes, welche hier, als ausserhalb des Gebietes des Gemüthes liegend, nicht in Betracht kommen), die Auflösung des Bundes zeigt das Erlöschen der Liebe an, wiewohl nicht die Unfähigkeit zu lieben.

Da Alles, was in der Welt existirt, mit sämmtlichen Grundeigenschaften der Welt existirt; so giebt es keine Liebe ohne Erkenntniss, ohne Vorstellung, ohne Willen, ohne Anschauungen, ohne Erscheinungen (Sinneseindrücke). Auf der nothwendigen Vergesellschaftung des Gemüthes mit dem Willen beruht das Begehren des Liebenden nach dem Geliebten, aber auch das Handeln aus Liebe oder das Liebeswerk. Auf der Vergesellschaftung des Gemüthes mit dem Verstande beruht der Glaube an den Geliebten: glauben ist durchaus nicht nach der gängigen Auffassung für wahr halten ohne Beweis; denn man hält alle Grundsätze für wahr, obgleich sie unbeweisbar sind, ohne zu sagen, man glaube, dass sie richtig seien: Glaube ist Hingabe durch die Macht des Gefühls, Überredung durch das Gemüth. Auf der Vergesellschaftung des Gemüthes mit dem Gedächtnisse beruht das Erfülltsein vom Geliebten, das Beiihmsein (das Sein bei der Sache, wenn es sich um die Neigung zu Sachen handelt).

Die verschiedenen Grundeigenschaften und Grundoperationen, wiewohl an sich selbstständig, stehen doch als Eigenschaften und Thätigkeiten eines speziellen Subjektes kraft des Naturgesetzes dieses Subjektes in einem einheitlichen Zusammenhange. Dieses Naturgesetz verleiht jedem konkreten Menschen ein eigenartiges Gemüth, ein spezielles Erkenntniss-, Vorstellungs- und Willensvermögen, sowie ein spezielles Anschauungs- und Sinnesvermögen und es setzt die Thätigkeiten dieser Vermögen in einen diesem Menschen eigenthümlichen Zusammenhang. Dieser einem konkreten Menschen eigenthümliche Zusammenhang ist übrigens nur ein konkreter Fall des allgemeinen Gesetzes, welches die Grundeigenschaften und Grundthätigkeiten eines menschlichen Wesens verbindet, also für alle Menschen gilt.

Hieraus ist erklärlich, dass spezielle Erkenntnisse, Vorstellungen, Handlungen, Anschauungen und Erscheinungen mit speziellen Gefühlen und Neigungen verbunden sind, dass also der Mensch spezifische Neigungen nicht bloss zu Menschen, welche unmittelbar sein Gemüth affiziren, sondern auch zu gewissen Beschäftigungen, wie zum Forschen, zum Lernen, zur Kunst u. s. w., zu gewissen Vorstellungen, wie zum Vaterlande, zur Heimath, zum Gelde u. s. w., zu gewissen Handlungen und Gewohnheiten, wie zum Arbeiten, zur Jagd, zu gewissen Sinnesthätigkeiten, zum Sehen im Tageslichte, zur Beschäftigung des Ohres u. s. w. und zu gewissen Kombinationen aller möglichen Thätigkeiten haben kann. Spezialität auf dem Gefühlsgebiete ist Eigenthümlichkeit; alle diese speziellen Gefühle und Neigungen zeichnen sich daher durch Eigenthümlichkeit aus.

Ferner leuchtet ein, dass der Mensch, indem er sich durch Entwicklung, Erziehung und unter dem Einflusse von Erlebnissen der verschiedensten Art ändert, nach Maassgabe des generellen Naturgesetzes andere Fähigkeiten und Neigungen erlangt, dass früher unbekannte

Neigungen in ihm erwachen und bekannte verschwinden. Auf diese Weise entsteht und bildet sich die Liebe zu einem Wesen oftmals in einer äusserlich, d. h. ohne Betheiligung des Gemüthes geschlossenen Verbindung im Laufe der Zeit.

Ja, in jedem Augenblicke ist das Gemüth des Menschen nach dem Naturgesetze des Letzteren von den Thätigkeiten der übrigen Vermögen in einem gewissen Grade abhängig; der Verstand, die Vorstellungskraft, der Wille, sowie zufällige Anschauungen und Erscheinungen haben einen gewissen Einfluss auf sein Gemüth. Demzufolge kann sich der Mensch einer speziellen Neigung durch Erkenntnisse, Vorstellungen und durch seinen Willen mehr oder weniger erschliessen und auch verschliessen: von besonderer Bedeutung aber ist es, dass der Mensch die Objekte seiner Neigung ganz nach seinem Gefallen oder nach Willkür aufsuchen kann. In letzterer Hinsicht ist seine Liebe, d. h. sein Werben um Liebe frei, in ersterer Hinsicht aber ist sie jedenfalls eine freiere, als die Affinität eines Stoffes: denn während die Stellung eines Stoffes im chemischen Raume eine feste oder doch nur nach strengem mathematischen Gesetze veränderliche ist, vermag der Mensch seine Stellung als eigenartiges Individuum im Gebiete der mit Gemüth ausgerüsteten Wesen und seine Thätigkeit darin durch Mittel, welche eine Umbildung seines Wesens herbeiführen, mehr oder weniger zu verändern; er hat einen selbstbestimmenden Einfluss auf seine Eigenart, welcher dem chemilogischen Stoffe fehlt.

Da der Mensch ein Organismus, also eine gesetzliche Einheit verschiedener Vermögen ist; so steht dem Gemüthe, als einem dieser Vermögen in dem Inbegriffe aller übrigen Vermögen ein inneres Objekt, ja es stehen ihm in jedem einzelnen dieser Vermögen ebenso viel verschiedene Objekte gegenüber, welche durch die organische Verbindung mit dem Herzen Zustände und Thätigkeiten in demselben erwecken. Hierauf beruht die generelle Liebe des Menschen zu sich selbst oder die Eigenliebe und die spezielle Liebe desselben zu seinen einzelnen Vermögen, denen sich die Liebe zu seinem materiellen Eigenthume, zu Haus und Hof und sonstigen irdischen Gütern anreiht.

Schliesslich heben wir hervor, dass ebenso wenig, wie die absolute Wahrheit ein Begriff des Verstandes, das absolut Neue eine Vorstellung des Gedächtnisses, das absolut Rechte ein Gegenstand des Willens ist, ebenso wenig das absolut Gute ein Gegenstand des Gemüthes ist. Der Mensch liebt sowohl das Gute, wie das Böse, d. h. er vermag das Eine und das Andere zu lieben und thut es auch thatsächlich. Das absolut Gute ist kein Gegenstand des vorliegenden Theiles unseres Werkes, sondern des vierten Theiles. So viel bemerken wir darüber jedoch hier, dass Das, was der Mensch eben liebt, ihm gut zu sein scheint oder von ihm für gut gehalten wird. Der Mensch glaubt an das, was er liebt; er glaubt, dass es gut sei: es ist also das subjektiv Gute, was er liebt, wie es das subjektiv Rechte ist, was er thut, das subjektiv Neue, was er sich vorstellt, das subjektiv Wahre, was er denkt.

§. 563.

Empfänglichkeit, als erste Grundeigenschaft des Gemüthes.

Um die Grundeigenschaften des Gemüthes nach dem Kardinalprinzipe zu entwickeln, schicken wir die Bemerkung voran, dass Neigung der generelle Name für einen Zustand des Gemüthes oder für eine Grundeigenschaft desselben, zugleich aber auch ein Spezialname für die in §. 565 zu behandelnde dritte Grundeigenschaft ist, dass dagegen Gefühl der allgemeine Name für eine Zustandsänderung oder für eine Thätigkeit des Gemüthes ist, worauf wir in §. 568 zurückkommen werden.

Die erste Grundeigenschaft, welche der chemischen Valenz analog ist, ist die Fähigkeit zu lieben und Liebe einzuflössen, wenn man darunter den einem jeden Individuum eigenen Grad von innerer Tüchtigkeit oder den quantitativen Umfang seines Vermögens zu lieben, oder den Quantitätswerth Dessen, womit seiner Neigung ein Genüge geschieht, womit sie zu sättigen ist, versteht, eine Eigenschaft, in welcher auch seine individuelle Anlage oder seine Empfänglichkeit für die Liebe besteht und welche man als die Quantität seiner Neigung auffassen kann.

Unverkennbar kann ein Mensch seine Hingabe in Liebe nur bis zu einem bestimmten Grade steigern und damit ein bestimmtes Maass von Objekten durch Liebe fesseln. Diese Quantität des durch Liebe zu Bindenden entspricht dem chemischen Sättigungsvermögen; ihr reziproker Werth aber dem chemischen Äquivalente (§. 266): denn wenn ich, als Einzelwesen, im Stande bin, drei Menschen durch Liebe zu binden; so ist meine Tüchtigkeit zu lieben dreimal so gross, als die der übrigen, während ich selbst nur den dritten Theil meiner selbst für jeden einzelnen Geliebten opfere.

Was die Quantivalenz betrifft; so hat dieselbe für das menschliche Gemüth nicht wie für chemische Stoffe den Werth einer kleinen ganzen, sondern im Allgemeinen den Werth einer beliebig grossen Zahl. Derselbe Mensch kann nämlich seine Liebe sehr verschiedenen Gegenständen zugleich zuwenden; immer wird jedoch die Maximalsumme seiner Liebe seiner Fähigkeit zu lieben gleich bleiben. Ein Mensch kann sein Herz zwischen Gattin, Eltern, Kindern, Familie, Vaterland, Wissenschaft, Kunst, Geschäft u. s. w. theilen; die Steigerung der einen Liebe durch Vermehrung der Objekte der Liebe wird aber, wenn das individuelle Maass voll ist, mit einer Schwächung der anderen, d. h. mit einer Verminderung der Objekte der übrigen Neigungen begleitet sein. Im Übrigen scheint die Fähigkeit eines Menschen für jede Art von Liebe eine besondere zu sein, welche sich über ein gewisses Maximalmaass nicht steigern lässt, selbst wenn keine andere Art von Liebe ihn in Anspruch nimmt; das höchstmögliche Maass der einen Liebe lässt also immer noch einer anderen Art von Liebe Raum.

Die höchsten Grade von Liebe, die volle Hingebung, wird stets nur durch einen ganzen Geliebten erweckt. Nur ein Weib, nur ein Freund, nur eine Wissenschaft, nur eine Kunst erfüllen den Menschen ganz. In diesen vollkommensten Zuständen bewährt sich der Mensch als ein einwerthiger Stoff.

In seinen Herzensbeziehungen zu den verschiedenen liebenswerthen Objekten der Welt spielt der individuelle Mensch also die analoge Rolle wie ein chemischer Stoff und zwar, solange er noch keinen Liebesbund geschlossen hat, sondern nur Fähigkeit zu lieben besitzt, wie ein ungesättigter Stoff. Bei jeder der Grundarten der Liebe verhält er sich wie ein chemisch einfacher Stoff oder wie ein Element; in der Gesammtheit seiner Fähigkeiten zu lieben jedoch wie ein zusammengesetzter Stoff, dessen Bestandtheile bald mehr, bald weniger gesättigt sind.

§. 564.

Innigkeit, als zweite Grundeigenschaft des Gemüthes.

Die zweite Grundeigenschaft des Gemüthes entspricht der chemischen Vivazität oder Verbindungsbegierde oder Spannung (§. 271); wir erblicken darin die Lebhaftigkeit oder Innigkeit der Liebe, oder die darin sich aussprechende Begierde zur Gemeinschaft. Offenbar ist die Innigkeit oder die Tiefe oder Stärke, womit der Mensch liebt, von der Sättigungsfähigkeit seiner Liebe, welche den Umfang des durch Liebe zu Umfassenden betrifft, ganz verschieden: jemand kann vermöge seiner Eigenart fähig sein, seine Liebe mehreren Menschen zuzuwenden oder sich mehreren Liebenden zu verbinden, während ein anderer Mensch nur Einen lieben und binden kann; gleichwohl kann der erstere seine Liebe mit mehr und auch mit weniger Innigkeit bethätigen oder eine stärkere Begierde zu lieben haben, als der letztere.

Die Innigkeit, womit das Subjekt A das Objekt B liebt, hat einen bestimmten Intensitätswerth. Indem jedoch die Liebe des A nicht bloss zu dem B, sondern zu allen übrigen Objekten C, D, E . . . in Betracht gezogen wird, kömmt der relative Werth der Innigkeit der Liebe von A zu B im Vergleich zu den Innigkeiten der Liebe des A zu dem C, D, E . . . in Frage. Diese relative Innigkeit oder Verbindungsbegierde des A zu irgend einem gegebenen Objekte B ist der Ausdruck des Vorzuges, welchen A dem B vor gewissen Objekten verleiht und der Zurücksetzung, welche er ihm vor gewissen anderen Objekten ertheilt. Man kann daher die Innigkeit als die Stärke der Verbindungsbegierde betrachten, womit das Subjekt A dem Objekte B vermöge der beiderseitigen Eigenarten den Vorzug vor anderen Objekten ertheilt, eine Eigenschaft, welche die Vorzüglichkeit des Objektes ausmacht.

Die Innigkeit der Liebe bedingt die Festigkeit des geschlossenen Bundes. Vor der Schliessung des Bundes erscheint sie als eine Spannung, als eine Tendenz zur Stiftung der Verbindung und vertritt, soweit es sich um primäre Verbindungen handelt, die Stelle der elektrischen Spannung der chemischen Elemente (§. 286). Ehe wir in die Erläuterung einer primären Verbindung eingehen, heben wir hervor, dass für einunddieselbe Art der Liebe die verschiedenen Objekte, welche ein Subjekt zu lieben fähig ist, nach dem auf der Eigenart dieser Subjekte beruhenden Grade der Innigkeit, womit sich diese Liebe bethätigen kann, oder nach

dem Vorzuge, welchen es den Objekten ertheilt, offenbar eine Reihe in gerader Linie bilden, worin jedes Objekt eine bestimmte Stelle einnimmt. Das Subjekt A ist der Nullpunkt dieser Reihe und der Abstand AB bis zu dem Objekte B misst die Innigkeit der zwischen A und B möglichen Liebe, oder den Vorzug, welchen A dem B ertheilt. Vermöge der in Rede stehenden Grundeigenschaft ordnet also das Subjekt A alle Objekte in Abständen von sich, stellt das eine näher, das andere entfernter und dieser Abstand (oder vielmehr dessen reziproker Werth) erscheint als das Maass der Spannung oder bezeichnet den Primitivitätswerth derselben.

Ein Theil der Objekte wie B kömmt rechts von A zu stehen oder hat eine positive Spannung gegen A, ein anderer Theil wie B' kömmt links von A zu stehen oder hat eine negative Spannung gegen A. Ganz dasselbe gilt auch von der Spannungsreihe der chemischen Elemente: wenn man eins derselben, z. B. das Kupfer zum Nullpunkte nimmt, haben eine gewisse Zahl wie Zink, Wasserstoff, Kalium positive Spannung, andere dagegen, wie Quecksilber, Gold, Chlor, Sauerstoff negative Spannung. Eine Verbindung des Kupfers mit einem der ersteren Stoffe ruft den positiven elektrischen Strom, eine Verbindung mit einem der letzteren Stoffe dagegen den entgegengesetzten oder negativen Strom hervor; eine Verbindung des Kupfers mit einem weiter hinaus liegenden positiven Elemente steigert den positiven Strom, eine Verbindung mit einem weiter hinaus liegenden negativen Elemente steigert den negativen Strom. Der Unterschied zwischen der Spannungsreihe der Stoffe und der der Herzen besteht nur darin, dass die Stoffe, dem menschlichen Geiste gegenüber, sämmtlich Objekte sind und dass in dieser Stellung zum Menschen keiner die Stellung eines Subjektes und absoluten Ausgangspunktes hat, dass also von je zwei Stoffen jeder beliebige als Subjekt gedacht werden kann, dass mithin in jeder Verbindung zwischen zwei chemischen Stoffen A und B eine positive Spannung AB und auch eine negative Spannung BA liegt, in Folge deren jede beliebigen zwei chemischen Elemente eine Verbindungsbegierde gegeneinander zeigen, in welcher die positive und die negative Spannung aufgeht. Hiergegen bildet im Gebiete der Herzen jeder Mensch ein Subjekt und jeder andere Mensch ein Objekt. In Folge dessen nimmt das Subjekt einen absoluten Nullpunkt ein, auf dessen einer Seite die Objekte mit positiver Spannung stehen, während auf der anderen Seite die Objekte mit negativer Spannung stehen. Bei jeder in Betracht kommenden Verbindung ist A das Subjekt; dasselbe kann in seinem eigenen Herzen niemals die Rolle des Objektes spielen. Für das Subjekt A kommen also immer nur die Verbindungen in Betracht, bei welchen A voran steht; es kann daher nicht statt der Verbindung AB die Verbindung BA gesetzt werden, weil hierin nicht A, sondern B das Subjekt ist, mithin BA keine Verbindung im Gemüthe des A, sondern eine Verbindung im Gemüthe des B ist.

Hieraus ist klar, dass die Verbindungsbegierden, welche das Subjekt A zu den auf der positiven Seite von ihm belegenen Objekten B hat, einen absoluten Gegensatz zu denen bilden, welche es zu den auf der negativen Seite liegenden Objekten B' hat. Die erstere Begierde ist positive Verbindungsbegierde oder positiver Vorzug zur Verbindung, die

letztere ist negative Verbindungsbegierde oder negativer Vorzug, d. h. Zurücksetzung oder Tendenz zur Verhütung, Abwehr oder Auflösung einer Verbindung. Wenn es sich um eine beliebige Art von Neigung handelt, ist die positive Neigung Zuneigung und die negative Neigung Abneigung.

Wenngleich bei der Neigung zwischen zwei Individuen A und B das eine A immer das Subjekt ist, sodass es sich um die Neigung von A zu B handelt; so kömmt diese Neigung doch in zwei einander entgegengesetzten Thätigkeitsbeziehungen in Betracht, nämlich als aktive, von A ausgehende, und als passive, von A ertragene, durch die Aktivität des B bedingte Neigung in Betracht. Demgemäss macht sich die positive Neigung oder die Zuneigung einmal als eine Anziehung, welche A auf B ausübt, und welche die Liebe von A zu B bildet, einmal aber als ein Angezogenwerden, vermöge dessen A sich zu B hingezogen fühlt oder von B geliebt wird, geltend. Das Nämliche gilt von der negativen Neigung oder von der Abneigung. Vermöge der aktiven Abneigung äussert A gegen B eine Abstossung oder eine Trennungstendenz, welche Hass heisst, vermöge der passiven Abneigung bildet sie eine Abwehr, ein Sträuben gegen die Verbindung mit B, ein Abgestossenwerden von B.

Zuneigung und Abneigung, Liebe und Hass bezeichnen zwei entgegengesetzte Tendenzen, die eine zur Verbindung, die andere zur Trennung in derselben Thätigkeitsrichtung: bei der Liebe zwischen A und B sind diese beiden Tendenzen einander zugewandt, bei dem Hasse zwischen A und B sind sie voneinander abgewandt, der Unterschied zwischen Liebe und Hass liegt also in der Umkehrung der Zuwendung in Abwendung, also in der gemeinschaftlichen Umkehrung der Tendenzen beider Individuen A und B. Immer bleibt aber sowohl bei der Liebe, wie beim Hasse derjenige Gegensatz der Tendenz des A gegen die Tendenz des B bestehen, welcher eben darin liegt, dass diese Tendenzen bei der Liebe sich einander zuwenden und dass sie bei dem Hasse sich voneinander abwenden. Verbindungstendenz erfordert daher ebenso wie Trennungstendenz einen Gegensatz, welcher daraus entspringt und nur dadurch möglich ist, dass A und B in der Spannungsreihe zwei verschiedene Örter einnehmen oder einen Spannungsunterschied besitzen, d. h. dass sie eine verschiedene Eigenart haben; denn die besondere Eigenart ist es, welche einem jeden seinen besonderen Ort in der Spannungsreihe, also die relative Spannung gegen den Anderen anweis't. Dieser auf der Verschiedenheit der Eigenart von A und B beruhende Gegensatz, welcher die Spannungsdifferenz oder die relative Spannung zwischen A und B bedingt, ist also ein Qualitätsgegensatz, ohne welchen diese Spannung, mithin Verbindungs- und Trauungstendenz oder Liebe und Hass unmöglich ist. Je stärker dieser qualitative Gegensatz der Eigenart ist, desto stärker ist die Liebe oder der Hass zwischen A und B.

Da der zur Liebe unbedingt erforderliche Gegensatz ein qualitativer ist, darf er nicht mit einem quantitativen, kontradiktorischen, kausalen oder sonstigen Gegensatze verwechselt werden. Beispielsweise ist es nicht der Gute und der Böse, der Grosse und der Kleine, der Schöne und der Hässliche, der Reiche und der Arme, welche sich lieben, sondern diejenigen sind der stärksten Liebe fähig, welche vermöge ihrer besonderen

Eigenart eine gegenseitige Ergänzung und innige Verschmelzung zu der vollkommensten Gemeinschaft ermöglichen.

Der qualitative Gegensatz, welcher die Liebe und den Hass bedingt, beruht auf einer Polarität der Lebensthätigkeit. Individuen von entgegengesetzter Polarität ziehen sich an, Individuen von gleicher Polarität stossen sich ab.

Die Fähigkeiten, welche eine Ergänzung zu einer vollkommenen und eigenartigen Gemeinschaft gestatten, bedingen die eigentliche oder reelle Liebe, entsprechend der elektrischen Spannung der chemischen Stoffe. Die von dieser echten Liebe Beseelten verschmelzen sich nicht durch Verstärkung gleichartiger Eigenschaften, sondern durch Ergänzung qualitativer Gegensätze zu einer Weseneinheit; sie leben nicht bloss miteinander, theilen nicht bloss die Güter, die Geschicke und Missgeschicke, sondern sie leben vermögeeinander oder durcheinander und füreinander, die Güter des Einen sind die des Anderen. Zwei sich wahrhaft Liebende bilden ein wirkliches Paar, nämlich ein dualistisch zusammengesetztes einheitliches Wesen mit eigenthümlichen Fähigkeiten, mit besonderen Begriffen, Vorstellungen, Handlungen, Neigungen und Lebensweisen. Dasselbe gilt von dem Bunde mehrerer Liebenden. Die Liebe erscheint immer als die Neigung zur Bildung einer individuellen Einheit durch Ergänzung der in ihrer einseitigen Polarität unvollständigen Genossen.

Vermöge seiner eigenartigen individuellen Fähigkeiten gruppirt jedes Subjekt die Objekte nach deren eigenartigen individuellen Fähigkeiten in der Spannungsreihe, die Liebe und der Hass treffen eine Auswahl unter den Objekten, die Liebe ertheilt dem einen Objekte vor dem anderen den Vorzug (giebt ihm auf Grund des grösseren qualitativen Gegensatzes den entfernteren, die stärkere Spannung bezeichnenden Platz), der Hass setzt das eine Objekt gegen das andere zurück oder verwirft das eine vor dem anderen.

Ausser der auf der Individualität der Einzelnen beruhenden Stellung gruppirt die Natur die Menschen und überhaupt die Angehörigen einer lebendigen Gattung nach einer natürlichen vitalen Polarität; Diess ist das Geschlecht. Vermöge des Geschlechtes nehmen alle männlichen Individuen eine gewisse Sphäre und alle weiblichen Individuen eine andere Sphäre ein, deren Schwerpunkt einen gewissen positiven Abstand in der reellen Spannungsrichtung hat. Die auf dieser Polarität beruhende Liebe ist die Geschlechtsliebe; dieselbe stiftet zwischen Mann und Weib eine allgemeine Zuneigung, die natürliche reelle Liebe. Diese Liebe hat Grade, welche durch die Individualität bedingt sind, aber keinen Gegensatz; einen Geschlechtshass giebt es nicht als Naturprinzip, sondern nur als Abnormität oder Abweichung vom normalen Naturgesetze. Die Sphäre der männlichen Individuen braucht nämlich nicht ganz ausserhalb der Sphäre der weiblichen Individuen zu liegen, sondern kann diese schneiden, wodurch manche Individuen beiderlei Geschlechts eine entgegengesetzte Lage gegeneinander annehmen, welche die letztere Abnormität anzeigt. Das Naturprinzip, welches die Geschlechtsliebe hervorruft, liegt in dem Zwecke der dadurch gestifteten Verbindung, dieser Zweck ist die Fortpflanzung des Individuums oder die Erhaltung der individuellen Lebensform.

Wenn wir die Fähigkeiten, welche eine eigentliche Verbindung und die eigentliche Liebe möglich machen, welche also den Herzen eine Stelle in der reellen Grundaxe OX anweisen, die reellen oder primären Fähigkeiten nennen; so sind die imaginären oder sekundären Fähigkeiten solche, welche den Herzen einen normalen Abstand von der Grundaxe der reellen Neigungen oder einen Abstand voneinander in der Richtung der sekundären Axe OY zuweisen. Diese letztere Axe vertritt die metallische Axe der chemischen Stoffe (§. 286). Vermöge der sekundären Ordinaten besitzen die Herzen die Fähigkeit zu einer besonderen Art von Verbindungen, welche den chemischen Legirungen analog sind. Die oberhalb der Grundaxe des Subjektes A liegenden Objekte äussern gegen dieses Subjekt eine Zuneigung, welche die Freundschaft ist, die unterhalb liegenden dagegen eine Abneigung, welche die Feindschaft ist.

Freundschaft erscheint hiernach als imaginäre oder sekundäre Liebe, Feindschaft als sekundärer Hass. Der Freundschaftsbund ist ein ganz anderer, als der Liebesbund; er verbindet nicht primäre, sondern sekundäre Qualitätsgegensätze; er verschmilzt nicht die eigenartigen Fähigkeiten der entgegengesetzt polarisirten einseitigen Genossen zu einer gemeinschaftlichen Lebensweise, sondern, indem er diese reellen Fähigkeiten eines Jeden unberührt lässt, verschmilzt er neutrale Gegensätze der Genossen, nämlich solche Gegensätze, wodurch diese Genossen als isolirte Individuen einer allgemeinen Gattung erscheinen. Die Freundschaft hebt also die Isolirung der Genossen auf, oder verschmilzt solche Gegensätze, welche die Isolirung bedingen, nicht solche, welche die Polarität bedingen.

Durch diese Verschmelzung stärkt der eine Freund den anderen, hilft ihm, nimmt Theil an seinem Geschicke, freut sich mit ihm und leidet mit ihm, ohne sich mit ihm zu identifiziren, ohne mit ihm alle Güter gemeinsam zu besitzen, ohne mit ihm ein gemeinsames Leben zu führen, wie es die Liebe thut. Während also der Grundcharakter der Liebe in der Tendenz zur Gemeinschaft des Lebens besteht, beruht der Grundcharakter der Freundschaft in der Tendenz zur gegenseitigen Hülfe.

Freundschaft basirt ebenfalls auf einem Gegensatze, aber auf dem, welcher die Isolirung bedingt, nicht auf demjenigen, welcher die Polarität bedingt. Im Gegentheil, ist Gleichheit der Polarität ein Beförderungsmittel der Freundschaft; intime Freundschaft setzt eine Ebenbürtigkeit, eine Gleichartigkeit des Lebenszieles, jedoch eine Verschiedenheit der Mittel zur Erreichung dieses Zieles voraus.

Die Liebe stiftet eine Verbindung, in welcher die Genossen mit ihrer Eigenart aufgehen, um einem Bunde mit eigenartigen Fähigkeiten Platz zu machen. Die Freundschaft bildet eine Zusammenfassung der Genossen mit ihren unveränderten Eigenarten, also eine Verschmelzung der Hülfsmittel der Genossen; sie giebt dem Genossen eine Stütze, erzeugt einen Zusammenhang zwischen den Genossen, kräftigt den Einen durch den Anderen, erzeugt also einen Bund mit vereinten Kräften. Freundschaft ist daher das generelle Band der Gattung, d. h. die Neigung, welche die Individuen zum Leben in einer Gattungsgemeinschaft vereint.

Jedes Subjekt gruppirt die Objekte nach seiner und der Letzteren Eigenart in Abständen, welche der sekundären Axe OY parallel laufen

und die Stärkegrade der möglichen Freundschaft oder Feindschaft zum Subjekte bezeichnen. Die Natur stiftet aber zwischen allen Individuen einer animalischen Gattung eine natürliche Freundschaft, welche bei Menschen die Menschenliebe oder Nächstenliebe heisst und kraft deren alle Objekte sich auf die positive Seite der sekundären Axe vom Subjekte aus stellen. Einen natürlichen Menschenhass giebt es nicht, d. h. derselbe ist kein Produkt normaler Naturkräfte, sondern nur eine Abnormität. Das Naturprinzip, welches die Menschenliebe schafft, ist die Erhaltung oder Zusammenhaltung der Gattung. Ohne diese Liebe gäbe es keine Familie, keine Gemeinde, kein Volk, keine Menschheit, sondern nur isolirte, unabhängige, hülflose Menschen, nur Elemente oder Trümmer von Gattungen ohne die in der Zusammenschliessung durch Nächstenliebe liegende gegenseitige Unterstützung, ohne den aus diesem Freundschaftsbunde entspringenden gemeinsamen Schutz und ohne die durch die Zusammenwirkung ermöglichte Kraftentfaltung, Entwicklung und Vervollkommnung.

Überimaginäre oder tertiäre Liebe entspricht der chemischen Affinität der in der Richtung der tertiären oder organidischen Axe OZ voneinander abstehenden Stoffe (§. 286); wir nennen sie Interesse, Theilnahme oder Sympathie, insofern sie positiv ist oder einen Höhenabstand oberhalb der durch das Subjekt gehenden Grundebene XY bezeichnet. Ein negatives Interesse, welches einen Tiefenabstand unter dieser Ebene anzeigt, wollen wir Widerwillen oder Antipathie nennen.

Das Interesse ist im Allgemeinen das Band zwischen Gattungen oder dasjenige, welches Gattungen zu einer Gesammtheit verbindet. Das Interesse verbindet also zwei Individuen, welche sich durch ihre Eigenart nicht als isolirte Individuen einundderselben Gattung, sondern als Angehörige zweier isolirten Gattungen einer allgemeinen Gesammtheit oder als ungleichartige Individuen darstellen. Die Gattungen isoliren sich durch tertiäre Gegensätze der Individuen; die Verbindung durch Interesse beruht also auf der Verschmelzung tertiärer Gegensätze.

Die tertiäre Liebe oder das Interesse verbindet verschiedene animalische Gattungen, die Menschheit mit dem Thierreiche, aber auch mit nichtanimalischen Naturreichen. Im Allgemeinen gehört also hierher die Liebe eines Menschen zu einem Thiere, zu einer Sache, zu einer Beschäftigung, zu einer Wissenschaft, zu einer Kunst, zur äusseren Natur u. s. w. Ein Interesse kann tief oder mächtig sein, ist aber doch ein Gefühl, welches zur Freundschaft und zur reellen Liebe in Neutralitätsbeziehung steht. Das Interesse ist eine Theilnahme oder Betheiligung an dem Geschicke eines ungleichartigen Wesens ohne die gegenseitige Hülfe der Freundschaft und ohne die Gemeinschaft der Liebe, eine Betheiligung durch Regungen des Gemüthes, welche aus der Neigung zur Herstellung einer Gesammtheit von verschiedenartigen Wesen entspringen.

Nach den individuellen Fähigkeiten oder Anlagen des Subjektes und denen der Objekte gruppiren sich die letzteren in Höhen- und Tiefenabständen gegen die Ebene XY. Die Natur pflanzt jedoch in jedes Menschen Herz ein generelles positives Interesse an der Welt, welche man die Liebe zur Welt nennen kann. Zu ihr gehört die Liebe zu den Mitgeschöpfen und die Liebe zum Leben. Negatives Interesse, Widerwille

gegen die Welt, Welthass, Lebensüberdruss, besteht nur als Abnormität. Das Naturprinzip, welches die Liebe zur Welt stiftet, besteht in der Erhaltung der Gesammtheit oder in der Verbindung der Menschheit mit allen Naturreichen durch zweckmässiges Verhalten.

Wie ein Punkt im Raume gegen den Anfangspunkt O eine reelle Ordinate x, eine imaginäre Ordinate $y\sqrt{-1}$ und eine überimaginäre Ordinate $z\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$, also den überkomplexen Vektor

$$(r) = x + y\sqrt{-1} + z\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$$

haben kann, und wie ein Stoff jeden beliebigen Ort im chemischen Raume einnehmen, also zugleich elektrische, metallische und organidische Spannung gegen den Stoff O haben kann, ebenso kann ein Objekt B mit dem Subjekte A zugleich durch Liebe, Freundschaft und Interesse verbunden sein oder die Fähigkeit zu einer solchen Verbindung besitzen. Die allermeisten Neigungen und Gefühle sind auf diese Weise überkomplex zusammengesetzt und die verschiedenen Relationen zwischen den drei Koordinaten x, y, z oder zwischen Liebe, Freundschaft und Interesse bedingen die verschiedenartigen Neigungen.

Von besonderer Wichtigkeit ist es, dass jeder Mensch einen Inbegriff von zahlreichen verschiedenen Fähigkeiten bildet. Jede dieser Fähigkeiten des Subjektes A ist ein besonderes Subjekt; für jede derselben gruppiren sich also die Objekte der Welt in besonderer Weise. Jenachdem es sich also um reelle Liebe, oder um Geschlechtsliebe, oder um Freundschaft, oder um Menschenliebe, oder um Interesse für Mitgeschöpfe, oder um andere besondere Arten von Neigungen, z. B. um Achtung, Wohlwollen, Dankbarkeit u. s. w. handelt, kann der Mensch B gegen den Menschen A ganz verschiedene Örter im Gefühlsgebiete einnehmen. Wollte man dem B für alle Fälle eine bestimmte Stelle gegen A anweisen; so dürfte man A und B nicht wie zwei Punkte, sondern wie zwei Punktsysteme (A_1, A_2, A_3 ...) und B_1, B_2, B_3 ...) betrachten, in welchen die Linien $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, $A_3 B_3$ u. s. w. ganz verschiedene Richtung und Länge hätten.

Da der Mensch veränderlich ist; so variiren seine Fähigkeiten theils durch die Erweiterung seiner Erkenntnisse, theils im Verlaufe der Zeit durch Ereignisse, theils kraft seiner Willensäusserungen, theils vermöge seiner Verbindungen, theils unter dem Einflusse der verschiedensten Lebensbedingungen, die Gruppirung der Objekte für das Gemüth eines Subjektes A wird also in jedem Augenblicke seines Lebens eine andere sein. Ausserdem leuchtet ein, dass nicht bloss die natürliche Entwicklung des Menschen, sondern auch die planmässige Ausbildung desselben seine Stellung in der Welt als Gefühlssubjekt und als Gefühlsobjekt verändert, dass also das Gemüth wie jedes andere Vermögen des Menschen bildsam ist.

Bei der Gruppirung der Individuen nach einer bestimmten Fähigkeit kömmt nach Vorstehendem eine primäre, eine sekundäre und eine tertiäre Spannungsreihe in Betracht. In jeder haben wir das Subjekt O_0 nach Fig. 1262 so gestellt, dass auf der einen Seite von ihm alle Objekte O_1, O_2, $O_3 \ldots O_x$ stehen, welche Zuneigung zu demselben vom Grade 1, 2, 3 ... x haben, während auf der anderen Seite alle Objekte

O_{-1}, O_{-2}, $O_{-3} \dots O_{-x}$ stehen, welche Abneigung gegen dasselbe vom Grade 1, 2, 3 ... x oder negative Zuneigung -1, -2, $-3 \dots -x$ zu ihm haben. Da das Objekt O_2 also mit der Kraft 2, das Objekt O_3 dagegen mit der Kraft 3 gegen O_0 hingezogen wird; so findet auch zwischen den beiden Objekten O_2 und O_3 eine Anziehung $3 - 2 = 1$, zwischen den beiden Objekten O_{-2} und O_{-3} dagegen eine Abstossung $-3-(-2) = -1$ statt. Man sieht, alle rechts stehenden Objekte haben Zuneigung zueinander, alle links stehenden haben Abneigung gegeneinander und das Subjekt O_0 steht auf der Grenze zwischen beiden, ist also ein Individuum, welches gegen sich selbst die Anziehung oder Abstossung null ausübt. Zwei gleich weit rechts und links von O_0 abstehende Individuen wie O_2 und O_{-2} verhalten sich ebenfalls gleichgültig gegeneinander, da das eine von O_0 ebenso stark angezogen, wie das andere abgestossen wird. Jedes Objekt O_3, welches von O_0 weiter nach rechts absteht, als ein Objekt O_{-2} nach links absteht, hat zu diesem Zuneigung $3 - 2 = 1$; jedes Objekt O_{-3} aber, welches von O_0 weiter nach links absteht, als ein Objekt O_2 nach rechts absteht, hat gegen dieses Abneigung $-3 + 2 = -1$.

Nach dieser Darstellung zerfallen alle Individuen der Welt in zwei Klassen, von welchen die eine Klasse solche Individuen O_0, O_1, $O_2 \dots$ enthält, welche sich sämmtlich untereinander zu lieben vermögen, während die andere Klasse solche O_0, O_{-2}, $O_{-3} \dots$ enthält, welche sich sämmtlich untereinander zu hassen vermögen. Jede Klasse gruppirt sich nach der Eigenart der Individuen so, dass gleich weit von der Mitte O_0 abstehende gegeneinander gleichgültig sind, während alle von der Mitte entfernteren gegen die näheren stärkere Liebe, resp. stärkeren Hass gegen O_0 und gegen die näher an O_0 heran liegenden Objekte nach Ausweis der Fig. 1262 zu haben vermögen.

Das Subjekt O_0, welches der Fig. 1262 entspricht, ist offenbar ein singuläres Individuum in der Welt, welches einen natürlichen oder absoluten Nullpunkt in der Spannungsreihe bezeichnet. Jedes andere Individuum, welches nicht diese spezielle Eigenart hat, kann nicht an der Stelle O_0 stehen. Man kann aber jedes beliebige Individuum, z. B. O_2 zum Subjekte und zum Ausgangspunkte der Spannungsreihe nehmen, sodass dasselbe einen angenommenen Nullpunkt bildet. Diess ist in Fig. 1263 dargestellt, indem die Pfeile in leicht verständlicher Weise die Zu- und Abneigungen bezeichnen, welche zwischen dem Subjekte O_2 und den übrigen Individuen bestehen. Wählt man, allgemein, das Individuum O_n zum Subjekte und Nullpunkte; so stehen rechts von ihm die Individuen O_{n+1}, $O_{n+2} \dots O_{n+x}$, welche zu ihm die Zuneigung 1, 2 ... x haben, links von ihm stehen zuvörderst die Individuen O_{n-1}, $O_{n-2} \dots O_0$, welche die Zuneigung 1, 2 ... n haben, alsdann folgen die Individuen O_{-1}, $O_{-2} \dots O_{-n}$, welche die Zuneigung $n-1$, $n-2 \dots 0$ haben, und endlich reihen sich die Individuen O_{-n-1}, $O_{-n-2} \dots O_{-n-x}$ an, welche die Abneigung -1, $-2 \dots -x$ haben. Wird das Subjekt unter den zu gegenseitigem Hass organisirten Individuen gewählt; so ergiebt sich leicht die entsprechende Figur.

Eine ähnliche Gruppirung, wie sie eben für die primäre Spannungsreihe beschrieben ist, findet auch in der sekundären und tertiären Reihe

statt. Jede dieser beiden Reihen steht zu der anderen und zu der primären Reihe in einem Neutralitätsverhältnisse, welches sich nach dem Kardinalprinzipe als ein mittleres Zwischenstadium des Überganges zwischen zwei Gegensätzen ergeben muss. Nun kömmt aber, um einen Übergang von einer Zuneigung zu einer Abneigung zwischen zwei Individuen zu bilden, nicht bloss deren relativer Ort, also die Richtung ihrer Verbindungslinie, sondern auch die Richtung der ausgeübten Spannungen in Betracht. Jenachdem man diese beiden Richtungen selbstständig oder in Abhängigkeit voneinander variirt, ergeben sich verschiedene Übergangsprozesse, also auch verschiedene Zwischenstufen und Neutralitäten, welche wir zu untersuchen haben.

Zuvörderst bemerken wir, dass wenn man in Fig. 1262 das Subjekt im absoluten Nullpunkte O_0 festhält und das liebende Objekt O_x, welches die positive Zuneigung x zeigt, immer näher an den Nullpunkt heran und sodann nach links über denselben hinaus rückt, die Zuneigung x sich allmählich vermindert und, indem sie den Nullwerth passirt, in Abneigung $-x$ übergeht, dass jedoch dieser Prozess nicht derjenige ist, in welchem nach dem Kardinalprinzipe die Neutralitätsstufe anzutreffen ist, weil hierzu der Abstand zwischen O_0 und O_x nicht seine Länge, sondern seine Richtung ändern muss. Der Übergang durch den Nullwerth, also die auf dem Nullwerthe der reellen Spannung oder auf dem Mangel an Liebe oder Hass beruhende Gleichgültigkeit ist nicht der Neutralitätszustand, um welchen es sich handelt.

Ebenso wenig ist der in Fig. 1264 dargestellte Prozess, bei welchem das Subjekt A und das Objekt B ihren Ort behalten, während ihre Spannungen Aa, Bb sukzessiv ihre Richtungen in Aa', Bb', dann in Aa'', Bb'', dann in Aa''', Bb''' u. s. w. ändern, der fragliche Übergang: denn da die Spannung prinzipiell eine Funktion des Ortes der beiden Individuen oder ihrer Ortsdifferenz AB ist; so kann sie sich nicht ändern, wenn die Örter A und B unverändert bleiben.

Nothwendig muss also die Ortsdifferenz AB oder der relative Ort des Objektes B gegen das Subjekt A eine Änderung erleiden, d. h. sich um den Punkt A drehen. Erlitten aber die Spannungen Aa, Bb eine gleichmässige Drehung, sodass sie nach Fig. 1265 stets eine direkte Anziehung zwischen A und B anzeigten; so könnte auch Diess nicht der gesuchte Prozess sein, weil sich daraus nach einer halben Umdrehung in die Lage AB''' keine Abstossung, sondern immer nur Anziehung ergeben würde.

Der fragliche Prozess ist hiernach der, bei welchem, wie Fig. 1266 zeigt, das Objekt sich im Kreise $BB_1 B_2 B_3 B_4 \dots$ um das Subjekt A bewegt, während die vom Subjekte A und vom Objekte B ausgehenden Spannungen stets die ursprüngliche Richtung und Stärke behalten. Hierdurch verwandelt sich das System der beiden Gegenspannungen nach einer Vierteldrehung in ein Kräftepaar, welches die beiden Individuen A und B_2 nicht gegeneinander hin oder voneinander hinweg treibt, sondern umeinander nach einer aus den Pfeilen erkennbaren Seite herum zu verdrehen strebt. Nach einer halben Umdrehung zeigen die beiden Individuen A und B_4 die Trennungstendenz, nach einer Dreivierteldrehung

in die Lage A, B_6 aber wieder Verdrehungstendenz nach einer der früheren entgegengesetzten Seite.

Die Lage B_2 repräsentirt ein Individuum mit positiv neutraler Liebe zu A oder einen Freund von A, die Lage B_6 ein Individuum mit negativ neutraler Liebe oder einen Feind von A. Die vier Zwischenlagen B_1, B_3, B_5, B_7 entsprechen der komplexen Liebe und zwar den vier Werthen $+x+y\sqrt{-1}$, $-x+y\sqrt{-1}$, $-x-y\sqrt{-1}$, $+x-y\sqrt{-1}$, also den Kombinationen der Liebe und des Hasses mit der Freundschaft und der Feindschaft. Eine jede solche komplexe Neigung zerlegt sich nach Fig. 1267, wenn man die Spannungen Aa und $B_1 b_1$ bei A und B in zwei Komponenten parallel und normal zur Verbindungslinie AB_1 zerlegt, in eine direkte Anziehung oder Abstossung und in eine nach links oder nach rechts herum wirkende Verdrehungstendenz.

Die Verdrehungstendenz der Freundschaft und Feindschaft ist nach Fig. 1268 folgendermaassen aufzufassen. Allen in der primären Axe OX liegenden Individuen A, B, B_4, mögen sie das Subjekt A lieben oder hassen, schreiben wir eine Axe Aa, Bb, $B_4 b_4$ von übereinstimmender Richtung zu. Den in einem sekundären Abstande von der Grundaxe OX liegenden Individuen A, B_2, B_6 schreiben wir dagegen divergirende Axen zu; die Axenrichtung $B_2 b_2$ eines oberhalb OX liegenden Individuums B_2 weicht nach oben, die Axenrichtung $B_6 b_6$ eines unterhalb OX liegenden Individuums B_6 weicht nach unten von der Axenrichtung des Subjektes A ab, und zwar ist die Grösse der Abweichung dem Abstande des Individuums B_2 oder B_6 von der Linie OX, also der Ordinate y proportional. Die vorhin beschriebene Drehungstendenz, welche durch die Pfeile bei B_2 und B_6 angedeutet ist, sucht nun die Divergenz der Axen der beiden befreundeten Individuen A und B_2 zu verkleinern, die der beiden verfeindeten Individuen A und B_6 dagegen zu vergrössern.

Hiernach erscheint uns die Liebe als eine Neigung, welche die Individuen anzieht, indem sie deren Selbstständigkeit aufhebt und zu einer eigenartigen Gemeinschaft verschmilzt, die Freundschaft dagegen, als eine Neigung, welche nicht die Individuen selbst, sondern die ihnen eigenthümlichen Individualitätsaxen, worauf ihre Isolirung und Selbstständigkeit beruht, verschmilzt oder deren Individualitätsdivergenz aufhebt. Liebe stiftet wirkliche Verbindung der Individuen durch Anziehung ihres ganzen Wesens, Freundschaft stiftet Konkordanz der Axen dieser Wesen durch Hinüberneigung oder Torsionsanziehung. Der Freund akkommodirt sich dem Freunde, schmiegt sich seinen Anschauungen an, lenkt seine Bestrebungen auf gemeinsame Ziele, während die Liebe den Geliebten absorbirt, sich mit ihm in einunddemselben Gemeinwesen identifizirt.

Es ist beachtenswerth, dass sich die Liebe $+x$ so gut mit Freundschaft $+y\sqrt{-1}$, als auch mit Feindschaft $-y\sqrt{-1}$, auch dass sich Hass (Abneigung) $-x$ so gut mit Feindschaft $-y\sqrt{-1}$, als mit Freundschaft $+y\sqrt{-1}$ kombiniren lässt. Im gewöhnlichen Leben werden zwar Liebe und Freundschaft, sowie auch Hass und Feindschaft so miteinander konfundirt, dass eine Kombination von Liebe und Feindschaft, sowie von Hass und Freundschaft absurd erscheint: wenn man jedoch auf den Grund

der Dinge geht und nöthigenfalls andere Namen für die obigen Grundeigenschaften gebraucht: so verschwindet das Auffällige. Ein Mann kann sehr wohl ein Weib lieben, mit welchem er doch nach ihren beiderseitigen Individualitäten nur in Feindschaft leben kann: ebenso kann ein Mann mit einem Manne sehr wohl in Freundschaft leben, obwohl er nach seinem Wesen eine Abneigung (Hass) gegen ihn empfindet; so wird z. B. heutigen Tages mancher Franzose mit manchem Deutschen freundschaftlich verkehren können, obgleich er ihn hasst.

Dass sich die Liebe in der Kombination mit Feindschaft anders äussert, als in der Kombination mit Freundschaft, dass die Kombination der Liebe mit Feindschaft selten ist und sich vielleicht nicht haltbar erweis't, dass manche Bedingungen der Liebe, wenn sie gewisse Grade erreichen, die Feindschaft ausschliessen, ist selbstverständlich, kömmt aber, wenn es sich um die Möglichkeit jener Kombination handelt, nicht in Betracht.

Das Interesse oder die Sympathie, als tertiäre Neigung, welche die Individuen oder vielmehr die Gattungen in normalen Abständen von der Grundebene XY ordnet, erscheint nun als eine Tendenz, welche nicht die Individualitätsaxen, sondern die Gattungsebenen gegeneinander zu drehen strebt, indem sie die in Fig. 1268 in der Papierfläche liegende Ebene des Objektes um die Axe Aa des Subjektes zu drehen, also das Objekt zu wälzen strebt. Durch das Interesse wird also die Gattungsdivergenz ausgeglichen, durch Antipathie wird sie vergrössert.

Die Örter, welche das Objekt B in den 8 Ecken des Raumes gegen das Subjekt A annehmen kann, repräsentiren die 8 Fälle der triplexen Neigung, welche der Funktion $\pm x \pm y\sqrt{-1} \pm z\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$ entsprechen. Es sind die 8 Kombinationen, welche sich aus Liebe und Hass, Freundschaft und Feindschaft, Sympathie und Antipathie bilden lassen.

Wir heben auch hier hervor, dass sich die Sympathie mit Hass und mit Feindschaft, die Antipathie aber mit Liebe und mit Freundschaft paaren kann, wenn alle diese Begriffe recht verstanden werden.

Von einem Objekte, zu welchem das Subjekt eine komplexe oder triplexe Neigung hat, kann man sagen, es liebe dasselbe in gewissen Beziehungen, hege aber in gewissen Beziehungen Freundschaft für dasselbe und in gewissen anderen Beziehungen Sympathie.

Zur Charakterisirung des Neutralitätsverhältnisses, in welchem die Freundschaft zur Liebe steht, führen wir noch an, dass sich der denkende Verstand, indem er den Namen Freundschaft gebraucht, in die sekundäre Axe OY des Gefühlsgebietes wie in eine Grundaxe versetzt und augenblicklich die dieser Richtung entsprechenden Neigungen wie reelle Neigungen von besonderer, durch die Richtung OY angezeigten Qualität behandelt. Wollte der Verstand die Axe OX, in welcher die Liebe liegt, als Grundaxe festhalten und die in der Normalen OY liegenden Gefühle als imaginäre Liebe kennzeichnen; so könnte Diess nicht durch einen Namen wie Freundschaft geschehen, welche keine logische Beziehung zur Liebe erkennen lässt, sondern als ein ganz selbstständiger Begriff für irgend ein reelles Gefühl auftritt. Für das Urtheil aus der Grundaxe OX ist die in OY liegende Freundschaft nichts Anderes, als imaginäre Neigung oder neutrale Liebe, also

Gleichgültigkeit, d. h. Gleichgültigkeit gegen eigentliche Liebe. Die beiden Gegensätze der Neutralität, welche den entgegengesetzten Richtungen OY und OY' entsprechen, sind die positive und die negative Gleichgültigkeit, d. h. die Gleichgültigkeit gegen Verbindung und die Gleichgültigkeit gegen Trennung.

Bei strenger logischer Sonderung würde in dem gegenwärtigen Paragraphen neben der reellen Neigung OX als imaginäre Neigung OY die Gleichgültigkeit gegen die reelle Neigung zu berücksichtigen, die Freundschaft aber als die einem besonderen Abweichungswinkel XOY entsprechende spezielle Neigung dem nächstfolgenden Paragraphen zu überweisen sein.

§. 565.

Neigung, als dritte Grundeigenschaft des Gemüthes.

Die Erörterungen des vorhergehenden Paragraphen betreffen die Innigkeit, Begierde oder Lebhaftigkeit, womit sich irgend eine Neigung äussern kann oder womit sie dem einen Objekte einen Vorzug vor dem anderen verleiht, ihm eine bestimmte Entfernung vom Subjekte im Qualitätsgebiete anweis't; sie betreffen aber nicht den Qualitätswerth der Neigungen selbst. Jede beliebige Neigung und jedes beliebige Gefühl kann sich mit einer bestimmten Innigkeit äussern, die Geschlechtsliebe, die Vaterlandsliebe, die Menschenliebe u. s. w., eine jede hat einen bestimmten Grad und ertheilt dem Objekte B einen bestimmten Vorzug vor anderen Objekten. In jeder dieser Neigungen giebt es eine Positivität und eine Negativität, eine Zuneigung und eine Abneigung; in jeder giebt es eine reelle und eine neutrale Tendenz. Man sieht, mit dem Wesen der Neigung hat die Innigkeit durchaus Nichts zu thun. Die Neigung macht eine ganz andere Grundeigenschaft des Gemüthes aus, nämlich die dritte, mit welcher wir uns jetzt zu beschäftigen haben.

Während die zweite Grundeigenschaft, welche dem Objekte B einen bestimmten Vorzug ertheilt, dem geometrischen Abstande des B von A entspricht, ist die dritte Grundeigenschaft die Analogie zur geometrischen Richtung oder zur logischen Relation oder zur chemischen Verwandtschaft und wir nennen sie auch im Gebiete des Herzens Verwandtschaft. Zur eigentlichen Verwandtschaft gehören, wie wir sogleich sehen werden drei Objekte. Solange nur zwei Objekte A und B gegeben sind, erscheint ihr Ortsabstand AB als eine gewisse Relation zwischen ihnen; derselbe stellt jedoch die im vorigen Paragraphen betrachtete Spannung oder Begierde dar, sobald er als eigentlicher Abstand oder Fortschrittsgrösse in Form des dreigliedrigen Aggregates $x + y\sqrt{-1} + z\sqrt{-1}\sqrt{\div 1}$ aufgefasst wird. Wird derselbe jedoch als Richtungsgrösse in der Produktform $r e^{\varphi\sqrt{-1}} e^{\psi\sqrt{\div 1}}$ aufgefasst; so stellt er die auf Qualitätsrelation oder auf Verwandtschaft gegründete Neigung von A zu B dar.

Diese Neigung, da sie aus der Qualitätsrelation der Eigenart von A zu der von B entspringt, kann auch als die relative Neigung oder die eigenartige Neigung oder die spezifische Neigung von A zu B gedacht

werden, welche der speziellen chemischen Affinität der Stoffe A und B adäquat ist (§. 278). Vermöge der Neigung trifft das Subjekt A eine Auswahl zwischen den Objekten nicht nach dem Innigkeitsgrade, welcher unmittelbar nur für die in einer geraden Linie liegenden und durch Fortschritt zu erreichenden Objekte wirksam ist, sondern nach verwandtschaftlicher Neigung, welche sich auf alle durch Drehung oder Richtungsänderung erreichbaren Objekte der Grundebene und des gesammten Qualitätsgebietes erstreckt. Die uns jetzt beschäftigende Neigung ist also soviel wie spezielles Verwandtschaftsverhältniss.

Wie die geometrische Richtung nicht durch die Relation zweier Punkte, sondern durch die Relation zweier Linien anschaulich hervortritt, so tritt auch in der Chemilogie das Wesen der dritten Grundeigenschaft erst durch die Relation oder Neigung zweier Verbindungen hervor. Diese Neigung der Verbindungen zueinander ist die eigentliche Verwandtschaft (§. 278), sie ist es, welche die Säuren, die Basen und die Salze oder die salinischen Körper stiftet (§. 287), in welchen sich das Verwandtschaftsverhältniss zweier Radikale äussert, die selbst Verbindungen von Elementen darstellen, von welchen aber ein jedes eine besondere chemische Richtung oder Neigung besitzt.

Die Analogie der Verwandtschaftsverhältnisse im Gebiete des Gemüthes tritt als die Verwandtschaft der gestifteten Verbindungen oder als die Neigung der Verbindungen zueinander auf. Beispielsweise erscheint ein Ehepaar als der zwischen einem positiven und einem negativen Individuum A und B geschlossene Liebesbund AB und wird geometrisch durch eine in der Grundaxe OX liegende Linie, chemisch aber durch eine Verbindung von Sauerstoff und Wasserstoff vertreten. Als isolirte gesättigte Verbindung entspricht sie dem Wasser. Jener Liebesbund AB steht zu anderen Herzensverbindungen, welche unmittelbar entweder eine Verbindung zwischen A und einem Dritten C, oder zwischen B und einem Dritten C, oder zwischen A und B und einem Dritten C bilden, also z. B. zu der Verbindung AC in einem Verwandtschaftsverhältnisse, welches chemisch dem salinischen Körper CAB und geometrisch dem Winkel CAB analog ist. So steht jenes Ehepaar, wenn A den Mann und B die Frau bedeutet, zu dem Bruder C des Mannes in dem Verwandtschaftsverhältnisse CAB. Dieses Verhältniss ist, wenn die Gemüther dabei nicht betheiligt sind, ein rein logisches, auch wohl ein Rechtsverhältniss: keins der letzteren kömmt hier in Betracht, sondern nur dasjenige, welches auf den Neigungen der Gemüther beruht, welches also durch die Bruderschaft zwischen A und C insoweit bedingt ist, als diese Bruderschaft nach allgemeinen Naturgesetzen theils eine Neigung von A zu C, aber auch eine Neigung von B zu C hervorruft. Im Allgemeinen handelt es sich bei der Verbindung CAB um diejenige Neigung, welche das Bündniss AB zu dem Bündnisse AC hervorruft, oder auch um die Neigung, welche das mit A durch das Band AB verbundene Individuum B durch Vermittlung dieses Bundes zu dem mit A durch das Band AC verbundene Individuum C hegt.

Wenn AB einen Liebesbund darstellt, werden die Freunde C von A im Allgemeinen auch Freunde von B sein, d. h. die Freundschaft AC oder das Verhältniss der Freunde des A zu A wird natur-

gesetzlich mit dem Liebesbunde AB harmoniren oder von demselben angezogen werden, wie es die Pfeile bei B und C in Fig. 1269 andeuten. Die Feinde D von A werden im Allgemeinen Feinde von B sein, d. h. die Feindschaft von AD oder das Verhältniss der Feinde des A zu A wird naturgesetzlich mit dem Liebesbunde AB disharmoniren oder von demselben abgestossen werden.

Der grössere Winkel BAC_1 zeigt eine stärkere Verwandtschaft des Bundes AC_1 zu dem Bunde AB, als der Bund AC an. Die drei Bunde AB, AC, AC_1 ziehen sich gegenseitig an, bei der Konkurrenz der beiden AC und AC_1 in ihren Neigungen zu AB siegt AC_1 vermöge der stärkeren Verwandtschaft; bei der Konkurrenz der beiden AB und AC_1 in ihren Neigungen zu AC hat keines ein entschiedenes Übergewicht; bei der Konkurrenz der beiden AB und AC in ihren Neigungen zu AC_1 hat AB vermöge der stärkeren Verwandtschaft die Oberhand. Die beiden Bündnisse AC und AD haben keine Zu- und keine Abneigung zueinander, ihr Verwandtschaftsverhältniss ist daher ein neutrales. Während die Winkelfigur BAC einer chemischen Base, der Figur BAD einer Säure entspricht, ist die Figur DAC die Analogie eines Salzes.

Bei der ersten Grundeigenschaft, der Fähigkeit, kömmt nur ein einzelnes Individuum in Betracht; bei der zweiten Grundeigenschaft, der Spannung oder Verbindungsbegierde, kommen zwei Individuen in Betracht; bei der dritten Grundeigenschaft, der Verwandtschaft, kommen im Allgemeinen drei Individuen in Betracht, es handelt sich hierbei um ein Verhältniss von Spannungen oder um eine indirekte, durch Vermittlung eines Anderen erregte Neigung zwischen B und C. Von besonderer Wichtigkeit sind diejenigen Verwandtschaftsverhältnisse, welche nach ihrer Natur nicht zusammen bestehen können, bei welchen vielmehr die Stiftung des einen wegen der dadurch bedingten übermässigen Inanspruchnahme der Sättigungsfähigkeit des einen Individuums die Auflösung des anderen Verhältnisses nach sich zieht. Angenommen, A sei in Fig. 1270 mit B durch irgend eine Neigung verbunden. Wenn C ein drittes Individuum ist, welches genau oder nahezu in der Linie AB liegt, welches also dieselbe oder eine ganz ähnliche, aber eine viel stärkere Neigung zu A hat, als B; so können die beiden Neigungen zu B und zu C nicht zugleich in A bestehen: wenn also A mit C wirklich in Verbindung tritt, lös't sich die Verbindung mit B. Das Gefühl, welches sich in dem mit A verbundenen Individuum B bei der Konkurrenz des Individuums C, das sich mit A auf Kosten der Verbindung mit C zu verbinden trachtet, gegen C regt, also das durch A vermittelte Gefühl von B gegen C ist Eifersucht. Die Eifersucht des B ist eine Art von Feindschaft gegen C mit Furcht vor der Trennung von A, also mit Furcht vor dem Verluste eines Gutes, eine Furcht, welche nach wirklich erfolgter Trennung in Trauer über den erlittenen Verlust übergeht.

Wenn die Konkurrenz von B und C auftritt, ehe die Verbindung von B mit A geschlossen war, wenn sie also eine gemeinschaftliche Werbung, ein Streben nach Verbindung unter Verhinderung der Verbindung mit dem Anderen darstellt, ist jenes Gefühl Nebenbuhlerschaft.

Dasselbe ist auch der Fall, wenn zwei Individuen C und D um die Auflösung der Verbindung AB wetteifern.

Was den Gegensatz der Eifersucht betrifft; so kömmt derselbe, weil es sich um ein Verhältniss handelt, welches durch die Relation von drei Individuen A, B, C bedingt ist, in verschiedener Beziehung in Betracht. Bleiben die drei Individuen A, B, C ganz dieselben; so ist der Gegensatz des Gefühls, welches B zu C hegt, das Gefühl, welches C zu B hegt. Dieses Gefühl ist eine Art von Feindschaft gegen B, jedoch mit einer Hoffnung auf die Verbindung mit A.

Ein ganz anderer Gegensatz stellt sich heraus, wenn man den beiden Individuen B und C die entgegengesetzte Lage B' und C' gegen A verleiht und nun nach der Beziehung von B' zu C' fragt. Während AB eine Verbindung durch Liebe anzeigt, bedeutet AB' ein im Hass beruhendes Verhältniss. Das Individuum C' ist ein solches, welches einen stärkeren Hass als B' in A zu entzünden, also den Hass gegen B' auszulöschen, an Stelle der Trennung eine Verbindung zwischen A und B' zu setzen vermag. Das Gefühl, welches B' gegen das Individuum C' hegt, das durch stärkeren Hass gegen A die Erlösung vom Hasse des A gegen B' zu bringen vermag, ist Verehrung. Die Verehrung ist eine Art von Freundschaft mit Hoffnung auf Erlösung von einem Übel oder mit Hoffnung auf Erlangung eines Gutes, eine Hoffnung, welche nach wirklich erfolgter Erlösung in Dankbarkeit übergeht.

Wenn sich in dem zuerst betrachteten Falle, wo A mit B verbunden ist, B dem C opfert, indem er sich von A scheidet, um dem C Platz zu machen; so übernimmt er die Rolle des C' in dem zuletzt betrachteten Falle. Jetzt zollt C dem B Verehrung: das Gefühl des B ist die Aufopferung (Resignation).

Mehr oder weniger bedingt jede neue Verbindung, welche ein Individuum A eingeht, einen Verlust an anderen Verbindungen oder doch, da diese Verbindung mit einer partiellen Sättigung verbunden ist, eine Verminderung des noch anderer Verbindungen fähigen oder des noch freien Sättigungsvermögens. In der Regel begründet daher jede Verbindung, welche A eingeht, eine Eifersucht gewisser anderen Individuen, welche mit A bereits in Verbindung waren, sowie auch eine Verehrung des in die neue Verbindung Eintretenden gegen andere Individuen, welche zu seinen Gunsten ein Opfer an Liebe brachten. So können Eltern bei der Verheirathung ihres Kindes einige Eifersucht gegen den Gatten fühlen, wogegen der Gatte Verehrung für jene Eltern empfindet. Öfter ist das Gefühl der Eltern jedoch die Aufopferung, da sie freiwillig im Interesse des Kindes zurücktreten, noch häufiger aber ist es die Zuneigung, welche wir Demjenigen entgegentragen, der einen mit uns in Liebe Verbundenen glücklich macht und dadurch uns selbst beglückt.

Die Verwandtschaft des Bundes AB zweier Menschen zu dem Bunde AC zweier Menschen bildet eine Figur in der Grundebene der Neigungen, entspricht also einer geometrischen Drehung oder Deklination der Liebe AC gegen AB (Fig. 1269) oder einem primären Verwandtschaftsverhältnisse $e^{\varphi \sqrt{-1}}$ (während die Neigung zweier Individuen, z. B. die von A zu B, eine Vorstufe des Verwandtschaftsverhältnisses oder ein numerisches Ver-

hältniss a bezeichnet). Denkt man sich jetzt die Figur BAC um die Axe AB gewälzt; so entspricht die geometrische Wälzung oder Inklination einem sekundären Verwandtschaftsverhältnisse $e^{\psi\sqrt{\div 1}}$. Eine im Raume liegende Linie AE stellt daher vermöge ihres vollständigen Richtungskoeffizienten $e^{\varphi\sqrt{-1}}\,e^{\psi\sqrt{\div 1}}$ ein komplexes Verwandtschaftsverhältniss dar. Unter Mitberücksichtigung der Länge a dieser Linie vertritt ihr Gesammtwerth $a\,e^{\varphi\sqrt{-1}}\,e^{\psi\sqrt{\div 1}}$ den vollständigen Werth der Neigung von A zu E.

Sekundäre Verwandtschaft beruht auf der Relation der in einer Gattung von Individuen liegenden Verbindungen AB zu Verbindungen mit Objekten E, welche ausserhalb jener Gattung liegen, also auch zu sachlichen Objekten. Wenn E irgend ein Gut ist, an welchem das Individuum ein Interesse hat; so kann AE die Verbindung des A mit jenem Gute, z. B. den Besitz desselben darstellen. Die Figur BAE stellt dann das Interesse dar, welches die Verbindung AB der beiden Individuen daran nimmt, dass A das Gut E besitzt.

Wenn das Individuum B auf irgend eine das Gebiet des Herzens nicht berührende Weise die Veranlassung ist, dass A das Gut E erwirbt oder dass A mit E in die Verbindung AE eintritt; so ist die Thätigkeit des B wohl eine Wirkung, aber keine Herzensthätigkeit, es existirt also auch keine Verbindung zwischen B und A und demnach kein direktes Gefühl zwischen diesen Individuen (ausser demjenigen, welches A gegen einen uninteressirten, theilnahmlosen Veranlasser seines Wohls empfindet). Wenn aber das Individuum B der Veranlasser der Verbindung AE oder des Wohles von A auf Grund einer zwischen ihm und dem A bestehenden Neigung ist, wenn B also dem A das Gut E aus Zuneigung für ihn zuwendet, ist er der Wohlthäter des A und sein Gefühl gegen A ist das Wohlwollen. Das Gefühl, welches in diesem Falle A gegen B hegt, ist die Dankbarkeit. Wohlthat und Dank sind nicht Gefühle, sondern Handlungen, nämlich diejenigen Handlungen, durch welche sich das Wohlwollen des B und die Dankbarkeit des A äussert, oder womit der Wille die Regungen des Herzens begleitet.

Wenn der Wohlthäter B bei der Zuwendung des Gutes E an A ein Opfer an eigenem Wohle bringt, ist sein Gefühl die Aufopferung und das des A die Verehrung.

Die Dankbarkeit ist diejenige Zuneigung, welche sich auf empfangene Wohlthaten stützt. Da Wohlthaten ebenfalls Zuneigung voraussetzen; so kann man sagen, dass Dankbarkeit Liebe mit Liebe vergilt, dass sie überhaupt eine Vergeltung ist. Das entgegengesetzte Gefühl, welches Liebe mit Hass vergilt, ist die Undankbarkeit. Der Gegensatz des Wohlwollens, also die Neigung des B, welche dem A ein Gut entzieht oder ein Übel zuwendet, ist das Übelwollen. Das Gefühl des A gegen seinen Übelthäter B ist die Neigung, Übeles mit Übelem zu vergelten, oder Rache.

Wenn die Individuen B und A um den Besitz des Gutes E wetteifern, sind sie Konkurrenten, ihre Gefühle sind Wetteifer, eine Art von Eifersucht.

§. 566.

Bündniss, als vierte Grundeigenschaft des Gemüthes.

Die vierte Grundeigenschaft des Gemüthes, welche der chemilogischen Ordnung analog ist (§. 279), bezeichnet den Ordnungsgrad oder die Dimensität der Gemeinschaft; wir nennen sie kurz die Verbindung oder das Bündniss. Dieselbe erscheint in vier Hauptqualitäten oder Hauptverbindungsarten, als Verbindungen von der Ordnung 0, 1, 2, 3, entsprechend den geometrischen Punkten, Linien, Flächen, Körpern und den chemischen Elementen, den chemischen Verbindungen erster, zweiter, dritter Ordnung. Die erste Hauptverbindungsart von der Dimensität null ist die Isolirtheit oder Unverbundenheit, welche durch die Individuen vertreten wird, solange sie ohne Verbindung untereinander erscheinen. In diesem Zustande faktischer Isolirtheit besitzt jedes Individuum doch immer die Verbindungsfähigkeit.

Die zweite Hauptverbindungsart von einer Dimension ist die Verbindung von Individuen untereinander. Ob in diese Verbindung nur zwei oder mehr als zwei Individuen eintreten, ist für die Qualität der Gemeinschaft irrelevant; es handelt sich immer nur um die direkte Verbindung von je zwei Individuen und eventuell um eine Aneinanderreihung mehrerer solcher Verbindungen, also um eine mehrgliedrige Verbindung von einer Dimension.

Die dritte Hauptverbindungsart von zwei Dimensionen ist die Verbindung von Gattungen untereinander, welche das Resultat von Gattungsneigungen ist. Hierzu sind die Verbindungen zwischen Völkern, Racen, Klassen, Familien u. s. w. zu verstehen, insofern es sich dabei um die Ergebnisse von Neigungen oder Verwandtschaften handelt, welche auf der Eigenart der zu einundderselben Gesammtheit gehörigen Gattungen oder Klassen beruht.

Die vierte Hauptverbindungsart von drei Dimensionen ist die Verbindung von Gesammtheiten auf Grund von Neigungen, welche auf der Eigenart ganzer Gesammtheiten beruhen. Hierher gehören die Verbindungen zwischen Menschen, Thieren und Sachen.

§. 567.

Charakter der Verbindung, als fünfte Grundeigenschaft des Gemüthes.

Die fünfte Grundeigenschaft des Gemüthes betrifft die Form oder Weise der Verbindung, sie entspricht der chemilogischen Form oder der Struktur oder dem Charakter der Verbindung, allgemein, dem in der Verbindung liegenden Gesetze, durch welches die einzelnen Glieder in Abhängigkeit voneinander stehen (§. 282). Wir nennen sie auch hier den Charakter der Verbindung.

Schon jedes einzelne Individuum trägt nach dem besonderen Komplexe seiner Fähigkeiten und Neigungen einen besonderen Charakter, welcher sich durch die Form einer geometrischen Figur veranschaulichen lässt. Betrachtet man jedoch jede einzelne dieser Fähigkeiten für sich;

so wird sie durch einen Punkt repräsentirt, dessen besonderer Ort im Raume die spezielle Eigenart derselben anzeigt. Der Charakter eines solchen Punktes, als Element einer Verbindung, ist die Konstanz oder Invariabilität oder Unabhängigkeit; er verharrt unausgesetzt an demselben Orte, d. h. er stellt fortwährend dieselbe Eigenart, dasselbe Wesen mit gegebenen Neigungen dar. Das isolirte Individuum repräsentirt hiernach vermöge der Unabhängigkeit seiner Neigungen die erste Hauptform der Verbindung.

Wenn eine einfache Fähigkeit A mit einer anderen einfachen Fähigkeit B sich verbindet; so entsteht, als zweite Hauptform, die einförmige Verbindung AB, deren Bild die gerade Linie ist. Die Fähigkeiten und Neigungen dieser Verbindung oder ihrer Sozien A und B sind nach dem einförmigen Gesetze der geradlinigen Spannungsreihe voneinander abhängig, das Individuum A rückt aus dem seine Eigenart anzeigenden Orte A dem anderen Individuum B in gerader Linie entgegen, und Beide erfüllen die zwischen ihnen liegende Strecke AB der Spannungsreihe oder gleichen die Ortsdifferenz zwischen A und B oder den spezifischen Unterschied ihrer Eigenarten auf direktem Wege aus.

Die Verknüpfung mehrerer einförmigen Verbindungen unter Sozien, welche sämmtlich derselben Grundgattung angehören, liefert die Analogie einer ebenen geometrischen Figur, also einen Fall der dritten Hauptklasse von Verbindungen. Das reguläre Polygon oder vielmehr der Kreis würde der dritten Hauptform entsprechen. Im Allgemeinen handelt es sich bei diesem Formgesetze um die Abhängigkeit der folgenden Verbindungen von den vorhergehenden oder um das Verwandtschaftsgesetz, welches die einzelnen Glieder der Verbindung in Relation oder in Kausalzusammenhang versetzt. Die in §. 565 betrachteten, den geometrischen Winkelfiguren oder den chemischen salinischen Körpern analogen Verbindungen sind Fälle, welche dieser Gesetzesstufe angehören.

Sobald die Glieder der Verbindung nicht einunddenselben Ebenen angehören, sobald sich also zu der Abhängigkeit der Verbindungen der Individuen die Abhängigkeit der Verbindungen der Gattungen gesellt, ergiebt sich die vierte Formklasse, als Analogie des Raumpolygons. Die Schraubenlinie repräsentirt die Grundfigur dieser Klasse oder die vierte Hauptform.

Macht sich endlich eine Abhängigkeit der Intensitäten oder Spannungen oder Verbindungsbegierden von den Neigungsverhältnissen geltend, sodass in dem geometrischen Bilde auch die Seitenlängen der Figur variiren; so erhält man die fünfte Formklasse als Analogie des gestauchten Raumpolygons, dessen Grundfigur oder fünfte Hauptform die logarithmische Raumspirale ist.

§. 568.

Die Grundthätigkeiten des Gemüthes oder die Gefühle.

Die Veränderungen der Grundeigenschaften führen zu den Grundthätigkeiten des Gemüthes. Diese Thätigkeiten des Gemüthes, welche man auch die Gemüthsbewegung nennen kann, sind die Gefühle. Nur

das thätige Herz fühlt, nicht das unthätige. Liebe wird nur gefühlt, indem sie bindet oder das Gebundene festhält.

Die erste Grundthätigkeit des Herzens ist das Erstarken einer Fähigkeit oder einer Anlage, also auch das Erwachen derselben, insofern dabei das allmähliche Anwachsen, nicht das Erzeugen in Betracht gezogen wird. Ihr Gegensatz ist die Dämpfung, Mässigung, Unterdrückung, Erstickung einer solchen Fähigkeit. Übrigens kann der Verstärkungsprozess sich sogut bei Fähigkeiten, wie bei Begierden, Neigungen u. s. w. verwirklichen (gleichwie in der Geometrie Längen, Abstände, Winkel u. s. w. vergrössert werden können).

Die zweite Grundthätigkeit ist die Annahme einer Begierde oder Spannung, die Einnahme eines bestimmten Ortes im Qualitätsgebiete oder die Annahme einer bestimmten Eigenart. Die Einnahme eines bestimmten Ortes B bedeutet den Fortschritt aus dem Nullpunkte A des Grössengebietes um einen bestimmten Abstand AB, ist also gleichbedeutend mit der Verrückung aus dem Orte A in den Ort B; sie entspricht der Veränderung oder der Verwandlung der Eigenart des Subjektes A in die Eigenart des Objektes B.

Wenn es nicht ein Individuum, sondern eine Verbindung ist, welche in diesem Gebiete verrückt werden soll, um mit einer anderen verknüpft zu werden; so ist der Prozess eine Vergliederung von Verbindungen. Allgemein, kann man die zweite Grundthätigkeit als Vergesellschaftung oder Assoziation auffassen, deren Gegensatz die Dissoziation ist; es kömmt jedoch dabei wesentlich die zur Vergesellschaftung erforderliche Verwandlung der Eigenart in eine gemeinschaftliche Art in Betracht, welcher als Gegensatz die Rückverwandlung aus der gemeinschaftlichen Art in eine gesonderte Eigenart gegenübersteht.

Die dritte Grundthätigkeit ist die Äusserung oder Bethätigung einer Neigung von bestimmtem Verwandtschaftsverhältnisse, sei es in Bezug auf ein Individuum, oder auf eine Verbindung von Individuen.

Die vierte Grundthätigkeit ist die Erhöhung des Qualitätsgrades durch Stiftung einer Verbindung oder Gemeinschaft; ihr Gegensatz ist die Trennung oder Auflösung einer Verbindung, resp. die Ausscheidung aus einer solchen.

Die fünfte Grundthätigkeit ist die Bethätigung eines Abhängigkeitsgesetzes in Betreff der Fähigkeiten, Begierden, Neigungen, Verbindungen, also das Verhalten der Theilnehmer einer Verbindung bei der Schliessung, bei der Erhaltung und bei der Auflösung des Bündnisses unter der Konkurrenz anderer Bündnisse oder sonstiger das Gebiet des Herzens betreffenden Einflüsse.

Indem wir eine Thätigkeit des Gemüthes oder die Bethätigung, resp. Veränderung einer Grundeigenschaft des Gemüthes ein Gefühl nennen, müssen wir darauf hinweisen, dass das Volksbewusstsein, indem es im Bereiche der Sinnesvermögen dasselbe Wort Gefühl für die Eindrücke des dritten Sinnes, nämlich für die Druck-, Zerr-, Tast- und Wärmeempfindungen gebraucht, sich von der Verschiedenheit der Stellung dieser sinnlichen Gefühle, welche wir im Abschnitt XIII als ästhematische Gefühle betrachtet haben, und der Stellung der jetzt in Frage kommenden Gefühle des Gemüthes keine Rechenschaft gegeben hat. Während der

Gefühlssinn der dritte Sinn im Systeme des Kardinalprinzipes ist, ist das Gemüth, als Gefühlsvermögen, das vierte der oberen Seelenvermögen.

Schliesslich heben wir hervor, dass die Gefühle, da sie auf Qualitätsprozessen beruhen, sich durch das Grundwesen der Qualitäten, nämlich durch Eigenartigkeiten auszeichnen. Jeder spezielle Fall einer Klasse von Qualitätsgrössen ist immer ein eigenartiger Fall, jedes Gefühl hat vermöge seiner speziellen Stellung im Qualitätsgebiete eine Eigenart. Hieraus wird die grosse Verschiedenartigkeit der Gefühle verständlich. Während alle Raumfiguren, alle Zeitgrössen, alle mechanischen Massen, alle Krystallgebilde gleichartig sind, da sie eben keine Qualitätsgrössen darstellen, sind alle Stoffe und chemischen Prozesse, sowie alle Eigenschaften des Gemüthes und alle Gefühle verschiedenartige Objekte.

§. 569.

Zusammenwirkung des Gemüthes mit anderen Vermögen.

Jedes Seelenvermögen, jedes Grössengebiet ist selbstständig; jedes Objekt gehört aber immer allen Grössengebieten zugleich an oder besitzt alle Grundeigenschaften und die speziellen Werthe dieser Grundeigenschaften, welche dem Objekte in den einzelnen Grössengebieten zukommen, stehen zueinander in einer Beziehung, welche das Naturgesetz dieses Objektes ausmacht. Demzufolge kann sich der Mensch nicht in einem Zustande befinden, welcher ausschliesslich ein Zustand seines Gemüthes wäre; er ist zugleich in einem Zustande seines Verstandes, seines Gedächtnisses, seines Willens, ferner in einem Zustande jedes seiner fünf Anschauungsvermögen und in einem Zustande jedes seiner fünf Sinne. Alle diese Zustände, d. h. ihre Spezialwerthe, stehen in einem Zusammenhange, welcher das Gesetz des speziellen Gesammtzustandes ausmacht, den der Mensch soeben einnimmt. Mit anderen Worten, jedes Gefühl des Herzens ist mit einer bestimmten Erkenntniss, mit einer bestimmten Vorstellung, mit einem bestimmten Willen, ferner mit einer bestimmten räumlichen, zeitlichen, materiellen, stofflichen und physiometrischen Anschauung und mit einer bestimmten optischen, akustischen, ästhematischen, gustischen und osmetischen Erscheinung verknüpft. Wenn wir Liebe fühlen, wissen wir für Wen oder für Was, ferner stellen wir uns ein geliebtes Objekt vor und machen uns sonstige Vorstellungen von Situationen, Begebenheiten u. s. w., sodann wollen wir diese Regung, halten sie fest, suchen sie, weisen sie nicht zurück und bestimmen uns zu gewissen Handlungen, ausserdem schauen wir das Geliebte und die damit zusammenhängenden Erkenntnisse, Vorstellungen und Willensäusserungen in räumlichen, zeitlichen, materiellen, stofflichen und physiometrischen Objekten an und wir kleiden diese Objekte in sinnliche Farben, verleihen ihnen Töne und Laute, fühlen in subjektiven Erscheinungen ihre ästhematischen Wirkungen, den Druck ihrer Hände und die Wärme ihrer Körper, empfinden den Nervenstrom ihres Kusses und athmen den Duft ihres Hauches. Allerdings nöthigt uns ein bestimmtes Gefühl nicht zu einer ganz bestimmten Anschauung und Erscheinung, wohl aber zu einer solchen, welche einer ganz bestimmten Klasse angehört; mit einem bestimmten Gefühle ist also eine beliebige Anschauung verbunden, welche nothwendig einem bestimmten

Begriffe als willkürlich zu wählender konkreter Fall angehört, und diese Anschauung verlangt nothwendig solche, aber auch nur solche physischen Eigenschaften, welche jenem Gefühle entsprechen. Da das Gefühl des Herzens eine Regung der Seele ist, welche mit den Regungen des Verstandes oder mit den Begriffen auf gleicher Rangstufe der geistigen Freiheit steht; so ist es sehr einleuchtend, dass ein bestimmtes Gefühl nur eine bestimmte Verstandesthätigkeit, in welcher unendlich viel verschiedene konkrete Anschauungs- und Sinnesthätigkeiten Platz haben, bedingen kann; denn Das, was logisch bestimmt ist, ist immer noch mathematisch und physisch unendlich frei.

Aus Vorstehendem folgt, dass wenn irgend eine Grundeigenschaft aufgehoben wird, auch das Gefühl nicht mehr bestehen kann. Wenn wir das Geliebte nicht mehr zu erkennen vermögen, lieben wir es auch nicht mehr. In dem Augenblicke, wo wir uns keine Vorstellung vom Geliebten bilden, wo wir seiner vergessen oder nicht an dasselbe denken, haben wir auch nicht das Gefühl der Liebe. Diese Thatsache schliesst nicht den dauernden Besitz des Geliebten, den Fortbestand des Liebesbundes und die sofortige Wiedererwachung des Gefühles der Liebe bei der Erinnerung an das Geliebte aus; es schliesst auch nicht aus, dass der Liebesbund mit einem Zustande des Herzens begleitet sei, welcher beim augenblicklichen Vergessen des Geliebten doch eine bestimmte Spannung und demzufolge ein bestimmtes Gefühl von unbewusstem Glück zurücklasse: allein Diess ist nicht das Gefühl einer bestimmten Liebe, zu welchem der Gedanke an das Geliebte nothwendig ist, sondern ein unbestimmtes Wohlgefühl, zu welchem keine bestimmte Vorstellung, sondern ein allgemeiner Spannungszustand erforderlich ist.

Die Zusammengehörigkeit von Begriff, Vorstellung und Willen zum Gefühle ist so zwingend, dass wir selbst die Gefühle zu Objekten, von welchen wir keinen richtigen Begriff zu bilden, uns keine Vorstellung zu machen, auf welche wir nicht mit unserem Willen zu wirken vermögen, doch mit fingirten oder selbstgeschaffenen Begriffen, Vorstellungen und Willensrelationen begleiten. So schafft sich die Liebe zu einer Wissenschaft in dem Augenblicke, wo sie empfunden wird, Vorstellungen aus diesem Begriffsgebiete, veranlasst den Verstand zu entsprechenden Begriffsbildungen und nöthigt den Willen zu Operationen auf jenem Gebiete. Die Liebe zu Gott, zu dem Undenkbaren, Unfassbaren, Unerreichbaren, erzeugt sich gut oder schlecht eine fingirte Erkenntniss Gottes, macht sich von ihm eine Vorstellung, ein Bild, setzt sich mit ihm in ein Rechtsverhältniss, verrichtet Handlungen mit ihm im Gebet, ja, veranschaulicht und versinnlicht ihn in Menschen- oder Engels- oder Götzengestalt, wie es der Individualität des Liebenden entspricht. Ich glaube, selbst der freieste Denker, wenn er an Gott denkt, denkt unter irgend einer anschaulichen und sinnlichen Vorstellung an ihn, gleichviel, ob das Bild eine konkrete Form annimmt oder unter seinem skeptischen und kritischen Willen in Nebel zerrinnt.

Gleichwie der Mensch nach dem ihm innewohnenden Naturgesetze jedes Gefühl mit einem Begriffe und einer Vorstellung und einer Willensregung begleitet, ebenso zwingt ihn dieses Gesetz, jeden Begriff, jede Vorstellung, jede Willensregung mit einem charakteristischen Gefühle zu

verbinden. So ist die wissenschaftliche Forschung, die Entdeckung einer Wahrheit, das Gelingen eines Versuches mit gewissen wohlthuenden Gefühle, das Misslingen eines Versuches, das Bewusstsein eines begangenen Irrthums mit unangenehmen Gefühlen, mit Missmuth begleitet. An die Erkenntniss begangenen Unrechtes knüpft sich die Reue, an das Bewusstsein erlittenen Unrechtes ein Schmerzgefühl. Der Erwerb eines Gutes erfüllt den Menschen mit freudigen, der Verlust mit schmerzlichen Gefühlen. Der Besitz erweckt angenehme Gefühle, die Erwägung der Möglichkeit der Erlangung desselben bedingt die Hoffnung, die Erwägung der Möglichkeit des Verlustes die Furcht. Eifersucht auf Besitz des Anderen (§. 565) gestaltet sich zu Neid, die widerwillige Anerkennung des Besitzes des Anderen zu Missgunst. Die Anerkennung des Werthes eines Anderen bedingt die Achtung, die Erkenntniss seines Unwerthes die Verachtung.

Es ist die spezielle Aufgabe des Psychologen, den naturgesetzlichen Zusammenhang der Gefühle mit den verschiedenen Regungen der übrigen Vermögen systematisch darzulegen. Wir begnügen uns mit den vorstehenden Andeutungen.

Abschnitt XX.

Das Temperament.

§. 570.

Charakteristik des Temperamentes.

Das fünfte, dem Verstande, dem Gedächtnisse, dem Willen und dem Gemüthe koordinirte Vermögen des Menschen ist das Vermögen sich zu verhalten oder zu benehmen. Das Verhalten, welches ein Mensch unter gegebenen Umständen beobachtet, bestimmt sich durch ein Gesetz, welches die Abhängigkeit des Menschen von gegebenen Bedingungen ausdrückt; das in Rede stehende Vermögen findet daher im Anschauungsgebiete seine Analogie in der Bildung des Krystalles oder in der Konstitution der unter Gestaltungstrieben sich ordnenden Materie.

Wir würden dieses Vermögen gern das Wesen des Menschen nennen, indem dieses Wort in der deutschen Sprache sehr gut den Gegenstand bezeichnet, um welchen es sich handelt, nämlich das Wesen, welches der Mensch an sich trägt, welches sein Benehmen bestimmt, welches die Weise, wie er sich giebt, kennzeichnet. Gleichwohl glauben wir manchen Missverständnissen, welche die allgemeinere Bedeutung des Wortes Wesen nach sich ziehen kann, durch den Gebrauch des Namens Temperament besser zu entgehen, wiewohl dieser Name nach seiner gängigen Bedeutung etwas zu eng ist und darum in manchen Fällen mit dem Worte Wesen vertauscht werden kann. Hiernach nennen wir das fragliche Vermögen das Temperament.

Das Temperament eines Menschen beruht in seiner speziellen Organisation oder Konstitution oder in dem gesetzlichen Zusammenhange seiner Organe. Dieser Zusammenhang hat für jedes Individuum, also auch für den Menschen eine besondere Form, einen besonderen Ausdruck, einen besonderen Charakter, entsprechend einer bestimmten mathematischen Funktion, welche seiner Erscheinung, seinem Auftreten, seiner Lebensweise, seinen Handlungen, seinen Neigungen, seinen Gewohnheiten einen charakteristischen Ausdruck oder eine eigenthümliche Weise des Seins verleiht. Die Weise der Bethätigung seines Daseins als individueller Mensch ist es also, welche wir hier unter seinem Temperamente verstehen.

Offenbar ist dieses Vermögen in vielen Beziehungen synonym mit Dem, was man bald seine Individualität, bald seinen Charakter, bald sein Naturell, bald seine Verfassung, bald sein Wesen nennt.

Wenn wir nach dem eigentlichen Grunde des Temperamentes forschen; so glauben wir denselben in der Organisation des Menschen, also überhaupt in der animalischen Organisation zu finden. Die durch diese Organisation bedingte Thätigkeit des Menschen, also die spezifische Thätigkeit seines Wesens ist das Leben, und da wir jetzt dem Ausdrucke Temperament eine erweiterte Bedeutung verliehen haben; so können wir sagen, das Leben sei die spezifische Thätigkeit des Temperamentes. Hierdurch wird die sogenannte Lebensweise eines Menschen, nämlich die gewohnheitsmässige Führung seines Lebens ein so wichtiges Stück seines Wesens oder Temperamentes. Das Leben ist die spezifische Form der Bethätigung des Wesens des Menschen ganz ebenso, wie die Krystallisation (die Struktur, die Kohäsion, das Wachsthum u. s. w.) die Bethätigung des Wesens des Minerals ist. Das Gesetz des Lebens ist das Gesetz des Verhaltens, des Benehmens des Menschen; es ist das Gesetz, welches die Abhängigkeit des Menschen von Bedingungen oder Einflüssen darstellt.

Eine auf inneren Ursachen beruhende Bedingung, welche den Menschen nach dem Gesetze des Lebens zu einem gewissen Verhalten nöthigt, ist ein Trieb (Bildungstrieb) und eine auf äusseren Ursachen beruhende Bedingung dieser Art ist ein Reiz. Die durch einen Trieb oder Reiz veranlasste Lebensthätigkeit ist eine Regung oder Erregung. Vermöge des Zusammenhanges aller Vermögen untereinander äussert sich jede Lebensthätigkeit durch ein Gefühl, welches wir zur Unterscheidung von den im vorhergehenden Abschnitte betrachteten, auf der Verbindung oder dem Eintritte in eine Gemeinschaft beruhenden Gefühlen eine Empfindung, auch wohl eine Stimmung nennen. Hiernach erscheint das Temperament auch als ein Empfindungs- oder Stimmungsvermögen.

Die durch eine Erregung sich ankündigende Lebensthätigkeit ist eine Formverwandlung oder eine Umbildung des Organismus, eine Metamorphose; ob dauernd, oder vorübergehend, ist dabei irrelevant. Wie ein Krystall oder überhaupt ein Formgebilde durch die Äusserung eines Gestaltungstriebes unter dem physiometrischen oder Krystallisationsgesetze nach Abschnitt VII seine Struktur ändert, so erfährt der Mensch in Folge eines Reizes durch Erregung seines Temperamentes eine Umgestaltung. Hierbei wirken alle Organe nach dem Organisations- oder Lebensgesetze zusammen, ihre Thätigkeiten bedingen einander; die Organe sind für einander da, d. h. sie bedingen sich oder hängen voneinander ab oder stellen eine Formeinheit dar, wesshalb wir das Formwesen oder das organische Sein, welches die fünfte Grundeigenschaft ausmacht, das Füreinandersein genannt haben.

Es handelt sich hier nicht um die rein körperlichen Funktionen oder um die Vitalität, welche körperliche Reize voraussetzt, sich in körperlichen Erregungen äussert und körperliche Metamorphosen wie Gesundheits- und Krankheitserscheinungen, Lachen und Weinen, Hunger und Durst und die damit verknüpften Empfindungen hervorbringt; es handelt sich vielmehr um geistige Funktionen, um Äusserungen des geistigen Lebens oder Thätigkeiten des geistigen Wesens, welche mit

solchen körperlichen Thätigkeiten begleitet sind. Eine Regung des geistigen Wesens oder eine Temperamentserregung setzt daher immer eine Mitthätigkeit der übrigen koordinirten Geistesvermögen, des Verstandes, des Gedächtnisses, des Willens und des Gemüthes voraus. Was uns in bestimmter Weise erregen soll, müssen wir verstehen; wir müssen eine Vorstellung davon haben; wir müssen den Willen haben, es auf uns wirken zu lassen; wir müssen mit unserem Gemüthe dabei betheiligt sein.

Ausserdem leuchtet ein, dass sich ein Organismus nicht ohne Veranlassung ändert. Diese Veranlassung zur Änderung, dieser Einfluss auf den Organismus, diese Bedingung für die Metamorphose, dieser Reiz zur Erregung ist das Objekt, welches uns oder das Subjekt in Lebensthätigkeit versetzt und welches als eine Formkomponente den Organismus des Subjektes durchdringt, um in dieser Durchdringung die Um- oder Neugestaltung des Letzteren hervorzubringen. Wir erregen uns immer über Etwas oder durch Etwas, werden immer zu dieser Regung durch einen Einfluss bestimmt. Demnach kann man sagen, wie die Erkenntniss ein (begreifbares) Objekt, das Gedächtniss eine (symbolische) Vorstellung, der Wille eine Absicht, die Neigung einen Zweck hat, so hat die Erregung einen Bestimmungsgrund.

Selbstredend kann der Mensch vermöge seiner Selbstbestimmung der eigene Schöpfer gewisser Reize sein, er kann sich selbst über gewisse Dinge oder in gewisser Weise in Erregung versetzen; er kann sich aus eigenem Antriebe in gewisser Weise benehmen. Diese Bestimmung des Verhaltens durch den freien Willen ist ebenso wie die Bestimmung einer Neigung durch den Willen oder die Bestimmung des Gedächtnisses durch den Willen oder die Bestimmung der Erkenntniss durch den Willen das Resultat des naturgesetzlichen Zusammenhanges aller Vermögen, sie ist eine spezielle Art der Erregung des Temperamentes durch selbst geschaffene Reize. Der normale Vorgang setzt einen von der Aussenwelt stammenden oder fremden Reiz, ein Objekt voraus, ebenso wie wir bei gewöhnlichem Gebrauche mit dem Verstande Das erkennen, was nicht mit uns identisch ist (das ausser uns Existirende), mit dem Gedächtnisse an Das denken, was nicht in der Gegenwart ist (das nicht mit uns zugleich Bestehende), mit dem Willen auf Das wirken, wovon wir nicht selbst die Ursache sind, mit dem Gemüthe uns Dem verbinden, was noch nicht in unserer Gemeinschaft ist. Auf jeden Reiz, mag er von aussen oder von innen stammen, mögen dabei die übrigen Geistesvermögen kraft des Naturgesetzes des Menschen wie immer betheiligt sein, reagirt das Temperament doch immer in einer seinem Wesen eigenthümlichen Weise, d. h. die Grundeigenschaften und Grundthätigkeiten des Temperamentes sind nach ihrer generellen Natur selbstständig, von denen des Verstandes, des Gedächtnisses, des Willens und des Gemüthes unabhängig, wennauch bei jeder speziellen Erscheinung, bei welcher immer alle Vermögen zugleich betheiligt sind, die speziellen Werthe der Grundeigenschaften und Grundthätigkeiten dieser Vermögen eine bestimmte, dem Naturgesetze des Menschen entsprechende Beziehung zueinander haben.

In jedem dieser Vermögen bethätigt der Mensch nach dem Gesetze, welches sein Wesen ausmacht, eine bestimmte Weise des Seins oder jedes dieser Vermögen verhält sich oder funktionirt in einer gewissen Weise, welche sich durch eine besondere Erregung oder Stimmung kund giebt.

§. 571.

Die Grundeigenschaften und Grundthätigkeiten des Temperamentes.

Wenn wir zur Klassifikation der Grundtriebe und Grundempfindungen die Analogien nach den in der Physiometrie, §. 303 ff. aufgestellten Sätzen nehmen; so ergiebt sich Folgendes.

1) Als erste, der Kohäsion analoge Grundeigenschaft erscheint der Zusammenhang der menschlichen Funktionen. Sein Primitivitätswerth ist der Grad oder die Stärke des Zusammenhanges, welche man als Festigkeit auffassen kann. Im Bereiche dieser Grundeigenschaft kann man das Temperament des Menschen seinen Charakter, die Festigkeit seines Verhaltens also Charakterfestigkeit nennen.

Festigkeit hat eine absolute und eine relative Bedeutung. Die relative Bedeutung bezeichnet den über dem normalen Maasse liegenden Grad von grosser Festigkeit oder Stärke und den quantitativen Gegensatz davon, nämlich den unter dem normalen Maasse liegenden Grad, d. h. die Schwachheit oder Schwäche. Stärke und Schwäche, da sie eine Weise des Seins bezeichnet, kömmt für das Verhalten jedes Vermögens in Betracht, für den Verstand, für das Gedächtniss, für den Willen und für das Gemüth; auch bestimmt sie nicht bloss den Grad, womit ein Zustand sich behauptet oder störenden Einflüssen widersteht, sondern auch den Grad, womit eine Thätigkeit sich äussert, also ihre relative Energie oder Heftigkeit, sowie auch die Festigkeit, womit sie sich aufrecht erhält, also ihre sogenannte Beharrlichkeit oder Unerschütterlichkeit.

Wie jeder materielle Körper einen Elastizitätsmodel hat, welcher seine Widerstandsfähigkeit misst, so hat auch jeder Mensch eine individuelle Widerstandsfähigkeit gegen die Einflüsse, welche die Funktionen seiner Vermögen zu modifiziren suchen. Der Eine ist ablenkenden, hemmenden, belebenden, modifizirenden Einflüssen leichter zugänglich als der Andere. Die Widerstandsfähigkeit und Festigkeit gegen Hemmungen und Störungen gewisser Thätigkeiten erscheint aber zugleich im Allgemeinen als Kräftigkeit zur Vollführung solcher Thätigkeiten.

Bei der Vergleichung mit dem Elastizitätsmodel, mit der Elastizitätsgrenze und mit der Festigkeit eines materiellen Körpers darf man nicht ausser Acht lassen, dass der Mensch verschiedene Vermögen besitzt und dass ein jedes seine besondere Stärke oder Schwäche hat, dass also derselbe Mensch grosse Charakterstärke in seinen Handlungen oder im Willen und doch Schwäche in seinem Gemüthe haben kann, sodass derselbe bei einer gewollten Handlung unerschütterlich verharret, jedoch in seinen Neigungen unbeständig ist.

Die erste Grundthätigkeit des Temperamentes ist die Veränderung der Festigkeit; der direkte Vorgang ist die Erhöhung des Festigkeitsgrades, also die Steigerung oder Verstärkung eines Bildungsprozesses,

der indirekte Vorgang ist die Schwächung eines solchen Prozesses; der erstere macht die eigentliche Erregung oder Aufregung, der andere die Beruhigung aus. Beiden ist eine Empfindung eigen, deren Name sich jedoch meistens mit dem Namen des sich steigernden oder schwächenden Triebes verschmilzt. Auch die Erhaltung eines bestimmten Festigkeitsgrades, die Beharrung in einem konstanten Bildungsprozesse, die Befolgung eines bestimmten Benehmens und die Festhaltung eines bestimmten Bildungsstadiums bedingt charakteristische Empfindungen.

2) Die zweite Grundeigenschaft des Temperamentes oder Wesens ist sein Entwicklungsstadium, die zweite Grundthätigkeit desselben also seine Entwicklung, soweit dieselbe als Weiterbildung nach einem bestimmten Gesetze oder als Fortschritt eines Bildungsprozesses oder als fortschreitende Metamorphose aufgefasst wird. Wenn das an ein früheres Stadium sich anreihende fernere Stadium als etwas Gegebenes angesehen wird, gestaltet sich die zweite Grundthätigkeit zur zweiten Grundoperation (der Fortschrittsprozess wird Addition) und erscheint dann als Komposition, Kombination, Komplikation von Regungen.

Die Metamorphose unter dem Einflusse oder unter der Abhängigkeit eines Triebes ist die Befriedigung desselben. Eine solche Metamorphose kann mit dem natürlichen Entwicklungs- oder Entfaltungsgesetze unseres Organismus im Einklange, oder im Widerstreite stehen, damit harmoniren oder disharmoniren, d. h. sie kann entweder die noch unentwickelten Keime zur Entfaltung bringen, den Organismus durch gewisse in seinem Bildungsgesetze implizirt enthaltene Formen bereichern, oder bereits entwickelte Formen zerstören, zurückbilden, auf Keime reduziren, eine Verarmung an Formen hervorbringen. Es ist nicht nöthig, ja nicht einmal zulässig, bei diesem natürlichen Entwicklungsgesetze des Organismus an ein unter höheren Prinzipien stehendes ideales Vervollkommungsgesetz, welches dem Organismus einen Zug zum Edelen oder absolut Vollkommenen verleiht, zu denken; vielmehr kömmt hier nur das faktisch bestehende Gesetz in Betracht, gleichviel, welchen Grad von Vollkommenheit dasselbe habe. Dieses Gesetz wird für jeden einzelnen Menschen einen speziellen Grad von Vollkommenheit, überhaupt eine spezielle Modalität haben, auch sich mit ihm im Verlauf seines Lebens mehr oder weniger ändern. Das Gesetz, um welches es sich hier handelt, ist also sein spezielles Lebensgesetz im augenblicklichen Zustande.

Eine mit diesem Gesetze harmonisch erfolgende Metamorphose oder Erregung bezeichnen wir als eine positive, eine disharmonisch damit erfolgende, ihm zuwiderlaufende hingegen als eine negative. Die erstere bedingt die Empfindung der Freude oder des Vergnügens oder der Lust oder des Gefallens, die letztere die des Leides oder des Missvergnügens oder der Unlust oder des Missfallens. Ein Objekt, dessen Reiz die positive Erregung hervorruft, erfreut oder gefällt und ein Objekt, welches zur negativen Erregung reizt, beleidigt oder missfällt. Ob das erstere wahrhaft schön und das letztere wahrhaft hässlich ist, kömmt hier überall nicht in Betracht; absolute Schönheit ist kein Gegenstand unserer jetzigen Betrachtung, wird uns vielmehr erst im vierten Theile beschäftigen: so Viel können wir jedoch behaupten, dass Das, was dem Menschen Freude

macht oder gefällt, ihm auch als schön erscheint, dass ihn also das subjektiv Schöne erfreut.

Freude und Leid, Vergnügen und Missvergnügen, Lust und Unlust, Gefallen und Missfallen bezeichnen die beiden Kontrarietätsstufen der reellen oder primären Erregung. Sekundär oder neutral ist die Regung, welche den Menschen affizirt, ohne Freude oder Leid zu erwecken, also der Gleichmuth oder die Gelassenheit. Dieselbe hat eine positive und eine negative Seite; den positiven Gleichmuth tragen wir einem Objekte entgegen, den negativen Gleichmuth empfinden wir bei der Einwirkung des Objektes auf uns; der eine ist gleichmüthiges Thun, der andere gleichmüthiges Leiden.

Die sekundäre Regung ist immer eine Regung, welche der Grundgattung der Regungen angehört, aber ausserhalb der Klasse der reellen Regungen liegt. Eine solche freud- oder leidlose Regung setzt also immer dasjenige Interesse voraus, welches die Gattungsgemeinschaft einflösst.

Tertiär würde eine Regung sein, welche aus jener Grundgattung heraustritt, welche also eine vollkommene Kälte, Reizlosigkeit oder Gleichgültigkeit anzeigt.

Wir haben den Ausdruck Gleichgültigkeit bereits in §. 564, S. 853 zur Bezeichnung eines neutralen Gefühles gebraucht, während derselbe hier zur Bezeichnung einer neutralen Regung erscheint. Diese Doppelnatur mancher Wörter liegt in der Unvollkommenheit der heutigen Terminologie, welche ihren Grund in der unvollständigen Scheidung der Grundeigenschaften hat und häufig Neigungen und Erregungen mit denselben Namen belegt.

3) Die dritte Grundeigenschaft des Temperamentes ist der Trieb als Ursache oder Tendenz zu einer bestimmten Anordnung der Elemente oder zur Entwicklung eines Organismus in einer bestimmten Bildungsrichtung, also das treibende Agens oder die Triebkraft des Bildungsgesetzes oder der Reiz. Die dritte Grundthätigkeit beruht hiernach wesentlich in der Änderung des Bildungstriebes und mithin auch in der Annahme eines solchen, überhaupt in der metamorphosirenden Wirkung desselben.

Unter dem Gesichtspunkte der dritten Grundeigenschaft erscheint eine Regung, welche unter dem Gesichtspunkte der zweiten Grundeigenschaft eine imaginäre ist, als eine, deren Relation zur primären Regung der rechtwinkligen Richtung entspricht. In dieser Bedeutung nennen wir die neutrale Regung eine Interessirtheit oder ein Interesse (ein Wort, welches wir in §. 564 auch für ein neutrales und zwar für ein tertiäres Gefühl gebraucht haben, weil uns kein anderes zu Gebote steht). Das Interesse und sein Gegensatz, die Uninteressirtheit oder Interessenlosigkeit, sollen hier also eine Regung anzeigen, welche weder Freude, noch Leid enthält, eine Indifferenz gegen Freude und Leid, jedoch keine absolute Unempfindlichkeit, sondern eine Erregbarkeit für gewisse Reize verräth, die sekundäre Verwandlungen in unserem Temperamente hervorbringen. Das Interesse, als Regung des menschlichen Temperamentes, ist der Neugierde, Wissbegierde, Gespanntheit nahe verwandt.

4) Die vierte Grundeigenschaft des Temperamentes bezeichnet die Qualität oder Dimensität des Triebes. Die Aggregatzustände der Materie

dürften die Analogien zu ebenso viel Hauptqualitäten des menschlichen Temperamentes sein. Unter gewöhnlichen Umständen befindet sich der Mensch in einem der Starrheit der Materie analogen Zustande, nämlich in einem Zustande, in welchem er auf einen Reiz in einer bestimmten gesetzlichen Weise reagirt, ohne den organischen Zusammenhang seiner Funktionen irgendwie zu verlieren, sodass er nach dem Erlöschen des Reizes und der davon hervorgebrachten Erregung genau in seine frühere Verfassung zurückkehrt. Dieser Zustand ist der einer vollständigen Sammlung oder Fassung oder Sicherheit des Benehmens oder einer vollständigen Herrschaft des Menschen über sich selbst und über die ihm zustossenden Begegnungen.

Mit jeder positiven Regung ist eine Erregung oder Ereiferung verbunden, welche die Analogie zur physischen Wärme bildet und auch im psychologischen Gebiete die Wärme der Empfindung oder des Gefühls heisst. Ein mässiger Grad von Erregung begünstigt die durch Reize bedingten Metamorphosen oder erhöht die Lebhaftigkeit des Bildungsprozesses. Bei der Steigerung der Erregung auf einen gewissen Grad erlischt der zuvor erwähnte Zustand der sicheren Herrschaft über sich und verwandelt sich in einen der materiellen Flüssigkeit analogen Zustand der Weichheit oder Nachgiebigkeit oder Unselbstständigkeit, in Folge dessen äussere Einwirkungen keinen Widerstand des Willens finden.

Eine noch höher steigende Erregung versetzt den Menschen endlich in einen dem physischen Gaszustande ähnlichen Zustand, in welchem nicht bloss die Energie des Willens verschwindet, sondern wo die Widerstandslosigkeit sich in ein exzentrisches, ekstatisches, überspanntes Verhalten verwandelt, welches aktiv und expansiv nach aussen wirkt, während sich der zweite Zustand vornehmlich durch Passivität und Schwäche auszeichnet. Der in Rede stehende Zustand charakterisirt die Leidenschaft oder den Affekt. Je nach dem Gegenstande, der Veranlassung oder der Richtung, in welcher sie sich äussert, trägt die Leidenschaft besondere Namen: Ekstase, Verzückung, Zorn, Jähzorn, Wuth sind einige davon.

Der Mensch kann sich in jeden dieser drei Zustände der Erregung versetzen oder durch entsprechende Reize darin versetzt werden. Der eine Mensch wird jedoch nach der speziellen Beschaffenheit seines Temperamentes leichter als ein anderer in diesen oder jenen Zustand versetzt werden oder er wird mit grösserer Festigkeit in einem solchen Zustande verharren. Jeder Mensch besitzt also ein Temperament von eigenartiger Qualität oder ein eigenartiges Temperament, welches auch als sein Naturell erscheint.

Wenn man erwägt, dass jedes einzelne Vermögen eines Menschen sich nach seinem besonderen Gesetze verhält, also gewissermaassen sein besonderes Temperament hat; so leuchtet ein, dass das Gesammttemperament des Menschen eine Komposition von Spezialgesetzen ist, welche eine grosse Mannichfaltigkeit darbieten kann. Die individuellen Temperamente lassen sich daher nur nach generellen Grundzügen klassifiziren, sind aber in der Regel Kombinationen aus diesen Grundzügen. So ist man gewohnt, die Temperamente in sanguinische, cholerische, phlegmatische und melancholische einzutheilen, wovon das phlegmatische und melancholische in wesentlichen Beziehungen dem ersten, das sanguinische in mehrfacher

Beziehung dem zweiten und das cholerische in mancher Hinsicht dem dritten der vorhin besprochenen Zustände entspricht.

5) Die fünfte Grundeigenschaft des Temperamentes charakterisirt die Verfassung desselben nach der Modalität des ihm zu Grunde liegenden Gesetzes; sie ist die Analogie der physiometrischen Krystallform und macht das eigenthümliche Wesen des Menschen aus. Die fünfte Grundthätigkeit ist das Verhalten oder Benehmen des Menschen, als gesetzlicher Ausdruck der Metamorphose, welche sein Wesen unter gegebenen Reizen oder in Abhängigkeit von solchen Reizen erleidet.

So mannichfaltig die Krystallformen sind, so mannichfaltig ist die Verfassung und das Verhalten der Menschen, und wie jede Krystallform dem Krystalle, so verleiht auch jede Modalität des Wesens dem Menschen einen eigenthümlichen charakteristischen Ausdruck oder einen individuellen Charakter.

Die Gesichtspunkte, welche zur Unterordnung der verschiedenen Form- oder Bildungsgrössen unter die fünf Hauptformen dienen, werden auch hier zu gleichem Zwecke in Anwendung zu bringen sein. Der konstanten Form entspricht das unbewegliche, unerregbare Wesen, dessen Thätigkeit unter genügendem Drucke der Umstände sich in unvermittelten Absätzen oder Sprüngen äussert. Der einförmigen Gestalt des Geraden in der Geometrie entspricht das einförmige Wesen und Verhalten, als Wirkung eines einfachen und konstanten Reizes oder Triebes. Gewohnheit gehört in mancher Hinsicht dieser Formstufe an, soweit sie nämlich das Verhalten nicht bloss unter regelmässig wiederkehrenden, sondern unter einfachen Reizen bezeichnet. Der gleichförmigen Gestalt des Kreisförmigen in der Geometrie entspricht diejenige Mannichfaltigkeit in dem Wesen und Verhalten, welche aus einer einförmigen Variation des Reizes oder aus einer einfachen Mannichfaltigkeit des erregenden Reizes entspringt. Wie die ebenen Kurven des Raumes als Kombinationen des einförmigen und des gleichförmigen Bildungsgesetzes nicht eine Hauptform, sondern eine Hauptklasse von Formen darstellen, so gehört auch das Verhalten der Menschen unter beliebig variabelen Reizen einer Hauptklasse von Temperamentsäusserungen an, welche sich aus mehreren Hauptformen zusammensetzt. Wenn die Variabilität des Reizes aus der Grundgattung der Reize heraustritt oder sich zu einer variabelen Abweichung von dieser Grundgattung gestaltet, gelangt man zu der vierten Hauptform, welche die Analogie zur geometrischen Schraubenlinie ist. Eine fernere Variation der Intensität des Reizes liefert endlich die fünfte Hauptform, welche der geometrischen gestauchten Kurve oder logarithmischen Raumspirale analog ist.

Die wenigsten Wesen stellen Hauptformen dar (gleichwie die wenigsten Linien in der Natur Gerade, Kreise, Schraubenlinien oder logarithmische Spiralen sind), fast jedes individuelle Wesen ist irgend ein Spezialfall in einer Hauptklasse. Demzufolge hat der Volksmund nicht für diejenigen Temperamente, Reize und Empfindungen, welche den aus einer wissenschaftlichen Untersuchung sich ergebenden Hauptformen entsprechen, sondern vornehmlich nur für konkrete Formen Namen gebildet. Da bei jeder konkreten Form, wenn sie nach ihren Kardinaleigenschaften betrachtet wird, die Primitivität der Formstufe,

die Kontrarietät zweier Gegensätze, die Neutralität dreier Neutralitätsstufen und die Heterogenität von vier Qualitätsstufen in Betracht kömmt; so findet sich in der Sprache oftmals für jede Stufe der einen oder der anderen Kardinaleigenschaft einer konkreten Form ein besonderer Name, und dieser Name bezeichnet häufig nicht eine reine Form oder Regung, sondern eine Vergesellschaftung derselben mit einem Gefühle, mit einer Handlung oder sonstigen Thätigkeit. Vornehmlich sind in unserer Sprache die beiden Kontrarietätsstufen einer Regung oder eines Verhaltens wie z. B. Freude und Leid mit Namen bedacht. Die neutrale Regung trägt ebenfalls häufig einen besonderen Namen, man unterscheidet jedoch die beiden Gegensätze der neutralen Regung nicht durch Namen, sondern nur durch Sinn der Rede als aktive oder passive Regung. So bezeichnet Gleichgültigkeit die positive und negative Neutralität von Freude und Leid. Wenn Kühnheit der positive Trieb zur Aufsuchung der Gefahr und Feigheit der negative Trieb zur Zurückweichung vor der Gefahr ist; so bezeichnet Vorsicht sowohl den positiv neutralen Trieb zum Hingehen, wo keine Gefahr ist, als auch den negativ neutralen Trieb zum Nichthingehen oder Weggehen, wo Gefahr ist oder zum Vermeiden der Gefahr. Hoffnung ist eine positive, Furcht eine negative Regung; Gefasstheit dagegen bezeichnet als Gefasstheit auf Angenehmes eine positiv neutrale und als Gefasstheit auf Unangenehmes eine negativ neutrale Regung. Zur Charakterisirung der grossen Mannichfaltigkeit der in Rede stehenden Formen lassen wir die Namen einer Zahl von Regungen, Trieben und Temperamentseigenschaften folgen, indem wir die beiden Namen der positiv und negativ reellen Form und den gemeinschaftlichen Namen der positiv und negativ neutralen Form anführen.

reell		neutral
positiv	negativ	
Freude	Leid	Gleichmuth
Vergnügen	Missvergnügen	Langweile
Lust	Unlust	Gleichgültigkeit
Gefallen	Missfallen	Indifferenz
Freundlichkeit	Unfreundlichkeit	Gemessenheit
Höflichkeit	Grobheit	Geradheit
Fröhlichkeit	Traurigkeit	Stille
Scherzhaftigkeit	Verdrossenheit	Ernsthaftigkeit
Erregtheit	Niedergeschlagenheit	Ruhe
Entzücken	Zorn	Gleichmaass
Reizbarkeit	Stumpfheit	Natürlichkeit
Lebhaftigkeit	Unerschütterlichkeit	Gemächlichkeit
Leichtsinn	Schwermuth	Bedachtsamkeit
Kühnheit	Feigheit	Vorsicht
Hoffnung	Furcht	Gefasstheit
Zuversicht	Kleinmuth	Sorglosigkeit
Hochmuth	Demuth	Sanftmuth
Stolz	Unterwürfigkeit	Ebenmässigkeit
Dreistigkeit	Blödigkeit	Ungezwungenheit
Zuversichtlichkeit	Verlegenheit	Unbefangenheit

Unverschämtheit	Selbsterniedrigung	Bescheidenheit
Zudringlichkeit	Verschlossenheit	Offenheit
Frechheit	Schamhaftigkeit	Gewöhnlichkeit
Gewandtheit	Unbeholfenheit	Mittelmässigkeit
Feinheit	Rohheit	Schlichtheit
Geziertheit	Gemeinheit	Anstand.

So mannichfaltig diese Eigenschaften des Temperamentes sind, so fremd bleiben sie doch sämmtlich den Eigenschaften des Gemüthes. Während die Neigungen eine Verbindung bezwecken, bedingen die Triebe eine Formwandlung; durch diese Verschiedenheit der Bestimmung unterscheiden sich wesentlich die Neigung von dem Triebe, das Gefühl von der Empfindung, die Liebe von der Freude.

Schliesslich erwähnen wir mit Bezug auf die dessfallsige Betrachtung in §. 570, dass sich mit jeder Äusserung des Temperamentes auch eine Äusserung des Gemüthes, des Willens, des Gedächtnisses und des Verstandes vergesellschaftet. Demzufolge haben wir bei jeder Erregung oder Empfindung auch ein bestimmtes Gefühl oder eine Gemüthsbewegung, ferner einen Impuls zu einer Handlung, sodann eine Vorstellung und auch eine Erkenntniss. Umgekehrt, verknüpft sich mit der Thätigkeit jedes anderen Vermögens auch eine Regung unseres Temperamentes, d. h. die erstere bildet einen Reiz, in Folge dessen jenes Vermögen seine Thätigkeit in einer besonderen Weise und mit einer besonderen Erregung oder Empfindung vollführt. Beispielsweise ist mit der Erkenntniss einer Wahrheit, mit der Auffindung einer Neuheit, mit dem Vollbringen einer That, mit dem Gefühle der Liebe eine angenehme Erregung, mit dem Gegentheile jener Thätigkeiten aber eine unangenehme Erregung verbunden; mit dem Wohlgefallen an einem Objekte verknüpft sich ein Gefühl der Zuneigung, mit dem Missfallen ein Gefühl der Abneigung.

Vermöge des charakteristischen Temperamentes jedes einzelnen Menschen bewirkt der gesetzliche Zusammenhang aller seiner Vermögen, dass jeder Mensch in einer ihm eigenthümlichen Weise denkt, forscht, meditirt, reflektirt, dass er sein Gedächtniss in eigener Weise beschäftigt oder sich eigenthümliche Vorstellungen bildet, dass er seinen Handlungen ein charakteristisches Gepräge aufdrückt oder dieselben in gewisser Weise und Förmlichkeit begeht, dass er seinen Neigungen einen eigenartigen Ausdruck giebt oder durch gewisse Neigungen in eigenthümliche Erregung versetzt wird.

So erscheinen die speziellen Werthe, welche die Grundeigenschaften und Grundthätigkeiten der verschiedenen Vermögen eines Menschen in einem konkreten Falle annehmen, obwohl diese Vermögen nach ihrem generellen Wesen sämmtlich selbstständig sind, in einer gewissen Abhängigkeit voneinander. Diese Abhängigkeit deutet die Herrschaft eines höheren oder allgemeineren Gesetzes an, welches die einzelnen Vermögen zu einer harmonischen Thätigkeit nöthigt, ein Gesetz, welches wir später näher ins Auge fassen werden.

Abschnitt XXI.

Kritischer Rückblick auf die Grundeigenschaften.

§. 572.

Verschiedene Ansichten über die Grundeigenschaften. — Idealismus, Realismus, Materialismus.

Ich glaube das System der Grundeigenschaften in den bis jetzt betrachteten Grössengebieten so bestimmt charakterisirt zu haben, dass darüber, wenigstens über die Vorstellung, welche ich selbst davon hege, kein Zweifel bestehen kann. Allerdings lassen sich Grundeigenschaften und Grundoperationen nicht streng definiren und erklären, da sie die primitiven Grundvorstellungen sind, auf welche jede Erklärung zurückführen muss, ebenso wenig wie sich Grundsätze beweisen lassen, da sie die Grundlagen alles logischen Beweisverfahrens sind, mithin nicht erst durch dieses Verfahren erzeugt werden können. Grundeigenschaften, Grundoperationen, Grundsätze, Grundprinzipien müssen vielmehr an sich vollkommen klar, einleuchtend, evident und einer Erklärung, eines Beweises weder fähig, noch bedürftig sein. Es kann nur darauf ankommen, sie zu erkennen oder sich ihrer bewusst zu werden, und hierzu dienen nicht Definitionen und Demonstrationen im äusseren Gewande einer mathematischen oder logischen Form, sondern Erläuterungen und Veranschaulichungen, welche den Zweck haben, den noch nicht zur Einsicht Gekommenen auf einen Punkt zu führen, von wo er kraft des ihm innewohnenden eigenen Geistes die Wahrheit erkennt. Die äussere Form einer Definition kann den Grundbegriffen, welche sie in sich verflicht, nicht den Charakter der Evidenz verleihen, wenn derselbe ihnen nicht von Haus aus innewohnt; sie bleibt immer, wenn sie die Miene einer wirklichen Definition annimmt, eine Erschleichung, in der Regel aber eine Selbsttäuschung, indem sie schon in die zur Erklärung gebrauchten Begriffe Das, was zu erklären war, hineingelegt oder bei der Erklärung einen Phantasiesprung über einen Abgrund anstatt eines verständlichen Weges auf festem Boden macht. Es ist wunderbar, dass der Mensch mit schweren Irrthümern und Denkfehlern und mit Sprüngen im Finstern Wissenschaften begründen kann, welche nicht schon in den ersten Stadien zusammenbrechen: das Wunderbare wird aber begreiflich, wenn man erwägt, dass der Mensch als Bestandtheil der Welt die Weltgesetze in sich selbst trägt, dass also alle seine Funktionen, sein Denken,

sein Thun, sein Empfinden unter der Herrschaft von Weltgesetzen steht, sodass sich darin die Grundeigenschaften, die Grundprozesse, die Grundsätze, die Grundprinzipien faktisch bethätigen, selbst wenn der dieselben bethätigende Mensch sie nicht erkennt, sogar sie verkennt, sie verleugnet, sie verunstaltet. Trotz aller Selbsttäuschung, trotz aller Kurzsichtigkeit, trotz der gröbsten Versündigung an der gesunden Vernunft lenkt der Verstand bei der Bearbeitung eines Gegenstandes unvermerkt und sich selbst unbewusst häufig in die rechte Bahn; er vergisst seine falschen Definitionen, welche meistens nur auf dem Papiere stehen, um daselbst einen Platz in einem Schema auszufüllen, sonst aber nicht weiter beachtet werden; er übt thatsächlich Grundsätze, ohne sich darüber Rechenschaft zu geben, er denkt nach logischen Regeln, ohne es zu wissen und ohne sich um die mangelhaften und fehlerhaften Definitionen und Sätze, welche er aufgestellt oder nicht aufgestellt hat, weiter zu bekümmern. So bilden sich Wissenschaften gewissermaassen im Nebel, aus embryonalem Chaos, durch instinktive Thätigkeit, ja sogar mit Vorurtheilen und mit Aberglauben. Alle unsere heutigen Wissenschaften haben diesen Ursprung und stehen noch heute auf wankender Basis.

Da das Fundamentale in der Aussenwelt auch das Fundamentale im menschlichen Geiste ist, sodass er es beim Denken unbewusst übt und zur Geltung bringt; so muss dasselbe wohl, wenn es aus dem bunten Gedankenspiel herausgeschält wird, als etwas erstaunlich Einfaches, Selbstverständliches, immer Dagewesenes, lange Bekanntes erscheinen. So ist es auch; Nichts ist einfacher als unser System der Grundeigenschaften, Grundoperationen, Grundsätze und Grundprinzipien: umso auffallender finde ich es, dass dieses System, soweit es in den ersten beiden Theilen, also für die Erscheinungen und die Anschauungen dargelegt ist, in den Augen der Wenigen, welche es bislang überhaupt einer Notiznahme gewürdigt haben, bald als etwas Fremdes, Gemachtes, Gekünsteltes, bald als etwas Unverständliches, Eingebildetes, ja Unrichtiges erscheint. Fast noch mehr als das Urtheil über das Wesen jener Grundlagen der Welt- und der Denkgesetze frappirt mich die allgemeine Theilnahmlosigkeit, welche man der Ergründung derselben entgegenträgt. Die Erklärung dieser Wahrnehmung dürfte in Folgendem liegen. Während der Mensch in seinem Geiste jene Grundlagen faktisch trägt und jene Grundgesetze empirisch ausübt, also der selbstbewussten Erkenntniss derselben behuf des praktischen Denkens nicht bedarf und das Bedürfniss nach Erforschung derselben nicht fühlt, konsolidirt sich sein Geist unter diesem empirischen Gebrauche in gewissen Formen, verwächst gewissermaassen, indem er reift, mit bestimmten Vorstellungen, welche sich in ihm zu Grundlagen und Grundsätzen seines Denkens verhärten. Aus dieser gewohnheitsmässigen und ihm geläufig gewordenen Denkweise herauszutreten, ist ebenso schwer und unbehaglich, als ungewohnte Nahrungsmittel zu sich zu nehmen, andere Luft zu athmen, fremde Sitten zu adoptiren. Nach Maassgabe der Form, in welcher der Mensch seine Innenwelt auferbaut, und der Thätigkeit, in welcher er seine Kräfte gebraucht, gestalten sich auch seine Bedürfnisse und Ziele. Ein jeder strebt in einer bestimmten Richtung, in welcher er die Befriedigung zu finden hofft, vorwärts: für das Vordringen in einer anderen Richtung

selbst wenn hier der wahre Fortschritt läge, fehlt ihm Geschmack und Neigung; er verspricht sich eben Nichts von einem Wege, welcher nicht den Spuren seiner Ideale folgt, er hält ihn von Haus aus für einen Irrweg.

In der Regel mischen sich in dem individuellen Geiste wahre Vorstellungen mit falschen. Diese Kombination kann dadurch verhängnissvoll werden, dass die Überzeugung von der Wahrheit gewisser Ansichten den Glauben an die Richtigkeit aller übrigen verstärkt und selbst Irrthümer mit dem Nimbus der Zuverlässigkeit umgiebt. Die Einseitigkeit, indem sie das Selbstgefühl hebt, verschliesst den Blick umso fester vor der Ansicht Anderer.

Solange die Erkenntniss des Systems der Grundeigenschaften unvollständig ist, ist die Zahl derjenigen Eigenschaften, welche für Grundeigenschaften gehalten werden, offenbar zu klein; der Mensch macht sich also von der Einfachheit der Weltgesetze in der Weise eine falsche Vorstellung, als er dieselben für einfacher hält, als sie wirklich sind. Der Eine nimmt diese, der Andere jene Grundlage, wie sie seinem Geschmacke am besten entspricht, für die alleinige und wahre Basis des Weltsystems. Auf diese Weise gruppiren sich die Denker in Anhänger gewisser Schulen, und es dürfte von Interesse sein, die Einseitigkeit gewisser herrschenden Ansichten zu charakterisiren, soweit Diess mit den Mitteln möglich ist, welche wir bis an diese Stelle unseres Buches entwickelt haben, wobei wir nicht umhin können, manches bereits Vorgetragene nochmals zu wiederholen. Im Übrigen beschränken wir uns für jetzt auf die Erörterung der Ansichten, welche zur Erklärung der Naturerscheinungen im gewöhnlichen Sinne des Wortes dienen.

Die Welt tritt uns auf mehreren übereinandergebauten Entfaltungsstufen entgegen, d. h. das Weltgesetz bedingt, indem es sich höher entfaltet, höher ausgebildete Wesen, welche die verschiedenen Grundordnungen der Welt oder Naturreiche ausmachen. Das unterste Naturreich ist der freie Äther. Dieser Äther repräsentirt die Welt, solange sie lediglich von der untersten Stufe des Weltgesetzes beherrscht ist oder solange ihre Existenzbedingungen in dem erst auf unterster Stufe entfalteten Weltgesetze beruhen. Der Äther bildet ein einziges Objekt; in ihm giebt es noch keine Vielheit von gesonderten, selbstständigen, individuellen Objekten, sondern nur von unselbstständigen Theilen und Elementen. Es giebt keine verschiedenen Ätherkörper, sondern nur einen einzigen unendlichen und wegen seiner Unendlichkeit unbestimmten Äther. Derselbe ist daher auch unveränderlich und hat mithin keine auf der Selbstständigkeit ätherischer Körper beruhenden, sondern nur solche Eigenschaften, welche seinen unselbstständigen Elementen zukommen, ohne die Selbstständigkeit irgend einer endlichen begrenzten Äthermasse zu beeinflussen. Diese elementaren Eigenschaften des Äthers bestehen in der Fähigkeit seiner Elemente, periodische Zustandswechsel anzunehmen. Die Periodizität oder die Wiederkehr des früheren Zustandes charakterisirt die Veränderung als eine nur den Elementen zukommende, die Selbstständigkeit des Ganzen nicht beeinträchtigende; die Eigenschaften des Äthers bekunden sich also durch Vibrationen, Oszillationen und ähnliche rasch sich wiederholende und wieder verschwindende periodische Elementarprozesse.

Das zweite Naturreich ist das Reich des Ponderabelen oder das Mineralreich. Das Mineral ist das Wesen, welches durch die Entfaltung des Weltgesetzes zu der unmittelbar über dem Äthergesetze stehenden Stufe entsteht. Dieses höhere Gesetz verleiht dem Wesen einen bestimmten Raum, eine bestimmte Zeit (Alter, Dauer), eine bestimmte Masse (Schwere, Kraft, Materialität, Beweglichkeit etc.), eine bestimmte Stoffqualität (Affinität), eine bestimmte Struktur (Bildung, Organisation, Konstitution, Kohäsion). Der reine Äther hat Nichts von alle Dem, er erfüllt keinen bestimmten Raum, keine bestimmte Zeit, er hat keine Masse, Schwere und Materialität, er hat keine Stoffverschiedenheit und Affinität, er hat keine bestimmte Struktur oder Krystallform. Erst das Mineral hat Ausdehnung, ist ein Zeitereigniss, ist materiell, hat Stoffgehalt, besitzt eine krystallinische Bildung. Dasselbe besitzt diese höheren Eigenschaften auf Grund der höheren Entfaltung des Weltgesetzes; der Akt dieser Entfaltung wird Schöpfung genannt: das Mineral oder, was damit gleichbedeutend ist, das Räumliche, Zeitliche, Ponderabele oder Materielle, das Stoffliche, das krystallinisch Gebildete ist das Resultat der Schöpfung aus dem Äther durch höhere Entfaltung des Weltgesetzes.

Da das Mineral aus dem Äther geschaffen ist; so sind die unselbstständigen Elemente des Minerals ätherischen Inhalts. Das Mineral hat also ausser den räumlichen, zeitlichen, materiellen, stofflichen und krystallinischen Eigenschaften, welche ihm als einem selbstständigen Wesen von zweiter Entfaltungsstufe zukommen, auch die Eigenschaften des Äthers, welche seinen unselbstständigen Elementen als wesentliche, ihm selbst aber als unwesentliche, nebensächliche, untergeordnete Eigenschaften zukommen. Diese letzteren, nämlich die ätherischen Eigenschaften des Minerals beruhen nicht auf dem Verhalten desselben als selbstständiges Individuum, sondern auf dem Verhalten seiner Elemente, ein Verhalten, welches sich durch Vibrationen, Oszillationen und ähnliche Veränderungen kund giebt, die für das Gesammtwesen bedeutungslos sind und nur eine Bedeutung für die Elemente haben. Im Übrigen ist das Element des Ponderabelen nicht freier Äther, sondern immer ponderabilisirter Äther; dasselbe hat also nicht ein unbestimmtes oder beliebiges Volum, nicht unbestimmte oder beliebige Form, wie das Element des reinen Äthers, sondern für jeden ponderabelen Körper ein ganz bestimmtes Volum, eine ganz bestimmte Form. Das Element des Ponderabelen ist ein Atom (vgl. das Supplement zum zweiten Theile S. 107). Die ätherischen Eigenschaften verleihen dem Minerale die Leuchtkraft, den Schall, die Elastizität und Wärme, den Geschmack und den Geruch; die konkrete Grösse, Form, Kohäsion u. s. w. der Elemente des Ponderabelen oder seiner Atome verleiht ausserdem jedem konkreten Minerale eine spezifische Farbe, einen spezifischen Ton, eine spezifische Wärme, einen spezifischen Geschmack und einen spezifischen Geruch.

Die ätherischen Eigenschaften sind die physischen Eigenschaften der Dinge; sie wirken unmittelbar auf die Sinne des Menschen (auf die Primitivfasern der sensuellen Nerven). Die mineralischen (materiellen, ponderabilischen) Eigenschaften sind die mathematischen Eigenschaften der Dinge; sie wirken unmittelbar auf das Anschauungsvermögen des Menschen. Die Sinnesorgane des Menschen werden dadurch, dass sich

ihre Primitivfasern im Raume ausbreiten, dass sie in der Zeit dauern und darin Veränderungen erleiden, dass sie materielle Wirkungen ineinanderlagern oder komponiren, dass sie chemilogische Verbindungen oder Gemeinschaften stiften und physiometrische Bildungsgesetze bethätigen, zugleich Vermittler zwischen der Aussenwelt und dem geistigen Anschauungsvermögen, d. h. sie werden Anschauungsorgane.

Diese Doppelnatur, welche die Sinne einmal vermöge ihrer einfachen Primitivfasern oder Elemente und sodann vermöge ihres Systems von Primitivfasern oder als eigentliche Organe besitzen, hat verhindert, das Anschauungsvermögen als ein selbstständiges, über der Sinnlichkeit stehendes Vermögen zu erkennen; dasselbe wird von Manchem, namentlich in der neuesten Zeit, mit der Sinnlichkeit identifizirt, von Manchem dagegen, namentlich in früherer Zeit, mit höheren, intellektuellen Vermögen verwechselt. Aus der ersten Täuschung entspringt die Meinung, dass Raum, Zeit, Materie, Stoff, Krystall Sinneserscheinungen von der Art der Farbe, des Schalles, der Wärme, des Geschmackes und des Geruches seien. Aus der zweiten Täuschung hingegen originirt die Ansicht, dass diese Eigenschaften Verstandeserkenntnisse seien. Sie sind keines von Beiden, sie sind Anschauungen.

Erscheinungen, sowie Anschauungen sind menschliche Vorstellungen, also geistige Eigenschaften; nur der Geist bildet diese Vorstellungen auf Grund von Zuständen, welche der menschliche Organismus annimmt. Allein diesen geistigen Vorstellungen entspricht etwas Äusseres, ausser dem vorstellenden Geiste Existirendes; die ungeistige Welt hat Eigenschaften, welche mit den Erscheinungen von Licht, Schall u. s. w., sowie mit den Anschauungen von Raum, Zeit u. s. w. korrespondiren; die Erscheinungen und Anschauungen haben also nicht bloss subjektiven, sondern auch objektiven Bestand. Darum braucht nicht jede wirkliche subjektive Vorstellung von einer Licht- oder Schallerscheinung oder von einer Raum- oder Zeitanschauung in der Aussenwelt oder objektiv wirklich zu existiren; sie entspricht aber einem möglichen äusseren Objekte. Ebenso braucht nicht jede wirkliche objektive Erscheinung oder Anschauung wirklich eine subjektive Vorstellung zu erwecken; ihr entspricht aber eine mögliche subjektive Vorstellung.

Diese Relation zwischen objektivem Sein und subjektiver Vorstellung beruht eben darauf, dass der Mensch selbst vermöge seines Körpers ein Stück der physischen und der materiellen Welt ist.

Wenn wir jetzt die Verwechslung zwischen Sinnlichkeit und Anschauungsvermögen auf sich beruhen lassen und kein Gewicht darauf legen, dass das Auge durch seine optische Primitivfaser unmittelbar nur Lichteindrücke zur Erkenntniss bringt und durch sein auf der Netzhaut im Raume sich ausbreitendes System von Primitivfasern mittelbar, nämlich durch Affektion eines höheren Gehirnorganes Raumanschauungen erzeugt, wenn wir also das Sinnesorgan als einen mittelbaren oder unmittelbaren Zwischenträger für Erscheinungen und Anschauungen zwischen der Aussenwelt und dem Menschen ansehen; so folgt aus der Rolle dieses Zwischenträgers doch noch keineswegs, dass der Geist, welchem durch das Sinnesorgan Eindrücke von aussen zugetragen werden und welcher auf diese Affektionen reagirt, nicht seine selbstständigen Eigenschaften habe und

dass er nicht vermöge eigenartiger Kräfte jene Affektionen in eine Münze umpräge, welche eine geistige, von der äusseren oder objektiven Eigenschaft völlig verschiedene Qualität besitze; es folgt auch nicht, dass der Geist lediglich von aussen her mit Erscheinungen und Anschauungen gespeis't werde; am wenigsten aber folgt, dass sein Sinnes- und Anschauungsvermögen in ihren Grundprinzipien durch den Verkehr mit der Aussenwelt von Grund aus gebildet werde. Im Gegentheil, setzt die Möglichkeit eines solchen Verkehrs und die Korrespondenz äusserer Objekte mit geistigen Vorstellungen nothwendig voraus, dass der Geist von Haus aus in einer mit der Aussenwelt übereinstimmenden Weise organisirt sei, da ohne eine solche prinzipielle Übereinstimmung auch keine Ausbildungsfähigkeit denkbar wäre. Wenn ein materieller Körper A auf ein Objekt B wirken soll, muss dieses Objekt B nothwendig materiell sein, also mechanische Eigenschaften haben: wenn ein Stoff A sich mit dem Objekte B chemisch verbinden soll, muss dieses Objekt B ein Stoff sein, also chemilogische Fähigkeiten besitzen. Demzufolge mag der Sinnesverkehr mit der Aussenwelt wohl das Sinnes- und Anschauungsvermögen des Menschen mit den Erscheinungen und Anschauungen faktisch existirender Objekte bevölkern, ja, zu diesem speziellen Zwecke wird jener Verkehr unbedingt erforderlich sein: allein, dieser Verkehr kann nicht der Grund der allgemeinen Gesetze des menschlichen Sinnes- und Anschauungsvermögens sein. Die mathematischen Grundsätze können nicht, wie heut zu Tage vielfach angenommen wird, aus der Beobachtung der Aussenwelt, sondern nur vom Geiste stammen. Wegen des naturgesetzlichen Zusammenhanges des Menschen mit der Welt werden sich die mathematischen Grundsätze stets faktisch in der Aussenwelt bestätigen: allein diese thatsächliche Bestätigung, und wenn sie hunderttausendfältig beobachtet würde, charakterisirt keinen Grundsatz; nur die Erkenntniss der Nothwendigkeit dieser Bestätigung würde einen Grundsatz kennzeichnen: eine Nothwendigkeit aber kann überall nicht beobachtet werden, sondern nur eine Wirklichkeit; ein Grundsatz ist daher ein reines Geistesprodukt und, wo er erkannt wird, liefert er den Beweis, dass das Gebiet, auf welches er Anwendung findet, prinzipiell im Geiste begründet ist.

Umgekehrt, ist die Annahme ebenso unbegründet, dass wenn die Anschauungen von Raum, Zeit, Kraft u. s. w. Eigenschaften des Geistes sind, also dem Menschen von Haus aus (mit mehr oder weniger vollkommen entwickeltem Bewusstsein) innewohnen, sie nicht ebenso gut, nach Abstreifung ihres spezifisch geistigen Gewandes, den aussergeistigen Dingen zukommen können, dass sie überhaupt ausschliesslich dem Geiste zukommen, also bei ihrer Anwendung auf die Aussenwelt reine Fiktionen darstellen. Im Gegentheil, enthält die Thatsache, dass äussere Objekte in uns die Vorstellungen von Raum, Zeit u. s. w. erwecken oder dass wir äussere Objekte in Raum, Zeit u. s. w. erkennen, den vollgültigen Beweis dafür, dass Geist und Aussenwelt etwas Gemeinsames haben, da sie sonst nicht in Relation stehen oder aufeinander wirken könnten; dieses Gemeinsame aber ist der Mitbesitz der anschaulichen Grundeigenschaften von Raum, Zeit u. s. w. (ebenso wie der physischen Grundeigenschaften von Farbe, Ton u. s. w.).

Der Idealismus geht von der letzteren Ansicht aus: nach ihm sind

die Anschauungen von Raum und Zeit ausschliessliche Eigenschaften des Geistes, welche der Mensch auf die Aussenwelt überträgt, der Aussenwelt andichtet, ohne dass sie eine objektive Bedeutung in Anspruch nehmen könnten. Für den Idealisten giebt es eigentlich nur eine geistige Innenwelt, keine Aussenwelt, welche Letztere nur eine Illusion ist.

Der Realismus stellt sich auf den vorher gekennzeichneten Standpunkt: nach ihm empfängt der Geist seine Grundanschauungen lediglich von der Aussenwelt; er wird durch die von aussen kommenden Eindrücke geformt wie ein Stück plastischer Thon; er hat keine eigenen Anschauungen kraft eines inneren Anschauungsvermögens, sondern reflektirt nur das von aussen ihm zugestrahlte Licht. Insofern die Materie als der eigentliche Träger der äusseren Eigenschaften oder als der Repräsentant der Aussenwelt angesehen wird, gestaltet sich der Realismus zum Materialismus.

Nach unserer Theorie ist der reine Idealismus ebenso unberechtigt, wie der reine Realismus und der Materialismus. Der Geist, da er in einem physischen und materiellen Körper wohnt, hat so gut physische und mathematische Eigenschaften wie die ungeistige Aussenwelt; er untersteht physischen und mathematischen Gesetzen. Seine physischen und mathematischen Eigenschaften harmoniren mit denen der Aussenwelt vollkommen; darum kann die Wechselwirkung mit der Aussenwelt bildsam sein für den Geist, und es mag ebenso leicht sein, dem Irrthume der Idealisten zu verfallen, dass jene Gesetze nur im Geiste existiren und die Aussenwelt eine Fiktion sei, als dem Irrthume der Materialisten, dass jene Gesetze nur der Aussenwelt zukommen und diese den Geist kraft jener Gesetze in eine bestimmte Form knete, welche er thörichter Weise für sein eigenes Wesen hält.

Übrigens bilden Idealismus und Materialismus, wie sie sich bis jetzt entwickelt haben, zwei sehr unvollkommene und widerspruchsvolle Theorien. Der Idealismus kennt nur zwei anschauliche (mathematische) Eigenschaften, den Raum und die Zeit: die Materie mit ihrer mechanischen Kraft, der Stoff mit seiner Affinität und das Formwesen (der Krystall) mit seinem Gestaltungstriebe sind dem Idealisten Äusserlichkeiten oder Dinge der Sinnenwelt; sie bleiben von dem Tempel ausgeschlossen, in welchen er den Raum und die Zeit aufnimmt. Der Materialismus dagegen erhebt die Materie zu seinem Idole; sie ist ihm die eigentliche Welt, welche den Geist mit Ideen befruchtet. Den Raum und die Zeit lässt er Knechtsdienste bei der Materie vertreten, im Übrigen kümmert er sich nicht viel um deren Herkunft; sie sind ihm kurzweg Eigenschaften der Materie. Die chemischen Gesetze des Stoffes erklärt der Materialismus aus den Eigenschaften der Materie, d. h. er glaubt, die mechanischen Veränderungen, welche die chemischen Prozesse begleiten, für den Grund und das Wesen dieser Prozesse ausgeben zu dürfen. Krystallisation ist ihm ein so einfacher mechanischer Vorgang, dass er es nicht für nöthig hält, über Gestaltungstriebe ein Wort zu verlieren.

Der Materialismus hat nicht bloss desshalb, weil er als Opponent des ebenso falschen Idealismus und als Widersacher eines unberechtigten Autoritätsglaubens auftritt, sondern vornehmlich desshalb, weil er ein der Sinnenwelt huldigendes Prinzip vertritt und eine gewisse Einfachheit

zur Schau trägt, in der Neuzeit viel Anhänger erworben. Diese Einfachheit beruht aber auf Selbsttäuschung und auf Machtsprüchen, welche die Stelle rationeller Deduktionen vertreten. Es klingt allerdings sehr einfach und einladend, die Materie den Träger aller möglichen Eigenschaften zu nennen und durch dieses Wort alle Eigenschaften der Welt zu materiellen Eigenschaften zu stempeln: wenn man dadurch auch nicht die geringste Vorstellung von dem Wesen dieser Eigenschaften erlangt; so weiss man doch, dass sie nichts Selbstständiges, sondern eben nur untergeordnete Eigenschaften der Materie sind und in der Freude über diese das Natursystem vereinfachende Erkenntniss bringt man alle weiteren Fragen und Bedenken über das Wesen jener Eigenschaften vorläufig zum Schweigen.

Noch empfehlenswerther erweis't sich diese Theorie, wenn sie sagen kann, eine Bewegung der Materie in dieser Weise ist Chemismus, in jener Weise Krystallisation, in solcher Weise Licht, in solcher Weise Schall, in solcher Weise Wärme, in solcher Weise Elektrizität; folglich ist jeder Prozess in der Welt eine Art der Bewegung. Diese scheinbare Einfachheit und Gleichartigkeit des Ausgangspunktes, dazu die Handgreiflichkeit der Materie hat so viel Verführerisches, dass heute der Materialismus unter dem Namen der mechanischen Naturerklärung die Urtheilskraft weiter Kreise gefangen hält. Den Anhängern der mechanischen Naturerklärung scheint jene Einfachheit das wahre, einheitliche Weltgesetz zu offenbaren. Es offenbart sich darin aber weiter Nichts, als die mechanischen Symptome sehr verschiedenartiger Prozesse. Da jedes Objekt der Aussenwelt alle Grundeigenschaften besitzt, da es zugleich eine Raumgestalt, eine Zeitgrösse (Ereignissreihe), ein materieller Körper, ein Stoff und ein Gebilde ist, da es also zugleich Ausdehnung, Dauer, Kraft (Bewegungstendenz), Affinität und Gestaltungstrieb hat, da endlich in jedem faktischen individuellen Objekte die speziellen Werthe seiner Grundeigenschaften in bestimmter Relation und Abhängigkeit voneinander stehen, sodass die Veränderung der einen die Veränderung aller übrigen nach sich zieht; so liegt es auf der Hand, dass jeder Prozess mit einer mechanischen Veränderung begleitet ist, dass die letztere also als ein Symptom eines jeden Prozesses erscheint, ohne das Mindeste über dessen wahre Natur und Veranlassung zu verrathen.

Ganz ebenso wie jeder Prozess ein mechanisches Symptom hat, hat er auch ein geometrisches, ein chronologisches, ein chemilogisches und ein physiometrisches Symptom, und mit demselben Rechte, mit welchem man die Gesetze der Aussenwelt auf Mechanik zurückführt, kann man sie auf Geometrie, auf Chronologie, auf Chemilogie und auf Physiometrie zurückführen, d. h. man kann mit demselben Rechte sagen: der Raum ist die einzige Grundeigenschaft aller Dinge und die Weltgesetze beruhen auf Geometrie, oder, die Zeit ist diese Grundeigenschaft und die Weltgesetze beruhen ausschliesslich auf Chronologie, oder, die Affinität (die Neigung zur Gemeinschaft) ist der Grund aller Dinge und die Weltgesetze beruhen nur auf Chemilogie, oder, der Trieb (der Gestaltungs- oder Bildungstrieb) ist der Grund aller Dinge und die Weltgesetze beruhen lediglich auf Physiometrie.

Die Einseitigkeit und Unzulänglichkeit aller dieser Ansichten leuchtet

ein. Jedes Naturreich hat fünf vollkommen selbstständige Grundeigenschaften, eine jede bildet ein Gebiet von eigenartigen Grössen; jedes dieser Gebiete hat wiederum fünf Grundeigenschaften, jede Grundeigenschaft fünf Kardinaleigenschaften u. s. w. Alle diese Eigenschaften stehen in einem systematischen Zusammenhange nach einem höheren einheitlichen Weltgesetze, dem Kardinalprinzipe. Wir haben die Eigenart und Selbstständigkeit der verschiedenen Grössengebiete und ihrer Grundeigenschaften für das Bereich der physischen Erscheinungen im zweiten Theile und für das Bereich der mathematischen Anschauungen im ersten Theile dargethan, wollen jetzt aber durch einige Worte den Unterschied zwischen den einzelnen Grundeigenschaften hervorheben.

Der Raum ist das Nebeneinandersein der Dinge oder das Ausgedehntsein; seine Eigenschaften sind daher die Merkmale, welche die Besonderheiten des Nebeneinanderseins kennzeichnen. Der Raum ist völlig unabhängig von der Zeit; alle seine Punkte, Linien, Flächen, Körper existiren gleichzeitig, haben stets gleichzeitig existirt und werden stets gleichzeitig existiren; der Raum und jede spezielle Raumfigur, d. h. jede Grösse, welche lediglich oder vollkommen rein Raumfigur ist, welche also nicht zugleich anderen Gebieten angehört, ist kein Ereigniss; sie existirt von jeher und immerdar; sie entsteht nicht und hört nicht auf zu sein; sie hat kein Alter und keine Epoche; sie verändert sich nicht in der Zeit; der Übergang zu einer anderen Figur erfordert keine Zeit, da beide Figuren gleichzeitig existiren. Ob es reine Raumfiguren wirklich giebt, ist hiermit nicht behauptet; es giebt in der That keine reinen Raumgrössen, da jedes existirende Objekt nur mit allen Grundeigenschaften der Welt existiren kann. Demzufolge behaupten wir auch nicht, dass alle möglichen Raumfiguren mit physischen oder mit materiellen oder sonstigen Eigenschaften zusammen existiren oder dass sie durch bestimmte physische oder materielle Objekte oder in konkreten menschlichen Vorstellungen verwirklicht seien; nur soviel behaupten wir, dass das rein Räumliche von den Eigenschaften aller übrigen Grössengebiete, also von Zeit, Materie, Stoff u. s. w. unabhängig sei. Beispielsweise besteht die geometrische Figur der Pyramide des Cheops von jeher und in alle Ewigkeit; in der physischen Verkörperung jener Pyramide ist sie jedoch zugleich ein Zeitereigniss, eine Wirkung der Materie, das Resultat eines menschlichen Planes und manches Andere; in dieser physischen, anschaulichen und logischen Wirklichkeit besteht jene Pyramide seit einer bestimmten Zeit, auf eine bestimmte Dauer u. s. w. Ebenso besteht der rein geometrische Inhalt des Pythagoräischen Lehrsatzes seit Ewigkeit; allein, als erste Entdeckung des Pythagoras von einem gewissen Augenblicke und als Erkenntniss manches einzelnen Menschen entsteht und vergeht er zu sehr verschiedenen Zeiten.

Der Raum ist auch völlig unabhängig von der Materie. Der Raum und die Raumfigur ist unbeweglich, unbewegbar, absolut fest. Nur das Materielle ist bewegbar, nicht das Räumliche. Ein geometrisches Dreieck lässt sich nicht verschieben: wenn man zu einem anderen, dem ersten kongruenten Dreiecke übergeht, besteht das erste doch unbeweglich an seiner ursprünglichen Stelle fort. Der Radius eines Kreises ist undrehbar; die sogenannte Drehung dieses Radius ist nur der Übergang zu einem

anderen Radius. Es giebt im Raume ein Anderssein, eine Verschiedenheit des Nebeneinanderseins, aber keine Bewegung des einen Ortes in einen anderen Ort; der Ort ist unbewegbar. Der Raum hat keine Dichtigkeit, er hat keine Kräfte. Wenn wir von der Verschiebung eines Dreieckes, von der Überdeckung des einen durch ein anderes, von der Drehung eines Radius, von der Biegung einer Fläche sprechen; so reden wir mit zwei Zungen oder wir sind es uns nicht bewusst, dass wir räumliche und mechanische Anschauungen kombiniren, dass wir nicht von reinen Raumfiguren, sondern von materiellen Grössen, welche den Raum erfüllen, oder von den geometrischen Eigenschaften materieller Grössen reden.

Ebenso unabhängig ist der Raum vom Stoffe. Alles Räumliche hat dieselbe Qualität, ist absolut gleichartig, hat also keine auf Ungleichartigkeit beruhende Affinität, keine Neigung zur Gemeinschaft oder zur Verbindung. Die geometrische Verbindung von Figuren liefert keine Gemeinschaft von eigenartiger Qualität, sondern nur ein Zusammensein von Figuren, welche in diesem Zusammensein doch mit voller Selbstständigkeit, ohne Verschmelzung zu einer Gemeinschaft unter Aufgabe ihrer ursprünglichen Fähigkeiten fortbestehen.

Endlich giebt es im Raume keine Kohäsion, keine Struktur, keine Bildungstriebe. Alle Punkte haben gleiche Struktur und bestehen selbstständig nebeneinander, ohne nach einem bestimmten Gesetze zu kohäriren. Die Raumpunkte lassen sich weder ordnen, noch aneinanderhängen; sie bestehen immer in derselben Weise als selbstständige, unabhängige Örter nebeneinander.

Die Zeit ist das Nacheinandersein, die Sukzession der Dinge. Ihre Eigenschaften beruhen daher auf dem Entstehen oder dem Werden. Das Entstehen eines neuen Zustandes setzt das Verschwinden des alten voraus; beide können nicht zusammen oder zugleich oder nebeneinander bestehen: dieses Entstehen und Verschwinden ist das Ereignen: die Zeit ist eine Ereignissreihe. Das Zeitliche ist unabhängig vom Raume, dessen Zustände immer zugleich bestehen. Die Zeit hat keine Ausdehnung, welche auf einem gleichzeitigen Nebeneinandersein beruht. Die Zeit schreitet immer für den ganzen Raum mit allen seinen Raumgestalten in derselben Weise fort; der eine Zeitpunkt verschwindet im ganzen Raume, während der nächste im ganzen Raume entsteht. Ebenso unabhängig ist die Zeit von der Materie; die materiellen Prozesse bedingen nicht den Lauf der Zeit. Die Zeit ist nicht beweglich: was man Zeitbewegung nennt, ist keine Verrückung der Zeitpunkte gegeneinander, sondern der Übergang von einem Zeitpunkte zum anderen, ohne irgend eine Veränderung der natürlichen und absolut festen oder unabwendbaren Reihenfolge, in welcher die Zeitpunkte auftreten oder sich ereignen. Die Zeit hat keine bewegenden Kräfte und ist nicht von solchen Kräften abhängig, also auch nicht zu beschleunigen. Nicht minder ist die Zeit vom Stoffe und vom Gestaltungsgesetze unabhängig; sie äussert keine Affinität und keine Kohäsionstriebe gegen ihre chronologischen Elemente; sie erzeugt nicht durch eigene Triebe Zeitfiguren oder Geschichten.

Die Materie ist das Bewegliche und Bewegende. Ihre Eigenschaften sind daher die Bewegungstendenzen oder Kräfte. Die Theile der Materie, ihre Dichtigkeitskomponenten existiren nicht nebeneinander wie die des

Raumes, auch nicht nacheinander wie die der Zeit, sondern ineinander; sie verstärken sich einander: eben Dasselbe gilt von den übrigen Eigenschaften der Materie oder von ihren Kräften, ihren Geschwindigkeiten u. s. w., wesshalb wir die Materie auch das Ineinandersein der Dinge genannt haben. Die Menge der Materie, ihre Masse, sowie ihre Bewegungskraft oder Schwere ist unabhängig von dem Raume, welchen sie erfüllt, oder von ihrem Volum, ebenso von der Zeit, in welcher sie existirt, auch von der Gemeinschaft, in welcher sie sich vermöge einer chemischen Verbindung befindet, auch von der Krystallform, dem Aggregatzustande und der Kohäsion, durch welche ihre Elemente geordnet sind; die Materie und ihre Kräfte sind daher prinzipiell unabhängig von Raum, Zeit, Stoff und Organisation. Ein Körper ist materiell oder er ist Materie nur als Komponente der Weltmaterie, nur vermöge der Zusammenwirkung mit der übrigen Materie, nur auf Grund einer Relation zu dieser Materie, einer Relation, welche ein Ineinandersein anstrebt und die spezifische Grundeigenschaft der Materie, nämlich die Kraft darstellt. Kraft ist Relation oder Verhältniss zur Aussenwelt auf Grund der Tendenz zum Ineinandersein. Ein solches Bestreben, sich mit der Aussenwelt in Relation zu setzen oder sein Verhältniss zur Aussenwelt zu bekunden, sich mit der Aussenwelt zu durchdringen, ist auch so viel wie Wirksamkeit: Kraft ist daher auch Wirksamkeit. Die Wirkung offenbart sich der Anschauung als Bewegung; darum ist Kraft auch Bewegungstendenz. Materie sein, heisst so viel, wie Wirksamkeit besitzen oder Kraft haben oder bewegbar sein.

Der Stoff ist die Befähigung zu einem gemeinschaftlichen Sein; seine Eigenschaften sind die Neigungen zur Stiftung einer Gemeinschaft, einer Verbindung. Die Neigungen, welche ein Stoff zu den verschiedenen anderen Stoffen hat, bestehen weder nebeneinander, wie die räumlichen Theile, noch nacheinander wie die Zeitabschnitte, noch ineinander wie die Bewegungstendenzen (sie verstärken sich nicht), sondern irgend eine dieser Neigungen äussert sich, sobald sich ein anderer Stoff zur Stiftung einer Gemeinschaft oder zur Sättigung dieser Neigung darbietet. Die Stoffqualität ist von Raum, Zeit, Masse und Bildungstrieb prinzipiell unabhängig.

Der Krystall oder das Gebilde oder das Wesen ist das Sein nach einer gewissen Ordnung, nach einem Systeme, nach einem Bildungsgesetze, das Sein in Abhängigkeit oder nach Bedingungen, wesshalb wir dasselbe auch das Füreinandersein genannt haben. Seine Eigenschaften sind die Bildungstriebe, welche weder nebeneinander, noch nacheinander, noch ineinander, noch vermöge der Gemeinschaft oder in der chemilogischen Verbindung bestehen, sondern sich unter dem Einflusse der gegebenen, eine Formbildung überhaupt möglich machenden Bedingungen äussern: dieselben sind daher von Raum, Zeit, Materie und Stoff prinzipiell unabhängig und gehorchen nur den Bildungsgesetzen.

Das Ebengesagte gilt selbstverständlich nur von völlig reinen Raum-, Zeit-, Kraft-, Affinitäts- und Bildungsgrössen. Keine Grundeigenschaft erscheint jedoch in der wirklichen Aussenwelt isolirt; jedes wirkliche Objekt besitzt vielmehr die Grundeigenschaften allesammt, d. h. dasselbe nimmt einen Raum ein, erfüllt eine Zeit, hat eine Masse, bildet einen

Stoff und stellt einen Krystall dar. Es besteht daher als wirkliches Objekt weder eine reine, leere, unmaterielle, zeitlose, qualitätslose, kohäsionslose Raumfigur, noch eine reine, leere Zeitreihe, noch eine reine raumlose, zeitlose, qualitätslose, unorganisirte Materie oder Masse, noch ein reiner, zeitloser, unmaterieller, unorganisirter Stoff, noch ein reiner, zeitloser, unmaterieller, qualitätsloser Organismus. Mit demselben Rechte, womit man die Materie den Träger aller Grundeigenschaften, nämlich der Räumlichkeit, der Zeitlichkeit, der Wirksamkeit, der Affinität und der Bildungstriebe nennt, kann man auch dem Raume oder der Zeit oder dem Stoffe oder dem Krystalle diesen Titel verleihen. Der Materialismus schreibt der Materie oder dem Beweglichen in der That die Rolle einer Ursache zu, aus welcher alle jene Eigenschaften entspringen: wir halten diese Ansicht, welche ohnehin durch Nichts erklärt ist, für einen grossen Irrthum und betrachten den Ausdruck Materie, da, wo wir, dem Sprachgebrauche huldigend, sie einen Träger anschaulicher Eigenschaften nennen, nur als ein Synonymon für anschauliche Aussenwelt.

Die Konfundirung der Grundeigenschaften des Raumes mit denen der Materie erzeugt manche Irrthümer, welche sich oftmals mit dem Scheine einer mathematischen Deduktion umgeben. Hierzu gehört der Streit über die Stetigkeit der Materie und ihre atomistische Zusammensetzung. Der Geometer sagt, weil der Raum stetig oder unausgesetzt theilbar ist; so ist auch die Materie, als das den Raum Erfüllende stetig. Der Atomist sagt, das chemische Gesetz der Multiplen ist bei vollkommener Stetigkeit der Materie unerklärlich; darum muss die Theilbarkeit der Materie eine Grenze haben und die Materie muss aus nebeneinander liegenden untheilbaren Atomen bestehen. Beide Ansichten sind ein Gemisch von Wahrheit und Irrthum. Die Materie erfüllt allerdings den Raum, aber die Raumerfüllung ist keine selbstverständliche Eigenschaft der Materie: die Letztere, da sie eben nicht der Raum selbst ist, erfüllt denselben nicht bedingungslos, sondern in Abhängigkeit von nicht räumlichen Gesetzen oder aus einem im Wesen der Materie liegenden Grunde oder vermöge mechanischer Eigenschaften. Diese auf mechanischen, nicht auf geometrischen Gesetzen beruhende Abhängigkeit zwischen Raum und Materie kann man kurz in die Worte kleiden: die Materie erfüllt den Raum durch Kraft. Die Materie bewegt sich auch nur durch Kraft, oder mit anderen Worten, die Bewegung der Materie ist eine Wirkung von Kraft (nicht umgekehrt die Kraft eine Wirkung der Bewegung, da auch der unbewegte Stein gegen die Erde gravitirt, also gegen die ruhende Unterlage Druck äussert). Selbst die Fortdauer einer gleichförmigen Bewegung oder die Fortdauer einer Kraftwirkung setzt materielle Eigenschaften, nämlich eine mit Trägheit begabte Masse voraus.

Sodann haben wir hervorzuheben, dass das Wort Materie nach dem gewöhnlichen Gebrauche eine ganz unbestimmte Bedeutung hat, dass dasselbe ein Name für eine unverstandene Sache ist. Wir unterscheiden zwischen Äther oder imponderabeler Materie und Ponderabelem. Das Ponderabele ist die mechanische Materie, welche wir zunächst ins Auge fassen. Das Ponderabele ist nicht nur Materie; es ist auch Stoff und krystallinisches Gebilde, gleichwie es Raumgestalt (Körper) und Zeitgrösse (Ereignissreihe) ist. Es kann keine anschauliche Grösse geben, welche

nicht zugleich alle fünf anschaulichen Grundeigenschaften hätte, welche also nicht zugleich Körper, Ereigniss, Materie, Stoff und Gebilde wäre. Demzufolge muss jeder materielle Körper auch ein bestimmter Stoff sein und eine bestimmte Struktur haben: es giebt nur qualifizirte und nach Krystallisationsgesetzen kohärirende Materie; das Wesen eines materiellen Körpers ist mithin noch mehreren anderen Gesetzen unterworfen.

Aus diesen Gründen ist es aber durchaus nicht selbstverständlich, dass jeder Raum mit Materie von bestimmter stofflicher und physiometrischer Beschaffenheit erfüllbar sein müsse. Thatsächlich ist nach unserer Theorie das Volum der ätherischen Generatrix des in Nr. 2 des Supplementes zum zweiten Theile beschriebenen Formelementes oder des in Nr. 17 jenes Supplementes beschriebenen Atoms der kleinste Raum, in welchem ein bestimmter Stoff existiren kann. Eine Zertrümmerung oder Theilung dieser Generatrix ist keine Undenkbarkeit, keine absolute Unmöglichkeit; allein sie ist mit dem Fortbestande des ponderabelen Stoffes unvereinbar; sie würde die Auflösung des Ponderabelen in Äther nach sich ziehen. Hiernach hat auch der Verdünnungsgrad des Ponderabelen seine Grenze in der Dichtigkeit der ätherischen Generatrix, und wir fügen hinzu, dass auch die Verdichtung des Ponderabelen begrenzt sein muss, da unendlich viel Masse in einem endlichen Raume nicht existiren kann, ohne die ganze materielle Welt vermöge der Gravitation in sich aufzusaugen.

Die chemischen und die krystallinischen Prozesse führen unvermeidlich zur Annahme endlicher und bestimmt geformter Generatrizen. Übrigens ist es nicht die chemische Äquivalenz, sondern die Quantivalenz der Stoffe, welche diese Annahme bedingt, da die Äquivalenz auch ohne solche Generatrizen begreiflich wäre, indem eine bestimmte Masse des einen Stoffes die Fähigkeit besitzen muss, eine bestimmte rationale oder irrationale Masse eines anderen Stoffes zu sättigen. Die Quantivalenz ist jedoch aus der Sättigungsfähigkeit nach bestimmten Gewichtsverhältnissen nicht zu erklären, wohl aber aus dem Wesen der Generatrix, da dann wohl von einfachen, zweifachen, dreifachen und überhaupt von vielfachen Generatrizen, nicht aber von halben und getheilten Generatrizen die Rede sein kann.

Soweit es sich also um die Endlichkeit des Volums des erzeugenden Elementes handelt, ist die Ansicht der Atomisten ganz richtig: allein diese Endlichkeit nöthigt durchaus nicht zu der Annahme, dass das erzeugende Element ein für sich abgeschlossenes Stück der Materie sei oder dass diese Elemente als kleinste Bestandtheile der Materie räumlich nebeneinander gelagert seien. Im Gegentheil, was erzeugendes Element sein soll, kann nicht erzeugtes Wesen sein; jedes nochso kleine Stück wirklicher Materie muss also auf dieselbe Weise aus dem erzeugenden Elemente hervorgehen. Es existiren demzufolge keine abgeschlossenen oder gesonderten Atome, sondern nur erzeugende Elemente oder Generatrizen, welche für sich allein noch nicht den daraus zu bildenden Stoff darstellen. Dieser Stoff wird erst durch sukzessiven Niederschlag der stetig fortschreitenden Generatrix erzeugt; auf diese Weise entsteht das Atom aus der Generatrix durch stetige Bildung: das Atom desselben Stoffes kann gross und klein gedacht werden; nur seine Generatrix,

welche jedoch noch kein ponderabeler Stoff, sondern ätherisches Element ist, hat eine bestimmte räumliche Grösse und Form.

Atome, als abgeschlossene Stücke des Ponderabelen, giebt es nicht; nur abgeschlossene Elemente desselben, welche jedoch noch nicht ponderabel, sondern ätherisch sind. Aus einem solchen Elemente entsteht jedes kleine und grosse Stück des Ponderabelen durch denselben Prozess, welcher vollkommen stetig fortschreitet, also auch eine vollkommen stetige Zertheilung des Ponderabelen, jedoch mit elementaren Endfiguren von endlicher Grösse in den Bruchflächen gestattet.

Anders als das Ponderabele, ist der Äther, aus welchem jenes entsteht, zu beurtheilen. Der Äther ist keine mechanische Materie; er ist überhaupt keine Anschauung, sondern eine Erscheinung. Derselbe bildet keine bestimmten Körper, keine bestimmten Zeitereignisse, keine bestimmten Materien (von verschiedener Masse oder Dichtigkeit), keine bestimmten Stoffe, keine bestimmten krystallinischen Gebilde. Demnach kann und muss man sich den Äther als stetig und unausgesetzt theilbar im Raume vorstellen.

Die letzteren Betrachtungen betreffen die Erfüllung des Raumes durch die Materie unter dem Gesichtspunkte der Ausdehnung einer bestimmten Masse im Raume: die Raumerfüllung kömmt noch in einer anderen Beziehung, nämlich als Anwesenheit der Materie an einem bestimmten Orte in Betracht. Auch in dieser Hinsicht erkennt man bald die prinzipielle Unabhängigkeit der Materie vom Raume. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass sich der Stein A, welcher ein Bestandtheil der Erde ist, in 24 Stunden um den Mittelpunkt der Erde dreht, daneben in einem Jahre um die Sonne läuft, ausserdem mit dem Sonnensysteme eine noch unbekannte Bahn im Sternenraume beschreibt, möglicherweise aber mit dem Sternenhimmel beliebige, völlig unbekannte Bewegungen in beliebigen Richtungen, mit konstanten und veränderlichen Geschwindigkeiten ausführen kann; so ist es undenkbar, jenem Steine einen bestimmten Ort im absoluten Raume beizulegen: er hat in einem bestimmten Augenblicke weder einen absolut bestimmten Ort, noch eine bestimmte Geschwindigkeit, noch eine bestimmte Beschleunigung. Sein Bewegungszustand ist nur ein relativer, wie auch seine Kraftäusserung (Gravitation) nur eine relative, von der materiellen Mitwelt abhängige oder auf einer Beziehung zu dieser Mitwelt beruhende, nicht aber auf absolute Raumverhältnisse zurückführbare ist. Gegen einen zweiten Stein B auf der Erde ist der erste A in Ruhe und äussert eine schwache Anziehung in der Linie AB mit einer von der zufälligen Länge dieser Linie und der zufälligen Masse des zweiten Steines abhängigen Kraft. Als Theil der Erde ist der Stein A in rascher Kreisbewegung und äussert eine seinem Gewichte gleiche Anziehung in vertikaler Linie. Als Theil des Sonnensystems befindet sich der Stein A in ungleichförmiger Bewegung, äussert eine geringe Gravitation gegen die Sonne in variabeler Richtung und Stärke. Das ganze mechanische Verhalten des Steines A ist hiernach durch Relationen zur materiellen Mitwelt, nicht durch absolute Raumverhältnisse bedingt: es giebt überhaupt nichts Materielles oder Mechanisches, das nicht auf einer Relation zu einem äusseren Mitwirkenden zurückzuführen wäre. Während das Räumliche vermöge nebeneinanderseiender Theile eine gesonderte, selbstständige Existenz hat,

besteht das Materielle nur durch die Zusammenwirkung mit anderem Materiellen oder durch Kräfte.

Die in dem Ineinanderstreben der gesammten Weltmaterie begründete, das eigentliche Wesen der Materie ausmachende Bewegungstendenz oder Kraft, welche eine bestimmte gegebene Masse äussert und dieselbe zu einer bestimmten mechanischen Grösse macht, mit einem Worte, alle mechanischen Eigenschaften eines Körpers A erlangen ihren speziellen Werth lediglich durch die Zusammenwirkung oder Ineinanderwirkung mit der gesammten Weltmaterie, und wenn man jenen Körper als Komponente eines gegebenen materiellen Systems. betrachtet, durch die Zusammenwirkung mit der Materie dieses Systems. Ganz anders verhält es sich mit einer Raumgrösse; dieselbe ist von den übrigen im Raume existirenden Grössen unabhängig: ein gegebener Kubus hat eine bestimmte Ausdehnung, einen bestimmten Ort, eine bestimmte Stellung, eine bestimmte Dimensität, eine bestimmte Form, gleichviel, welche andere Raumgestalten neben oder ausser ihm vorhanden sind: das Räumliche beruht auf gesonderten und durch die Absonderung oder durch das Nebeneinandersein selbstständigen Theilen. Ein eiserner Kubus als mechanische Grösse dagegen hat seine Masse, Kraft, Geschwindigkeit und Beschleunigung nur vermöge der Zusammenwirkung mit der Weltmaterie: jenachdem er sich auf der Erde, auf dem Monde, auf der Sonne befindet, hat er andere mechanische Eigenschaften, weil seine Relation zu der Weltmaterie eine andere ist.

Die Frage nach dem Ursprunge der Kräfte der ponderabelen Materie ist im zweiten Theile dieses Werkes beantwortet. Ponderabele Materie ist Äther, welcher durch den Schöpfungsprozess in Generatrizen abgesondert, geformt, zusammengeschoben, also konzentrirt oder geballt ist. Ihre Masse entspricht der Menge des darin zusammengedrängten Äthers. Ihr räumliches Volum und ihre Elastizität oder die Kraft, womit sie den Raum erfüllt, gehen nach unserer Elastizitätstheorie in §. 323 unmittelbar aus dem Gleichgewichte zwischen dem mit Expansionstendenz begabten positiven Urstoffe und dem mit Kontraktiontendenz begabten negativen Urstoffe des Äthers hervor. Ihre Anziehungskraft ergiebt sich nach unserer Gravitationstheorie in §§. 314 und 318 einfach und deutlich aus der Beziehung zwischen dem Ponderabelen und dem dasselbe durchdringenden Äther, und zwar liefert diese Beziehung nicht bloss das sogenannte Gravitationsgesetz, nämlich die Abhängigkeit der Attraktionskraft zweier durch Äther getrennten oder vielmehr durch Äther verbundenen ponderabelen Massen von der räumlichen Entfernung derselben, sondern auch die Art und Weise der Fortpflanzung dieser Attraktionskraft durch den Äther oder vielmehr durch Vermittlung des Äthers, also die Wirkungsweise ponderabeler Massen. Die Kohäsion der Materie entspringt aus der Ineinanderschiebung der ätherischen Generatrizen nach den in Nr. 2 des Supplementes zum zweiten Theile eingehend erörterten Gesetzen.

Wie der Raum oder das Volum, ferner die Masse und die Kraft eines materiellen Körpers aus dem Äther stammt, ebenso hat auch das Alter desselben seinen chronologischen Anfang in dem Ereignisse, welches die Zusammenschiebung der ätherischen Generatrizen zu einer ponderabelen

Masse bezeichnet, und die ewige Beständigkeit des Äthers ist zugleich der Grund der endlichen Dauerhaftigkeit, überhaupt der Zeitlichkeit des aus ätherischen Elementen gebildeten Körpersystems. Die chemilogische Qualität und Affinität desselben entspringt aus der relativen Grösse und Zusammenschiebung, seine Krystallgestalt und Struktur aber aus der Form der ätherischen Generatrizen, resp. aus der Zentralisations- und Dezentralisationstendenz der sich ballenden ätherischen Urstoffe (vgl. Nr. 25 des Supplementes zum zweiten Theile).

Die Thatsache, dass von allen Zweigen der anschaulichen Mathematik von Alters her vornehmlich die Geometrie oder die Theorie des Raumes kultivirt ist, dass aber die logische Mathematik, nämlich die Arithmetik oder die Theorie der Zahl von allem anschaulichen Inhalte absieht, sich also auf jedes Anschauungsgebiet anwendbar erweis't, übt noch heute eine grosse Macht über den Geist vieler Mathematiker, indem sie denselben in einen selbstgeschaffenen Zauberkreis bannt, welcher sich um den anschaulichen Raum und die abstrakte Zahl dreht. Die Zahl ist dem Mathematiker das Symbol jeder möglichen Grösse und der Raum war ihm stets der Vertreter jeder wirklichen oder anschaulichen Grösse. Die erste Ansicht ist richtig, die zweite ist falsch: unter dem Einflusse beider setzt der Geometer seinem Studium über die Naturgesetze von vorn herein das Ziel, Alles auf Maass und Zahl, was so viel wie Raum und Zahl bedeutet, zurückzuführen. In der Philosophie hat zwar seit Kant die Zeit einiges Recht neben dem Raume gewonnen; die Mathematik jedoch trägt ihr nur wie einer Nebensache oder wie einer unwesentlichen Nebenbestimmung räumlicher Prozesse Rechnung, wenn sie sich nicht gar des Zudringlings dadurch entledigt, dass sie die Dauer als zeitliche Ausdehnung auffasst, also für diese spezifisch chronologische Eigenschaft die analoge räumliche Eigenschaft substituirt, oder statt der Gesetze der Zeit die Analogien im Raume betrachtet. Mit diesem Verfahren kömmt sie ein gut Stück Weges leidlich aus, da sie überhaupt noch keine reine Chronologie oder Ereignisslehre als Theorie der Zeit aufgebaut hat, vielmehr die lediglich zu praktischen Zwecken kultivirte Chronometrie wie eine Anwendung der Mathematik auf die Zeit als auf ein spezielles äusseres Objekt behandelt.

In der Mechanik ist es schwieriger, sich des neuen Gastes zu erwehren, da er hier neben dem Raume und der Materie erscheint. Indem man ihm hier etwas mehr Achtung erweis't und seiner Selbstständigkeit neben dem Raume einige Zugeständnisse macht, glaubt man hinsichtlich der Anerkennung der Grundeigenschaften der Dinge das Äusserste gethan zu haben und besteht umso unerbittlicher auf dem Verlangen, dass Alles, was einer mathematischen Regel folgt, sich auf Raum, Zeit und Zahl zurückführen lasse. Der Materie oder der Kraft, dem Stoffe oder der Neigung, der Struktur oder dem Triebe ein ähnliches Recht auf Selbstständigkeit einzuräumen, ist man weit entfernt. Hier soll und muss Alles räumlich oder zeitlich sein; man verlangt daher von den Naturprozessen eine Erklärung, welche sich lediglich auf Raum und Zeit stützt und glaubt, dass nicht eher eine genügende Erklärung, eine Zurückführung auf die letzten Gründe vorliege, als noch etwas Anderes, als Raum, Zeit und Zahl dabei eine Rolle spiele.

Allerdings gehen die Zugeständnisse zuweilen weiter: es hängt ganz von persönlichem Belieben ab. Der Eine erkennt ausser dem Raume nichts weiter an, der Zweite noch die Zeit, der Dritte auch die Materie, jedoch nicht die Kraft als eine spezifische Eigenschaft derselben, der Vierte die Materie und die Anziehungskraft, jedoch nicht die Abstossungskraft, auch nicht die chemische Affinität und noch weniger den Krystallisationstrieb u. s. f. Allen ist Mechanik nicht reine, sondern angewandte Mathematik, nämlich Anwendung der Mathematik auf eine rohe Körpermasse, welche sich in den für Geister geschaffenen Raum eindrängt, während es Niemand einfällt, die Geometrie ebenfalls für angewandte Mathematik, nämlich für Anwendung der Mathematik auf den Raum zu halten. Mancher, der etwas besser von der Materie denkt, gesteht doch dem Stoffe nicht sein Recht zu, sondern sucht den Chemismus auf mechanische Bewegungen zurückzuführen.

Dass bei dieser Verkennung der Grundeigenschaften der Anschauungen oder des Ponderabelen die Grundeigenschaften der Erscheinungen oder des Äthers ganz und gar keine Anerkennung finden, dass im Lichte, im Schalle, in dem Druckgefühle und der Wärme, in den Geschmackserscheinungen und dem galvanischen Strome, sowie in den Geruchserscheinungen lediglich mechanische Prozesse erblickt werden, kann nicht Wunder nehmen.

Ich weiss nicht, ob sich irgend Jemand mit so unzulänglichen Mitteln eine Erklärung der Anschauungen und Erscheinungen geschaffen hat, bei welcher er selbst volle Befriedigung findet; so viel weiss ich aber, dass ich noch keine Theorie angetroffen habe, welche auf mich diesen Eindruck gemacht hätte. Es würde viel zu weit führen, ja unmöglich sein, hier alle bestehenden Ansichten zu kritisiren; wir überlassen es ganz dem Leser, sich ein Urtheil über die relative Zulänglichkeit unserer Theorie der Naturgesetze gegenüber so vielen anderen zu bilden. Nur ein Paar Worte gestatten wir uns noch über einige herrschende Meinungen zu sagen, wonach der Materie keine eigentliche Kraft innewohnen, die mechanischen Prozesse vielmehr nur auf Bewegung, insbesondere auf dem Stosse materieller Theile beruhen soll. Diesen Meinungen stellen wir folgende Sätze gegenüber.

Ortsveränderung ist keine Bewegung (geometrischer Prozess ist kein mechanischer Prozess). Die Ortsveränderung ist nur ein subjektiver Prozess, hat nur subjektive Geschwindigkeit, d. h. eine Geschwindigkeit, womit das Subjekt die Veränderung ausführt, aber keine objektive Geschwindigkeit; das Objekt der geometrischen Ortsveränderung setzt seine Bewegung nicht von selbst fort, wohl aber die bewegte Materie; sie hat Geschwindigkeit auf Grund einer mechanischen Eigenschaft, der Trägheit oder des Beharrungsvermögens.

Geometrische Figuren erfüllen nicht den Raum mit Kraft; sie sind Theile des Raumes, sie existiren im Raume, schliessen sich aber nicht darin aus, können vielmehr ohne Hinderniss denselben Theil des Raumes einnehmen. Zwei mit Ortsveränderung gegeneinander bewegte Figuren dringen ohne Hinderniss ineinander ein: mechanische Massen aber widerstehen der Eindringung mit Kraft.

Bewegung, als ein aus der Ruhe hervorgehender Zustand muss eine Ursache haben; sie muss eine Wirkung sein. Mit Bewegung gegebene Körper können aber nicht die Grundursachen der Bewegung sein und diese Ursachen nicht erklären, da sie bereits das zu Erzeugende, das zu Bewirkende, das zu Erklärende enthalten. Was die Bewegung erklären soll, muss die Entstehung derselben erklären und zeigen, wie die Bewegung aus dem Ruhezustande als eine Wirkung entsteht.

Zur Vollbringung einer Wirkung ist ausser dem Subjekte (der Masse), welches die Wirkung aufnehmen soll, eine Kausalität erforderlich, welche eine Grundeigenschaft des Grössengebietes ist, um welches es sich handelt, welche also eine mechanische oder materielle Grundeigenschaft ist (die Kraft).

Was einen ruhenden materiellen Punkt in Bewegung setzen soll, muss selbst ruhen; was einen in Bewegung begriffenen Punkt beschleunigen soll, muss sich momentan mit derselben Geschwindigkeit bewegen, also in relativer Ruhe zu diesem Punkte sein (weil das rascher sich bewegende Agens den Punkt überholen und das langsamer sich bewegende Agens denselben nicht erreichen würde). Wenn aber das wirkende Agens keine relative Bewegung hat, muss es seine Wirkung durch etwas Anderes vollbringen, als durch Bewegung, nämlich durch Druck oder Kraft.

Die Einwirkung eines äusseren Objektes, die Übertragung einer Wirkung, die Fortpflanzung eines Bewegungszustandes erfordert hiernach den Kontakt; die unmittelbare Wirkung äussert sich in unmittelbarer Nähe durch Berührung.

Der Stoss erzeugt keine Bewegungsquantität, er vermehrt nicht die gegebene Quantität der Wirkung, sondern ändert sie nur oder veranlasst eine andere Vertheilung, und auch Dieses nur, indem er die Veranlassung ist, dass die zusammenstossenden Massen durch das Bestreben, ineinander einzudringen, Kräfte erzeugen. Immer sind es Kräfte, welche Bewegung erzeugen, Bewegung vernichten, Bewegung ändern.

Da Körper, welche sich stossen sollen, in Bewegung sein müssen; so kann der Stoss nicht die Ursache der vorhandenen Bewegung sein. Ruhende Körper können sich nicht stossen, also auch nicht bewegen. Wenn der Stoss die Grundursache der Bewegung wäre, könnte nichts Anderes diese Ursache sein; es könnte also auch zwischen zwei ruhenden Körpern keine Bewegungstendenz oder kein Druck bestehen, da Bewegungstendenz Dasselbe ist wie Ursache einer möglichen Bewegung oder schlechthin Bewegungsursache, gleichviel, ob diese Ursache wirkliche Bewegung zur Folge hat oder ob die wirkliche Bewegung durch eine Gegenwirkung neutralisirt wird, die Bewegungsursache also als Tendenz zur Bewegung bestehen bleibt.

Was eine Eigenschaft von einem Nachbar anzunehmen und auf einen Nachbar zu übertragen vermag, muss die Fähigkeit haben, diese Eigenschaft zu besitzen, oder diese Eigenschaft muss zu den möglichen Eigenschaften des fraglichen Objektes gehören. Da ruhende materielle Körper sich zu pressen oder Druck gegeneinander auszuüben vermögen, gleichviel, ob sie diesen Druck von anderen Körpern empfangen und nur fortpflanzen; so muss ihnen die Fähigkeit der Kraftäusserung als Ursache der Bewegung innewohnen, und diese Ursache muss eine spezifische Eigenschaft

der Materie sein, da keine anderen Grössen, wie Raumfiguren, Zeitereignisse, Stoffqualitäten (als Träger von Affinitäten), Strukturgrössen (als Träger von Trieben zur Gestaltung oder Anordnung) Druck zu äussern oder fortzupflanzen vermögen.

So unmöglich es ist, die Eigenschaften der Materie, d. h. die Kräfte auf Eigenschaften des Raumes oder der Zeit oder Beider zurückzuführen, ebenso unmöglich ist es, die Eigenschaften des Stoffes oder die Affinitäten auf Eigenschaften der Materie, also auf Kräfte, Bewegungen und Wirkungen, oder auf Eigenschaften der Materie und der Zeit und des Raumes zusammen zurückzuführen. Die Materie ist in allen Stoffen von derselben Art, sie wirkt in allen Theilen jedes beliebigen Stoffes in derselben Weise, mit einer der Quantität der Materie, d. h. der Masse proportionalen Intensität; der Stoff dagegen trifft vermöge seiner Qualitätsverschiedenheit eine Auswahl und bekundet damit Eigenartigkeiten oder eigenartige Fähigkeiten, Affinitäten, Neigungen. Eine Affinität ist keine Kraft oder Bewegungstendenz, sie erzeugt keine Bewegungen und Wirkungen, sondern Verbindungen, d. h. Gemeinschaften des Seins unter Verwandlung der Fähigkeiten der Genossen in eigenartige Fähigkeiten der Verbindung. Die Kraft wirkt nach aussen, überträgt Etwas, das im Besitze des wirkenden Subjektes ist, auf ein äusseres Objekt; die Affinität dagegen wirkt in der Durchdringung nach innen, sie bewerkstelligt eine innerliche Verwandlung. Ein Stoff wird durch Bewegung, Verdichtung oder sonstige mechanische Einwirkung nur nebensächlich, nicht spezifisch verändert, d. h. diese Veränderungen sind generelle, für alle Stoffe prinzipiell gleiche; es gehen daraus keine neuen Eigenarten, sondern nur gemeinsame Modifikationen aller Eigenarten hervor; Affinität kann daher nicht durch Bewegungszustände und überhaupt Chemismus nicht durch Mechanismus erklärt werden.

Aus ähnlichen Gründen ist es unmöglich, den Gestaltungstrieb auf Affinitäten, auf mechanische Kräfte, auf Zeitereignisse oder auf räumliche Eigenschaften zurückzuführen. Der Stoff ist in allen seinen nebeneinander gelagerten Bestandtheilen homogen, er hat in allen Richtungen um einen Punkt herum dieselbe Affinität, ebenso ist die Materie oder Masse eines Körpers in allen diesen Richtungen von gleicher Wirksamkeit; der Trieb zur Anordnung, welcher die Struktur, die Kohäsion und die Krystallgestalt erzeugt und den Aggregatzustand ändert, ist jedoch eine Funktion von der Richtung, variirt mit der Richtung, hängt von konstituirenden Bedingungen ab, ist der Ausdruck einer Abhängigkeit, ein Trieb, sich systematisch nach einem Einheitsgesetze zu konstituiren oder sich zu organisiren.

Ebenso wenig wie die Grundeigenschaften des einen Anschauungsgebietes auf die eines anderen zurückzuführen sind, können die Erscheinungen auf Anschauungen oder die Anschauungen auf Erscheinungen zurückgeführt werden. Licht, Schall, Wärme, Strom, Geschmack, Geruch u. s. w. sind weder mechanische Bewegungen, noch Kräfte, noch Wirkungen, noch Arbeiten, noch Affinitäten, noch Triebe des Ponderabelen, überhaupt keine aus der Ponderabilität oder Materialität, aus der Räumlichkeit, Zeitlichkeit, Stofflichkeit und Krystallisirbarkeit hervorgehenden Eigenschaften, sondern es sind Eigenschaften des Äthers und kommen

dem Ponderabelen nur insofern zu, als dasselbe eine höhere Entfaltungsform des Äthers ist.

Alle Täuschungen über die Identität verschiedener Grundeigenschaften und alle Versuche, die eine Grundeigenschaft auf die andere zurückzuführen, sind nur bei dem heutigen Mangel an Erkenntniss der Grundeigenschaften und des Kardinalprinzipes möglich und sie entspringen aus der Thatsache, dass jedes bestehende Objekt, weil es ein Stück der Welt ist, sämmtliche Grundeigenschaften der Welt zugleich besitzt, dass aber die speziellen Werthe dieser Grundeigenschaften eines Objektes ein System bilden oder durch ein Gesetz miteinander verbunden sind, welche das Naturgesetz dieses Objektes ausmacht, das wir später näher entwickeln werden. Vermöge dieses Gesetzes stehen die speziellen Werthe der Grundeigenschaften eines Objektes, nicht aber die Grundeigenschaften selbst oder die ihnen zu Grunde liegenden Prinzipien in gesetzlicher Abhängigkeit voneinander; diese Abhängigkeit begründet die Äquivalenz der Grundeigenschaften oder Naturkräfte, und indem man diese Äquivalenz als Identität deutet, gelangt man zu den obigen Irrthümern (zu denen auch die vermeintliche Identität von Wärme und mechanischer Arbeit gehört), welche darauf hinauslaufen, die Einheit in der Natur für eine Einerleiheit zu halten.

Keine einzelne, auch nicht zwei, auch nicht drei, auch nicht vier Grundeigenschaften eines Grössengebietes reichen aus, um die darin vorkommenden Begebenheiten zu erklären; es sind immer fünf koordinirte und selbstständige Grundeigenschaften hierzu erforderlich. Die fünf Grundeigenschaften des allgemeinen Anschauungsgebietes liefern fünf Anschauungsgebiete, deren Wesen die Räumlichkeit, die Zeitlichkeit, die Materialität, die Stoffqualität und die Gestaltung (Bildung, Organisation, Struktur, gesetzlicher Zusammenhang) ist. Die primitiven Eigenschaften dieser Gebiete sind die Ausdehnung, die Dauer, die Kraft, die Neigung, der Trieb. Jedes anschauliche Objekt gehört allen Anschauungsgebieten zugleich an oder hat alle anschaulichen Grundeigenschaften; es kann jedoch nicht die eine durch die andere erklärt werden, weil sie selbstständig, voneinander unabhängig sind. Demnach kann sich ein Körper nur durch Kräfte bewegen, ohne Kräfte, ohne mechanische Ursache entsteht, besteht, vergeht keine Bewegung; keine geometrische, keine chronologische, keine chemische, keine krystallinische Eigenschaft erzeugt Bewegung; keine Raumfigur, kein Zeitereigniss, kein Stoff, kein Krystall bewegt sich, nur die Materie ist das Bewegbare, nur ein materieller Körper bewegt sich. Natürlich bewegt sich daher alles Ponderabele, weil es materiell ist. Andererseits können sich Stoffe nur durch Neigungen zur Gemeinschaft (Affinität), nicht durch Kräfte (d. h. Bewegungstendenzen oder mechanische Kräfte) verbinden: hinsichtlich der Materie sind alle Körper gleichartig; die Materialität, die Massenhaftigkeit kann kein Grund zur Verbindung sein, auch nicht das Krystallisationsvermögen, die Räumlichkeit, die Zeitlichkeit. Ebenso können Gebilde nur durch Triebe (Bildungs- oder Organisations- oder Konstituirungstriebe) sich umbilden oder metamorphosiren: die Räumlichkeit (das Nebeneinandersein), die Zeitlichkeit (das Nacheinandersein), die Materialität (die Wirkungstendenz), die Stofflichkeit (die Neigung zur Gemeinschaft), sie alle

bedingen keine gesetzliche Abhängigkeit der Elemente eines Objektes voneinander, keinen Zusammenhang dieser Elemente nach einem einheitlichen Organistionsgesetze, sie haben kein Organisations-, Konstituirungs-, Individualisirungsvermögen, also keinen Gestaltungstrieb. Ferner können Raumgrössen nur durch das Nebeneinandersein Ausdehnung, Ort, Richtung und irgend eine andere geometrische Eigenschaft haben, insbesondere sich ein- und ausschliessen; kein Zeitereigniss, keine Kraft, keine Neigung, kein Trieb kann solche Eigenschaften verleihen und erklären. Endlich können Ereignisse nur durch die Sukzession der Zeit entstehen; sie sind nicht durch geometrische Ausdehnung, nicht durch mechanische Kraft, Ursache und Wirkung, nicht durch chemilogische Neigung, nicht durch physiometrischen Trieb zu erklären.

Wie keine anschauliche Grundeigenschaft eine andere anschauliche Grundeigenschaft zu erklären vermag, so vermag sie auch keine physische Grundeigenschaft oder, umgekehrt, diese jene zu erklären. Eine anschauliche Grösse ist das Objekt, indem es auf unser Anschauungsvermögen wirkt oder indem wir dasselbe mit unserem Anschauungsvermögen auffassen. Die anschaulichen Eigenschaften sind die mathematischen Eigenschaften. Das Wort Ponderabeles ist nur ein Ausdruck für ein anschauliches Objekt, insofern dasselbe seine mechanische Kraft, seine Relation gegen die Aussenwelt, seine Gravitation bekundet: das Wort Materie ist nur ein Ausdruck für dieses Objekt, insofern es generell als eine mit mechanischen Fähigkeiten ausgerüstete, überhaupt als eine mechanische Grösse aufgefasst wird. Als anschauliche Grösse bildet das ponderabele Objekt ein einheitliches, geordnetes, gesetzliches Ganze mit systematisch zusammenhängenden, also voneinander abhängigen Elementen: nur als solches Ganze ist das Objekt eine anschauliche Grösse, ein ponderabeles Objekt, nicht als Haufen selbstständiger, unabhängiger, isolirter Elemente. Jedes Objekt stellt aber nicht bloss ein einheitliches Ganzes mit abhängigen Elementen, sondern zugleich auch ein Haufwerk selbstständiger Elemente dar; es zeigt also nicht bloss ponderabilische Eigenschaften, sondern auch die Eigenschaften, welche seinen Elementen als selbstständigen Grössen zukommen. Als selbstständige Grösse ist ein Element des Ponderabelen eine ätherische Grösse, insbesondere ein Ätherobjekt unter dem Einflusse eines ponderabilischen Organismus, also nicht freier Äther, sondern ponderabilisirter Äther. Die Eigenschaften, welche die Elemente des Ponderabelen zeigen, sind ätherische Eigenschaften; vermöge dieser Eigenschaften wirkt das Ponderabele nicht auf unser Anschauungsvermögen, sondern auf unser Sinnesvermögen und der Mensch nennt es jetzt ein Sinnesobjekt oder eine sinnliche Erscheinung oder schlechthin eine Erscheinung.

Die ätherischen oder sinnesfälligen Eigenschaften der Objekte oder die Eigenschaften der Erscheinungen sind die physischen Eigenschaften der Dinge. Auch die Zahl der physischen Grundeigenschaften ist fünf, auch sie sind selbstständig voneinander und von den anschaulichen oder mathematischen Grundeigenschaften unabhängig. Keine kann durch die andere erklärt werden, das Gesicht nicht durch das Gehör, nicht durch das Gefühl, nicht durch den Geschmack, nicht durch den Geruch, das Licht nicht durch den Schall, nicht durch die Wärme, nicht durch Elektrizität

oder Strom, nicht durch physiometrischen Oszillationsprozess. Auch kann keine Erscheinung durch eine Anschauung, oder umgekehrt, kein physischer Prozess durch einen mathematischen oder, mit anderen Worten, keine physische Erscheinung mathematisch erklärt werden. Die sogenannte mathematische Theorie des Lichtes, des Schalles, der Wärme u. s. w., überhaupt die mathematisch theoretische Physik ist immer nur die Entwicklung der Gesetze der anschaulichen Vorgänge, mit welchen die physischen Prozesse begleitet oder vergesellschaftet sind, welche also gewissermaassen anschauliche Symptome der physischen Erscheinungen sind. Die Vergesellschaftung der physischen und anschaulichen Eigenschaften beruht auf höheren Weltprinzipien und ist darum eine nothwendige und gewisse, sodass die anschaulichen Vorgänge als zuverlässige Vertreter der physischen erkannt werden. Diese Erkenntniss bildet die Basis der mathematischen Theorie und giebt ihr die Berechtigung zu dem Titel einer mathematischen Theorie der Erscheinungen: allein es ist ein gewaltiger Irrthum, diesen unter höheren Weltprinzipien stehenden Zusammenhang zwischen den physischen Erscheinungen und ihren anschaulichen Symptomen für eine Identität, für eine Deckung Beider zu halten und die Letzteren für den Grund der Ersteren zu halten.

Unmittelbar sind Erscheinungen nicht von Anschauungen, physische Grössen nicht von mathematischen abhängig und können nicht durch einander erklärt werden. Alle mathematische Theorie des Lichtes, und wenn sie die feinsten Unterschiede der Erscheinung mit korrespondirenden äquivalenten Differenzen mathematischer Formeln begleitet, wenn sie also beispielsweise den Unterschied zwischen rothem und grünem Lichte in allen denkbaren Beziehungen befriedigend aufdeckt, kann uns den Grund nicht angeben, warum diese Lichtstrahlen in unserem Auge eben solche Affektionen hervorbringen, welche sie wirklich hervorbringen und welche wir Roth und Grün nennen.

Aber nicht bloss in subjektiver, auch in objektiver Beziehung enthält die mathematische Theorie keine Erklärung der physischen Grundeigenschaften. Das Elastizitätsgesetz, sowohl das des Ponderabelen, als das des Äthers, ist nicht ausschliesslich durch mechanische Anschauung, d. h. durch die Relation der Materie zur äusseren Weltmaterie, insbesondere nicht durch Bewegungstendenz zu begründen. Dass ein materieller Körper einen bestimmten Raum erfüllt, dass er diesen Raum mit einer bestimmten Kraft, nämlich in der Weise erfüllt, dass er seiner Volumvergrösserung und Volumverkleinerung einen bestimmten Widerstand entgegensetzt, ist durchaus nicht ein ausschliessliches Resultat seiner mechanischen Eigenschaften; die Mechanik, welche dem Körper Beweglichkeit, Bewegungstendenz, Bewegung, Gravitation, Widerstand gegen Bewegung und alle sonstigen aus dem Wesen der Kraft unmittelbar fliessenden Eigenschaften zuschreibt, vermag hieraus keinen Grund abzuleiten, warum der Körper seiner Volumveränderung, seiner Verdichtung oder Verdünnung, seiner Zerreissung, Zerdrückung, Verschiebung widersteht, warum er in den Elementen zusammenhängt, Elastizität und Festigkeit hat. Er hat diese Eigenschaften nur weil er aus Äther gebildet ist und aus ätherischen Elementen besteht, also weil er Eigenschaften des Äthers besitzt, welche von denen des Ponderabelen durchaus

verschieden und unabhängig, d. h. nicht mathematisch abhängig, sondern auf Grund höherer, nichtmathematischer Weltgesetze, nämlich auf Grund solcher Weltgesetze abhängig sind, welche die Entstehung des Ponderabelen aus dem Äther bedingen, Gesetze, welche keine mathematischen und keine physischen sind und darum Schöpfungsgesetze genannt werden.

Im Abschnitte VIII haben wir den Grund der Elastizität und überhaupt im zweiten Theile den Grund aller physischen Eigenschaften des Ponderabelen erläutert und gezeigt, dass und wie dieselben aus den Grundeigenschaften des freien Äthers entspringen. Die Grundeigenschaften des Letzteren aber sind durchaus selbstständig und ebensowohl voneinander, als auch von denen des Ponderabelen unabhängig. Wir erwähnen nur kurz, dass der freie Äther nach unserer, wie wir glauben, in allen wesentlichen Punkten wohl begründeten, konsequenten und die Thatsachen vollständig erklärenden Theorie folgende hauptsächlichen Eigenschaften besitzt. Er besteht aus zwei Urstoffen, welche den Gegensatz eines positiven und eines negativen Urstoffes bilden. Der positive Urstoff besitzt Expansibilität oder das Bestreben, den ganzen Raum zu erfüllen; der negative Urstoff besitzt Kontraktilität oder das Bestreben, sich unausgesetzt zu kontrahiren. Vermuthlich hat auch von den beiden Urstoffen der eine die Zentralisations- und der andere die Dezentralisationstendenz, welche die Grundlage des Krystallisationstriebes der ponderabelen Körper bildet. Jeder Urstoff ist ein beständiges, seit unmessbarer Zeit und in unmessbare Zeit unverändert bestehendes oder seine Existenz in gleichem Zustande fortsetzendes Wesen. Jeder Urstoff äussert auf die unmittelbar benachbarten Elemente des anderen Urstoffes Attraktion, auf seine eigenen aber Repulsion. Die beiden entgegengesetzten Urstoffe besitzen die von uns Ätherismus genannte Neigung zur Verbindung in gleichen Mengen mit unüberwindlicher (durch keine chemische Affinität besiegbarer) Begierde zu einem einzigen Stoffe, dem freien Äther, welcher als einziger und konstanter Ätherstoff zu keinem anderen Äther Verwandtschaft hat und nur durch das Verhalten seiner eigenen beiden entgegengesetzten Bestandtheile ätherische Stoffprozesse (elektrische Induktionen) zur Erscheinung bringen kann. Der Äther ist stetig gebildet, hat keine bestimmten Formelemente, besitzt aber einen vollkommenen Zusammenhang, sodass sich in ihm alle möglichen Formelemente von beliebiger Grösse und Form realisiren lassen, Formelemente, welche zugleich zentralisirt und dezentralisirt erscheinen.

Der aus der Verbindung der Urstoffe entstehende Äther füllt einen unmessbaren Raum, hat unmerkbare Dichtigkeit, keine Schwere, besitzt dessen ungeachtet ungeheuere Kohäsion, Adhäsion, Elastizität, ist in ungeheuerem Grade starr, unbeweglich, alles Ponderabele diffundirend, hindert trotz dieser Diffusion des Ponderabelen nicht die Bewegung des Letzteren, ist unzerreissbar, unzerquetschbar, unverschiebbar, ist unauflösbar oder nicht in seine Urstoffe zerlegbar, gestattet vielmehr nur Vibrations- oder Oszillationsprozesse, d. h. ungemein geringe periodische Zustandsänderungen, hat die Fähigkeit der präzisen, ungeschmälerten, momentanen Fortpflanzung solcher Prozesse, d. h. der ungeschwächten Übertragung derselben auf die Nachbarschaft, ist mithin ein vollkommener Strahler, d. h. ein Medium für geradlinige und vollkommene Fortpflanzung

der verschiedensten Vibrationssysteme der optischen, kalorischen, elektrischen, magnetischen und anderer Prozesse.

Da der Äther das Ponderabele durchdringt, die Formelemente des Letzteren aber ätherische Beschaffenheit haben; so wird der Äther zugleich der Vermittler für gewisse aus der Zusammenwirkung von Äther und Ponderabelem entspringenden Prozesse, insbesondere der Vermittler für die Gravitation, welche der eine ponderabele Körper auf den anderen ausübt: erst die Anwesenheit des die Weltmaterie diffundirenden Äthers macht die Gravitation derselben möglich.

Der im Formelemente des Ponderabelen enthaltene Äther ist nicht mehr freier Äther, sondern ponderabilisirter Äther. Seine Eigenschaften sind also nicht mehr mit denen des freien Äthers identisch: der ponderabele Körper hat daher vermöge seiner ätherischen Eigenschaften eine bestimmte oder spezifische Farbe, einen bestimmten Ton, eine spezifische Wärme, einen spezifischen Geschmack, einen spezifischen Geruch; er nimmt einen bestimmten Raum ein, hat ein bestimmtes Alter und eine bestimmte Dauerhaftigkeit, eine bestimmte Masse, eine bestimmte Stoffqualität mit bestimmten Neigungen, eine bestimmte Struktur mit bestimmten Gestaltungstrieben; er hat einen bestimmten Elastizitätsmodel, eine spezifische Festigkeit; in ihm sind die Urstoffe des Äthers in geringem Maasse trennbar und liefern, wenn sie sich scheiden, die positive und die negative Elektrizität.

Die ätherischen oder physischen oder sinnesfälligen Eigenschaften sind von den ponderabilischen oder mathematischen oder anschaulichen Eigenschaften durchaus verschieden und unabhängig, die einen können nicht die anderen erklären; die mechanische Chemie, die mechanische Wärmetheorie, die mechanische Naturlehre jeder Art, indem sie glaubt, durch das Wesen der mechanischen Kraft die Naturerscheinungen zu erklären, ist ein Wahngebilde. Die Harmonie zwischen den mechanischen Formeln und den Erscheinungen ist Dasselbe wie die Harmonie, welche zwischen den Symptomen einer Krankheit und dem Wesen der Krankheit oder zwischen den Symptomen eines Wachsthumprozesses und dem Wesen des Wachsthums besteht. Diese Harmonie beruht auf Weltprinzipien, aber nicht auf physischen, nicht auf mathematischen Gesetzen; das Wesen des Einen kann nicht durch das Wesen des Anderen erklärt, begründet, begriffen werden. Zur Erkenntniss der Natur reicht nicht die Erkenntniss einer isolirten Eigenschaft aus; sie erfordert die Erkenntniss eines Systems von Grundeigenschaften, Grundprozessen, Grundgebieten, und dieses System ist ein pentarchisch gegliedertes, in jedem Grössengebiete übereinstimmend geordnetes, sich nach höheren Prinzipien in allen Gebieten wiederholendes, aber stets in spezifischer Weise verwandeltes, also stets neue, von den anderen unabhängige Qualitäten erzeugendes.

Indem man alle koordinirten Grundeigenschaften oder alle koordinirten Grundgebiete, z. B. sämmtliche Anschauungsgebiete (des Raumes, der Zeit, der Materie, des Stoffes und des Gebildes) ihres spezifischen Wesen entkleidet und nur das ihnen unter einem allgemeineren Gesichtspunkte Gemeinsame auffasst, bildet man von allen Anschauungen den gemeinsamen Begriff. Diess geschieht durch die arithmetische Zahl. Die Zahl ist der begriffliche oder logische Repräsentant für jede anschauliche

Grösse (für die geometrische, die chronologische, die mechanische, die chemilogische und die physiometrische). Die arithmetische Formel enthält sogut das Gesetz des Raumes wie das der Zeit, der Kraft, der Affinität und des Triebes. Daraus folgt aber durchaus nicht, dass sie das Wesen des Raumes, der Zeit, der Kraft, des Stoffes und des Gebildes erklärt: die mathematische Formel ist zu einer solchen Erklärung ganz und gar unfähig, da sie ja alles Dasjenige, was den Raum, die Zeit, die Kraft, den Stoff, das Gebilde voneinander unterscheidet, abgestreift, als etwas Unwesentliches bei Seite gestellt hat.

Hieraus ergiebt sich der Irrthum derjenigen Analytiker, welche glauben, durch Rechnung und Formelbildung das Wesen der Dinge zu ergründen. Jede Formel postulirt Grössen von gewisser Art; über die postulirten Grundlagen ihrer selbst kann sie nicht das mindeste ausmachen. Das Geben und Prüfen von Postulaten und Grundsätzen ist ein anderes Geschäft, als das Rechnen; es ist eine allgemeinere Funktion des menschlichen Geistes; es ist nicht die Aufgabe der Mathematik, es ist auch nicht die Aufgabe der Logik, es ist die Aufgabe der Philosophie. Die vorstehende Erörterung ist wesentlich philosophischer Natur und würde daher dem vierten Theile unseres Buches haben vorbehalten werden können: da sie jedoch speziell die Irrthümer, welche über das Wesen der Erscheinungen, der Anschauungen und der logisch-arithmetischen Formel herrschen, betrifft; so mag sie auch hier nicht ganz am unrechten Orte sein.

Nach Vorstehendem verwerfen wir nicht bloss den Materialismus und, allgemeiner, den Realismus, sondern auch den Idealismus. Es existirt sowohl das Äussere mit eigenartigen Eigenschaften (Kräften, Fähigkeiten, Vermögen) in Form selbstständiger Dinge, als auch das Innere oder Geistige mit eigenartigen Eigenschaften in Form von subjektiven Vorstellungen: die äusseren und die inneren Eigenschaften, so qualitativ verschieden sie sein mögen, korrespondiren miteinander oder bilden Analogien voneinander, d. h. die einen wie die anderen bethätigen das Kardinalprinzip, welches ein Weltprinzip ist. Diese Korrespondenz zwischen äusseren und inneren Eigenschaften ist keine Hypothese, sondern eine unanfechtbare Wahrheit, da der Mensch als Angehöriger der Welt nothwendig den Weltgesetzen unterliegt, es also für ihn keine anderen Grundgesetze geben kann, als für die übrige Welt und diese übrige Welt gar nicht mit dem Menschen in Wechselwirkung oder in sonstige gesetzliche Beziehung treten könnte, wenn nicht Beide den Abhängigkeitsbedingungen eines gemeinsamen Weltgesetzes unterworfen wären.

So haben die Erscheinungen des Lichtes, des Schalles, der Wärme u. s. w. sowohl ihre objektive, als auch ihre subjektive Bedeutung und Beide korrespondiren miteinander, wenngleich die subjektive Erscheinung oder die geistige Wahrnehmung eine andere, nur für den Menschen gültige Bedeutung hat, als der korrespondirende objektive Prozess. Ebenso haben die Anschauungen des Raumes, der Zeit, der Materie, des Stoffes und des Krystalls sowohl ihre objektive, als auch ihre subjektive Bedeutung, welche letztere als geistige Eigenschaft natürlich geistige Qualität hat und dadurch sich von der objektiven Eigenschaft unterscheidet. Imgleichen hat der Begriff Pferd, welcher alle möglichen, der

Definition des Pferdes entsprechenden Thiere umfasst, so gut seine objektive, als auch seine subjektive Bedeutung: die letztere trägt den Namen des logischen Begriffes, die erstere dagegen ist der objektive Inbegriff der gleichnamigen Geschöpfe, und zwar aller möglichen gleichnamigen Geschöpfe. Ob die im Begriffe gedachten Pferde sämmtlich wirklich existiren, ist für die eben erörterte Beziehung zwischen Aussen- und Innenwelt ebenso gleichgültig, wie es irrelevant ist, ob eine subjektiv angeschaute Raumfigur oder eine subjektiv wahrgenommene Lichterscheinung wirklich existirt: das Wesentliche für jene Beziehung ist, dass die subjektive Vorstellung einem möglichen äusseren Objekte entspricht oder dass, umgekehrt, das äussere Objekt möglicherweise auch subjektiv vorgestellt werden kann. Im Übrigen gestattet die Freiheit, welche im Geiste höher entwickelt ist, als in der aussergeistigen Welt, dass der Mensch sich spontane Vorstellungen bilde; dieselben sind dann wirkliche subjektive Vorstellungen mit möglichen äusseren Objekten, d. h. wirkliche Vorstellungen, welchen die wirklichen äusseren Objekte als mögliche Fälle angehören, oder wirkliche Vorstellungen, welche das Möglichkeitsgebiet für die zugehörigen wirklichen Objekte ausmachen. Umgekehrt, können äussere Objekte existiren, ohne gedacht zu werden: ein bestehendes, aber nicht gedachtes Ding ist ein wirkliches äusseres Objekt, welches gedacht werden kann, welches also nothwendig einem denkbaren Begriffe angehört, oder für welches es nothwendig einen Begriff geben muss, in welchem das wirkliche Objekt einen möglichen Fall bildet.

Indem wir auf die in §. 492 unter Nr. 4 über die Qualität des Seins angestellten Erörterungen Bezug nehmen, sagen wir, jedem Begriffe entspreche ein äusseres Objekt: allein, wenn wir das begriffliche oder gedachte Sein das wirkliche Sein nennen, hat das korrespondirende äussere Objekt die Qualität des möglichen Seins, oder mit anderen Worten, das Objekt eines Begriffes besteht wirklich in unserem Verstande, aber möglicherweise in der Aussenwelt, oder der Inbegriff aller äusseren Objekte, welche möglicherweise bestehen können, bildet das äussere Objekt des Begriffes. Wenn wir, umgekehrt, das äussere Sein das wirkliche Sein nennen, hat der Begriff, welcher mit einem äusseren Objekte korrespondirt, die Qualität des nothwendigen Seins, oder mit anderen Worten, der Begriff, welcher jenes Objekt als möglichen Fall umfasst, ist die durch Abstraktion sich ergebende Gesammtheit aller dieser möglichen Fälle, eine Gesammtheit, welche nothwendig denkbar sein muss, wenn einer ihrer möglichen Fälle wirklich existiren soll.

Wir haben schon hervorgehoben, dass der Idealismus sogut wie der Materialismus in ihrem jetzigen Standpunkte sehr unvollständige wissenschaftliche Systeme mit klaffenden Lücken, grossen Unklarheiten und verworrener Anordnung des Stoffes sind. Das Anschauungsvermögen existirt in jenen Theorien nicht als ein eigenartiges Vermögen, welches uns die Erkenntniss der Gesetze des Mineralreiches oder der mathematischen Gesetze liefert: ein Theil der Funktionen dieses Vermögens wird den Sinnen, ein anderer Theil dem Verstande zugewiesen, andere Theile werden gar nicht beachtet oder sie werden mit einer unbeschreiblichen Willkür oder Undeutlichkeit bald diesem, bald jenem Vermögen überantwortet. So wird der Raum bald als eine Sinneserscheinung, bald

als eine Verstandeserkenntniss behandelt, und wenn zuweilen von einer räumlichen Anschauung die Rede ist; so ist darunter doch nur die dem Sinneseindrucke entsprechende Wahrnehmung verstanden. Ebenso ist die Zeit bald Sinneserscheinung, bald Verstandeserkenntniss; in der Regel wird ihr jedoch etwas Eigenartiges beigemischt, welches sie von der Gemeinschaft mit dem Raume ganz scheidet und ihr die Definition einer Form des inneren Sinnes zuzieht, vermittelst dessen ein Subjekt sich selbst anschaut, während der Raum eine Form des äusseren Sinnes sein soll, vermittelst dessen das Subjekt die Aussenwelt anschaut. (Kant, Kritik der reinen Vernunft, erster Theil, Abschnitt 1 und 2).

Bei diesem Gegensatze von Raum und Zeit bleibt natürlich kein Platz für andere Formen der Anschauung, zu denen wir die Materie, den Stoff und den Krystall rechnen. Es bleibt auch kein Platz für die eigentliche Sinneserscheinung von Licht, Schall u. s. w. Diese eigentlichen Sinneserscheinungen werden daher gar nicht als nothwendige Bedingungen, unter welchen die Gegenstände für uns Objekte der Sinne werden können, sondern als zufällig beigefügte Wirkungen der Organisation, welche mit der Erscheinung verbunden sein sollen, angesehen (Kant, Kritik der reinen Vernunft, erster Theil, Abschnitt 1 und 2, S. 38 und 39).

Nach unserer Ansicht sind Raum und Zeit Eigenschaften der Dinge der Aussenwelt, welche bei unmittelbarer Einwirkung dieser Dinge auf den Menschen die gleichnamigen Vorstellungen hervorbringen. Diese subjektiven Wirkungen korrespondiren mit ihren objektiven Ursachen. Selbstredend machen sich diese Eigenschaften in der äusseren Materie und im menschlichen Anschauungsvermögen in besonderer Weise durch den Zustand geltend, in welchen sie die erstere oder das letztere versetzen. Für den Menschen ist dieser Zustand, in welchen er durch die Einwirkung eines räumlichen oder zeitlichen Objektes oder auch durch eine spontane Erregung des betreffenden Zentralorgans versetzt wird, eine Anschauung: in dieser Anschauung erkennt er den Raum und die Zeit, gleichwie er in einer rothen Farbe und in einem akustischen Tone das Licht und den Schall erkennt. Jedes Ding ist oder existirt in dem Zustande, in welchem es sich befindet: der Mensch ebenfalls. Das Sein des Menschen in einem gewissen Zustande des Sinnesvermögens, des Anschauungsvermögens, des Erkenntnissvermögens heisst wahrnehmen, anschauen, erkennen. Der Mensch sieht nur mit dem Auge, hört nur mit dem Ohre, schaut nur an mit dem Anschauungsvermögen, denkt nur mit dem Verstande und zwar auf Grund des Zustandes, in welchen das betreffende Organ versetzt ist. Wenn aber der Mensch überhaupt nur in subjektiven Vorstellungen erkennt und ein Objekt für ihn nur Das ist, als was er es erkennt; so ist er berechtigt zu sagen, Raum und Zeit, gleichwie Licht und Schall bestehen wirklich oder haben objektive Realität, insofern er darunter versteht, dass Raum, Zeit, Licht, Schall subjektive Formen seiner Vorstellungen von gewissen, realen äusseren Eigenschaften sind. Die Frage nach der objektiven Bedeutung äusserer Eigenschaften, also z. B. die Frage: was ist das räumliche Nebeneinandersein für Objekte oder Wesen, welche kein menschliches Anschauungsvermögen haben? erscheint mir als eine Absurdität, welche auf gleicher Stufe steht mit der Frage: wie denkt der Stein, wie schaut er den

Raum an? oder auch mit der Frage: wie schmeckt dem Menschen die rothe Farbe, wie riecht ihm der Ton C, indem in diesen Fragen das Urtheil eines Wesens oder eines Organs über Dinge, welche ausserhalb seines Urtheilsvermögens liegen, herausgefordert wird. Die Absurdität dieser Frage rechtfertigt übrigens nicht die Behauptung, dass der Vorstellung von Raum und Zeit keine äussere Eigenschaft entspräche oder dass Raum und Zeit keine Realität besässen: sie haben Realität; der Mensch denkt aber nicht objektiv, sondern subjektiv; der reale Raum erscheint ihm daher als Das, was er die Anschauung des Raumes nennt.

§. 573.

Naturgesetzliche Zusammengehörigkeit aller Grundeigenschaften in subjektiver und in objektiver Hinsicht.

Die subjektiven Anschauungen von Raum, Zeit, Materie, Stoff und Krystall, sowie die subjektiven Erscheinungen von Licht, Schall, Gefühl, Geschmack und Geruch sind nach Vorstehendem Grundeigenschaften des mit Geist begabten Menschen, sie beruhen auf seiner natur- oder weltgesetzlichen Organisation. Die Fähigkeit zur Bildung solcher Vorstellungen und das Wesen derselben ist dem Menschen also eingeboren oder a priori gegeben, nicht erst a posteriori, d. h. durch Affektionen der Aussenwelt erworben. Die Aussenwelt hat Grundeigenschaften, welche mit denen des Geistes auf Grund des allgemeinen Weltgesetzes harmoniren und demzufolge mit dem Geiste in Wechselwirkung treten können. Diese Eigenschaften der Aussenwelt sind die objektiven Werthe jener subjektiven Vorstellungen; vermöge jener Eigenschaften wirkt ein äusseres Objekt auf uns und erfüllt unser Anschauungs- und Sinnesvermögen mit speziellen Eindrücken, welche ein a posterio gegebenes oder durch Erfahrung erworbenes Material von thatsächlich bestehenden Dingen darstellt.

Jedes faktisch existirende Objekt ist aber stets ein Objekt in allen Anschauungs- und Sinnesgebieten, und da jede faktisch existirende subjektive Vorstellung stets einem möglichen faktischen Objekte entspricht; so ist sie auch stets eine Vorstellung in allen Anschauungs- und Sinnesgebieten. Es giebt daher in der Wirklichkeit weder objektiv, noch subjektiv eine reine Raum-, Zeit-, Kraft- etc. Anschauung und auch keine reine Licht-, Schall- etc. Erscheinung, sondern nur Grössen schlechthin, welchen stets alle anschaulichen und sinnlichen Eigenschaften zugleich zukommen. Eine reine Raum- oder Zeitgrösse oder eine reine Licht- oder Schallerscheinung existirt nicht faktisch als ein isolirtes Objekt, sondern nur als eine der vielen anderen zugleich existirenden Eigenschaften eines Objektes, welche wir zwar künstlich in der Weise isoliren, dass wir die übrigen Eigenschaften ignoriren oder ausser Betracht lassen, welche wir aber nicht faktisch zu isoliren vermögen, weder in der objektiven Aussenwelt, noch in der subjektiven Innenwelt. Es ist von grosser Wichtigkeit, sowohl die Subjektivität und die Objektivität der Vorstellungen, als auch die ideelle Reinheit und die faktische Gemischtheit der einzelnen Grundeigenschaften deutlich einzusehen: zu diesem Zwecke stellen wir noch folgende Betrachtungen an, welche Ergänzungen des Abschnittes XV bilden.

Das Räumliche oder Nebeneinanderseiende oder Ausgedehnte oder Extensive ist in feste Grenzen eingeschlossen, dasselbe steht ausschliessend und ausschliesslich da, d. h. es schliesst alles übrige Räumliche vollständig aus und erfüllt den durch die Grenzen bezeichneten Theil des gleichartigen Gesammtgebietes voll und ganz, einzig und allein, ohne mit einem anderen Theile des Raumes irgend Etwas gemein zu haben, es dehnt sich aus mit nebeneinander liegenden, einander ausschliessenden und nur durch gemeinschaftliche Grenzen sich berührenden Theilen. Das Räumliche besteht immer; es hat keinen Anfang und kein Ende in der Zeit, keine Dauer, kein Alter; es besteht also, aber es entsteht nicht; es hat keine Ursache und vollbringt keine Wirkung; es wird weder erzeugt, hergestellt, geschaffen, noch bewirkt oder gemacht. Im Raume liegen alle denkbaren geometrischen Figuren und Gesetze immerdar als mögliche geometrische Fälle; allein, dieselben werden darum nicht immer von uns angeschaut, d. h. sie isoliren sich nicht in unserem Geiste als subjektive Zustände unseres Anschauungsvermögens und sie isoliren sich auch nicht objektiv als äussere Grössen. Die möglichen Raumgrössen existiren also nicht sämmtlich wirklich und die wirklich existirenden oder als selbstständige Objekte sich darstellenden Raumgrössen sind niemals völlig reine Raumgrössen, d. h. Grössen, welche ausschliesslich und allein dem Raume angehören, Es giebt weder subjektiv, noch objektiv vollkommen reine Raumgrössen; jede wirkliche Grösse gehört vielmehr sowohl subjektiv, wie objektiv allen fünf Anschauungsgebieten zugleich an, d. h. sie hat alle fünf Grundeigenschaften des Anschauungsvermögens oder der anschaulichen Aussenwelt; sie ist zugleich Raumgrösse, Zeitereigniss, Materie, Stoff und Krystall. Keine dieser fünf Grundeigenschaften kann veräussert werden, ohne die Grösse selbst zu vernichten. Ebenso ist jede physische Erscheinung zugleich ein Licht-, Schall-, Gefühls-, Geschmacks- und Geruchsobjekt oder eine optische, akustische, ästhematische, gustische und osmetische Erscheinung, und es kann keine dieser Eigenschaften davon getrennt werden, ohne das physische Objekt total zu vernichten. Allerdings macht sich jede der fünf anschaulichen Grundeigenschaften und so auch die Räumlichkeit in einem besonderen Gebiete unseres Anschauungsvermögens geltend und existirt darin als eine reine Grösse dieses Gebietes, z. B. als eine reine Raumgrösse, gleichwie jede der fünf physischen Grundeigenschaften auf einen einzelnen unserer fünf Sinne wirkt, auch ist die Wirkung auf das eine Anschauungs-, resp. Sinnesgebiet oftmals eine so vorherrschende, dass die übrigen Wirkungen unbeachtet bleiben: allein dessenungeachtet bestehen alle diese Wirkungen prinzipiell, und jedes Organ, sei es ein Anschauungs-, sei es ein Sinnesorgan, steht mit dem Gesammtorgane, d. h. mit dem gesammten Anschauungs-, resp. Sinnesvermögen in einer derartigen inneren Verbindung, dass sich bei der Bildung eines Eindruckes, welcher einem einzelnen Organe spezifisch angehört, auch Wirkungen der übrigen Organe geltend machen, ja, dass ein solcher Eindruck ohne die Betheiligung der anderen Organe gar nicht möglich ist, weil alle diese Organe in ihrer Gesammtheit den Menschen ausmachen. Mit anderen Worten, gleichwie in der Aussenwelt die Kräfte aller Grössengebiete nach einem einheitlichen Prinzipe zusammenwirken oder

zusammen thätig sind, um ein äusseres Objekt als Stück der Gesammtwelt zu erzeugen, welches demzufolge alle Grundeigenschaften (Räumlichkeit, Zeitlichkeit, Materialität, Stofflichkeit und Krystallisation, sowie Farbe, Ton, Wärme, Geschmack und Geruch) besitzt und nothwendig besitzen muss, weil dieses Objekt eben ein Theil der Welt ist, welche nur durch die Zusammenwirkung aller ihrer Kräfte besteht, ebenso wirken in unserem Geiste, mag es sich um eine spontane oder um eine von aussen erregte Thätigkeit handeln, alle Geisteskräfte zusammen, um Eindrücke zu erzeugen, welche zugleich dem Anschauungsgebiete des Raumes, der Zeit, der Materie, des Stoffes und des Krystalles, sowie auch dem Sinnesgebiete des Auges, des Ohres, der Haut, der Zunge und der Nase angehören.

Die Trennung dieser Eigenschaften ist nur eine ideelle Unterscheidung der verschiedenartigen Empfindungen, welche wir von einem Objekte haben nach Maassgabe der Betheiligung der Zentralorgane, welche uns diese Empfindungen zum Bewusstsein bringen und es ist wichtig, sich bei den Eindrücken, welche sich als die Empfindungen eines solchen Organs darstellen, Dasjenige zu vergegenwärtigen, was diesem Organe nicht ausschliesslich zukömmt, sondern auf der Mitwirkung anderer Organe beruht. Um kombinirte Geisteseindrücke in ihre einfachen Komponenten zu zerlegen und die Beziehungen der Letzteren zu einander, sowie zum Gesammtgeiste und zur Aussenwelt zu erkennen, muss die erste Frage immer darauf gerichtet sein: was ist von jenen Eindrücken objektiven und was ist subjektiven Ursprungs, oder was beruht auf einer faktischen Existenz in der Aussenwelt und was auf rein geistigen Prozessen des Geistes? Da jedes äussere Objekt physische und mathematische Eigenschaften besitzt, indem es zugleich optische, akustische, ästhematische, gustische und osmetische Erscheinung, sowie geometrische, chronologische, mechanische (materielle), chemilogische und physiometrische Grösse ist; so kombiniren sich in dem Eindrucke, welchen wir von einem äusseren Objekte empfangen, die verschiedensten Grundeigenschaften lediglich auf Grund des objektiven Bestandes. Wir wollen jetzt aber vornehmlich zeigen, dass auch bei den Eindrücken, welche nicht auf äusserer Erregung, sondern auf inneren oder rein geistigen Funktionen beruhen oder subjektiven Ursprungs sind, stets alle Grundeigenschaften zusammen vertreten sind, sodass hinsichtlich der Vollständigkeit des Grössenwerthes eine innere Grösse einer äusseren ganz analog ist.

Unter diesen rein subjektiven Funktionen und den ihnen entsprechenden äusseren Objekten betrachten wir zunächst die Funktionen des Anschauungsvermögens, schicken jedoch die Bemerkung voraus, dass sämmtliche Geistesfunktionen, also die sinnlichen (physischen), die anschaulichen (mathematischen), die logischen und die höchsten Funktionen von koordinirtem und von subordinirtem Range miteinander in einem auf dem Einheitsprinzipe des Geistes beruhenden Zusammenhange stehen, sodass Sinneserscheinungen mit Anschauungen und diese wieder mit Erkenntnissen, umgekehrt aber auch Erkenntnisse mit Anschauungen und diese mit Erscheinungen verknüpft sind. Diese Verknüpfung aller Geistesvermögen macht es schwierig, die Funktionen eines derselben zu isoliren oder in einem Geisteseindrucke die Funktionen, welche den nicht in Betracht kommenden Vermögen angehören, zu erkennen und

von denen des betrachteten Vermögens abzuscheiden. Wenn diese Abscheidung, welche einige Sorgfalt erfordert, vollbracht ist, kommen in jedem der eben genannten Geistesvermögen, also im Sinnesvermögen, im Anschauungsvermögen und im Erkenntnissvermögen immer fünf koordinirte Grundvermögen in Betracht: im Sinnesvermögen das Gesicht, das Gehör, das Gefühl, der Geschmack und der Geruch, im Anschauungsvermögen der Raum, die Zeit, die Materie, der Stoff und der Krystallorganismus; im Erkenntnissvermögen haben wir jedoch bis jetzt erst eines von den fünf darin vorhandenen Vermögen, nämlich den Verstand oder das Begriffsvermögen kennen gelernt, wir können daher von allen dem letzteren Gebiete angehörigen Eindrücken gegenwärtig nur die Begriffe berücksichtigen.

Eine Erscheinung, mag sie objektiven oder mag sie subjektiven Ursprungs sein, und mag im letzteren Falle die primitive Veranlassung dazu im Sinnesvermögen, oder im Anschauungsvermögen, oder im Erkenntnissvermögen liegen, hat immer ihren Sitz in dem betreffenden Sinnesorgane, also im Auge, im Ohre, in der Haut, in der Zunge, in der Nase (resp. in den betreffenden sensuellen Nerven). Eine Anschauung von Raum, Zeit, Materie, Stoff und Krystall hat ihren Sitz in dem Anschauungsvermögen, welches man nothwendig nach fünf besonderen Vermögen unterscheiden muss: erstens, dem räumlichen Anschauungsvermögen, durch welches wir uns selbst als im Raume an einem bestimmten Orte, mit einer bestimmten Ausdehnung seiend vorstellen und von äusseren Objekten Raumvorstellungen erlangen; zweitens, dem zeitlichen Vermögen, durch welches wir uns dauernd und veränderlich empfinden und Erfahrungen machen; drittens, dem Bewegungsvermögen oder dem motorischen Apparate, durch welches wir uns als bewegbare und bewegende Materie erweisen und mit äusserer Materie in mechanische Wechselwirkung treten; viertens, dem chemilogischen oder dem Ernährungsvermögen, durch welches wir uns als Stoff mit verwandtschaftlicher Neigung zu äusseren Stoffen oder mit Assimilationsfähigkeit empfinden; fünftens, dem physiometrischen oder dem Erregungsvermögen, durch welches wir uns als einheitlichen, von Einflüssen abhängigen Organismus empfinden und uns unter solchen Einflüssen oder Reizen bilden oder metamorphosiren. Ein Begriff hat immer seinen Sitz im Verstande. Nun sind Erscheinung, Anschauung und Begriff drei Geistesgrössen von ganz verschiedener Qualität oder Dimensität: sie gehören nicht koordinirten, sondern subordinirten Gebieten an, welche sich mit Entfaltung je einer höheren Stufe des geistigen Wesens übereinander erheben. Eine Erscheinung ist nur ein Element zu einer Anschauung, eine Anschauung nur ein Element zu einem Begriffe und, umgekehrt, enthält ein Begriff unendlich viel mögliche Anschauungen und eine Anschauung unendlich viel mögliche Erscheinungen. Trotz der qualitativen Verschiedenheit besteht also eine dem Verhältnisse des Endlichen zum Unendlichen entsprechende Beziehung zwischen den Erscheinungen und Anschauungen und zwischen den Anschauungen und den Begriffen und vermöge des im Geiste liegenden einheitlichen Gesammtprinzipes besteht zwischen dem Sinnes-, Anschauungs- und Erkenntnissvermögen ein solcher organischer Zusammenhang, dass unendlich viel Sinneseindrücke eine Anschauung und unendlich viel Anschauungen einen Begriff erwecken, indem sich

z. B. aus der unendlichen Menge möglicher Fälle, in welchen eine Raumgestalt etwa als rother, grüner, gelber, tönender, süsser, dreieckiger Gegenstand erscheinen kann, die Anschauung eines räumlichen Dreieckes, aus der unendlichen Menge von möglichen Anschauungen des Pferdes der Begriff Pferd, aus der unendlichen Menge von möglichen geometrischen Dreiecken der logische Begriff des Dreieckes ergiebt. Für unsere jetzige Betrachtung ist es aber wichtig, dass zur Bildung einer Anschauung aus Erscheinungen nicht nothwendig sämmtliche mögliche Erscheinungen, und zur Bildung eines Begriffes aus Anschauungen nicht sämmtliche mögliche Anschauungen gegeben zu sein brauchen, dass der Geist vielmehr schon aus einzelnen möglichen Erscheinungen, in welchen eine Anschauung auftreten kann, diese Anschauung und aus einzelnen möglichen Anschauungen, in welchen ein Begriff auftreten kann, diesen Begriff abstrahirt, sodass der Gesammtgeist eine Erscheinung nicht bloss als Sinneseindruck, sondern zugleich als Element einer Anschauung, ferner eine Anschauung nicht bloss als konkrete Anschauung, sondern zugleich als Element eines Begriffes, mithin auch eine Sinneserscheinung als ein Begriffselement auffasst. Ja, wir müssen hinzufügen, dass es eine Unmöglichkeit ist, alle Anschauungen, welche die möglichen Fälle eines Begriffes sind, zu geben, weil ihre Zahl unendlich ist, dass auch das Geben oder die Existenz aller möglichen Fälle zur Begriffsbildung durchaus unnöthig ist, dass vielmehr die Begriffsbildung oder die Abstraktion derjenige höhere geistige Prozess ist, welcher eben aus der endlichen Zahl wirklicher Fälle den Begriff als die Erkenntniss aller möglichen (nicht wirklichen) Fälle herstellt. Die Mitbetheiligung des Verstandes bei der Funktionirung des Sinnes- und des Anschauungsvermögens ist es, welche uns die eigentliche Erkenntniss von einer Sinneserscheinung oder von einer Anschauung gewährt. Umgekehrt, begleiten wir jede reine Erkenntniss mit konkreten Anschauungen und Erscheinungen, gleichwie wir jede Anschauung mit speziellen Erscheinungen oder Sinnesvorstellungen begleiten, welche mögliche Fälle jener Erkenntniss darstellen, d. h. wir haben niemals eine reine Erkenntniss, ohne zugleich mögliche Anschauungen daran zu knüpfen und niemals eine reine Anschauung, ohne mögliche Erscheinungen damit zu verbinden.

Übrigens sind es nicht bloss Begriffe, welche wir jeder Erscheinung und Anschauung zugesellen, d. h. es ist nicht bloss der Verstand, welcher durch jede Regung unseres Sinnes- oder Anschauungsvermögens in Mitthätigkeit versetzt wird, sondern alle dem Verstande koordinirten Vermögen, das Gedächtniss, der Wille, das Gemüth und das Temperament erleiden eine entsprechende Anregung durch die unteren Vermögen. Überhaupt zieht jedes geistige Vermögen sowohl jedes höhere, als auch jedes niedrigere, als auch jedes koordinirte Vermögen in Mitthätigkeit, und da diese Mitthätigkeit das Resultat der organischen Verbindung aller Vermögen ist; so bildet sie einen im Wesen des Geistes begründeten Gesammtprozess; sie ist also nicht eine zufällige, ungeregelte Anregung, sondern eine nothwendige, gesetzliche Zusammenwirkung aller Vermögen, ohne welche kein einziges dieser Vermögen zu funktioniren vermag. Hiermit ist natürlich nicht gesagt, dass jeder bestimmte Eindruck in einem Vermögen nothwendig stets dieselben be-

stimmten Eindrücke in den übrigen Vermögen zur Folge haben müsse; von einem solchen mechanischen Zusammenhange der Vermögen kann überall keine Rede sein; das Wesen des Geistes, in welchem die Selbstbestimmung oder die Freiheit eine hervorragende Rolle spielt, schliesst den Zwang der mechanischen Kausalität aus. Nur hinsichtlich der Prinzipien besteht unvermeidlicher Zwang, welchen wir im Nachstehenden weiter verfolgen wollen.

Beginnen wir jetzt die Betrachtung mit den Raumgestalten. Im Vorstehenden haben wir die Behauptung ausgesprochen, dass das Räumliche immerdar bestehe und niemals entstehe, und daneben haben wir zugleich behauptet, dass eine Raumfigur zwar immer im absoluten Raume ruhe, aber doch weder immer als äusseres Objekt, noch als innere Vorstellung existire. In der That, das äussere Objekt und auch die innere Vorstellung einer Raumfigur entsteht einmal, erlischt einmal, verändert sich: aber das Entstehen, das Verschwinden, das Verändern ist kein geometrischer, sondern zunächst ein chronologischer Prozess oder ein Ereignen; die Vorstellung eines Dreieckes kömmt nicht durch räumliche Anschauung zu Stande, das räumliche Anschauungsvermögen schaut das Dreieck an, versteht es, begreift es, erkennt es, nachdem es als konkrete Vorstellung bereits entstanden ist und solange es als solche besteht. Dieses räumliche Anschauungsvermögen ist aber unfähig, aus eigener Kraft ein Dreieck zu schaffen; es giebt kein geometrisches Mittel, einen Punkt zu setzen, eine Linie zu beschreiben, am wenigsten eine gerade Linie zu beschreiben, eine Linie zu verlassen, einen Radius zu drehen, eine Figur zu konstruiren. Die Ohnmacht des räumlichen Anschauungsvermögens, Erzeugungen, Veränderungen, Prozesse zu vollbringen, erkennt die Mathematik durch die Postulate an, welche diese Prozesse zulassen, ohne die Möglichkeit ihrer Ausführung zu zeigen.

Das Setzen eines Punktes an einen bestimmten Ort, die Beschreibung einer Linie oder einer Fläche, die Verschiebung oder Drehung einer Figur u. s. w. ist die Herbeiführung einer Reihe zusammenhängender Ereignisse im Raume, also das Resultat eines chronologischen Prozesses im Raume.

Aber nicht bloss das Anschauungsvermögen der Zeit, auch das der Materie ist bei diesem Prozesse betheiligt: das Setzen eines Punktes und die Beschreibung einer Linie ist nicht nur ein Ereigniss, sondern auch eine Bewegung; die Herstellung des Rechteckes aus zwei normalen Seiten und die Drehung einer Linie in eine andere Richtung ist zugleich eine Wirkung; die veränderliche Krümmung einer Kurve enthält eine Beschleunigung oder Verzögerung, also eine mechanische Eigenschaft. Vornehmlich aber ist die Beharrung, als mechanische Eigenschaft, zur Festhaltung der geometrischen Figuren als Resultate gewisser Operationen unerlässlich: ausserdem hat der Begriff einer Raumfigur insofern eine materielle Unterlage, als er auf einem Zustande unseres materiellen Gehirns beruht, also sowohl in seiner Beharrung, als auch in seiner Veränderung einer Betheiligung unseres motorischen Apparates, wennauch nicht zur Spannung und Bewegung der Glieder, so doch zur Spannung und Bewegung des Gehirnes bedarf. Bei den geometrischen Vorstellungen betheiligt sich also auch das mechanische Vermögen; dieselben müssen

nicht bloss chronologisch entstehen, sondern auch durch eine Wirkung vollbracht, gethan, gemacht werden. In den Postulaten macht sich diese Betheiligung des mechanischen Vermögens dadurch geltend, dass dasselbe die geometrische Konstruktion als die bestimmte Wirkung eines mechanischen Verfahrens erscheinen lässt. In objektiver Hinsicht ist es die Materie, welche zu dem Ereignisse noch hinzutreten muss, um ein konkretes äusseres Raumobjekt darzustellen: es ist nicht genug, dass sich in den Punkten einer Raumfigur irgend Etwas ereigne, dass darin irgend Etwas entstehe; es muss ein materieller Körper sein, welcher in diesen konkreten Raum eintritt oder denselben erfüllt: denn nur die Materie hat die Fähigkeit, den Raum als beweglichen Körper zu erfüllen, nur die Materie ist absperrbar, pressbar, bewegbar, drehbar u. s. w.

In ähnlicher Weise ergiebt sich, dass in subjektiver Hinsicht auch die auf der Tendenz zur Gemeinschaft gegründete Qualität, insbesondere die Gleichartigkeit und die Verschiedenartigkeit, allgemein, die Verbindungsfähigkeit zu einem gemeinsamen Sein, also die Verwandtschaft erforderlich ist, um unendlich viel elementare Punkte zu einer Linie, um Linien zu einer Fläche, um Flächen zu einem Körper zu verbinden. Ohne diese Tendenz zur Gemeinschaft würden sich auch in der Aussenwelt die Äthermoleküle nicht zu ponderabelen Stoffen vereinigen, welche einerseits auf Verbindungsfähigkeit der Urstoffe beruhen, andererseits die Fähigkeit zur Verbindung mit anderen Stoffen in sich tragen; ohne diese Verbindungsfähigkeit oder Neigung zur Gemeinschaft würde sich die mit mechanischen Eigenschaften ausgerüstete bewegbare Materie noch nicht zu Körpern ballen. Hierzu kömmt, dass es sich bei einer Raumgrösse nicht bloss um die Gemeinschaft handelt, welche in der Verbindung der Elemente untereinander zu einem Ganzen liegt, sondern auch um die Gemeinschaft, welche in der Verbindung der Grösse als Element des Gesammtgebietes mit diesem Gebiete liegt. Die Raumgrösse muss, um mit Bewusstsein erkannt zu werden, als ein Element unseres Anschauungsvermögens, also überhaupt als ein Bestandtheil unserer selbst, als etwas mit uns qualitativ Verwandtes, Geistiges empfunden werden, während sie objektiv sich als ein Bestandtheil der Welt, nämlich als ein mit der Welt durch Verbindungsfähigkeit in Gemeinschaft stehender Bestandtheil darstellen muss. Auch diese Bedingung verlangt, dass bei der subjektiven Vorstellung einer Raumgrösse unser Verbindungsvermögen als Abstraktionsvermögen thätig, und dass die objektive Raumgrösse aus einem chemilogischen Stoffe bestehe, welcher eine Verwandtschaft oder eine Verbindungsfähigkeit mit der Welt hat oder mit der Welt in Gemeinschaft steht. Die Erzeugung und Veränderung einer Raumanschauung, überhaupt die Vollführung einer geometrischen Operation ist demzufolge auch mit einem chemilogischen Prozesse, mit einem Stoffwechsel im Gehirne begleitet. Die Postulate werden durch das chemilogische oder Qualitätsvermögen in der Weise ergänzt, dass dieses Vermögen die Möglichkeit der Ausführung der Konstruktion, die Zulänglichkeit derselben zu dem beabsichtigten Zwecke oder unser Können verbürgt.

Endlich muss subjektiv und objektiv der Krystallisations- oder

Bildungstrieb wirksam sein, um die entstandenen, bewegbaren und verbindungsfähigen Elemente einer Vorstellung zu einem gesetzlich zusammenhängenden Systeme zu ordnen oder einem Abhängigkeitsgesetze zu unterwerfen, welches ein einheitliches Wesen aus ihnen bildet oder dieselben organisirt. Ohne diesen Organisationstrieb hat objektiv der aus bewegbarer Materie mit Stoffqualität oder Verbindungsfähigkeit entstehende Körper keine Kohäsion, keine Struktur, keine Ordnung, bildet also kein selbstständiges Individuum; subjektiv aber fehlt der räumlichen Vorstellung die gesetzliche Einheit, man hat verbundene Glieder, aber noch keine Figur, noch keine Form, noch kein systematisches Ganze, welches den übrigen Raumfiguren als ein selbstständiges Individuum gegenübertritt, von der gesammten Raumwelt aber durch sein Bildungsgesetz wie ein Organ von dem Gesammtorganismus abhängig ist oder mit Letzterem in einem gesetzlichen Zusmmenhange steht. Auf der Betheiligung des fünften Anschauungsvermögens oder des Bildungsvermögens, welche uns nöthigt, bei der Vorstellung einer bestimmten Raumfigur oder bei der Identifizirung unserer selbst mit dieser Figur eine bestimmte Form anzunehmen oder unser Anschauungsvermögen in einer bestimmten gesetzlichen Weise zu erregen, beruht zugleich die Temperamentserregung, in welche uns diese Vorstellung versetzt und welche einen jener Figur entsprechenden Charakter an sich trägt, einen Charakter, der offenbar ein ganz anderer ist, jenachdem es sich um die Figur eines Punktes, einer geraden Linie, einer Ebene, eines Kreises, eines Quadrates, einer Pyramide, eines Ikosaeders, einer Schlangenlinie, einer komplizirten Figur, einer architektonischen Zeichnung, einer Menschensilhouette handelt. In den geometrischen Postulaten erfüllt sich die Anforderung des Bildungsvermögens durch die in dem postulirten Verfahren liegende Abhängigkeit der einzelnen Akte.

Aus der vorstehenden Charakteristik der Raumanschauung heben wir nun als Quintessenz Folgendes hervor. Die Raumgrösse, nämlich die reine Raumgrösse, ist ihrem Werthe nach unabhängig von der Zeit, von der Materie, vom Stoffe und vom Triebe: allein es giebt in Wirklichkeit weder subjektiv in unserem Anschauungsvermögen, noch objektiv in der Aussenwelt eine reine Raumgrösse. Die Räumlichkeit ist nur eine von den fünf Grundanschauungen oder von den fünf anschaulichen Grundeigenschaften, welche jede wirkliche Grösse besitzt. Die Abtrennung der übrigen Eigenschaften ist lediglich ein Akt menschlicher Willkür, welcher dadurch möglich ist, dass jede Grundeigenschaft das Anschauungsvermögen in spezifischer Weise affizirt, also sich als besondere Eigenschaft kenntlich macht. Diese willkürliche Abtrennung der übrigen vier Grundeigenschaften bedeutet nur vorläufige Vernachlässigung oder Nichtbeachtung dieser Eigenschaften, nicht aber faktische Vernichtung derselben. Vernichten lassen sich diese Eigenschaften nicht, ohne der ganzen Grösse ihre Existenz zu rauben. Die wirkliche Raumgrösse der objektiven Aussenwelt ist auch eine Zeitgrösse, deren einzelne Theile seit einer gewissen Zeit existiren, gewisses Alter und gewisse Dauerhaftigkeit haben, sie ist auch eine materielle Grösse, welche Beharrlichkeit, Bewegbarkeit, Geschwindigkeit, Schwere, also bewegende Kraft hat, Wirkungen hervorbringt und auf einer Ursache beruht; sie ist auch

ein Stoff, welcher Verbindungsfähigkeit oder Neigung zur Gemeinschaft in seinen Elementen und gegen andere Stoffe, also auch zu der Gesammtwelt hat; sie ist auch ein Krystall, ein Organismus oder ein Wesen, welches nach einem Bildungsgesetze in seinen Elementen und Theilen, sowie mit der Welt zusammenhängt. Die wirkliche Raumgrösse in unserer subjektiven Vorstellung hat aber ebenfalls einen chronologischen, einen mechanischen, einen chemilogischen und einen physiometrischen Werth, d. h. bei der Bildung einer räumlichen Vorstellung ist nicht ausschliesslich das räumliche Anschauungsvermögen, sondern auch jedes der vier anderen Anschauungsvermögen in gewisser Weise betheiligt, wiewohl diese Betheiligung nicht die nämliche ist, welche sich aus der Einwirkung eines wirklichen äusseren Objektes auf diese Vermögen ergeben würde. So ist z. B. die Betheiligung des Bewegungsvermögens bei der Erzeugung und Festhaltung der geometrischen Vorstellung eines Dreieckes durchaus nicht die nämliche, welche dieser Apparat aufwenden muss, um dem Drucke eines materiellen Dreieckes von bestimmtem Gewichte zu widerstehen und dessen sonstige mechanischen Eigenschaften zu konstatiren. Die Betheiligung der übrigen vier Anschauungsvermögen bei der Bildung einer Raumvorstellung ist vielmehr eine von der Aussenwelt ganz unabhängige, aus der Einheit des menschlichen Wesens entspringende, den prinzipiellen Zusammenhang aller Geistesvermögen dokumentirende Beihülfe, welche alle übrigen Vermögen leisten müssen, wenn ein einzelnes funktioniren soll. Darum empfinden wir bei der beabsichtigten Funktionirung des Raumanschauungsvermögens die Wirkungen der anderen Vermögen, obwohl sie unvermeidlich sind, doch nicht als normale und selbstständige Thätigkeiten dieser Vermögen; sie bringen keine den Erregungen durch ein äusseres Objekt entsprechenden Eindrücke hervor, was ja unmöglich ist, da sie in der That nicht durch ein äusseres Objekt, sondern durch eine innere Ursache (die spezielle Raumfigur des Anschauungsvermögens) erregt werden, treten also gegen die Vorstellung des einen Vermögens, welches sie hervorruft, so in den Hintergrund, dass sie sich der direkten Wahrnehmung entziehen und nur, wie vorstehend, aus gewissen, die Hauptvorstellung nicht unmittelbar berührenden Nebenwirkungen erkannt werden können. So entgeht es bei geometrischen Operationen unserer Beachtung, dass dieselben Zeit, motorische Kraft, Stoffwechsel und Nervenreize erfordern, und dass sie zugleich Ereignisse, Wirkungen, Affinitäten und Erregungen involviren, da Dasjenige, was an ihnen ein chronologisches, mechanisches, chemilogisches und physiometrisches Moment hat, doch nicht von dem unmittelbaren Eindrucke äusserer Ereignisse, äusserer Materien, äusserer Stoffe und äusserer Krystalle, sondern von inneren Objekten oder Impulsen herrührt, welche ihren Sitz im räumlichen Anschauungsvermögen haben. In allen Fällen müssen sowohl subjektiv wie objektiv alle übrigen vier Anschauungsvermögen thätig sein, um eine Raumgrösse zu erzeugen.

Die vorstehenden Betrachtungen über die Beihülfe, welche das räumliche Anschauungsvermögen von den übrigen Vermögen erhält, können auf jedes andere Vermögen, z. B. auf das zeitliche übertragen werden. Die Zeit charakterisirt sich als eine völlig selbstständige anschauliche Grundeigenschaft. Nur das Zeitliche entsteht und vergeht, hat immer

nur in einem einzigen Augenblicke Existenz; von einer reellen Zeitgrösse besteht immer nur ein Element, ein momentanes Ereigniss, indem alle früheren Ereignisse einer Ereignissreihe aufgehört haben zu sein und alle späteren noch nicht sind; das Zeitliche ändert sich also unausgesetzt und bildet hierdurch stetige Übergänge zwischen seienden Zuständen oder eine stetige Folge von immer neuen Zuständen, welche das Nacheinandersein der Dinge oder die Sukzession ausmacht. Das Zeitliche ist prinzipiell unabhängig vom Raume, von der Materie, vom Stoffe und vom Krystalle; es existirt aber in der Wirklichkeit objektiv kein reines Zeitereigniss: Alles, was faktisch geschieht, das objektive Ereigniss, vollzieht sich im Raume, an der Materie, im Stoffe und in krystallinischer Abhängigkeit. Auch subjektiv wird unser chronologisches oder Erfahrungsvermögen niemals rein in Anspruch genommen; jede Erfahrung bedingt vielmehr die Mitthätigkeit des räumlichen, des mechanischen, des chemilogischen und des physiometrischen Vermögens und diese Betheiligung anderer Vermögen muss sich nothwendig durch die Postulate aussprechen, welche die reine Chronologie bedarf, um ihre Gesetze zu entwickeln. Diese Betheiligung ergiebt sich folgendermaassen.

In der absoluten Zeit liegen alle denkbaren Ereignissreihen als mögliche Zeitgrössen: allein dieselben werden darum nicht sämmtlich von uns chronologisch angeschaut oder in Gedanken wirklich durchlebt. Jede konkrete Ereignissreihe kann nur unter Mitbetheiligung des räumlichen Anschauungsvermögens durchlebt werden: denn eine jede solche Reihe ist eine Isolirung und Markirung gewisser Augenblicke der absoluten Zeit durch konkrete Ereignisse; der Anfang, das Ende, jeder Zwischenpunkt, die Richtung und jede andere Eigenschaft der speziellen Ereignissreihe muss durch spezielle Ereignisse gekennzeichnet werden. Diese Kennzeichnung der reinen Zeitpunkte ist ein Aufhalten, eine Fixation, eine Anheftung der absolut flüchtigen reinen Zeit, eine momentane Begründung eines Seins in dem Fluge der chronologischen Veränderung. Das anschauliche Sein aber ist Raumanschauung; die subjektive Durchlebung oder Erfahrung einer wirklichen Ereignissreihe erfordert daher nothwendig zu ihrer Isolirung und konkreten Bestimmung der Betheiligung des räumlichen Anschauungsvermögens (womit nicht gesagt ist, dass die Betheiligung des räumlichen Anschauungsvermögens bei der chronologischen Anschauung einer reinen, subjektiven Zeitgrösse die nämliche sei, wie die Erregung dieses Vermögens durch eine objektive, im Raume verlaufende Zeitgrösse, indem die letztere Erregung durch ein äusseres Raumobjekt, die erstere dagegen durch ein inneres Zeitobjekt veranlasst wird).

Zur chronologischen Anschauung einer subjektiven Zeitgrösse ist aber nicht bloss die Mitwirkung des räumlichen, sondern auch die des mechanischen Anschauungsvermögens oder des Bewegungsvermögens erforderlich. Denn die Herstellung der Zustände unserer selbst, auf welchen die zur Isolirung einer bestimmten Ereignissreihe erforderlichen Fixationen der einzelnen Augenblicke beruhen, erfordert eine Kraftäusserung, welche zwar nicht auf die Glieder unseres Körpers, sondern auf ein Zentralorgan gerichtet ist und darum nicht als mechanische

Arbeit empfunden wird, dessenungeachtet aber eine mechanische oder materielle Funktion ist.

Ebenso nöthigt die chronologische Anschauung zur Betheiligung des chemilogischen und des physiometrischen Vermögens, indem eine Ereignissreihe ebensowohl eine Gemeinschaft oder qualitative Verwandtschaft der zu vereinigenden elementaren Ereignisse, als auch einen gesetzlichen Zusammenhang zwischen denselben verlangt. Auf dieser Betheiligung des chemilogischen und physiometrischen Vermögens beruht der mit der Dauer eines Prozesses verbundene dauernde Stoffwechsel und eine bestimmte Gemüthserregung.

Wie der Raum und die Zeit, so ist auch die Materie eine selbstständige Grundeigenschaft der anschaulichen Welt. Nur das Materielle ist bewegbar und bewegend, kann Wirkungen empfangen und hervorbringen, nur auf Materielles kann gewirkt werden und nur dieses ist wirksam, nur die Materie hat Kräfte (Bewegungskräfte) und ist durch Kräfte angreifbar (bewegbar, pressbar, dehnsam etc.). Die Materie besteht und wirkt nicht vermöge ihrer räumlichen Ausdehnung oder der nebeneinander gelagerten Theile, auch nicht vermöge ihrer zeitlichen Dauer, sondern vermöge ihrer ineinandergelagerten Dichtigkeitskomponenten oder vermöge ihrer Masse; sie ist keine Extensitäts- und keine Distensitäts-, sondern eine Intensitätsgrösse, welche auch alle ihre übrigen mechanischen Eigenschaften nur auf Grund der zwischen ihr und der übrigen Weltmaterie bestehenden Zusammenwirkungstendenz besitzt. Die Wirkungen der räumlich nebeneinanderliegenden Theile und die zeitlich aufeinander folgenden oder sich wiederholenden Wirkungen sind Summen der Wirkungen mehrerer materiellen Körper, resp. mehrerer in der Zeit aufeinander folgenden Wirkungen desselben Körpers; die Wirkungen der ineinander liegenden Dichtigkeitskomponenten dagegen bilden einunddieselbe spezifische Wirkung einundderselben Masse, welche den Charakter eines Produktes des durch diese Masse repräsentirten Faktors hat. Trotz der prinzipiellen Unabhängigkeit der Materie von Raum, Zeit, Stoff und Krystall besteht doch kein wirklicher materieller Körper als Objekt der Aussenwelt ohne Betheiligung dieser vier anderen Grundeigenschaften der anschaulichen Welt: jeder bestimmte materielle Körper erfüllt einen bestimmten Raum und bewegt sich im Raume, hat ein bestimmtes Alter oder wirkt in einer bestimmten Zeit, ist ein bestimmter Stoff und ein bestimmter Krystall mit bestimmter Struktur, Kohäsion u. s. w. Die Materie wirkt vermöge ihrer mechanischen Eigenschaften unmittelbar auf unser Bewegungsvermögen; dieser giebt uns die mechanischen Anschauungen von einem Gewichte, einer Geschwindigkeit, einer Beschleunigung, einer Fortschritts- und Rotationskraft, von einem dynamischen Systeme u. s. w., indem wir unseren materiellen Körper kraft des Bewegungsvermögens mit dem äusseren mechanischen Systeme ins Gleichgewicht oder, allgemeiner, in Wechselwirkung setzen. Subjektive mechanische Anschauungen entspringen aus der spontanen Aktivität unseres Bewegungsvermögens. Derartige Anschauungen setzen, wenn sie vollständig sein sollen, eine wirkliche mechanische Arbeit unseres Körpers voraus: in unvollkommenem Maasse können dieselben aber durch den reinen Verstand erzeugt werden, in welchem Falle sie Begleiter von abstrakten Vorstellungen sind, welche

wir uns über gewisse mechanische Vorgänge bilden. Auf welchem Wege nun auch subjektive mechanische Anschauungen erweckt werden, niemals erscheinen sie als völlig reine Wirkungen des Bewegungsvermögens, sondern immer unter der Mitbetheiligung der übrigen vier Anschauungsvermögen.

In der gesammten Weltmaterie liegen nämlich alle denkbaren mechanischen Systeme als mögliche Fälle; allein dieselben werden darum nicht sämmtlich von uns mechanisch angeschaut, weder auf Grund abstrakter Vorstellungen, noch auf Grund von Aktionen oder Reaktionen unseres Bewegungsvermögens. Ein solches reines mechanisches System mit bestimmten Massen, Kräften und Bewegungszuständen kann sowohl subjektiv wie objektiv nur unter Beihülfe des räumlichen, zeitlichen, chemilogischen und physiometrischen Vermögens zu Stande kommen: denn zunächst bedingt jede Veränderung, welche in der mechanischen Wirkung liegt, ein Nacheinandersein von Zuständen, also einen chronologischen Prozess, welcher aber, damit er ein bestimmter sei, einen bestimmten Anfang, ein bestimmtes Ende und bestimmte Zwischenzustände haben, also an räumliche Beziehungen geknüpft sein muss, und welcher ausserdem, damit er ein gemeinschaftliches Sein verwandter Zustände und einen mit der Thätigkeit der Weltmaterie gleichartigen Vorgang darstelle, ein Qualitätsprozess sein muss und endlich, damit er ein gesetzlich geordnetes System von zusammenhängenden Thätigkeiten bilde, ein Bildungsprozess sein muss.

Wir glauben, an dieser Stelle nochmals die Bemerkung aus §. 210 S. 527 in Erinnerung bringen zu sollen, dass mechanische Kraft nicht eigentlich die Ursache der Ortsveränderung, sondern die Ursache der Geschwindigkeit ist (denn der mit einförmiger Geschwindigkeit sich bewegende Körper ändert seinen Ort ohne Kraftaufwand; er ändert aber seine Geschwindigkeit nur durch die Wirkung einer Kraft). Das räumliche und zeitliche Element tritt im Gebiete der Materie als etwas Nebensächliches auf und zwar nur, insoweit ein in einem bestimmten Raume abgesperrtes und in bestimmten Zeitgrenzen dauerndes Stück der Weltmaterie gegeben oder eine im Raume und in der Zeit wirkende Masse betrachtet wird. Ohne diese Betheiligung von Raum und Zeit ist Materie das Ineinandersein; das Ineinandersein ist aber ein Resultat, eine Wirkung, welche eine Ursache hat und diese Ursache ist Kraft: Materie ist daher das Ineinandersein durch Kraft; die Materie besitzt Kraft, d. h. Streben nach Ineinandersein oder Wirkungsvermögen. Dieses Wirkungsvermögen ist zugleich das Vermögen, sich zu äussern, d. h. mit dem Äusseren in Relation oder Wirkungsgemeinschaft zu treten, sich auf ein Äusseres zu übertragen, um dadurch das Ineinandersein herbeizuführen. Das positive Wirkungsvermögen ist das Streben nach Eindringung, nach Verdichtung, nach Verstärkung, dasselbe begründet die Attraktion der ungleichartigen Urstoffe des Äthers; das negative Wirkungsvermögen ist das Streben nach Verdrängung, nach Hinausdrängung aus dem Zusammensein, nach Verdünnung, nach Schwächung, dasselbe begründet die Repulsion der Dichtigkeitskomponenten eines gleichartigen Urstoffes; das imaginäre Wirkungsvermögen ist das Streben nach Veränderung der Relation zwischen den ineinander-

gelagerten Dichtigkeitskomponenten der Urstoffe, dasselbe begründet die Verdrehung derselben ohne Dichtigkeitsänderung. Durch Vermittlung von materiellen Zwischenkörpern, welche den Raum erfüllen und zwei gegebene Körper räumlich trennen, also durch Fortpflanzung gestaltet sich die ursprüngliche Attraktion zur Zugkraft, die Repulsion zur Druckkraft, die imaginäre Tendenz zur Zentrifugalkraft, resp. zu einer von aussen auf einen Körper wirkenden positiven, negativen oder imaginären Kraft, d. h. zu einer Kraft, welche den Körper in seiner räumlichen Bewegungsrichtung in einem bestimmten Maasse pro Zeiteinheit zu beschleunigen, zu verzögern oder davon abzulenken trachtet. Hierdurch werden Raum und Zeit unerlässliche Hülfsmittel zur Herstellung isolirter mechanischer Systeme mit bestimmten, abgegrenzten, abgewogenen Massen, Kräften und Wirkungen, ohne doch das Wesen der in einem solchen Systeme thätigen Materie und ihrer Kräfte zu bedingen. Wenn man dieses Wesen einer materiellen Masse und ihrer mechanischen Kraft in aller Reinheit auffasst, ist dasselbe von dem Raume, welchen diese Masse erfüllt, und von ihrem Alter ganz unabhängig; dieselbe Masse kann jedoch nur dadurch zu einem selbstständigen, für sich allein wirkenden Körper werden, dass alle übrige Materie von ihr ausgeschlossen, aus dem Ineinandersein mit ihr verbannt, von der Zusammenwirkung mit ihr befreit wird, was eine Absperrung jener Masse in einen bestimmten Raum verlangt: ausserdem kann die Wirkung der Kraft dieser Masse nur dadurch zu einem bestimmten Resultate führen, dass die durch ihre Thätigkeit veranlassten Veränderungen zwischen bestimmten Anfangs- und Endzuständen isolirt werden, was einer Einschränkung dieser Wirkung auf eine bestimmte Zeit entspricht.

Nicht minder bedarf die Isolirung des fraglichen mechanischen Systems des Zusammenhaltens der Dichtigkeits-, Geschwindigkeits-, Arbeitskomponenten zu einem gemeinschaftlichen gleichartigen Sein, also einer Bethätigung chemilogischer Kräfte (welche bei subjektiven Thätigkeiten des Bewegungsapparates den Stoffwechsel bedingen), und endlich ist zur Herstellung der Einheit in jenem Systeme eine gesetzliche Abhängigkeit zwischen seinen Elementen, also eine Betheiligung physiometrischer Triebe erforderlich (welche bei subjektiven mechanischen Thätigkeiten eine entsprechende Erregung hervorbringt).

Wie der Raum, die Zeit und die Materie, so hat auch der Stoff volle Selbstständigkeit unter den anschaulichen Grundeigenschaften der Welt. Nur der Stoff ist zu einem gemeinschaftlichen Sein verbindbar, nur er hat die Neigung und die Fähigkeit zur Stiftung einer Gemeinschaft; nur diese Neigung oder Affinität vereinigt die sonst indifferent, interesselos beieinander existirenden Theile, Moleküle und Atome eines Körpers zu einem Individuum von eigenartigen Fähigkeiten oder von spezifischer Qualität und nur jene Neigung verleiht diesem Individuum die Fähigkeit, sich mit anderen Individuen verwandtschaftlich zu verbinden oder sich davon antipathisch zu scheiden; nur sie macht den Körper zu einem Angehörigen der Welt, welcher mit dieser in Zugehörigkeit, Verwandtschaft, Interessengemeinschaft steht. Weder vermöge ihres räumlichen Nebeneinanderseins, noch vermöge ihrer zeitlichen Dauer, noch vermöge ihres mechanischen oder materiellen Ineinanderseins und

Bewegungsbestrebens bilden die Bestandtheile eines Objektes einen Stoff, sondern nur vermöge ihrer spezifischen oder qualitativen Neigung, Affinität, Verwandtschaft.

Trotz der Selbstständigkeit der Affinität existirt doch in der Wirklichkeit kein reiner Stoff. Jedes Objekt, welches Affinität zeigt, besteht zugleich im Raume oder ist ein Körper; es besteht in der Zeit oder bildet eine Ereignissreihe; es besteht aus Materie oder ist materiell; es hat Kohäsion, Struktur, Organisation oder ist ein Krystall. Denn ein Ding, welches Neigung zur Verbindung mit anderen Dingen hat, setzt voraus, dass Etwas ausser ihm existire, dass bei der Verbindung mit dem Anderen eine Veränderung mit ihm vorgehe, dass die Verbindung mit einer gewissen Kraft oder Intensität oder zwischen gewissen Massen vollzogen werde und dass seine Theilchen nicht bloss zu den Theilchen anderer Stoffe, sondern auch zu sich selbst in einer gewissen Gemeinschaft stehen und diese Gemeinschaft durch ein gewisses gegenseitiges Verhalten, eine gegenseitige Abhängigkeit, einen Organisationstrieb bethätigen.

Subjektive Stoffanschauungen empfangen wir unmittelbar durch unseren Ernährungsapparat bei der Assimilation von Stoffen; dieselben sind immer mit räumlichen, zeitlichen, mechanischen und physiometrischen Anschauungen vergesellschaftet: im Übrigen darf der chemilogische Eindruck eines Stoffes, welchen die Assimilation mehr oder weniger deutlich hervorbringt und welcher die Verbindungsbegierde und Verwandtschaft des Stoffes durch die Verbindung mit unserem Körper, jedoch keine Erkenntniss des Stoffes liefert, nicht mit der Erkenntniss oder dem Begriffe verwechselt werden, welchen der Verstand von diesem Stoffe theils auf Grund derselben Verbindung, theils auf Grund anderer Thatsachen bildet.

Endlich behauptet unter den anschaulichen Grundeigenschaften der Welt ausser dem Raume, der Zeit, der Materie und dem Stoffe auch der Krystall vermöge des Bildungstriebes seine Selbstständigkeit. Nur der Krystall (das Gebilde) hat Ordnung, gegenseitige Abhängigkeit, gesetzliche Einheit; nur er bildet einen Organismus, ein Wesen, eine individuelle Einheit vermöge eines sein Verhalten regelnden Bildungstriebes. Im Übrigen existirt in der Aussenwelt kein reiner Krystall und kein reiner Bildungstrieb: jedes wirkliche Objekt, welches diesen Trieb hat, ist zugleich auch Raumfigur, Zeitgrösse, Materie und Stoff und muss es sein, da der Trieb, welcher Elemente ordnet, ein Nebeneinandersein, also den Raum, ferner eine Veränderung, also die Zeit, ferner eine Energie oder Kraft, die Kohäsion, also die Materie, und sodann eine Gemeinschaft der Bestandtheile, also chemilogische Qualität oder den Stoff voraussetzt.

Der Bildungstrieb eines Wesens macht sich auf uns unmittelbar durch den Reiz oder die Erregung geltend, in welche uns dieses Wesen versetzt, wenn wir mit demselben in ein gesetzliches Abhängigkeitsverhältniss treten, also wenn dasselbe durch Verschmelzung mit uns das Wesen unseres eigenen Organismus oder sein Verhalten bedingt. Solche Abhängigkeiten machen sich z. B. geltend durch die Art und Weise, wie sich unser Körper unter dem Einflusse des fraglichen Wesens, z. B. unter dem Einflusse eines eingeathmeten Gases, eines Narkotikums, eines Spirituosums, eines Medikamentes verhält, funktionirt, erregt, entwickelt,

wie sich diese oder jene Organe darunter ausbilden, durch die Gesundheit, durch die Krankheit, durch Metamorphosen (wozu auch die Verpuppung und Entpuppung der Raupen und Schmetterlinge gehören), durch Nervenaffektionen, Aufregungen, Betäubungen, Lähmungen u. s. w. Übrigens ist die Erregung durch ein Wesen, welche uns den Reiz desselben und den Einfluss auf uns unmittelbar fühlbar macht, keine intellektuelle Erkenntniss, also nicht mit dem Begriffe gleichbedeutend, welchen der Verstand theils auf Grund jener Erregungen, theils aber auch auf Grund anderer Wirkungen von jenem Wesen bildet.

Nachdem wir die unerlässige Koexistenz räumlicher, zeitlicher, mechanischer, chemilogischer und physiometrischer Eigenschaften in jeder subjektiven Anschauung, wie in jedem äusseren Objekte erörtert haben, bemerken wir, dass auch in jeder sinnlichen Erscheinung die physischen Eigenschaften aller fünf Sinnesgebiete vertreten sind, wenngleich manche dieser Eigenschaften oftmals so geringe Intensität haben, dass sie nicht wahrgenommen werden, ja unter Umständen sich nur als die Fähigkeit zur Erzeugung der betreffenden Erscheinungen darstellen.

Das Element eines physischen Körpers, welches wir im ersten und zweiten Theile als Formelement dargestellt und im Supplemente zum zweiten Theile, S. 107, mit dem chemischen Atome (bei zusammengesetzten Körpern mit dem Moleküle) übereinstimmend gefunden haben, ist ein Inbegriff von ätherischen Generatrizen. Ein solches Element hat unverkennbar die Fähigkeit, alle in §. 412 beschriebenen Prozesse der Erweiterung, der Abstandsänderung, der Drehung und Verdichtung, der Dimensionirung oder Scheidung in Urstoffe, sowie der Formänderung zu vollführen, also zugleich zu leuchten, zu tönen, zu wärmen und zu drücken, zu schmecken, sowie zu riechen. Was leuchtet, vermag auch zu tönen; was tönt, vermag auch zu leuchten, wennauch der eine oder andere Prozess, um für unser Auge oder Ohr wahrnehmbar zu werden, einer höheren Intensität bedarf, als vielleicht eben vorhanden ist.

Jetzt heben wir hervor, dass nicht bloss bei einer Erscheinung alle fünf physischen Grundeigenschaften und bei einer Anschauung alle fünf mathematischen Grundeigenschaften vertreten sind, sondern dass auch mit jeder Anschauung Erscheinungen und mit jeder Erscheinung Anschauungen verknüpft sind. Jeder räumliche Körper der Aussenwelt leuchtet, tönt, wärmt, schmeckt, riecht oder hat doch die Fähigkeit dazu, und wir stellen uns keine geometrische Raumgestalt vor, welche nicht zugleich sichtbar, hörbar, fühlbar, schmeckbar und riechbar wäre, d. h. welche nicht zugleich optische, akustische, ästhematische, gustische und osmetische Vibrationen anzunehmen vermöchte: denn alle mathematischen Theorien von Licht, Schall, Wärme u. s. w. beruhen ja auf geometrisch darstellbaren Prozessen, welche in jedem Punkte einer gegebenen geometrischen Figur vollführt werden können. Ebenso enthält jede Zeitgrösse oder Ereignissreihe eine Folge von Zuständen an materiellen Körpern, welche sichtbar, hörbar u. s. w. sind. Auch jeder materielle oder ponderabele Körper ist ein sichtbares, hörbares, schmeckbares und riechbares Objekt. In gleicher Weise erscheint jeder Stoff, sowie jeder Krystall sichtbar, hörbar, materiell u. s. w.

Umgekehrt, schauen wir jede Erscheinung, mag es eine sichtbare, eine hörbare, eine fühlbare, eine schmeckbare oder eine riechbare sein, im Raume, in der Zeit, in der Materie, im Stoffe und im Organismus an. So gehört z. B. eine Gesichtserscheinung einem Orte des Raumes und einem räumlichen Körper an, ferner bildet sie, da sie eine gewisse Zeit, vielleicht unter Veränderung ihrer Farbe, ihrer Lichtstärke u. s. w. dauert, eine Ereignissreihe, sodann entstammt sie einem materiellen Körper, da nur ein solcher Körper dauernd dieselben Licht- oder Farbenstrahlen aussenden oder zurückwerfen kann, ausserdem verkündet sie durch die Eigenartigkeit der Farbe einen Stoff mit eigenartigem Leuchtvermögen und endlich durch die Beschaffenheit des Lichtspektrums und den Glanz einen Organismus von charakteristischer Struktur.

Endlich vergesellschaften sich nicht nur Erscheinungen und Anschauungen mit einander, sondern auch mit Erkenntnissen, d. h. mit Regungen der fünf oberen Geistesvermögen, nämlich des Verstandes, des Gedächtnisses, des Willens, des Gemüthes und des Temperamentes, also mit Begriffen, Vorstellungen, Handlungen (oder doch Willensäusserungen), Gefühlen und Reizen. Jeder Begriff tritt uns subjektiv und objektiv als ein Inbegriff aller möglichen, der Definition entsprechenden anschaulichen Fälle und jeder dieser Fälle wieder als eine unendlich mannichfaltige Sinneserscheinung entgegen. So knüpft sich der Begriff Solon an den Inbegriff aller möglichen Zustände eines bestimmten menschlichen Individuums und jeder dieser Zustände kann alle möglichen sinnlichen Erscheinungen darbieten. Der Gattungsbegriff Mensch umfasst alle Individualbegriffe der einzelnen möglichen Menschen; die Letzteren aber bilden Inbegriffe von anschaulichen Zuständen und diese wieder von physischen Erscheinungen.

Umgekehrt, erkennen wir jede Anschauung nicht bloss als einen Inbegriff unendlich vieler möglichen sinnlichen Erscheinungen, sondern auch als ein mögliches Element oder als einen speziellen Fall eines Begriffes. Die geometrische Vorstellung eines bestimmten Dreieckes veranlasst uns sofort, diese konkrete Raumgrösse als einen speziellen Fall des allgemeinen Begriffes Dreieck zu denken; die mathematische Anschauung des Dreieckes ist das Element des logischen Begriffes von Dreieck. Die Vorstellung eines Zustandes, in welchem sich ein Mensch befinden kann, ruft sogleich den Begriff eines konkreten Menschen hervor, welchem jener Zustand angehört.

Ebenso nehmen wir eine Sinneserscheinung zugleich für ein Element einer Anschauung, von welchem jene Erscheinung ein möglicher Fall ist. Der optische Eindruck in unserem Auge, welcher an sich nur ein spezielles sinnliches Lichtbild ist, ruft die anschauliche Vorstellung einer Raumgestalt hervor, von welcher jenes Lichtbild ein möglicher Fall ist. Da nach dem Vorhergehenden die Anschauung zum Begriffe führt; so leitet hiernach die Sinneserscheinung durch die Anschauung zum Begriffe. Ein Gesichts-, ein Gehör-, ein Gefühls-, ein Geschmacks-, ein Geruchseindruck, überhaupt jeder Sinneseindruck ist, indem er für das Sinnesvermögen den Werth einer vollständigen Erscheinung hat, zugleich für das Anschauungsvermögen ein Element zu einer Anschauung, nämlich

zu einer mathematischen Grösse, welche unter den unendlich vielen möglichen Fällen, unter denen sie erscheinen kann, auch den Fall jener speziellen Erscheinung enthält: die so gewonnene Anschauung, welche räumliche, zeitliche, mechanische, chemilogische und physiometrische Eigenschaften hat, ist aber ihrerseits für das Erkenntnissvermögen ein Element zu einem Begriffe (allgemeiner, zu einer Funktion des höheren Geistesvermögens), welcher unter seinen möglichen Fällen auch jene spezielle Anschauung enthält.

Diese Verknüpfung der sinnlichen Erscheinung mit der mathematischen Anschauung und dem logischen Begriffe ist in ihrer Allgemeinheit keine zufällige oder willkürliche, sondern eine nothwendige, auf Naturgesetzen beruhende. Sie entspringt subjektiv aus der Einheit des Geistes, in welchem Erscheinung, Anschauung und Begriff nur gewisse Grundvermögen anzeigen. Jede Geistesregung ist eine Funktion des Gesammtgeistes oder aller seiner Vermögen; sie ist also Erscheinung, Anschauung und Begriff zugleich und die primitive Erregung irgend eines geistigen Vermögens zieht nothwendig die Thätigkeit aller übrigen Vermögen nach sich. Ganz ebenso beruht objektiv die Koexistenz physischer, mathematischer und logischer Eigenschaften auf der Einheit der Welt, von welcher jedes äussere Objekt ein Stück ist. Jedes Stück der Welt, jedes Objekt hat alle Grundeigenschaften der Welt, keine dieser Eigenschaften ist davon trennbar: wennauch der spezielle Werth der einen oder anderen Eigenschaft eines Objektes in einem konkreten Falle auf den Nullwerth herabsinkt; so existirt doch diese Eigenschaft prinzipiell und mit einem elementaren Werthe. Jedes äussere Objekt ist daher ein physisches, ein mathematisches und ein logisches Objekt zugleich und die Bethätigung der einen dieser Eigenschaften bedingt immer die Mitbethätigung aller übrigen. So ist die Sonne ein physisches oder sinnliches Objekt, welches Licht und Wärme sendet (daneben auch für die groben menschlichen Sinne unhörbare akustische, unschmeckbare gustische und unriechbare physiometrische Vibrationen erzeugt). Sie ist aber zugleich ein mathematisches oder anschauliches Objekt von räumlichen Dimensionen, von zeitlicher Dauer, von gravitirender und beweglicher Materie, von chemilogischem Stoffe und physiometrischer Struktur: jede momentane Erscheinung der Sonne, also jeder Sinneseindruck, welchen sie als physisches Objekt hervorbringt, ist immer nur einer der unendlich vielen möglichen Fälle, welchen sie als Anschauungsobjekt anzunehmen vermag. Endlich ist die Sonne aber auch ein Begriffsobjekt; jeder Anschauungswerth, in welchem wir die Sonne räumlich nach Ort und Ausdehnung, zeitlich nach Alter und Dauerhaftigkeit, mechanisch nach Masse, Gravitation und Geschwindigkeit u. s. w. anschauen, ist ein Element des konkreten Begriffes des Individuums, als welches wir die Sonne erkennen und welchem alle jenen möglichen Anschauungswerthe zugleich zukommen. Dieser konkrete Begriff der individuellen Sonne wird dann weiter ein Element des Gattungsbegriffes Fixstern. Immer also besteht die Sonne zugleich als physische Erscheinung, als mathematische Anschauung und als logischer Begriff, weil sie ein Stück der Welt ist, welches nicht anders als mit den Grundeigenschaften der Welt bestehen kann.

Wie sich mit jedem Begriffe Anschauungen und Erscheinungen ver-

knüpfen, so ist derselbe auch stets mit einer Gedächtnissthätigkeit oder Vorstellung verbunden: wir denken den Solon nicht, ohne uns eine bestimmte Vorstellung von ihm zu machen und alle die Eigenschaften, welche den Begriff des Solon ausmachen, im Gedächtnisse fest- und zusammenzuhalten, solange wir an ihn denken. Ein solcher Begriff nöthigt uns ferner zu einer Handlung oder zu einem Thun, wenigstens regt er unseren Willen zu einer Äusserung an, welche nicht nothwendig mit einer nach aussen gerichteten, sondern oftmals mit einer nach innen gerichteten Thätigkeit, mit einer Denkthätigkeit verbunden ist. Nicht minder ruft jener Begriff Gefühle der Zu- oder Abneigung, sowie Temperamentsregungen der Freude oder des Zornes oder einer anderen Art hervor.

Wie ein Begriff das Gedächtniss, den Willen, das Gemüth und das Temperament erregt, so erregt jedes dieser Vermögen alle anderen, zugleich aber auch alle fünf Anschauungs- und alle fünf Sinnesvermögen.

Wir haben jetzt gezeigt, dass in jedem rein geistigen und in jedem rein äusseren Objekte alle Grundvermögen, Erscheinung, Anschauung und Erkenntniss, zugleich vertreten sind, ferner, dass jedes Grundvermögen sich auf allen seinen fünf Grundgebieten, die Erscheinung als optische, akustische, ästhematische, gustische und osmetische, die Anschauung als geometrische, chronologische, mechanische, chemilogische und physiometrische, die Erkenntniss als intellektuelle Erkenntniss oder Begriff, als memoriale Erkenntniss oder Vorstellung, als aktionelle Erkenntniss oder Willensäusserung, als Gemüthsregung oder Gefühl und als Temperamentserregung oder Reiz zeigt. Ausserdem ist aus dem ersten und zweiten Theile klar geworden, dass das Objekt auch in jedem Grundgebiete fünf Grundeigenschaften (z. B. im Raume die Ausdehnung, den Ort, die Richtung, die Dimensität und die Form u. s. w.) aufweis't. Die Grundvermögen, Grundgebiete und Grundeigenschaften sind also in jedem Objekte miteinander verknüpft; gleichwohl sind sie durchaus nicht im gewöhnlichen Sinne des Wortes voneinander abhängig, sondern durchaus selbstständig: denn wennauch beispielsweise die als Anschauungsobjekt (als räumliche, zeitliche, mechanische, chemilogische und physiometrische Grösse) aufgefasste Sonne faktisch jetzt weisses Licht ausstrahlt, also ein Sinnesobjekt von bestimmter optischer Eigenschaft ist; so ist doch der physische Werth dieser Eigenschaft ganz irrelevant für den Anschauungswerth der Sonne; der Letztere würde sich nicht ändern, wenn die Sonne roth oder grün leuchtete, er ist also von dem physischen Werthe unabhängig: gleichwohl besteht mit dem Anschauungswerthe nothwendig irgend ein Erscheinungswerth; die Sonne muss, wenn sie Anschaulichkeit hat, prinzipiell auch Sinnesfälligkeit haben. Ebenso kann die als Anschauungsobjekt aufgefasste Sonne, also der Körper, welcher zu einer bestimmten Zeit einen bestimmten Raum einnimmt, eine bestimmte Masse und Bewegung hat, einen bestimmten Stoffgehalt und eine bestimmte Struktur besitzt, das Element zu unendlich vielen Begriffen werden, indem es für jenen Anschauungswerth ganz gleichgültig ist, wie sich im Laufe der Zeit der Ort und Raum der Sonne, ihre Masse, Kraft und Bewegung, ihr Stoff und ihre Struktur ändert. Jene Anschauung kann also ebenso gut einem durch unser Planetengebiet

fliegenden Kometen, oder einem am nächsten Tage explodirenden Meteor, oder einem zu einer Sphinx sich entwickelnden Ei angehören.

Aus allem Vorstehenden ergiebt sich: Die Grundeigenschaften, Grundgebiete und Grundvermögen stehen nicht in mathematischem, sondern in logischem oder einem noch allgemeineren Gesetze folgenden Zusammenhange; ihre Abhängigkeit ist keine mathematisch exakte, sondern eine logisch generelle oder noch allgemeinere. Mit dem Werthe der einen verbindet sich nicht ein mathematisch bestimmbarer, sondern irgend ein möglicher Werth der anderen, d. h. es kann sich zu dem ersteren jeder mögliche Werth der anderen gesellen, ohne den ersteren zu beeinträchtigen; es muss sich aber nothwendig irgend ein solcher dazu gesellen. Die eine Grundeigenschaft fordert einen logischen oder noch allgemeineren, nicht aber einen mathematischen Werth der anderen.

Ein logischer Werth ist denkbar, ein mathematischer Werth ist berechenbar: demzufolge können die sich miteinander verbindenden Grundeigenschaften, Grundgebiete und Grundvermögen nur logisch generell, oder nach noch allgemeineren Gesetzen, nicht mathematisch speziell aus einander ermittelt werden. Es lässt sich aus den geometrischen Verhältnissen durch keine Rechnung die Farbe bestimmen, welche ein als Kubus angeschauter Körper haben muss: er kann eben jede mögliche Farbe haben. Es lässt sich nicht mathematisch bestimmen, wie gross, wie alt, wie dicht, wie zusammengesetzt, wie gebildet die Sonne sein muss, um die Sonne zu sein, d. h. um das logische Individuum oder der Individualbegriff zu sein, welchen wir unter dem Namen der Sonne verstehen. Sie könnte grösser und kleiner, älter und jünger, dichter und dünner sein, sie könnte sich rascher und langsamer bewegen, aus anderen Stoffen bestehen und anders gebildet sein, und wäre dennoch die Sonne. Der faktische Anschauungswerth des logischen Sonnenindividuums, seine thatsächliche Grösse, Alter, Dichtigkeit, Gestalt u. s. w., ist nur ein zufälliger Werth, einer der unendlich vielen möglichen Werthe. Ein Stück Eisen ist eine anschauliche oder mathematische Grösse, nämlich ein bestimmter Stoff von bestimmtem Raumgehalte, bestimmter Masse u. s. w.: gleichwohl sind die Werthe, welche ein Stück Eisen in diesen einzelnen Anschauungsgebieten besitzt, nicht mathematisch voneinander abhängig, sondern nur thatsächlich, als mögliche Fälle miteinander verbunden. Wenn eine bestimmte Masse (eine bestimmte Menge von Materie, welche eine bestimmte Äthermenge enthält) unter einem bestimmten äusseren Drucke im gasförmigen Zustande einen bestimmten Raum einnimmt; so wird dieselbe einen gewissen Stoff darstellen (gewisse Affinität zeigen): dieser Stoff nun heisst Eisen; das Wort Eisen dient nur zur Kennzeichnung der chemilogischen Eigenschaften der in jenem Raume existirenden Masse: wird die in demselben Raume enthaltene Masse bei gleichem äusseren Drucke vergrössert; so nimmt die Masse andere Affinität an, wird ein anderer Stoff, heisst also nicht Eisen, sondern vielleicht Gold. Nun wird die spätere Naturwissenschaft ohne Zweifel lehren, den Qualitätswerth dieser Masse oder ihren Stoffgehalt aus mehreren anderen ihrer anschaulichen Eigenschaften, z. B. aus ihrem Raumgehalte, ihrer Masse, ihrem Aggregatzustande mathematisch zu bestimmen: allein dann sind doch die Werthe der letzteren Eigen-

schaften, aus welchen der Qualitätswerth berechnet wird, nur willkürlich angenommen, also zufällige oder faktische Werthe, welche in keiner mathematischen Abhängigkeit voneinander stehen: ausserdem aber wird die Berechnung des Qualitätswerthes aus jenen Eigenschaften niemals auf rein mathematischen Gesetzen beruhen können, sondern stets eine Rechnung sein, welche sich auf einen weltgesetzlichen Zusammenhang zwischen den Grundeigenschaften stützt.

Dieser Zusammenhang ist entschieden kein mathematischer, aus reinen Grössenbeziehungen hervorgehender. Es ist Täuschung, wenn man glaubt, dass ein Gesetz, welches man mit Hülfe mathematischer Rechnung entwickelt, ein mathematisches sei oder dem Anschauungsgebiete angehöre. Eben der vorhin besprochene weltgesetzliche Zusammenhang aller Grössengebiete, des Gebietes der physischen Erscheinung, der mathematischen Anschauung, der logischen Erkenntniss macht es möglich, jede Grösse mit dem Sinnesvermögen, mit dem Anschauungsvermögen und mit dem Begriffsvermögen zu betrachten, mit ihr physisch, mathematisch und logisch zu operiren, also aus den physischen und mathematischen Eigenschaften logische Erkenntnisse, aus den physischen und logischen Eigenschaften mathematische Anschauungen, aus den mathematischen und logischen Eigenschaften physische Erscheinungen abzuleiten. Diese Ableitung aber beruht dann immer auf der Voraussetzung jenes weltgesetzlichen Zusammenhanges. Indem die physischen Eigenschaften, die optischen, akustischen, ästhematischen, gustischen und osmetischen Eigenschaften eines anschaulichen oder materiellen Körpers, z. B. einer Stahlstange, auf gewisse Bewegungen, Verdichtungen, Schwingungen materieller Theile in gewissen Räumen und Zeiten zurückgeführt werden, wird Licht, Schall, Wärme u. s. w. berechenbar: allein, man darf nicht vergessen, dass diese Rechnung durchaus kein rein mathematischer Prozess, sondern nur eine Anwendung der Mathematik unter der Voraussetzung der Kenntniss des inneren Zusammenhanges zwischen der mathematischen Anschauung und der physischen Erscheinung ist. Keine Rechnung kann das Resultat ergeben, dass eine Äthervibration von 500 Billionen Schwingungen in der Sekunde den Eindruck des Roth, eine Vibration von 560 Billionen Schwingungen den des Gelb, eine Vibration von 700 Billionen Schwingungen den des Blau auf unser Auge macht. Diese Wahrheit beruht nicht auf dem Zeugnisse des Anschauungsvermögens, sondern auf dem des Sinnesvermögens; sie ist keine mathematische, sondern eine physische, oder vielmehr eine mathematisch-physische Thatsache. Das Nämliche gilt von der Thatsache, dass zwei Töne von gewissen Schwingungszahlen konsoniren oder dass sie dissoniren, dass uns kalorische Impulse von gewissen Schwingungszahlen warm oder kalt erscheinen, dass uns salinische Körper salzig schmecken und dass gewisse Bildungen unsere Nase angenehm oder unangenehm affiziren. Die mathematische Physik ist keine reine, sondern die auf die Sinneswelt angewandte Mathematik; niemals kann die Physik oder das Gesetz der sinnlichen Erscheinung auf reine Mathematik zurückgeführt werden; reine Mathematik, ohne Berücksichtigung des thatsächlichen Zusammenhanges zwischen Erscheinung und Anschauung, ist in ihrer Anwendung auf die Natur eine völlig unberechtigte Spekulation.

Andererseits beruht die Thatsache, dass der Inbegriff gewisser An-

schauungen ein Pferd darstellt, nicht auf dem Zeugnisse des Anschauungsvermögens, sondern auf dem des Begriffsvermögens, wenngleich das Anschauungsvermögen die Zugehörigkeit einzelner Anschauungen, in welchen das Pferd auftritt, konstatirt. Die Logik kann niemals auf reine Mathematik zurückgeführt werden, sie kann also niemals eine sogenannte exakte Wissenschaft sein, deren Prozesse auf mathematischen Operationen beruhen. Eine Definition, ein Urtheil, ein Schluss ist unberechenbar; jedes logische Resultat ist allgemeiner oder freier, als ein mathematisches. Dessenungeachtet verbinden und unterstützen sich Logik und Mathematik wegen des weltgesetzlichen Zusammenhanges aller Grössengebiete zu logisch mathematischen und mathematisch logischen Operationen. Es ergiebt sich eine Anwendung der Mathematik auf die Logik oder eine mathematische Logik, wie sie der vorliegende dritte Theil unseres Buches enthält, sowie eine Anwendung der Logik auf die Mathematik oder eine logische Mathematik, wie sie sich in der Arithmetik darbietet.

Aber nicht bloss Mathematik und Logik, sondern auch Physik, Mathematik und Logik verbinden sich zum gemeinschaftlichen Dienste der Wissenschaft, indem sich in jeder Wissenschaft Erscheinungen oder Thatsachen (auf Grund der Beobachtung) mit Grössenwerthen (auf Grund exakter Anschauung) und mit Begriffen (auf Grund logisch genereller Erkenntniss) kombiniren. So erfordert z. B. die Geometrie ausser anschaulich räumlichen Operationen ebensowohl konkrete oder thatsächliche Daten und sinnliche Beobachtungen, als auch logische Urtheile, Schlüsse, Verallgemeinerungen u. s. w.

Diese Verbindung und Unterstützung von Physik, Mathematik und Logik, welche auf der Koexistenz aller Grundeigenschaften und Grundvermögen in jedem Objekte beruht, manifestirt sich nicht bloss in der systematisch geordneten Wissenschaft, sondern in jeder Funktion unseres Geistes. Wenn wir sehen oder hören, schauen wir auch an (in Raum, Zeit u. s. w.), und wenn wir anschauen, denken wir auch; wir sind gleichzeitig mit den Sinnen, mit dem Anschauungsvermögen und mit dem Verstande thätig. Diese Zusammenwirkung erschwert die Erkenntniss der jedem einzelnen Organe zufallenden spezifischen Thätigkeit und führt manche Irrthümer über diese Thätigkeiten und demgemäss auch über die objektiven Eigenschaften der Dinge herbei. So hält man leicht das Räumliche für eine Erkenntniss der Sinne, weil der Mensch, indem sein Auge das optische Farbenbild eines Objektes sieht, zugleich mit seinem Anschauungsvermögen die geometrische Form, Grösse und Entfernung der Raumgestalt, deren Elemente die sichtbaren Lichtpunkte sind, anschaut. Andererseits hält man dieses Räumliche leicht für eine Erkenntniss des Verstandes, weil gleichzeitig mit dem Anschauungsvermögen auch der Verstand thätig ist, jedoch nicht um das Räumliche des Objektes, sondern um das Objekt als einen speziellen Fall eines Begriffes zu erkennen. Eine jede dieser beiden irrigen Ansichten findet ihre Vertreter: die letztere, welche dem Verstande die Hauptaufgabe beim Sehakte zuweis't, findet in manchen Thatsachen eine scheinbare Bestätigung, z. B. darin, dass die vorherige Kenntniss eines Gegenstandes, dessen perspektivisches Bild man anblickt, den stereometrischen Eindruck wesentlich erhöht, eine Thatsache, welche ihren Grund lediglich in der Unterstützug hat, die

der Verstand dem Sehorgane bei der Zusammenwirkung mit demselben nach Vorstehendem gewähren kann und gewähren wird. Bei der Verfassung meiner „Physiologischen Optik" war ich noch nicht zu der Trennung des Sinnesvermögens vom Anschauungsvermögen gelangt, hegte also die erstere Ansicht, wonach das optische Sehvermögen zugleich die Erkenntniss der räumlichen Verhältnisse lieferte; gegenwärtig schreibe ich diese Erkenntniss ausschliesslich dem von der Sinnlichkeit unabhängigen Anschauungsvermögen zu.

Die richtige Erkenntniss eines Objektes erfordert eine strenge Unterscheidung zwischen dem Wesen einer Grundeigenschaft und dem speziellen Werthe derselben. Dem Wesen nach besitzt jedes Objekt alle Grundeigenschaften der Welt, aber manche dieser Grundeigenschaften haben für gewisse Klassen von Objekten den Nullwerth. Die Annullirung des speziellen Werthes einer Grundeigenschaft vernichtet dieselbe nicht prinzipiell, sondern setzt ihre Bedeutung auf den Zustand des Verschwindens herab. Obgleich eine Grundeigenschaft, wenn ihr spezieller Werth verschwindet, ihre faktische Existenz verliert; so drückt doch die prinzipielle Existenz dieser Eigenschaft die Fähigkeit oder Empfänglichkeit des Objektes für den Erwerb dieser Eigenschaft aus.

Hiernach hat der Äther allerdings faktisch keine ponderabilischen Eigenschaften: damit ist aber nur gesagt, dass seine ponderabilischen Eigenschaften den Nullwerth besitzen. Prinzipiell kommen ihm auch diese Eigenschaften, wennauch nur als verschwindende Elementarzustände, zu, d. h. wir schreiben dem Äther die Fähigkeit zu, ponderabilisirt zu werden. Ebenso hat das Mineral faktisch keine vegetabilischen Eigenschaften, d. h. diese Eigenschaften haben darin den Nullwerth. Gleichwohl schreiben wir demselben die Fähigkeit zu, durch die Assimilation von Pflanzen oder auch unter der Wirkung des Schöpfungsprozesses vegetabilische Eigenschaften anzunehmen. Hierdurch erscheint der Äther nicht bloss als ein mögliches Substrat für mineralische, sondern auch als ein mögliches Substrat für vegetabilische Kräfte.

In ganz gleicher Weise fehlen dem Äther, dem Minerale und der Pflanze die geistigen Eigenschaften, d. h. diese Eigenschaften besitzen in jenen Objekten den Nullwerth. Die thatsächliche Nichtexistenz des Geistes in den gedachten Naturreichen schliesst aber die Empfänglichkeit derselben für geistige Kraft nicht aus; im Gegentheil nehmen wir an, dass Äther, Mineral und Pflanze als Weltbestandtheile die Fähigkeit in sich haben, Träger des Geistes, als einer höheren Weltkraft zu werden, oder dass ihnen durch den Assimilationsprozess des Thieres und auch durch den Schöpfungsprozess animalische Eigenschaften eingehaucht werden können. Hiermit ist nicht gesagt, dass ein konkretes Mineral oder eine konkrete Pflanze ohne Weiteres beseelt werden oder in ein animalisches Wesen verwandelt werden könne. Eine solche Annahme wäre absurd; die spezielle niedrigere Organisation des Äthers macht jeden endlichen Werth von mineralischer Kraft, die spezielle Organisation des Minerals macht jeden endlichen Werth von vegetabilischer Kraft, die spezielle Organisation der Pflanze jeden endlichen Werth von animalischer Kraft unmöglich: enthielte der Äther die Bedingungen für mineralische Kraft,

das Mineral die Bedingungen für vegetabilische Kraft, die Pflanze die Bedingungen für animalische Kraft; so würde sich diese Kraft darin verwirklichen, der Äther wäre Mineral, das Mineral wäre Pflanze, die Pflanze wäre Thier. Der Prozess also, welcher den Äther ponderabilisiren, das Ponderabele vegetabilisiren, das Vegetabilische beseelen soll, setzt die Aufhebung der Organisation dieser Objekte und eine Neuorganisation unter höherem Gesetze voraus.

§. 574.

Allgemeine Charakteristik des Naturgesetzes eines Objektes.

Um in Ergänzung der in §. 534 bis 539 vorgetragenen Theorie der Induktion und als Anknüpfung zu späteren Untersuchungen über das Wesen des Naturgesetzes eines Objektes vorläufig eine allgemeine Charakteristik des in den vorhergehenden Paragraphen erläuterten Zusammenseins der Werthe der verschiedenen Grundeigenschaften in einem Objekte zu geben, stellen wir folgende Sätze auf.

1) Die Grundeigenschaften und Grundoperationen aus mehreren Grössengebieten können sich kombiniren und kombiniren sich auch faktisch in den wirklichen Objekten, welche mehreren Grössengebieten zugleich angehören. Die verschiedenen Grössengebiete und die darin liegenden Grund-, Kardinal- und Haupteigenschaften sind prinzipiell selbstständig oder von einander unabhängig, d. h. sie bedingen sich nicht untereinander durch ein ihnen selbst innewohnendes Gesetz. Demzufolge kann ein Objekt in jedem Grössengebiete jede mögliche Stelle einnehmen oder jene Eigenschaften können alle möglichen Spezialwerthe annehmen, mit anderen Worten, die verschiedensten Spezialwerthe der Grundeigenschaften können zusammen existiren, um ein spezielles Objekt darzustellen. Dieses Objekt ist bestimmt durch seine Grundeigenschaften, oder genauer, durch die speziellen Werthe seiner Grundeigenschaften oder durch die speziellen Werthe, womit sich die einzelnen Grundvermögen der Welt in diesem speziellen Objekte äussern.

Die prinzipielle Selbstständigkeit der Grundvermögen oder Grund-Grössengebiete und ihrer Kardinal- und Hauptstufen welche wir gewöhnlich kurz die Selbstständigkeit der Grundeigenschaften genannt haben, bedeutet soviel wie Unabhängigkeit voneinander: sie macht es möglich, dass sich alle möglichen speziellen Werthe der Grundeigenschaften miteinander kombiniren lassen, um ein spezielles Objekt darzustellen. Diese prinzipielle Selbstständigkeit der Grundeigenschaften hindert aber nicht, dass ihre Spezialwerthe von einem ausser ihnen liegenden allgemeineren oder höheren Gesetze abhängig werden und durch Vermittlung dieses Gesetzes unter sich in einem gesetzlichen Zusammenhange erscheinen, indem der Werth der einen Eigenschaft kraft jenes höheren Gesetzes sich mit einem bestimmten Werthe einer anderen Eigenschaft vergesellschaftet, um in diesem Zusammenhange ein spezielles faktisches Objekt zu repräsentiren. Kraft eines solchen höheren Gesetzes erscheinen alsdann die Eigenschaften des Objektes nicht bloss in einem gewissen, sondern in jedem Zustande desselben voneinander abhängig,

d. h. eine bestimmte Veränderung der einen Grundeigenschaft ist mit einer bestimmten Veränderung der anderen begleitet.

Unter höherem Gesetze ist hier ein allgemeineres, umfassenderes, d. h. über dem Gesammtgebiete der Eigenschaften, um welche es sich handelt, stehendes Gesetz zu verstehen.

Hiernach verknüpfen sich in einem faktischen Objekte ganz bestimmte Spezialwerthe der einzelnen physischen, mathematischen und logischen Grundeigenschaften miteinander, und mit gewissen unabhängigen Veränderungen variirt zugleich die optische, akustische, ästhematische, gustische und osmetische Erscheinung eines Objektes, ferner die geometrische, chronologische, mechanische, chemilogische und physiometrische Beschaffenheit desselben, sowie jede höhere Eigenschaft, insofern dasselbe auch noch höheren Gebieten angehört, in bestimmt gesetzlicher Weise.

2) Das Gesetz, wodurch ein Objekt als selbstständiges Individuum auftritt und sich ändert, wollen wir sein Naturgesetz nennen. Vermöge dieses Gesetzes übt das Objekt eine Herrschaft über seine Elemente aus. Während aber das Objekt durch ein Gesetz Herrscher ist, ist es auch kraft eines Gesetzes Diener in einer höheren Gemeinschaft. Vermöge des letzteren Gesetzes der Unterordnung erscheint das Objekt nicht als selbstständiges Wesen, sondern als unselbstständiges Organ oder Element der Welt oder überhaupt eines allgemeineren Organismus. Eine Zusammenfassung aller Gesetze, welche ein Objekt ausübt und welchen es gehorcht, von welchen es überhaupt beeinflusst wird, macht das allgemeine Gesetz dieses Objektes aus, welches man auch sein Weltgesetz nennen könnte.

Nur in Folge dieses Gesetzes erfüllt ein faktischer materieller Körper von bestimmtem Gewichte zu bestimmter Zeit einen bestimmten Raum, bildet auch um dieselbe Zeit einen bestimmten Stoff und hat einen bestimmten Gestaltungstrieb, d. h. unter jenem Gesetze nehmen die prinzipiell selbstständigen Grundeigenschaften spezielle Werthe an, welche voneinander abhängig sind. Nur unter diesem Gesetze hat z. B. das Gold, als bestimmter Stoff, ein bestimmtes spezifisches Gewicht, d. h. es äussert sich eine spezielle Affinität mit speziellem Äquivalentgewichte u. s. w. in einer speziellen Masse und diese Masse nimmt im drucklosen Zustande einen speziellen Raum ein, ausserdem hat diese Masse einen speziellen Krystallisationstrieb, eine spezielle Farbe u. s. w., kurz, die Spezialwerthe aller Eigenschaften dieses Stoffes, welche prinzipiell voneinander unabhängig sind, werden durch das fragliche Gesetz in eine gegenseitige Abhängigkeit versetzt.

Nur unter der Voraussetzung eines Gesetzes kann man behaupten, dass ein existirendes Objekt eine Ursache habe: denn die Existenz oder das Sein an sich hat keine ausser ihm liegende Ursache, beruht nicht auf Kausalität, sondern auf quantitativer Vereinigung; erst eine Unterstellung des Objektes unter ein Gesetz, welches alle seine Eigenschaften beherrscht, kann zu dem Schlusse führen, dass jenes Objekt die bestimmte Wirkung einer bestimmten Ursache sei.

Nicht jede Änderung ist eine Wirkung, nicht jede Änderung hat eine Ursache: nur unter der Herrschaft eines Gesetzes, welches alle Grundeigenschaften und Grundprozesse eines Objektes miteinander in

Zusammenhang bringt, lässt jede Änderung eine Ursache, d. h. eine auf wirklicher Kausalität beruhende äussere Ursache voraussetzen.

Der in dem Satze 2 hervorgehobene Unterschied zwischen den beiden entgegengesetzten gesetzlichen Beziehungen, welche bei einem Objekte in Betracht kommen, ist von grosser Bedeutung für die Naturforschung. Das erste Gesetz charakterisirt das Objekt als ein selbstständiges Individuum, welches durch dieses Gesetz seine Elemente ordnet, beherrscht, bedingt, in Abhängigkeit versetzt: das zweite Gesetz charakterisirt das Objekt als ein unselbstständiges Element, welches von einem höheren Organismus geordnet, beherrscht, bedingt, in Abhängigkeit versetzt wird. Das erste Gesetz ist das eigentliche Bildungsgesetz des Objektes, das zweite Gesetz verleiht dem Objekte seine Stellung in der Welt oder seinen Zusammenhang mit der übrigen Welt. Indem das zweite Gesetz das Objekt beherrscht, beeinflusst dasselbe durch Vermittlung des ersten Gesetzes, durch welches das Objekt seine Elemente beherrscht, auch die letzteren Elemente.

Streng genommen, müsste man neben dem positiven Gesetze, durch welches das Objekt herrscht, und dem negativen Gesetze, durch welches das Objekt dient oder beherrscht wird, solche Gesetze berücksichtigen, durch welche das Objekt beeinflusst wird, indem man unter Einfluss eine gesetzliche Beziehung zu der Mitwelt versteht, welche zu den positiven und negativen Gesetzen des Herrschens und Dienens in Neutralität steht.

An die Charakteristik der Gesetze, welche allgemein den Zusammenhang eines Objektes mit der Welt darstellen, schliesst sich die Betrachtung über die Umstände, welche das eine und das andere Gesetz zur Geltung bringen. In dieser Hinsicht kann man folgende Sätze aufstellen.

3) Jedem nicht absolut einfachen endlichen Objekte kömmt ein Gesetz zu, durch welches es seine Elemente beherrscht oder sich als ein selbstständiges System bildet, jedem solchen Objekte kömmt aber zugleich ein Gesetz zu, durch welches dasselbe von der Welt beherrscht oder in einen systematischen Zusammenhang mit der Welt gebracht wird; ausserdem ist dasselbe immer dem Einflusse von Gesetzen ausgesetzt, welche die ersten beiden Gesetze zu modifiziren vermögen, welche also die zufälligen Einwirkungen auf das Objekt bedingen.

4) Ein absolut einfaches Element, welches nothwendig unendlich klein oder verschwindend und beliebig theilbar ist, kann niemals selbstständiges Objekt sein; es kann keine Elemente beherrschen, weil es keine hat, da es selbst Element ist; es kann daher nicht bedingen, sondern nur abhängig sein, nicht herrschen, sondern nur dienen.

5) Das absolute Weltall dagegen kann niemals Element sein, da es ausser diesem All Nichts weiter giebt, nichts Allgemeineres, nichts Höheres, nichts Vollkommeneres u. s. w. Das Weltall, worunter wir den Inbegriff von Allem verstehen, was möglicherweise sein oder gedacht werden kann, nicht bloss alles Physische und alles Anschauliche, sondern auch alles Intellektuelle und Höhere und Höchste kann also nicht abhängig, sondern nur selbstständig, nur unabhängig sein; es kann nur herrschen oder durch ein Gesetz seine eigene Bildung bedingen.

Hieraus geht hervor, dass über das Weltall ganz anders geurtheilt werden muss, als über ein Objekt, und über dieses wieder anders, als

über ein absolutes Element. Ein Objekt ist immer etwas Selbstständiges und etwas Unselbstständiges zugleich; das Weltall ist nur etwas Selbstständiges, das Element nur etwas Unselbstständiges. Manche Gesetze, welche für das Weltall unbedingte und volle Gültigkeit besitzen, haben für ein Objekt eine bedingte, relative, beschränkte Gültigkeit, und manche Gesetze, welche für das Weltall durchaus ungültig sind, haben Gültigkeit für ein Objekt.

Zur genaueren Erkenntniss der fraglichen Gesetze müssen jedoch die Objekte, welche wir dem Weltall gegenübergestellt haben und welche sich von diesem durch ihre Begrenztheit, Endlichkeit, Bestimmtheit unterscheiden, noch nach der Vollständigkeit und nach der Unvollständigkeit dieser Begrenzung klassifizirt werden. Zunächst sind in den Sätzen 3, 4, 5 unter den Objekten vollständig oder allseitig begrenzte Objekte zu verstehen. Für unvollständig begrenzte Objekte, z. B. für eine unendliche gerade Linie, welche nur in den Seitendimensionen begrenzt, in der Längendimension aber unbegrenzt ist, ergiebt sich folgender Satz.

6) Ein unvollständig begrenztes Objekt, also ein Objekt, welches in gewissen Beziehungen Eigenschaften des absoluten Weltalls besitzt, hat hinsichtlich der Abhängigkeit von der Welt einen gemischten Charakter: dasselbe ist zwar von Allgemeinerem abhängig, aber nicht in jeder Hinsicht; vielmehr ist dasselbe in gewissen Hinsichten absolut selbstständig oder allgemeineren Gesetzen nicht unterworfen.

Hinsichtlich der Unselbstständigkeit der Elemente eines Objektes hat man zu beachten, dass ein Bestandtheil, welcher dem Objekte gegenüber unselbstständiges Element ist, doch seinen eigenen Bestandtheilen gegenüber selbstständiges Objekt sein kann, dass also ein Element, welches überhaupt noch Bestandtheile hat, nur ein relatives Element sein kann, während ein absolutes Element, welches absolut unselbstständig ist, keine unterscheidbare Bestandtheile besitzt. Hiernach stellen wir folgenden Satz auf.

7) Als absolut einfaches oder Grundelement der Weltmaterie erscheint uns das Element des freien Äthers; dasselbe ist unendlich klein, formlos, unendlich theilbar, in beliebiger Weise theilbar u. s. w. Das Element des Ponderabelen, nämlich das Formelement oder das Atom dagegen ist nicht absolut, sondern nur relativ einfach, dasselbe besteht aus organisirtem Äther, hat eine bestimmte Grösse und Form, ist zwar quantitativ unausgesetzt theilbar, jedoch nicht beliebig trennbar oder begrenzbar und besteht aus unendlich viel Ätherelementen, es ist ein Element des Ponderabelen, und zugleich ein System, ein Organismus, ein selbstständiges Objekt vom Äther.

Folgende Anwendungen mögen den letzten Sätzen zur Erläuterung dienen. Das Weltall ist weder räumlich, noch zeitlich, noch mechanisch, noch logisch, noch sonstwie begrenzt; dasselbe erfüllt weder einen endlichen Raum, noch eine endliche Zeit, es hat keinen Anfang und kein Ende; dasselbe hat keine Ursache, ist nicht die Wirkung einer Ursache, hat unendlich festen Bestand, ist unzerstörbar; es hat allseitige Neigungen, in ihm liegen alle möglichen Gemeinschaften; dasselbe ist von keiner Bedingung abhängig, sondern absolut selbstständig und vollkommen.

Nichts von Diesem gilt jedoch für ein Objekt der Welt. Jedes Objekt ist hinsichtlich jeder Grundeigenschaft, also nach Raum, Zeit, Kraft u. s. w. mindestens in einer Beziehung begrenzt. Ein eigentliches oder ganz bestimmtes Objekt ist in jeder Beziehung begrenzt, d. h. dasselbe erfüllt einen endlichen Raum, eine endliche Zeit (hat einen chronologischen Anfang und ein Ende), besitzt eine endliche Masse und Kraft, bestimmte Neigungen, bestimmte Triebe u. s. w. Ein uneigentliches oder nicht völlig bestimmtes Objekt zeigt eine derartige Begrenzung nur in gewissen Beziehungen, während es in gewissen anderen Beziehungen unbegrenzt ist. Soweit der Mensch als ein irdisches Wesen oder als ein Bestandtheil der irdischen Welt angesehen wird, ist er ein bestimmtes Objekt und hat demzufolge ebenso wie die ganze irdische oder materielle oder ponderabele oder anschauliche Sternenwelt einen Anfang und ein Ende, eine Ursache, eine begrenzte Qualität oder Gemeinschaft u. s. w., der irdische Mensch ist mithin sterblich. Insofern jedoch unter dem Menschen eine Reihe von Zuständen gedacht wird, welche zum Theil in allgemeineren Gebieten, als der ponderabelen Welt ihre Wurzeln und Anknüpfungspunkte haben, bildet er ein unbestimmtes Objekt und der endliche Verlauf des an das Ponderabele gebundenen Gliedes jener Reihe ist bedeutungslos für spätere Glieder und Metamorphosen, welche in allgemeineren oder höheren Bereichen verlaufen und die diesen Bereichen entsprechenden Grundeigenschaften tragen. Ein solcher Zusammenhang mit dem Weltall würde dem Menschen die wahre Unsterblichkeit sichern, insofern seine Beziehung zu diesem All Derjenigen analog wäre, in welcher die in einem festen Anfangspunkte beginnende unendliche Linie zu dem unendlichen Raume steht, eine Beziehung, welche den Menschen als einen Funken der Gottheit erscheinen liesse.

Auf Grund des Naturgesetzes eines Objektes bedingen erfahrungsmässig gewisse Werthe mehrerer Grundeigenschaften die Werthe der übrigen; so hat z. B. derjenige Stoff, welcher die chemilogische Qualität des Eisens hat, bei einem gegebenen Rauminhalte und bei einem gegebenen Aggregatzustande (was zugleich eine bestimmte Temperatur voraussetzt) eine bestimmte Masse, der spezielle chemilogische oder Stoffwerth eines Körpers erscheint also als eine Funktion der speziellen Werthe des Volums, der Masse und der Krystallform: daneben aber ergiebt die Beobachtung, dass von den letzteren speziellen Werthen manche von den übrigen abhängen. Ausserdem glaubt man bei oberflächlicher Beobachtung annehmen zu dürfen, dass der Werth einer Grundeigenschaft nur durch die Werthe gewisser Grundeigenschaften bedingt ist, sodass die Werthe der übrigen Grundeigenschaften unbeschadet des Werthes der ersteren willkürlich variabel bleiben. So scheint sich z. B. das Volum und auch der Aggregatzustand eines Körpers durch Kompression und Wärme beliebig ändern zu lassen, ohne seinen Stoffwerth zu ändern.

Bei solchen aus der Beobachtung stammenden Resultaten läuft manche Täuschung und Ungenauigkeit unter, weil bei der Änderung einer Eigenschaft in der Regel nur die damit verbundenen Änderungen einzelner anderer, nicht aller anderen Eigenschaften betrachtet werden. Beispielsweise ist das zuletzt erwähnte Resultat, dass bei der Änderung des Volums eines Körpers sein Stoffwerth ungeändert bleibe, durchaus irrig.

Allerdings bleibt Eisen, wenn sein Volum auf mechanischem Wege oder sein Krystallisationszustand durch Wärme geändert wird, immer Eisen: allein Diess bedeutet doch nur soviel, dass das Eisen durch Kompression und Erwärmung sein Äquivalentgewicht nicht ändert; man darf aber nicht glauben, dass sich hierbei der spezielle Werth seiner chemilogischen Eigenschaften in keiner Hinsicht ändere. Die elektrochemischen Beobachtungen lehren sehr deutlich, dass sich durch Erwärmung die Stellung der Stoffe in der elektrischen Spannungsreihe, auch dass sich die Verbindungsbegierde der Stoffe, also ihre elektrische Spannung und Vivazität ändert. Etwas Ähnliches findet unzweifelhaft auch bei der Kompression statt. Demgemäss bleibt der chemilogische Werth eines Körpers weder bei der Änderung seines Volums, noch bei der Änderung seines Aggregatzustandes konstant, sondern wird von den speziellen Werthen der letzteren Eigenschaften mit bedingt.

Hiernach glauben wir folgenden allgemeinen Satz aufstellen zu dürfen, welchem wir die Bemerkung voranschicken, dass wir unter dem speziellen Werthe einer Grundeigenschaft den Inbegriff der speziellen Werthe aller Kardinal- und Haupteigenschaften verstehen, welche für diese Grundeigenschaft nach dem Kardinalprinzipe in Betracht kommen (also z. B., wenn es sich um die Grundeigenschaft des Raumes handelte, die Werthe des Volums, des Ortes, der Richtung, der Dimensität und der Form) und dass wir mit einem Male alle physischen und alle mathematischen Eigenschaften (also zugleich die optischen, akustischen, ästhematischen, gustischen und osmetischen, sowie die geometrischen, chronologischen, mechanischen, chemilogischen und physiometrischen Eigenschaften) ins Auge fassen. Demzufolge sagen wir:

8) Der spezielle Werth einer physischen oder einer mathematischen Grundeigenschaft eines Körpers ist gleichzeitig durch die speziellen Werthe aller übrigen physischen und mathematischen Eigenschaften durch eine Funktion bedingt, welche das Naturgesetz dieses Körpers ausmacht, jede Änderung irgend einer physischen oder irgend einer mathematischen Eigenschaft hat also eine gesetzliche Änderung im Gebiete jeder physischen und mathematischen Grundeigenschaft zur Folge; mit anderen Worten, jeder Prozess in dem Gebiete irgend einer Grundeigenschaft zieht nothwendig einen bestimmten Prozess in dem Gebiete jeder anderen Grundeigenschaft nach sich oder die Grundprozesse sind durch das Naturgesetz des Körpers ebenso miteinander vergesellschaftet wie die Grundeigenschaften.

Beispielsweise hat eine bestimmte Volumänderung eines Körpers oder ein geometrischer Prozess unbedingt einen chronologischen Prozess (einen Zeitaufwand und eine zeitliche Ereignissreihe, sowie eine Änderung der Dauerhaftigkeit des Körpers), einen chemilogischen Prozess (eine Änderung der elektrischen Spannung und der Vivazität), einen mechanischen Prozess (eine Arbeit und Verdichtung) und einen physiometrischen Prozess (eine Strukturänderung), ausserdem aber auch einen optischen, einen akustischen, einen ästhematischen (insbesondere kalorischen), einen gustischen (insbesondere einen galvanischen) und einen osmetischen Prozess zur Folge oder ist davon in einer unvermeidlichen und gesetzlichen Weise begleitet.

Manche beobachtete Unabhängigkeit der Werthe einzelner Eigenschaften von den Werthen einzelner anderen ist nur eine scheinbare oder auf besonderen Umständen beruhende. So ist es z. B. für die eintretenden Änderungen des Volums einer gegebenen Luftmenge unter einer bestimmten Änderung des Druckes gleichgültig, zu welcher Zeit man diese Druckänderung vornimmt oder in welchem Alter sich die Luft befindet. Hieraus folgt aber keineswegs die Unabhängigkeit des faktischen Volums von der faktischen Zeit, sondern nur die Unabhängigkeit des Volums von der Zeit für eine Druckänderung, welche selbst von der Zeit unabhängig ist. Die faktische Druckänderung ist aber nicht unabhängig von der Zeit, sie beginnt in einem bestimmten Augenblicke und die Steigerung des Druckes verläuft in einer bestimmten Weise mit der Zeit; demnach ist der faktische Druck und sodann das Volum und der faktische Werth aller übrigen Eigenschaften jener Luftmenge von ihrem Alter abhängig: dieselbe hat in jedem Augenblicke ihres Daseins auf Grund ihres Naturgesetzes, welches auch die sie betreffenden Ereignisse umfasst, ein bestimmtes Volum, eine bestimmte Figur, einen bestimmten Ort, eine bestimmte Dichtigkeit, Wärme, Farbe u. s. w. Ausserdem ist wohl zu beachten, dass wenn an die Stelle der faktischen Drucksteigerung eine gegebene mögliche Drucksteigerung gesetzt wird, auch dann noch das Volum jener Luftmenge von der Zeit abhängig bleiben würde, da dasselbe nicht ausschliesslich durch den momentan bestehenden Druck, sondern auch durch das Gesetz der Druckänderung, also durch die Zeit mit bedingt ist. Schliesslich darf nicht unbeachtet bleiben, dass, wie wir schon in §. 482, S. 799 angedeutet haben, die Veränderung des Volums ohne Frage eine momentane Änderung der Dauerhaftigkeit des Körpers bedingt, welche letztere eine chronologische Eigenschaft des Körpers ist. Nur bei der Voraussetzung einer von der Zeit unabhängigen Druckänderung kann das Volum als von der Zeit unabhängig angesehen werden.

Wiewohl manche Unabhängigkeiten auf Täuschung beruhen; so bestehen doch manche wirklich. So ist z. B. das Volum eines Körpers von seinem Orte unabhängig, indem sowohl das Volum, als auch der Ort für sich unter Aufwand von Zeit und Kraft geändert werden können. Ebenso ist das Volum von der Masse unabhängig. Hieraus geht hervor:

9) Wenn man alle Kardinal- und Hauptstufen aller Grundeigenschaften in allen Gebieten ins Auge fasst; so sind von den Werthen derselben, welche einem bestimmten Objekte zukommen, eine gewisse Anzahl unabhängig variabel, die übrigen aber abhängig variabel, und wenn sich irgend eine der ersteren Eigenschaften ändert, ändern sich von den letzteren Eigenschaften gewisse andere nach Funktionen, deren Inbegriff das Naturgesetz des Körpers ausmacht.

Die nähere Ausführung der allgemeinen Grundzüge eines Naturgesetzes behalten wir uns vor, charakterisiren dasselbe aber hier noch durch folgende Sätze.

10) Die Klasse der unabhängigen Variabelen und die der abhängigen Variabelen ist in den Naturgesetzen aller Objekte dieselbe und auch die Funktionen, welche das Naturgesetz ausmachen, haben für alle Objekte

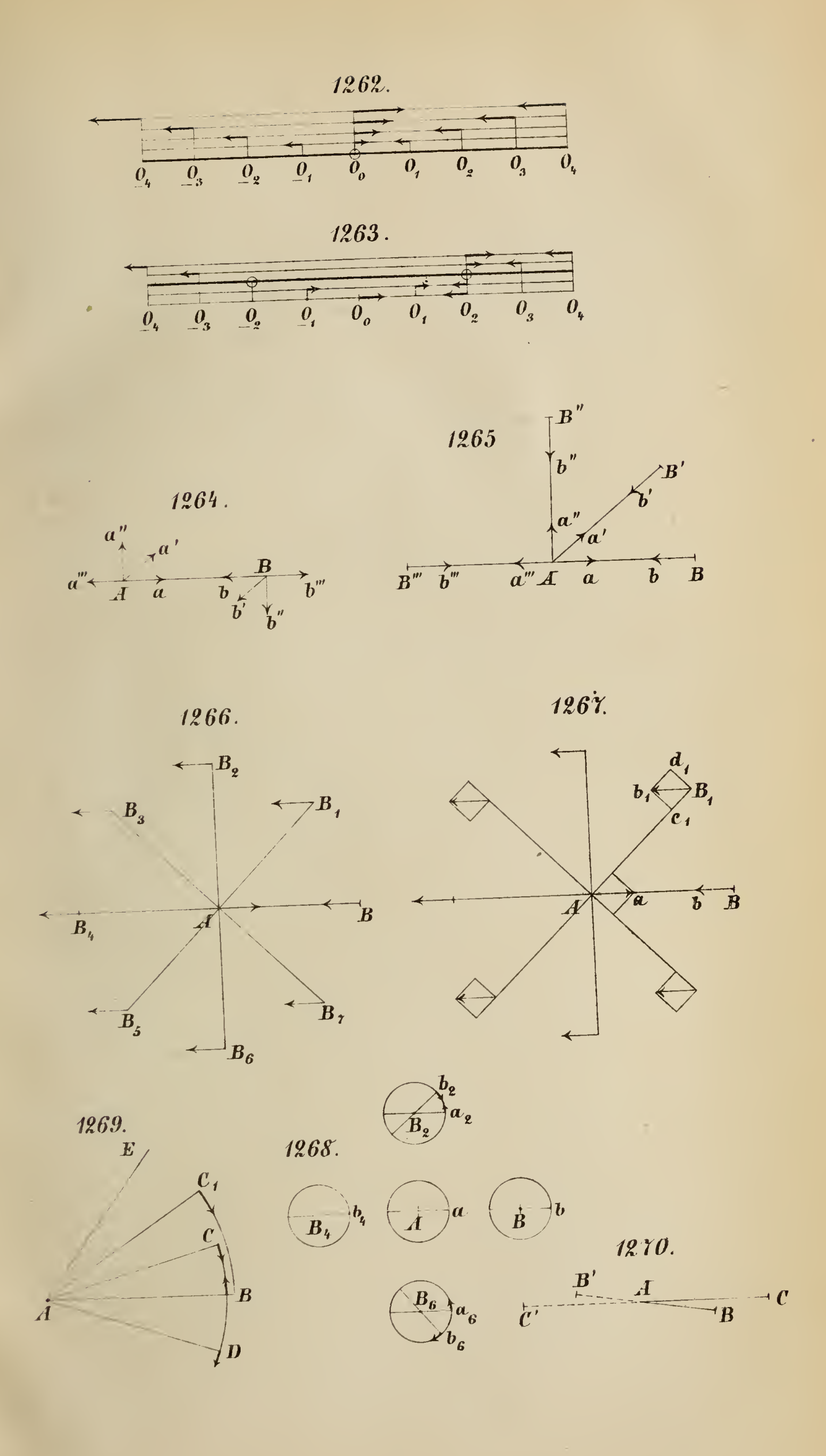
dieselbe Form, unterscheiden sich also für spezielle Objekte nur durch Spezialwerthe der darin enthaltenen Bestimmungsgrössen.

11) Wegen der Existenz mehrerer unabhängigen Variabelen in dem Naturgesetze kann die Änderung mancher Eigenschaft a sowohl durch eine Änderung der Eigenschaft x, als auch durch die Änderung einer anderen Eigenschaft y herbeigeführt und auch neutralisirt werden. Zwei Prozesse, also die Änderung der Eigenschaft x und die der Eigenschaft y, welche für die Eigenschaft a denselben Effekt hervorbringen, erscheinen als äquivalente Prozesse in Beziehung auf die Eigenschaft a.

In diesem Resultate beruht die sogenannte Äquivalenz der Naturkräfte, z. B. die zwischen Wärme und Arbeit oder zwischen Strom und Wärme oder zwischen Strom und Chemismus oder zwischen Arbeit und Magnetismus, dieselbe ist weit entfernt, eine Identität der beiden Prozesse oder der beiden Eigenschaften x und y zu bekunden, indem sie nur den gleichen Einfluss auf a anzeigt.

12) Das, was wir vorstehend das Naturgesetz eines Objektes genannt haben, ist ein Einheitsprinzip, ein Individualisirungsprinzip, welches in der Weltordnung einen höheren Rang einnimmt, als das Wesen jeder Grundeigenschaft des Objektes; die durch jenes Prinzip gestiftete Abhängigkeit zwischen den speziellen Werthen der Grundeigenschaften und Grundprozessen ist also keine unmittelbare, von gleichem Range, sondern eine mittelbare, durch ein höheres Prinzip vermittelte. Man kann daher immer sagen, unmittelbar sind auch die Spezialwerthe der Grundeigenschaften und Grundprozesse eines Objektes nicht voneinander abhängig, sondern mittelbar durch ein qualitativ höher stehendes Prinzip, welches alle jene Eigenschaften und Prozesse durch das Naturgesetz dieses Objektes einheitlich beherrscht.

Druck von Friedr. Scheel in Cassel.


1262.
1263.
1264.
1265
1266.
1267.
1268.
1269.
1270.

